POUILLET'S LEHRBUCH DER PHYSIK UND METEOROLOGIE, FÜR...

Pouillet (M., Claude Servais Mathias), ...

Restored through
a grant from
The Cartwright Foundation

VETUS & NOVUM TESTAMENTUM
DEI SUB NUMINE VIGET
PRINCETON
UNIVERSITY
LIBRARY

Digitized by Google

Digitized by Google

Claude Servais Mathias Pouillet's

Lehrbuch der Physik

und

Meteorologie,

für

deutsche Verhältnisse frei bearbeitet

von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

In zwei Bänden.

Erster Band.

Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Mit gegen 1200 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1844.

V

Digitized by Google

Dritte Aufl. 1847.
Vierte " 1852.
Fünfte Auflage 1858.

Lehrbuch

der

Physik und Meteorologie

von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Als

zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage

der Bearbeitung

von

Pouillet's Lehrbuch der Physik.

In zwei Bänden.

Erster Band.

Mit gegen 1200 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1844.

V

Digitized by Google

(RECAP)
8207
.734
.11

Digitized by Google

Vorrede zur ersten Auflage.

In keinem Zweige menschlichen Forschens sind in der neueren und neuesten Zeit so reißende Fortschritte gemacht worden, wenige erfreuen sich einer so allgemein regen Theilnahme, als die Naturwissenschaften. Man vergleiche die Lehrbücher der Physik und Chemie, welche zu Anfang unseres Jahrhunderts geschrieben wurden, mit den jetzigen, und man muß staunen über die Masse des Materials, welches seit jener Zeit für die Wissenschaft gewonnen wurde. Nicht allein sind neue Thatsachen entdeckt, neue Theorieen aufgestellt worden, nein, es wurden auch der Forschung ganz neue Felder eröffnet.

Gerade diese Ausdehnung ist es aber, welche die Erwerbung naturwissenschaftlicher Kenntnisse ungemein erschwert; ja es ist nicht einmal mehr möglich, daß ein Mensch alle Branchen der Naturwissenschaften zugleich umfassen, daß er zugleich Physiker, Chemiker, Geognost u. s. w. seyn kann; immer wird er nur einen einzelnen Zweig vorzugsweise zu cultiviren im Stande seyn; und doch stehen die verschiedenen Zweige der Naturlehre in einem so innigen Zusammenhange mit einander, daß ein erfolgreiches Studium des einen nur dem möglich wird, der wenigstens mit den Grundzügen der übrigen vertraut ist.

Während sich auf der einen Seite die Naturwissenschaften so

58472

Digitized by Google

außerordentlich entwickelten, haben sie auf der andern Seite auch eine große Bedeutung für das Leben gewonnen, so daß die Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse ein dringendes Bedürfniß der Zeit geworden ist.

Es ist deshalb von der größten Wichtigkeit, daß die Naturwissenschaften durch zweckmäßige Lehrbücher möglichst zugänglich gemacht werden. Dieser Gesichtspunkt war es, welcher mich bei der Bearbeitung des Pouillet'schen Lehrbuchs der Physik stets leitete.

Dieses Werk ist für ein größeres Publikum, es ist vorzugsweise für solche bestimmt, welche, sich überhaupt mit Naturwissenschaften beschäftigend, eine gründliche Kenntniß der Elemente der Physik nicht entbehren können, ohne sich deshalb vorzugsweise dem Studium dieser Wissenschaft zu widmen; also für Chemiker und Pharmaceuten, für Mediciner, Cameralisten, Techniker u. s. w. Um dieses Ziel, so weit es in meinen Kräften stand, zu erreichen, mußte ich mehr von dem Originale abweichen, als ich es anfangs übersehen könnte. Ich bin weit entfernt, dem Original damit irgend einen Vorwurf zu machen, ich will damit nur sagen, daß die Tendenz desselben oft eine andere ist als die, welche ich mit Berücksichtigung des Publikums, welches ich im Auge hatte, verfolgen zu müssen glaubte.

Schon die Vergleichung der Figuren des vorliegenden Werkes mit denen des französischen Originals wird zeigen, daß man es hier durchaus nicht mit einer Uebersetzung, sondern mit einer ganz freien Bearbeitung zu thun hat.

Vor allen Dingen schien es mir nöthig, alle mathematischen Formeln, welche zum Verständniß der Grundgesetze nöthig sind, vollständig zu entwickeln, sie genügend zu erläutern oder sie lieber, wo es ohne Beeinträchtigung der Sache geschehen konnte, ganz zu vermeiden. Bedenkend, daß die meisten Leser zwar mit den wichtigsten Sätzen der Elementarmathematik bekannt sind, daß sie zwar die mathematischen Zeichen kennen, daß ihnen aber doch die nöthige

Digitized by Google

Uebung fehlt, um mit Leichtigkeit die Sprache der Formeln zu lesen, um aus ihnen ohne weitere Erklärung gleich den ganzen Sachzusammenhang zu übersehen, schien es mir nöthig, durch ein passendes Raisonnement die Formeln sowohl einzuführen als auch zu erläutern; ich habe stets bei allen Entwickelungen an die allgemein bekannten Lehrsätze anzuknüpfen, gleichsam eine Brücke vom Bekannten zum Unbekannten zu bauen gesucht, was oft schon durch wenige Worte geschehen konnte.

Nur im 4ten Buche, welches die Molekularwirkungen, und im 5ten, welches die Akustik behandelt, habe ich mich strenger an das Original gehalten; bis auf das, was über das Stimmorgan gesagt wurde, sind diese beiden Abschnitte fast nur Uebersetzungen.

Schon in dem mechanischen Theile der Naturlehre habe ich vielfache Veränderungen vorgenommen. In den französischen Lehrbüchern der Physik überhaupt, und so auch in dem Pouillet's, sind die Lehrsätze der Mechanik gleichsam nur historisch angeführt, weil man die nähere Begründung derselben einem rein mathematischen Vortrag überläßt. Die elementaren Sätze der Mechanik gehören aber wesentlich in die Physik und müssen hier auf eine elementare Weise entwickelt seyn, damit die Grundbegriffe klar werden. So ist vorzugsweise die Lehre vom Parallelogramm der Kräfte, vom Hebel, von der Wage, vom freien Fall und der Pendelbewegung, vom specifischen Gewicht, den Aräometern u. s. w. fast durchaus umgearbeitet worden. Unter den Veränderungen, welche ich mir in der Wärmelehre erlaubte, muß ich besonders dasjenige hervorheben, was über die Ausdehnung der Gase durch die Wärme gesagt ist; ich glaubte durchaus die Methoden besprechen zu müssen, nach welchen die ausgezeichnetsten Physiker den Ausdehnungskoëfficienten der Luft bestimmten, dagegen ließ ich Pouillet's Luftpyrometer unerwähnt, weil dieser Apparat für wissenschaftliche Untersuchungen nicht genau genug, für praktische Zwecke aber zu complicirt ist.

Daß ich die Dampfmaschinen ausführlicher behandelte, als es

Digitized by Google

streng genommen in einem physikalischen Werke zu erwarten ist, kann ich nur dadurch entschuldigen, daß jeder Gebildete das Wichtigste über Dampfmaschinen wissen möchte, ohne deshalb ausführliche Werke darüber nachlesen zu können.

Die Lehre vom Magnetismus ist besonders dadurch bereichert worden, daß ich die Grundzüge der Gauß'schen Arbeiten, welche merkwürdiger Weise im französischen Original nicht mit einer Silbe erwähnt sind, in möglichst elementarer Darstellung hinzugefügt habe.

Der Abschnitt, welcher vom Galvanismus handelt, ist fast ganz meine eigene Arbeit; ganz besonders war ich bemüht, die chemischen Wirkungen der Säule gründlich zu entwickeln. Auch das Kapitel über Inductionserscheinungen und über die allgemeinen Gesetze der Stärke elektrischer Ströme haben sehr bedeutende Aenderungen erlitten.

Die Lehre vom Lichte ist bedeutend umgearbeitet worden; besonders ist dies in denjenigen Kapiteln der Fall, welche die eigentlich physikalische Optik, also die Beugungserscheinungen, die Polarisation und die doppelte Brechung behandeln, in welchen man nur sehr wenig dem Original Angehöriges finden wird. Ich habe hier versucht, auf eine möglichst elementare und anschauliche Weise die Elemente der Wellentheorie zu entwickeln.

Pouillet's Meteorologie entspricht nach dem Urtheile aller sachkundigen Männer so wenig dem jetzigen Standpunkte deutscher Wissenschaft, daß eine totale Umarbeitung nöthig war; eine solche Umarbeitung, bei der ich außer den Quellen auch noch besonders die »Vorlesungen über Meteorologie« von Kämtz benutzt habe, ist aber in vielfacher Hinsicht eine sehr schwierige Arbeit; ich will nur wünschen, daß mein Versuch nicht ganz mißglückt seyn möge.

Gießen, im Mai 1844.

Joh. Müller.

Digitized by Google

Vorrede zur zweiten Auflage.

Wenn dieses Werk eine so günstige Aufnahme fand, daß eine zweite Auflage unmittelbar nach Vollendung der ersten nöthig wurde, obgleich es nicht an trefflichen Lehrbüchern der Physik fehlt, obgleich dies Buch selbst noch mit mannigfachen Mängeln behaftet war, so mag daraus wohl hervorgehen, daß die Darstellungsweise, deren ich mich befleißigte, eine solche war, wie sie dem Bedürfnisse des größten Theils der Leser ganz besonders entspricht; deshalb habe ich auch bei dieser zweiten Auflage dieselbe Tendenz befolgt, wie bei der ersten: allgemeine Verständlichkeit war das Ziel, wonach ich strebte.

Die Anordnung des ganzen Werkes ist wesentlich verändert worden, so daß jetzt die einzelnen Materien in einer naturgemäßeren Ordnung einander folgen und die so unzweckmäßige Spaltung der Wärmelehre in zwei Theile vermieden wird. Auf den mechanischen Theil der Naturlehre folgt die Lehre vom Schall und vom Licht, und dann im zweiten Bande die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität, der Wärme und endlich die Meteorologie.

Die neue Auflage hat im Vergleich zu der ersten sowohl an Form, als auch an Inhalt gewonnen; überall finden sich sowohl Zusätze, als auch Verbesserungen, und eine vollständige Umarbeitung hat die Akustik erfahren.

Da nun die Anordnung des ganzen Werkes eine andere gewor-

den und alle einzelnen Abschnitte theils schon in der ersten, theil in der zweiten Auflage gänzlich umgearbeitet wurden, da man i dieser neuen Auflage in der That nur sehr wenig dem französische Werke Angehöriges finden wird, so läßt sich dadurch wohl di Veränderung des Titels rechtfertigen.

Für die wohlwollende Theilnahme derjenigen Freunde der Wissen schaft, welche mich theils in Recensionen, theils privatim auf manch Mängel der ersten Auflage aufmerksam machten, sage ich denselben hiermit meinen aufrichtigsten Dank.

Freiburg, im September 1845.

Joh. Müller.

Einleitung.

Die Erscheinungen der Natur, welche sich fortwährend auf der Erde und am Himmel wiederholen, bieten unsern Augen ein so großartiges Schauspiel, sie regen unsere Wißbegierde so mächtig an, daß wir uns fast unwillkürlich hingerissen fühlen, über die Gesammtheit der Ursachen nachzudenken, welche diese wunderbaren Wirkungen hervorbringen. Kaum sind wir der ersten Kindheit entwachsen, so fesseln schon die verschiedensten Gegenstände der Natur unsere Blicke: so beobachten wir die Gestalt des Bodens und der Gebirge, die Schwere der Körper, die Bewegungen des Wassers, der Luft und der Wolken, das prachtvolle Himmelsgewölbe und die unendlich mannigfaltigen Erscheinungen der zahllosen Gestirne, die es mit überraschender Regelmäßigkeit zu durchlaufen scheinen. Wir sind geborne Beobachter, und insofern ist jeder Mensch ein Physiker. Aber in der Mitte zahlloser Erscheinungen ist es uns doch nicht vergönnt, uns unmittelbar zur Erkenntniß der Ursachen und der allgemeinen Gesetze zu erheben, welchen diese Phänomene unterworfen sind. Nichts ist in der Entwickelungsgeschichte des menschlichen Geistes interessanter, als Jahrhunderte hindurch die eigenthümlichen Ideen zu verfolgen, welche sich die Menschen von den Eigenschaften der Körper, von den Elementen, aus denen sie zusammengesetzt sind, von den Kräften, welche in der Materie wirken und welche die Harmonie der Welt erhalten, gemacht haben. Welche Verwirrung von Hypothesen und Irrthümern, zwischen welche geistvolle Männer dann und wann einige fruchtbare Wahrheiten hineinwarfen! Was für abenteuerliche Vorstellungen findet man selbst noch jetzt bei vielen Menschen? Man kann wohl sagen, daß sich bei jeder Generation alle Meinungen der verflossenen Jahrhunderte wiederfinden, die Irrthümer bei den Ungebildeten, bei den Gebildeten aber alle die Kenntnisse, welche von einem Zeitalter auf das andere übergingen, und alle allgemeinen Gesetze, zu welchen sich zu erheben dem Verstande gelungen ist. 1

Es ist die Aufgabe der *Naturwissenschaften*, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Naturerscheinungen zu ermitteln und sie,

so weit es möglich ist, auf ihre Ursache zurückzuführen. Will man durchaus eine allgemeine Definition haben, so möchte diese freilich die einfachste seyn. Aber wer überhaupt eine Wissenschaft zu definiren versucht, setzt sich der Gefahr aus, unverständlich zu seyn, denn eine Wissenschaft läßt sich nicht wie ein materieller Gegenstand oder eine geometrische Figur durch irgend eine characteristische Eigenschaft definiren. Es wird uns deshalb gewiß erlaubt seyn, das Studium der Physik nicht mit einer vagen, dunkeln Definition der Wissenschaft selbst, sondern mit einer klaren und scharfen Bezeichnung der Gegenstände zu beginnen, mit welchen sie sich beschäftigt.

Die gesammten Naturwissenschaften haben es mit Körpern zu thun; hier ist aber das Wort »Körper« nicht in dem Sinne des Mathematikers zu nehmen, der nur die Raumverhältnisse betrachtet und nicht nach dem Stoffe fragt, welcher den Raum erfüllt; der Naturforscher betrachtet gerade die Eigenschaften der den Raum erfüllenden Materie.

Das innere Wesen der Körper ist uns verschlossen, sie sind uns nur durch die äußere Erscheinung bekannt, d. h. wir wissen von ihnen unmittelbar nur das, was wir durch die Vermittelung unsrer Sinne von ihnen erfahren. Ein Körper außer Zusammenhang mit unseren Sinnen ist für uns so gut wie nicht vorhanden. Es ist möglich, ja wahrscheinlich, daß noch Manches in der Natur um uns her vorgeht, wovon wir keine Ahnung haben, weil uns dafür gewissermaßen ein Sinn fehlt.

Die Naturwissenschaften haben nun zwischen den, durch Vermittelung der Sinne zum Bewußtsein gebrachten Erscheinungen einen Zusammenhang auszumitteln und sie so zusammenzustellen, wie sie sich einander erläutern und bedingen. Ist man im Stande, eine Erscheinung auf ihren Zusammenhang mit anderen zurückzuführen, so ist diese Erscheinung erklärt, und man kennt ein Naturgesetz, sobald man die unveränderliche Zusammenhangsart von Naturerscheinungen kennt, wenn uns auch die letzten Ursachen unbekannt bleiben.

2 **Eintheilung.** Das große Gebiet der Naturwissenschaften zerfällt zunächst in zwei große Abtheilungen, die Naturbeschreibung und die Naturlehre. Die Naturbeschreibung, gewöhnlich Naturgeschichte genannt, lehrt uns die Beschaffenheit einzelner Gegenstände kennen und ordnet sie nach ihrer Aehnlichkeit in Systeme, die Naturlehre will dagegen die Naturgesetze der Körperwelt zur Einsicht bringen.

Die Physik ist derjenige Theil der Naturlehre, welcher es mit den Gesetzen derjenigen Erscheinungen zu thun hat, die nicht auf einer Veränderung der Bestandtheile der Körper beruhen, denn damit beschäftigt sich die Chemie.

Begreiflicher Weise läßt sich das Feld dieser beiden Wissenschaften nicht

immer scharf trennen, und viele Erscheinungen müssen sowohl in der einen, wie auch in der andern besprochen werden. Beide Wissenschaften sind auf's Innigste mit einander verwandt, ja sie bilden gewissermaßen ein Ganzes, welches nur deshalb äußerlich getrennt erscheint, weil die Masse des zu untersuchenden Materials zu sehr angewachsen ist.

Methode. Es handelt sich nun zunächst darum, den Weg zu bezeich- 3
nen, auf welchem man zur Erkenntniß der Naturgesetze gelangen kann, und auf welchem in der That alles bis jetzt Erkannte gefunden worden ist. Die Erkenntnißquelle sowohl, als auch der Weg zur Erkenntniß ist nicht und kann nicht für alle Wissenschaften derselbe seyn. Der Mathematiker kann, von selbstgeschaffenen Begriffen ausgehend, aus sich heraus seine ganze Wissenschaft entwickeln, ja es wäre denkbar, daß ein Mensch in seinen vier Wänden, abgeschlossen von aller Naturanschauung, die ganze Mathematik aus den Begriffen des Raumes und der Zahl construirte. In dieser Beziehung ist die Mathematik eine rein speculative Wissenschaft, was die Naturwissenschaften durchaus nicht sind und nicht seyn können, da sie Dinge behandeln, welche einzig und allein durch sinnliche Wahrnehmung, also auf dem Wege der Erfahrung, zu unserm Bewußtsein kommen.

Den Alten war eine, auf Erfahrung sich stützende Naturforschung in unserm Sinne gänzlich unbekannt; wir finden bei ihnen nur philosophische Speculationen über die Welt überhaupt, über die Entstehung und das Urwesen aller Dinge, und es kann uns nicht wundern, wenn die auf diesem Wege entwickelten Vorstellungen entweder nichtssagend sind, oder sogar mit der Erfahrung in directem Widerspruche stehen.

Auch im Mittelalter wurden die Naturwissenschaften nur wenig weiter entwickelt, theils weil die ganze geistige Thätigkeit jener Zeit anderen Interessen zugewendet war, theils weil die aristotelische Philosophie in so hohem Ansehen stand, daß dadurch jede weitere Prüfung der in derselben ausgesprochenen Naturansichten, und also auch jeder Fortschritt abgeschnitten war. Erst Galiläi schlug den Weg der Erfahrung ein und Baco von Verulam zeigte, daß es nur auf diese Weise möglich sey, zur Kenntniß der Naturgesetze zu gelangen.

Die einzige Quelle unserer Naturerkenntniß ist die sinnliche Wahrnehmung, die Erfahrung, die Beobachtung. Aus dieser Quelle schöpfen wir das Material, welches durch unser geistiges Zuthun zur Wissenschaft verarbeitet und vereinigt werden soll.

Die wissenschaftlichen Wahrnehmungen machen wir entweder an Veränderungen, die uns die Natur selbst darbietet, oder wir versetzen die Körper durch Kunst unter solche Umstände, wodurch sie genöthigt werden, gewisse Erscheinungen hervorzubringen. Im ersten Falle stellen wir eine Beobachtung, im zweiten einen Versuch an.

Durch gute Beobachtungen und zweckmäßig angestellte Versuche lernen wir den äußeren Zusammenhang der Erscheinungen kennen. Dieser Zusammenhang ist es, was wir ein Naturgesetz nennen.

Auf dem Wege der Erfahrung können wir zur Kenntniß dieser Gesetze gelangen, wenn uns auch der innere Zusammenhang, die Natur der Kräfte, das Wesen der Dinge, ganz und gar unbekannt ist. Das Gesetz der Brechung des Lichts war lange schon bekannt, ehe man über die Natur des Lichts im Reinen war; ebenso kennen wir die Gesetze der electrischen Vertheilung, obgleich wir über das Wesen der Electricität selbst so gut wie nichts wissen.

Nur der äußere, nicht der innere Zusammenhang kann durch die Erfahrung gefunden werden. Ueber die inneren Ursachen der Erscheinungen, über das Wesen der Kräfte, welche sie hervorbringen, können wir nur Vermuthungen, Hypothesen, aufstellen. Diese Hypothesen sind gleichsam Fragen, die man an die Natur stellt, worauf sie aber nicht mit Ja und Nein antwortet, sondern: es kann so seyn, oder: es kann nicht so seyn.

Aus der Hypothese, die man über die Ursache mehrerer zusammenhängender Erscheinungen aufgestellt hat, lassen sich meistens weitere Folgerungen ziehen, welche durch fernere Beobachtungen entweder bestätigt oder als unzulässig erkannt werden. Je mehr Thatsachen sich mit Hülfe einer Hypothese erklären lassen, je mehr sie durch neue Beobachtungen bestätigt wird, desto mehr Wahrscheinlichkeit gewinnt sie.

In allen Zweigen der Physik finden wir Beispiele und Belege für die Richtigkeit der eben ausgesprochenen Ansichten.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Eigenschaften der Körper.

Da sich die Physik mit Körpern beschäftigt, so ist es vor allen Dingen 4
wichtig, daß man sich eine Vorstellung von dem Wesen dieser Körper bildet, und dazu gelangt man zunächst durch die Betrachtung der *allgemeinen Eigenschaften*, d. h. derjenigen Eigenschaften, welche wir an allen Körpern beobachten, so verschieden sie auch sonst seyn mögen.

Zum Wesen eines Körpers ist nothwendig, daß er einen begränzten Raum einnimmt, daß er also eine *Ausdehnung* hat, und daß in demselben Raum nicht zu gleicher Zeit zwei Körper vorhanden seyn können, was man mit dem Namen der *Undurchdringlichkeit* bezeichnet. Außer diesen beiden Eigenschaften, ohne welche die Materie gar nicht denkbar ist, beobachtet man aber noch andere allgemeine Eigenschaften, nämlich *Theilbarkeit*, *Ausdehnbarkeit* und *Zusammendrückbarkeit*, *Porosität*, *Trägheit* und *Schwere*.

Theilbarkeit. So weit unsere Erfahrung reicht, sind alle Körper 5
theilbar, d. h. man kann sie in kleinere und immer kleinere Partikelchen zerlegen.

Alle Flüssigkeiten sind in so kleine Theilchen theilbar, daß sie weit jenseits der Gränze dessen liegen, was wir mit unserm Tastsinn fühlen und mit unseren Augen sehen können, denn man sieht auf ihrer Oberfläche keine Unebenheit, und wenn man die Hand in ihre Masse eintaucht, so kann das Gefühl die Theilchen nicht unterscheiden, wie wir etwa Sandkörnchen durch das Gefühl unterscheiden können.

Bei festen Körpern läßt sich die Theilbarkeit gleichfalls so weit verfolgen, bis die Theilchen nicht mehr sinnlich wahrnehmbar sind. Polirter Stahl, polirte Edelsteine haben Oberflächen, an welchen unsere Sinne keine Unebenheiten wahrnehmen können, und doch sind diese Flächen durch Polirmittel hervorgebracht, die ja doch aus lauter feinen Körnchen bestehen, und jedes Körnchen macht Ritze in die Oberfläche, welche seiner Größe proportional sind.

Eine nicht gar empfindliche Hand kann noch sehr wohl einen einfachen Faden von Wolle oder Seide fühlen; diese Fäden haben in der Regel folgende Dimensionen:

Durchmesser, ausgedrückt in Linien.	
Gewöhnliche Wolle . . .	0,02‴
Merino	0,008
Seide	0,004

Diese so feinen Fäden sind jedoch noch sehr zusammengesetzte Körper; jeder hat eine besondere Struktur, welche wir nur durch den Sinn des Gesichtes wahrnehmen können, jeder ist noch aus Theilchen verschiedener Elemente zusammengesetzt, welche uns die Chemie zu trennen lehrt.

Viele Dinge, welche dem Sinn des Gefühls entgehen, sind noch durch das Auge wahrnehmbar. Man sieht auf dem Probirstein noch die Goldtheilchen, welche die empfindlichste Hand nicht mehr zu fühlen im Stande ist. Durch Loupen und Mikroskope aber ist der Gesichtssinn nicht nur ausnehmend geschärft, sondern auch die Möglichkeit gegeben, solche kleine Größen genau zu messen.

Es ist bekannt, daß man in den Künsten Fäden von Kupfer, Eisen und Silber anwendet, welche eben so fein sind wie ein Haar; ja Wollaston hat Platindraht dargestellt, welcher nur $^1/_{3000}$ Linie dick ist. Man müßte 140 solcher Drähte zusammenlegen, um nur die Dicke eines einzelnen Coconfadens zu erhalten, und obgleich das Platin der schwerste aller bekannten Körper ist, so würde ein solcher Draht von 3000 Fuß Länge kaum einen Gran wiegen. Um einen solchen Draht zu erhalten, welcher wohl das Feinste seyn möchte, was die Kunst darzustellen vermag, nahm Wollaston einen Platindraht, dessen Durchmesser $^1/_{100}$ engl. Zoll betrug, befestigte ihn in der Axe einer cylindrischen Form von $^1/_5$ Zoll Durchmesser, goß diese Form mit geschmolzenem Silber aus und erhielt so einen Cylinder von Silber, dessen Axe aus Platin bestand. Diesen Cylinder ließ er nun durch einen Drahtzug gehen; beide Metalle verlängerten sich dabei gleichmäßig. Nachdem nun der zusammengesetzte Faden bis zur äußerst möglichen Feinheit ausgezogen worden war, kochte er ihn in Salpetersäure, welche das Silber auflös't und den feinen Kern vom Platin bloßlegt.

Mit Hülfe des Mikroskops erkannte man, daß das Blut nicht, wie es auf den ersten Anblick scheint, eine gleichförmige Flüssigkeit ist, sondern daß es aus einer Menge kleiner Kügelchen besteht, welche in einer Flüssigkeit schwimmen, die man Serum nennt. Diese Entdeckung wurde fast gleichzeitig in Italien von Malpighi und in Holland von Leeuvenhoek ums Jahr 1660 gemacht. Diese Kügelchen sind rund beim Menschen und bei den Säugethieren, länglich bei den Vögeln und Fischen.

Ihre Größe schwankt, je nach den verschiedenen Thiergattungen, zwischen $^1/_{312}$ und $^1/_{875}$ Linien. Diese Blutkügelchen des Menschen haben einen Durchmesser von $^1/_{375}$ Linie.

Endlich giebt es Thierchen, welche nicht größer sind als diese Blutkügelchen, und obgleich wir hier an der Gränze der sinnlichen Wahrnehmung stehen, so können wir doch noch schließen, daß sie wohl organisirte Körper sind, weil sie Leben und Bewegung haben; sie müssen Gelenke und Glieder haben, welche ihre Bewegung möglich machen, im Innern ihres Körpers müssen Organe zur Ernährung und Kanäle vorhanden seyn, in denen sich die Säfte bewegen.

Wie weit aber geht diese Theilbarkeit? Kommen wir bei fortgesetzter Verkleinerung wohl zu Theilchen, die noch sinnlich wahrnehmbar, aber doch nicht weiter theilbar sind? So weit unsere Erfahrung reicht, geht die Theilbarkeit stets über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinaus. Als Beispiel außerordentlicher Theilbarkeit führt man gewöhnlich den Moschus an, welcher Jahre lang ein ganzes Zimmer mit einem intensiven Geruch erfüllen kann, ohne merklich an Gewicht abzunehmen.

Am besten beweisen uns alle chemisch zusammengesetzten Körper, daß die Theilbarkeit über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht. Der Zinnober z. B. ist aus Quecksilber und Schwefel zusammengesetzt, und man kann ihn leicht in diese beiden Bestandtheile zerlegen; man ist aber nicht im Stande, die kleinen Theilchen von Schwefel und Quecksilber einzeln für sich zu unterscheiden; selbst durch das beste Mikroskop betrachtet, erscheint der Zinnober doch immer noch als eine vollkommen homogene (gleichartige) Masse.

Obgleich nun die Theilbarkeit weit über die Gränzen der sinnlichen Unterscheidung hinausgeht, so können wir doch nicht annehmen, daß sie über alle Gränzen hinausgeht. Wollte man annehmen, daß die Theilbarkeit bis in's Unendliche fortginge, so hieße das, mit anderen Worten, annehmen, daß die Größe der letzten untheilbaren Urtheilchen Null sey; wenn aber diese Urtheilchen keine Ausdehnung haben, so kann durch ihre Zusammensetzung unmöglich ein ausgedehnter Körper entstehen.

Auf diese Betrachtungen gestützt, nehmen die Physiker an, daß alle Körper aus kleinen Theilchen zusammengesetzt seyen, die nicht weiter zerlegt werden können, die untheilbar sind, und die man deshalb *Atome* nennt.

Diese Grundansicht von der Constitution der Körper ist unter dem Namen der *atomistischen Theorie* jetzt von allen Physikern und Chemikern angenommen.

Wenn man überhaupt von kleinen Theilchen redet, ohne gerade diese Urtheilchen, die Atome, bezeichnen zu wollen, so bedient man sich gewöhnlich des Wortes *Molekül*, welches mit *Massentheilchen* gleichbedeutend ist.

6 **Ausdehnbarkeit und Zusammendrückbarkeit.** Eine zweite allgemeine Eigenschaft ist die Ausdehnbarkeit und die damit zusammenhängende Zusammendrückbarkeit. Ein und derselbe Körper nimmt nicht immer genau dasselbe Volumen ein; er kann durch Druck und Erkaltung verkleinert, durch Spannung und Erwärmung vergrößert werden. Nehmen wir nun an, daß die Atome ein für allemal unveränderlich sind, so läßt sich die Ausdehnbarkeit nur durch die Annahme erklären, daß die Atome nicht in unmittelbarer Berührung stehen, sondern durch Zwischenräume getrennt sind, durch deren Vergrößerung oder Verkleinerung das Volumen der Körper zu- oder abnimmt.

Die Luft dehnt sich sehr leicht und sehr stark durch die Wärme aus. Um sich davon durch den Versuch zu überzeugen, nehme man eine an einem Ende offene, an dem andern mit einer angeblasenen Kugel versehene Glasröhre (Fig. 1). Erwärmt man die Kugel gelinde, indem man sie einige Zeit in die Hand nimmt, taucht man dann das offene Ende in eine gefärbte Flüssigkeit, so wird dieselbe beim Erkalten der Kugel in die Röhre hinaufsteigen. Durch die geringste Erwärmung wird die Luft in der Kugel wieder ausgedehnt und dadurch die Flüssigkeitssäule wieder hinabgedrückt.

Fig. 1.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten durch die Wärme läßt sich an dem gewöhnlichen Thermometer zeigen.

Für feste Körper kann man den Versuch auf verschiedene Arten anstellen. Am einfachsten möchte wohl folgende seyn: Man läßt sich eine Metallstange machen, welche kalt genau in ein Gestell paßt, wie Fig. 2 zeigt. Wenn die Metallstange rothglühend gemacht worden ist, so paßt sie nicht mehr hinein, sie paßt jedoch wieder, wenn sie wieder kalt geworden ist.

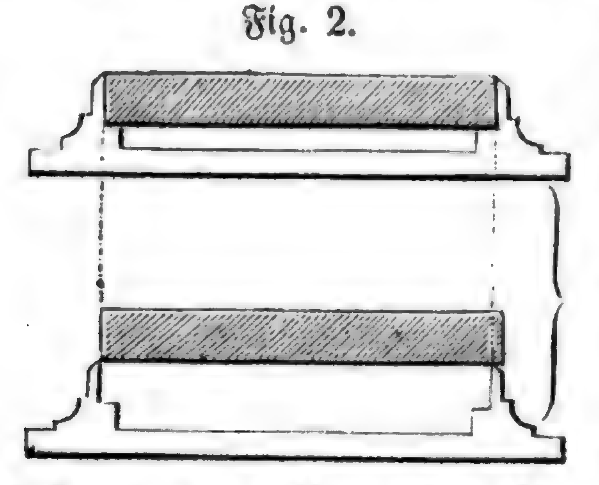


Fig. 2.

Alle Körper also dehnen sich durch die Wärme aus, d. h. ihre Theilchen entfernen sich durch Erwärmung weiter von einander und nähern sich wieder, wenn die Erwärmung nachläßt. Da nun die Erwärmung der Körper fortwährend variirt, so sind also die Theilchen der Materie, so ruhig sie uns auch scheinen mag, in einer fortwährenden Bewegung begriffen.

Die Gesetze der Ausdehnbarkeit werden wir bei der Lehre von der Wärme näher kennen lernen.

So wie die Körper nicht gleiche Ausdehnbarkeit besitzen, so sind sie auch nicht gleich zusammendrückbar. Ein Schwamm läßt sich auf $1/4$ bis $1/10$ seines ursprünglichen Volumens zusammenpressen. Holz, Papier, Gewebe,

welche Flüssigkeiten einsaugen, lassen sich zusammenpressen und verlieren dabei das eingesaugte Wasser.

Selbst Steine lassen sich durch große Gewichte etwas zusammendrücken, die Fundamente von großen Gebäuden geben davon evidente Beweise.

Münzen und Medaillen erhalten ihr Gepräge durch einen heftigen Stoß des Stempels. Die Gewalt des Stoßes ist so groß, daß sich die Buchstaben und das Bild des Stempels dem Metall aufprägen, wie man weichem Wachs durch den Druck der Hand beliebige Formen aufdrücken kann. Was aber hier das Wichtigste ist, das Volumen des gemünzten Stückes ist kleiner als es vorher war. Flüssigkeiten sind im Allgemeinen weit weniger compressibel als feste Körper. Wenn man Wasser in einen Kanonenlauf einschließt, dessen Wände 3 Zoll dick sind, so wird bei Ausübung eines starken Drucks das Metall eher bersten, als man das Wasser auf $^{19}/_{20}$ seines Volumens zusammenpreßt.

Die Luft und die Gase überhaupt sind unter allen Körpern am leichtesten zusammenzudrücken; man kann dies durch viele Versuche beweisen, am einfachsten aber wohl durch das sogenannte pneumatische Feuerzeug. Dieser Apparat (Fig. 3) besteht aus einer Röhre von Glas oder Metall; in dieser Röhre bewegt sich ein vollkommen cylindrischer Stempel, welcher luftdicht schließt. Wenn die Röhre mit Wasser angefüllt wäre, so wäre es ganz unmöglich, den Stempel um eine merkliche Größe hineinzupressen; wenn er aber mit Luft angefüllt ist, so reicht die Kraft der Hand hin, sie auf $^1/_4$, $^1/_5$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenzudrücken. Man fühlt aber, daß der Widerstand in dem Maaße wächst, als das Volumen verkleinert wird; welche Kraft man aber auch anwenden mag, so ist es wegen der Undurchdringlichkeit der Luft doch nicht möglich, den Stempel ganz bis auf den Boden zu stoßen, denn sonst müßte man ja die Luft in der Röhre gleichsam vernichten können. Wenn der Stempel seine ursprüngliche Stellung wieder einnimmt, so füllt auch die Luft wieder ihr ursprüngliches Volumen aus, sie ist also nicht in der Art compressibel, wie die Metalle, welche Eindrücke annehmen und behalten, und wenn der Druck aufhört, nicht wieder ihr ursprüngliches Volumen einnehmen.

Fig. 3.

Die andern Gase haben in dieser Hinsicht genau dieselben Eigenschaften, wie die atmosphärische Luft.

Porosität. Die Zwischenräume, welche sich zwischen den verschiedenen Theilchen der Körper befinden, nennt man Poren. Bezeichnet man mit diesem Namen auch die Zwischenräume zwischen den Atomen der Körper, so ist dem oben Gesagten zufolge jeder Körper porös, die Porosität also 7

eine allgemeine Eigenschaft. Im gewöhnlichen Leben versteht man aber unter Poren nur solche Zwischenräume, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten und Gase durchzulassen.

Da alle künstlichen Gewebe aus Fäden bestehen, die in einander verschlungen sind, so ist es klar, daß zwischen den einzelnen Fäden Zwischenräume bleiben müssen, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten aufzunehmen. Eben so verhält es sich mit gepulverten Körpern, sie können leicht von Flüssigkeiten durchdrungen werden; in einem Sandhaufen verbreitet sich die Flüssigkeit bis zur Spitze, und ein Aschenhaufen ist von Luft durchdrungen, sonst könnten die Kohlen unter der Asche nicht längere Zeit hindurch glühend bleiben.

Ein Filter, wie es der Chemiker braucht, ist nichts anderes als ein Körper, dessen Poren groß genug sind, um Flüssigkeiten durchzulassen, aber auch klein genug, um fremde Körpertheilchen, die in der Flüssigkeit suspendirt waren, zurückzuhalten.

Auch die natürlichen Gewebe des Thier- und Pflanzenreichs sind sehr porös, wie dies schon das ganze Wesen des Organismus erfordert; selbst wenn sie abgestorben sind, behalten sie ihr poröses Gefüge. Holz, welches in Wasser getaucht wird, nimmt an Gewicht und Volumen zu; dasjenige hingegen, welches man frei in der Luft liegen läßt, schwindet bei trockener und quillt bei feuchter Witterung.

Versteinerte Thiere und versteinertes Holz sind ein schlagender Beweis für ihre Porosität, weil ja die versteinernde Substanz alle Fasern der zu versteinernden Masse durchdringen mußte.

Mineralische Substanzen sind bald mehr, bald weniger porös. Undurchsichtige Steine und solche, deren Theilchen sehr unregelmäßig gelagert sind, sind in der Regel die porösesten.

Kreide und Marmor haben gleiche chemische Zusammensetzung und unterscheiden sich nur durch die verschiedene Anordnung der Theilchen, in Folge dessen sie auch eine sehr ungleiche Porosität besitzen.

Taucht man ein Stück Kreide und ein Stück Marmor in Wasser ein, so wird, wie man sich durch Zerbrechen der Stücke überzeugen kann, die Kreide bald ganz vom Wasser durchdrungen seyn, während beim Marmor das Wasser kaum in die Oberfläche eingedrungen ist. Es ist damit nicht gesagt, daß nicht auch die ganze Masse des Marmors vom Wasser durchdrungen werden könnte, nur ist dazu mehr Zeit und ein starker Druck nöthig. Steine, welche man von dem Boden der Flüsse und des Meeres in die Höhe holt, sind deshalb auch in der Regel sehr feucht.

Unter den zum Kieselgeschlecht gehörigen Mineralien giebt es eines, welches den Namen Hydrophan führt, dessen Porosität ein eigenthümliches

Phänomen hervorbringt. Der Hydrophan ist im gewöhnlichen Zustande nur durchscheinend, kurze Zeit in Wasser eingetaucht wird er aber durchsichtig wie Glas, weil das Wasser in seine Poren eindringt, wie das Oel in die Poren des Papiers.

Viele Erscheinungen in der Natur beweisen uns, daß die großen mineralischen Massen unsres Erdkörpers eben so porös sind, wie die kleinen Massen, mit denen wir experimentiren können. In tiefen Höhlen z. B. sehen wir, daß das Wasser durch die Wände hindurchsickert und Stalaktiten in den wunderlichsten Gestalten absetzt.

Endlich finden wir selbst bei Metallen deutliche Beweise ihrer Porosität. Eine mit Wasser angefüllte Kugel von Gold, welche einem starken Druck ausgesetzt wird, überdeckt sich auf der ganzen Oberfläche mit ganz kleinen, dem Thau ähnlichen Tröpfchen. Dieser Versuch wurde zum ersten Male im Jahre 1661 von den Akademikern in Florenz angestellt, und wurde seitdem öfters mit verschiedenen Metallen, aber stets mit demselben Erfolge wiederholt.

Aus den angeführten Beispielen geht zur Genüge hervor, daß es eine Menge Körper giebt, welche Flüssigkeiten mit Leichtigkeit durchlassen; daß es andere giebt, welche nur nach längerer Zeit und unter einem mehr oder weniger starken Druck von Flüssigkeiten durchdrungen werden können; endlich giebt es auch solche, welche eher zerbrechen, als daß sie Flüssigkeiten oder Gase durchlassen. Es ist wohl kaum nöthig zu bemerken, daß nicht alle Flüssigkeiten jeden Körper gleich gut zu durchdringen im Stande sind. Für physikalische und chemische Versuche ist es von großer Wichtigkeit, daß das Glas weder Flüssigkeiten noch Gase durchläßt.

Verschiedene Natur der Atome. Nachdem wir durch die Betrach- 8
tung der Theilbarkeit und Ausdehnbarkeit die Grundidee der atomistischen Theorie entwickelt haben, wollen wir zunächst sehen, wie sich die verschiedenen Körper aus Atomen construiren lassen, und dann erst zur Betrachtung der übrigen allgemeinen Eigenschaften übergehen.

Wir finden in der Natur eine Menge von Körpern, deren Eigenschaften so verschieden sind, daß wir nothwendig annehmen müssen, daß schon die Atome, aus denen sie zusammengesetzt sind, eine verschiedene Natur haben. Betrachten wir z. B. Schwefel und Blei; das Verhalten dieser beiden Körper ist außerordentlich verschieden, und wir können diese Verschiedenheit nur dadurch erklären, daß die Atome des Schwefels nicht von derselben Art sind, wie die des Bleies.

Die meisten Körper sind nicht aus gleichartigen, sondern aus verschiedenartigen Theilen zusammengesetzt, wenn sie auch dem Ansehen nach ganz gleichartig sind, wie wir dies beim Zinnober schon angeführt haben, der aus Schwefel und Quecksilber zusammengesetzt ist; so ist auch das Wasser aus

Sauerstoff und Wasserstoff, das Kochsalz aus Chlor und Natrium zusammengesetzt u. s. w. Solche Körper heißen chemisch zusammengesetzte im Gegensatz zu denen, die sich nicht weiter in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen lassen, und welche man deshalb auch einfache Körper, Grundstoffe oder Elemente nennt. Man kennt 54 solcher Grundstoffe, die man bis jetzt wenigstens nicht weiter zu zerlegen im Stande war; mit der Betrachtung dieser Elemente und der Art und Weise, wie aus denselben die übrigen Körper zusammengesetzt sind, beschäftigt sich die Chemie.

9 **Aggregatzustände.** Wir beobachten an den Körpern außer den eben besprochenen noch Verschiedenheiten, die nicht von der Verschiedenheit der Bestandtheile, sondern von der verschiedenen Art und Weise herrühren, wie die Theilchen verbunden sind, ja ein und derselbe Stoff kann uns in sehr verschiedenen Formen erscheinen, wie das Wasser, welches als Eis fest, als Wasser flüssig, als Dampf aber gasförmig ist; ohne die Zusammensetzung zu ändern, können wir das Wasser in Eis und das Eis in Wasser verwandeln, wir können das Wasser verdampfen und den Dampf wieder zu Wasser verdichten.

Alle Körper, welche wir kennen, befinden sich in einem der drei beim Wasser erwähnten Zustände, sie sind entweder fest, flüssig oder gasförmig (luftförmig).

Die festen Körper haben, die geringen Veränderungen abgerechnet, welche durch Wärme und Druck hervorgebracht werden, ein unveränderliches Volumen und eine selbstständige Gestalt; es gehört auch eine mehr oder weniger bedeutende Kraft dazu, um einen festen Körper zu zertheilen. Es ist z. B. unmöglich, ein Stück Eisen auf die Hälfte, auf den dritten Theil seines Volumens zusammenzupressen, oder zu machen, daß es den doppelten, dreifachen Raum einnimmt; nur mit großer Gewalt sind wir im Stande, seine Gestalt zu ändern oder es zu theilen.

Die Flüssigkeiten haben in demselben Sinne wie die festen Körper ein unveränderliches Volumen, d. h. wenn wir sie durch einen starken Druck auch ein klein wenig zusammendrücken können, wenn sie sich auch durch Erwärmung etwas ausdehnen, so sind diese Volumenveränderungen doch immer nur sehr unbedeutend; wir können das Wasser, welches eine Flasche ausfüllt, nicht in ein halb so großes Gefäß hineinpressen, und wenn wir es in ein doppelt so großes Gefäß hineingießen, so füllt es dieses nur zur Hälfte aus. Die Flüssigkeiten haben aber keine selbstständige Gestalt, wie die festen Körper, sondern die Gestalt des Raumes, den sie einnehmen, ist von der Form der sie umgebenden festen Körper, also von der Form der Gefäße abhängig; wenn eine Flüssigkeit ein Gefäß nicht ganz ausfüllt, so ist sie oben durch eine horizontale Oberfläche begränzt. Endlich unterscheiden sich die flüssigen Körper von den festen noch dadurch, daß schon

die geringste Kraft hinreicht, um ihre Theilchen von einander zu trennen.

Die gasförmigen Körper haben weder eine selbstständige Form, noch ein bestimmtes Volumen, der Raum, den sie einnehmen, hängt nur von dem äußern Druck ab. Man kann eine Luftmasse leicht auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$... $\frac{1}{10}$ ihres Volumens zusammenpressen; und umgekehrt, wenn man sie in einen 2, 4 ... 10mal größern leeren Raum bringt, so füllen sie auch diesen vollständig aus, wie wir später noch ausführlicher sehen werden; sie haben also ein Bestreben, sich so viel wie möglich auszudehnen. Die leichte Theilbarkeit haben die Gase mit den Flüssigkeiten gemein.

Diese Unterschiede der Körper können nach unserer Ansicht von der Zusammensetzung der Körper nur darauf beruhen, daß bei den festen Körpern die einzelnen Theilchen nicht allein in einer bestimmten Entfernung, sondern auch in einer bestimmten gegenseitigen Lage bleiben, während die Theilchen der Flüssigkeiten zwar auch in einer bestimmten Entfernung bleiben, aber doch sehr leicht sich an einander verschieben lassen; bei den gasförmigen Körpern endlich finden wir ein Bestreben der Theilchen, sich möglichst weit von einander zu entfernen.

Molekularkräfte. Da eine Kraft nöthig ist, um die Theilchen eines 10
festen Körpers von einander zu trennen, da aber auch bei den gasförmigen Körpern eine äußere Kraft nöthig ist, um die Theilchen zusammenzuhalten, so ist klar, daß die Körper nicht bloß durch eine Nebeneinanderlagerung der Atome gebildet seyn können, denn sonst würden sie nur eine unzusammenhängende Masse, einem Sandhaufen etwa vergleichbar, bilden. Es muß also Kräfte geben, welche die Theilchen der festen Körper in ihrer gegenseitigen Lage festhalten, ihnen so eine bestimmte innere Struktur geben und ihre äußere Gestalt erhalten; andrerseits müssen auch Kräfte vorhanden seyn, welche die Theilchen der Gase aus einander treiben.

Diese Kräfte, welche fortwährend zwischen den benachbarten Molekülen der Körper thätig sind, nennt man *Molekularkräfte*.

Die Kraft, welche die Theilchen der festen Körper zusammenhält, nennt man *Cohäsionskraft* und nimmt an, daß sie ihren Grund in einer gegenseitigen Anziehung der Atome hat.

Wenn sich aber die Atome gegenseitig anziehen, so ist nicht einzusehen, wie dieselben Atome sich gegenseitig abstoßen können; um also die Abstoßung zu erklären, welche wir bei den Gasen beobachten, müssen wir eine zweite Kraft, die *Expansionskraft*, annehmen.

Durch Erwärmung können wir feste Körper schmelzen, d. h. feste Körper in flüssige verwandeln, und durch Wärme die flüssigen Körper verdampfen, d. h. sie in den gasförmigen Zustand überführen; offenbar wirkt also die Wärme der Cohäsionskraft entgegen, und wir nehmen geradezu an, daß die Wärme mit der eben angeführten Expansionskraft einerlei sey. Man denkt

sich die Moleküle der Körper gleichsam von Wärmeatmosphären eingehüllt, welche die Anziehung der Moleküle selbst modificiren, und erklärt so, daß Anziehung und Abstoßung von denselben Mittelpunkten ausgehen. Je nachdem die Cohäsionskraft oder die Expansionskraft überwiegend ist, sind die Körper fest oder gasförmig, bei flüssigen Körpern sind sie im Gleichgewicht.

11 **Trägheit.** In der ganzen Natur kann keine Veränderung in dem Zustande der Dinge vorgehen, ohne daß sie von einer besondern Ursache veranlaßt wird; was für Veränderungen also ein Körper auch erleiden mag, seyen es nun Veränderungen im Zustande der Ruhe oder der Bewegung, seyen es Veränderungen seines Aggregatzustandes u. s. w., immer ist, um eine solche Veränderung hervorzubringen, eine Kraft nöthig. Ist ein Körper in Ruhe, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Bewegung zu setzen, ist er in Bewegung, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Ruhe zu bringen; ein Körper, der einmal in Bewegung ist, wird seine Bewegung mit unveränderlicher Geschwindigkeit, in unveränderter Richtung fortsetzen, bis sie durch äußere Hindernisse aufgehoben wird. Man bezeichnet die eben besprochene Eigenschaft der Körper mit dem Namen der *Trägheit*, oder des **Beharrungsvermögens**.

Schon im alltäglichen Leben finden wir zahlreiche Erscheinungen, welche sich durch das Gesetz der Trägheit erklären lassen. Das Schwungrad einer Maschine läuft noch eine Weile fort, wenn auch die Kraft, welche die Maschine treibt, zu wirken aufgehört hat; es würde ewig fortlaufen, wenn die Reibung die Bewegung nicht fortwährend verzögerte.

Wenn man stark läuft, kann man nicht plötzlich einhalten, und wenn man in einem Nachen steht, fällt man mit dem Oberkörper rückwärts, wenn der Nachen eben vom Lande abstößt, vorwärts, wenn er anstößt. Wir werden später Gelegenheit haben, den Einfluß der Trägheit auf viele Bewegungserscheinungen noch genauer nachzuweisen.

Dem Gesetze der Trägheit zufolge muß ein Körper jeder Kraft einen Widerstand entgegensetzen, welche ihn aus dem Zustande der Ruhe in Bewegung setzt, oder welche, wenn einmal der Körper in Bewegung ist, seine Bewegung beschleunigt, verzögert oder ganz aufzuheben strebt. Es ist demnach klar, daß die Wirkung, welche eine Kraft auf den Bewegungszustand eines Körpers ausübt, einerseits von der Größe (Intensität) der Kraft, andererseits aber auch von der Größe der Trägheit abhängt.

Je größer die Quantität der Materie, d. h. je größer die *Masse* ist, auf welche eine Kraft wirkt, desto größer ist auch der Widerstand, welchen die Kraft zu überwinden hat; wir schätzen überhaupt die *Masse* eines Körpers nach der Größe des Widerstandes, den er in Folge seiner Trägheit einer beschleunigenden oder verzögernden Kraft entgegensetzt. Diese Begriffe

von Trägheit und Masse werden erst durch Späteres, namentlich durch die Lehre von der Schwere und der Bewegung recht klar und geläufig werden.

Schwere. Wenn man einen Stein, ein Stück Holz u. s. w. vom Boden entfernt, sich selbst überläßt, so fallen sie, bis sie den Boden oder irgend einen andern Körper treffen, welcher sie aufhält. Da die Materie träg ist, so kann sie nicht von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen. Wenn wir also sehen, daß ein ruhender Körper in demselben Moment sich zu bewegen beginnt, in welchem wir ihm seine Unterstützung entziehen, so müssen wir dies einer Kraft zuschreiben, und diese Kraft nennen wir Schwere. 12

Die Schwere ist also die Kraft, welche die Körper fallen macht. Diese Definition würde aber eine unrichtige Idee von der Schwere geben, wenn man meinte, daß sie nur diese Wirkung hervorbrächte. Wir werden bald sehen, wie die Schwere auch noch ganz andere Erscheinungen, ganz andere Bewegungen hervorbringt. Die Bewegung der Flüsse, welche dem Meere zufließen, das Aufsteigen eines Korkholzes von dem Boden des Wassers bis zu seiner Oberfläche, das Aufsteigen des Luftballons sind lauter Wirkungen derselben Kraft, die wir Schwere nennen.

Um die Richtung der Schwere zu bestimmen, giebt es kein besseres Mittel, als einen Faden an einem Ende irgend wie zu befestigen, und an seinem andern Ende einen kleinen schweren Körper anzuhängen. Die Richtung des Fadens, wenn er gespannt und in Ruhe ist, fällt genau mit der Richtung der Schwere zusammen; denn wenn diese Kraft nach einer andern Linie wirkte, so würde sie den Faden nach dieser Linie hinziehen. Dieses kleine Instrument nennt man das Bleiloth, die Linie, welche der Faden für den Fall des Gleichgewichts einnimmt, nennt man die Vertikale. Die Richtung der Schwere ist also die des Bleilothes oder der Vertikalen. Nichts ist leichter, als dieselbe in jedem Augenblicke und an jedem Orte der Erde zu bestimmen.

Fig. 4.

Wie wir später in der Hydrostatik sehen werden, muß die Oberfläche eines jeden ruhig stehenden Gewässers rechtwinklig auf der Richtung der Schwere seyn. Man sagt statt dessen wohl auch, daß die Richtung der Schwere stets auf der Erdoberfläche rechtwinklig stände. Wie man leicht begreift, ist darunter nicht die wirkliche Erdoberfläche mit all' ihren Bergen und Thälern, sondern eine ideale Oberfläche zu verstehen, die man sich auf folgende Weise zu denken hat: Nehmen wir an, der atlantische Ocean, die Südsee und alle Meere, welche unter sich in Verbindung stehen, seyen für einen Augenblick vollkommen ruhig, so würde ihr ungeheurer Spiegel einen Theil einer fast kugelförmigen Oberfläche ausmachen. Denken wir uns nun, daß die verschiedenen Theile dieser Oberfläche mit Beibehaltung ihrer Krüm-

mung sich unter der Oberfläche der Festländer ausdehnten, so würden sie eine Kugeloberfläche bilden, die weder Berge noch Thäler hat. Diese zum Theil wirkliche, zum Theil ideale Oberfläche ist es, welche man Meeresfläche, Niveaufläche oder Horizontalfläche nennt. Wenn man sagt, daß der Gipfel des Montblanc 14690 Fuß über der Meeresfläche liegt, so heißt das, daß ein von diesem Gipfel auf die erwähnte ideale Oberfläche gefälltes Perpendikel eine Länge von 14690 Fuß hat. In Holland findet man ganze Landstrecken, welche unter der Meeresoberfläche liegen, d. h. die verlängerte Oberfläche des Meeres geht über die Köpfe der Bewohner hinweg.

Die Schwerkraft ist, wie aus dem bisher Gesagten unmittelbar folgt, stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet. Die Richtungen des Bleiloths an zwei verschiedenen Orten der Erde sind demnach auch nicht parallel, sondern machen einen Winkel mit einander, dessen Spitze in den Mittelpunkt der Erde fällt. Berlin und das Cap der guten Hoffnung sind zwei Orte, welche nahe in demselben Meridian liegen. Berlin liegt 52° 31′ 13″ nördlich, das Cap 33° 55′ 15″ südlich vom Aequator, eine von Berlin und eine vom Cap nach dem Mittelpunkt der Erde gezogene Linie werden demnach einen Winkel von 86° 26′ 28″ mit einander machen; und dies ist auch der Winkel, den das Bleiloth zu Berlin mit dem Bleiloth auf dem Cap macht. Stellt man Versuche auf einem engen Raum, etwa auf zwei Punkten eines Zimmers, ja selbst an zwei verschiedenen Punkten einer Stadt an, so erscheinen die Richtungen des Bleilothes vollkommen parallel. Der Grund davon liegt darin, daß der Vereinigungspunkt der beiden Richtungen (der Mittelpunkt der Erde) um mehr als 18 Millionen Fuß (den Halbmesser der Erde) entfernt ist. Da nun 600 Fuß kaum den 30tausendsten Theil des Erdhalbmessers ausmachen, so folgt, daß 2 Bleilothe, die 600 Fuß von einander entfernt sind, einen Winkel von etwa 6,3 Sekunden mit einander machen. Sind die beiden Orte noch näher, so wird der Winkel derselben bald eine völlig verschwindende Größe.

Wenn ein Körper durch irgend eine Unterlage am Fallen verhindert ist, so hört deshalb die Wirkung der Schwere nicht auf, sie äußert sich in diesem Falle durch einen Druck, welcher auf die Unterlage ausgeübt wird.

Die Schwere ist eine allgemeine Eigenschaft der Körper, d. h. sie ist nicht allein eine Eigenschaft der festen Körper, sondern sie kommt auch den Flüssigkeiten und den Gasen zu. Das Fallen der Regentropfen beweis't schon die Schwere der Flüssigkeiten; daß aber auch die Gase Schwere besitzen, daß also die ganze Luftmasse, welche unsern Erdball umgiebt, auf die Erdoberfläche drückt, dafür werden wir später noch Beweise finden.

13 **Gewicht.** Die Größe des Druckes, welchen ein Körper auf seine Unterlage ausübt, heißt sein Gewicht; dieser Druck nun wächst mit der

Anzahl seiner materiellen Theilchen. Um das Gewicht verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, bedienen wir uns der Wage, deren Anwendung allgemein bekannt ist, deren Einrichtung aber später noch beschrieben werden soll.

In Frankreich ist das Gramm gesetzlich als Einheit des Gewichtes bestimmt; außerdem wird aber auch fast überall diese Gewichtseinheit ausschließlich bei wissenschaftlichen Untersuchungen angewendet. Das Gramm ist das Gewicht von einem Kubikcentimeter reinen Wassers im Zustande seiner größten Dichtigkeit.

Das französische Gewichtssystem hat den großen Vorzug vor andern, daß die Einheiten des Gewichtes und des Raummaaßes in einer einfachen Beziehung stehen, so daß man leicht vom Volumen auf das Gewicht und umgekehrt schließen kann. Eine genauere Entwickelung des neueren französischen Maaßsystemes, sowie eine Vergleichung der neufranzösischen Maaße und Gewichte wird weiter unten folgen.

Masse. Nach der oben gegebenen Erklärung ist die Masse eines Kör- 14
pers die Quantität der Materie, aus welcher er zusammengesetzt ist; von der Quantität der Materie eines Körpers hängt aber die Größe seines Beharrungsvermögens ab, und die Größe des Beharrungsvermögens ist dem Begriff nach das eigentliche Maaß der Masse. Ein bequemes Mittel, die Masse eines Körpers zu bestimmen, liefert uns aber erst die Schwere.

Die Masse eines Körpers ist stets seinem Gewichte proportional. Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht wird uns überall durch den Versuch nachgewiesen, obgleich er dem Begriff nach nicht durchaus nöthig ist; d. h. es wäre denkbar, daß es in der Natur Körper gäbe, auf welche die Schwere gar nicht wirkt, obgleich sie deshalb nicht aufhören träge Massen zu seyn. Es wäre ferner denkbar, daß die Schwerkraft ungleich auf die Theilchen verschiedener Substanzen wirke, daß eine Bleikugel z. B. nur deshalb schwerer ist als eine gleich große Kugel von Holz, weil eben die Schwere auf die Theilchen des Bleis vorzugsweise wirkte, ohne daß deshalb die Masse der Bleikugel größer wäre als die der Holzkugel. Denken wir uns, um die Sache recht klar zu machen, zwei gleich große Kugeln, eine von Holz, die andere von Blei, und nehmen wir einmal an, die Masse beider, d. h. ihr Beharrungsvermögen, sey gleich, so müßte offenbar die Bleikugel schneller fallen; denn wir wissen, daß die Bleikugel etwa 12mal so viel wiegt, daß also die Kraft, welche die Bleikugel fallen macht, 12mal größer ist als die, welche die Holzkugel niedertreibt; sie müßte also bei gleichem Widerstande offenbar eine größere Geschwindigkeit hervorbringen. Nun aber fällt die Bleikugel nicht schneller als die Holzkugel (wenigstens im leeren Raum), und daraus geht hervor, daß die 12mal größere Kraft, welche die Bleikugel zur Erde zieht, auch eine 12mal so große träge Masse in Bewe-

gung zu setzen hat, daß also die träge Masse der Bleikugel 12mal so groß ist als die Masse der Holzkugel.

Da nun, wie wir bald sehen werden, die Fallgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist (im leeren Raum), so schließen wir auf dieselbe Weise, daß die Masse eines Körpers stets seinem Gewichte proportional sey, daß also das Gewicht eines Körpers ein Maaß für seine Masse ist.

15 **Dichtigkeit.** Die *Dichtigkeit* der Körper ist das Verhältniß ihres Gewichtes zu ihrem Volumen. Der Begriff der Dichtigkeit fällt mit dem des *specifischen Gewichts* zusammen. Das specifische Gewicht ist für jede Substanz eine beständige, charakteristische Eigenschaft. Um die Dichtigkeit der Körper zu bestimmen, muß man die Dichtigkeit irgend eines Körpers, und man hat dafür das Wasser im Zustande seiner größten Dichtigkeit gewählt, als Einheit annehmen. *Die Dichtigkeit oder das specifische Gewicht eines Körpers ist alsdann die Zahl, welche angiebt, wie vielmal ein Körper schwerer ist als ein gleiches Volumen Wasser.* Ein Kubikcentimeter Eisen wiegt 7,8, ein Kubikcentimeter Gold 19,258 Gramm, während ein gleiches Volumen Wasser nur 1 Gramm wiegt, also ist 7,8 das specifische Gewicht des Eisens, 19,258 das specifische Gewicht des Goldes. *Man findet allgemein das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Wassers dividirt.*

Die Data also, welche man durch den Versuch bestimmen muß, um aus denselben das specifische Gewicht eines Körpers zu berechnen, sind das absolute Gewicht desselben und das Gewicht eines gleichen Wasservolumens.

Am leichtesten ist es, diese Data für Flüssigkeiten auszumitteln. Man fülle ein Gefäß, am besten ein solches, welches oben in einen engen Hals mündet, bis zu einer bezeichneten Höhe (bis zu einem am Halse markirten Striche), einmal mit Wasser, dann mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, und bestimme jedesmal mit Hülfe der Wage das Gewicht der in der Flasche enthaltenen Flüssigkeiten. Es sey z. B. das specifische Gewicht des englischen Vitriolöls auf diese Weise auszumitteln. Man bringe das leere Glasgefäß auf die eine Wagschale und lege auf die andere das entsprechende Tarirgewicht auf. Nun fülle man das Gefäß bis zu dem Merkzeichen mit Wasser. Gesetzt, es halte gerade 1 Liter, d. h. 1000 Kubikcentimeter, so wird das eingegossene Wasser gerade 1000 Gramm wiegen. Füllt man nun das Gefäß mit Vitriolöl, so wird man auf der andern Wagschale außer dem Tarirgewicht für die Flasche noch 1848 Gr. auflegen müssen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen. Das Vitriolöl in der Flasche wiegt also 1848 Gr., während ein gleiches Volumen Wasser nur

Digitized by Google

1000 Gr. wiegt, das specifische Gewicht des Vitriolöls ist also $\frac{1848}{1000} = 1,848$.

Nicht immer stehen so große Mengen der zu untersuchenden Flüssigkeit zu Gebote, daß man ein so großes Gefäß wie das eben besprochene damit füllen kann; außerdem aber ist es nicht einmal vortheilhaft, solche Mengen anzuwenden, weil solche Lasten für eine gute Wage zu groß sind. Es ist deshalb zweckmäßig, kleinere Gefäße anzuwenden. Gläschen, die man zu diesem Zwecke verfertigt, haben in der Regel beistehende Gestalt (Fig. 5) und sind durch einen eingeriebenen Stöpsel von Glas verschlossen. Der kubische Inhalt derselben beträgt 8 bis 20 Kubikcentimeter. Der eingeriebene Glasstöpsel ist von einem Stück einer Thermometerröhre verfertigt, damit bei etwaiger Erwärmung der Flüssigkeit ein Theil derselben durch die feine Oeffnung austreten könne, weil sonst der Stöpsel entweder gehoben, oder das Gefäß zersprengt würde.

Fig. 5.

Um das specifische Gewicht fester Substanzen zu bestimmen, kann man sich aus denselben einen Körper von regulärer Gestalt formen, etwa einen Würfel, eine Kugel u. s. w., so daß es leicht ist, den kubischen Inhalt der zu untersuchenden Stücke zu berechnen. Das absolute Gewicht solcher Körper findet man durch die Wage, das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist durch das bekannte Volumen der Körper gegeben. Ein Würfel von Marmor z. B. wiege 21,6 Gr. Wenn nun jede Seite dieses Würfels 2 Centimeter beträgt, so ist der kubische Inhalt desselben 8 Kubikcentimeter; ein gleich großer Würfel von Wasser wird also 8 Gr. wiegen, folglich ist das specifische Gewicht des Marmors $\frac{21,6}{8} = 2,7$.

Eine Kugel von trockenem Hainbuchenholz wiege 25,79 Gr. Wenn der Durchmesser dieser Kugel 4 Centimeter ist, so kann man daraus den kubischen Inhalt berechnen und wird ihn gleich 33,49 Kubikcentimeter finden. Eine gleiche Wasserkugel wiegt also 33,49 Gr., und das specifische Gewicht dieses Holzes ist demnach $\frac{25,79}{33,49} = 0,77$.

Nicht von jeder Substanz hat man solche Massen, um daraus solche reguläre Körper bilden zu können; außerdem aber ist es ungemein schwierig, ja fast unmöglich, reguläre Körper genau genug zu arbeiten. Man muß deshalb nach anderen Methoden sich umsehen, um das specifische Gewicht fester Körper zu bestimmen. Die meisten dieser Methoden beruhen auf hydrostatischen Gesetzen, welche wir erst später werden kennen lernen. Die fol-

2*

gende Methode gründet sich jedoch nicht auf diese Principien; sie wird häufig angewendet, um das specifische Gewicht solcher Körper zu bestimmen, welche in kleinen Stücken vorkommen.

Man bringe zuerst das oben erwähnte Gläschen mit Wasser gefüllt auf der Wage ins Gleichgewicht, lege dann die zu bestimmenden Körnchen daneben und mache ihr absolutes Gewicht ausfindig. Nun nimmt man die Körnchen und das Glas von der Wage weg, wirft die Körnchen in das Glas und setzt den Stöpsel wieder auf, so muß nothwendig Wasser ausfließen, und zwar gerade so viel, als durch die hineingeworfenen Körnchen verdrängt wurde. Aus einer abermaligen Wägung ergiebt sich, wie viel Wasser ausgeflossen ist, wie viel also eine Wassermenge wiegt, deren Volumen dem Volumen der zu bestimmenden Körper gleich ist.

Es soll z. B. das specifische Gewicht von Platinakörnchen bestimmt werden, wie sie sich in der Natur finden.

Das Glas mit Wasser wiege	13,52 Gr.
Die Körnchen	4,056 Gr.
Also beides zusammen	17,576.

Nachdem man die Körner in das Glas geworfen, den Stöpsel aufgesetzt und alles ausgeflossene Wasser sorgfältig abgeputzt hat, wägt man wieder. Gesetzt, man fände nun das Gewicht des Gläschens mit Allem, was darin ist, gleich 17,316 Gr., so ist offenbar das Gewicht des durch die Körnchen verdängten Wassers $17{,}576 - 17{,}316 = 0{,}26$ Gr., folglich ist das specifische Gewicht der Platinkörner $\frac{4{,}056}{0{,}26} = 15{,}6$.

Dasselbe Verfahren läßt sich auch bei größeren Stücken anwenden, wenn man nur ein passendes Gefäß wählt.

Wenn der zu bestimmende Körper in Wasser löslich ist, so füllt man das Glas mit einer andern Flüssigkeit, in welcher sich der Körper nicht lös't, etwa mit Alkohol, Terpentinöl u. s. w. Durch das so eben beschriebene Verfahren findet man nun, wie viel eine Menge der gewählten Flüssigkeit wiegt, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat. Wenn aber nun das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit schon bekannt ist, so kann man leicht das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser berechnen.

Gesetzt, ein Stück eines Salzes, welches in Terpentinöl unlöslich ist, wiege 0,352 Gr. und verdränge, in das Glas geworfen, 0,13 Gr. Terpentinöl. Nun ist das specifische Gewicht des Terpentinöls 0,8725, eine gleiche Menge Wasser wiegt demnach $\frac{0{,}13}{0{,}8725} = 0{,}149$, und das specifische Gewicht dieses Salzes ist also $\frac{0{,}352}{0{,}149} = 2{,}36$.

Wir werden weiter unten noch andere Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichtes kennen lernen.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung von specifischen Gewichten einiger Körper, welche zu kennen häufig nothwendig oder wenigstens von Interesse ist.

Tabelle der specifischen Gewichte einiger festen Körper bei 0 Grad.

Platin	gemünzt	22,100	Spiegelglas		2,370
	gewalzt	22,069	Turmalin (grün)		3,155
	geschmolzen	20,857	Marmor		2,837
	zu Draht gezogen	19,267	Smaragd		2,775
Gold	gemünzt	19,325	Bergkrystall		2,683
	geschmolzen	19,253	Porcellan	sächsisches	2,493
Iridium		18,600		französisches	2,145
Wolfram		17,600		chinesisches	2,384
Blei, geschmolzen		11,352	Gyps (krystallisirt)		2,311
Palladium		11,300	Schwefel (natürlich)		2,033
Silber		10,474	Elfenbein		1,917
Wismuth		9,822	Alabaster		1,874
Kupfer	gehämmert	8,878	Anthracit		1,800
	gegossen	7,788	Phosphor		1,770
	zu Draht gezogen	8,780	Bernstein		1,078
Kadmium		8,694	Wachs, weißes		0,969
Molybdän		8,611	Natrium		0,972
Messing		8,395	Kalium		0,865
Arsenik		8,308	Ebenholz		1,226
Nickel		8,279	Eichenholz (alt)		1,170
Uran		8,1	Buxbaum		1,330
Stahl		7,816	Ahornholz	frisch	0,904
Kobalt		7,812		trocken	0,659
Eisen	geschmiedet	7,788	Buchenholz	frisch	0,982
	gegossen	7,207		trocken	0,590
Zinn		7,291	Edeltanne	frisch	0,890
Antimon		6,712		trocken	0,555
Tellur		6,115	Erlenholz	frisch	0,857
Chrom		5,900		trocken	0,500
Jod		4,948	Eschenholz	frisch	0,904
Schwerspath		4,426		trocken	0,644
Selen		4,320	Hainbuchenholz	frisch	0,945
Diamant		3,520		trocken	0,769
Flintglas	von Fraunhofer	3,779	Lindenholz	frisch	0,817
	französisches	3,200		trocken	0,439
	englisches	3,373	Mahagonyholz		1,060
Bouteillenglas		2,600	Nußbaumholz		0,677

Cypressenholz	0,598
Cedernholz	0,561
Pappelholz	0,383
Kork	0,24

Dichtigkeit einiger Flüssigkeiten

(bei 0°, wo nichts weiter bemerkt ist).

Destillirtes Wasser	1,000
Quecksilber	13,598
Brom	2,966
Schwefelsäure (englische)	1,848
Verdünnte Schwefelsäure nach Delezenne bei 15° C.:	
10 Proc. Säure	1,066
20 » »	1,138
30 » »	1,215
40 » »	1,297
50 » »	1,387
60 » »	1,486
70 » »	1,595
80 » »	1,709
90 » »	1,805
100 » »	1,840
Verdünnte Salpetersäure:	
10 Proc. Säure	1,054
20 » »	1,111
30 » »	1,171
40 » »	1,234
50 Proc. Säure	1,295
60 » »	1,348
70 » »	1,398
80 » »	1,438
90 » »	1,473
100 » »	1,500
Milch	1,030
Meerwasser	1,026
Wein: Bordeaux-	0,994
» Champagner-	0,998
» Malaga-	1,022
» Mosel-	0,916
» Rhein-	0,999
Oele: Citronenöl	0,852
» Leinöl	0,953
» Mohnöl	0,929
» Olivenöl	0,915
» Terpentinöl	0,872
Alkohol, absoluter	0,793
Schwefeläther	0,715
Schwefelkohlenstoff	1,272

Zweiter Abschnitt.

Gleichgewicht der Kräfte.

Erstes Kapitel.

Zerlegung der Kräfte und Gleichgewicht der Kräfte an den sogenannten einfachen Maschinen.

Ein Körper ist im Gleichgewicht, wenn alle auf ihn wirkenden Kräfte keine Veränderung in seinem Zustande hervorbringen, wenn ihre Wirkung durch eine andere Kraft oder einen Widerstand aufgehoben wird. Die Wirkung der Schwere eines Körpers, welcher an einem Faden aufgehängt ist, wird durch den Widerstand des Fadens aufgehoben. Ist der Faden nicht stark genug, so reißt er, und der Körper fällt zu Boden. Oft findet Gleichgewicht ohne festen Stützpunkt und ohne scheinbaren Widerstand Statt. Der Fisch kann im Wasser, der Luftballon in der Luft im Gleichgewicht seyn; hier aber ist die Schwere dieser Körper durch einen Druck aufgehoben, von dem später mehr die Rede seyn wird. 16

Man kann sagen, daß alle Körper, welche uns in Ruhe erscheinen, solche sind, auf welche mehrere sich gegenseitig vernichtende Kräfte einwirken.

Die Statik beschäftigt sich damit, die Bedingungen des Gleichgewichts auszumitteln; die Dynamik dagegen untersucht die Gesetze der Bewegungen, welche entstehen, wenn den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügt ist.

Um Kräfte zu messen, muß man irgend eine beliebige Kraft als Einheit annehmen.

Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen auf einen Punkt wirkend sich im Gleichgewicht halten. Zwei gleiche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, sind der doppelten Kraft gleichzusetzen. Man würde eine dreifache Kraft haben, wenn man drei gleiche Kräfte nach derselben Richtung wirken ließe u. s. w.

Wie viele Kräfte auch auf einen Punkt wirken mögen, welches auch ihre Richtung seyn mag, so werden sie dem Punkte doch nur eine einzige Bewegung in einer bestimmten Richtung mittheilen. Es läßt sich demnach eine

Kraft denken, welche für sich allein dieselbe Wirkung hervorzubringen im Stande ist, welche also das ganze System jener Kräfte ersetzen kann. Sie führt den Namen der *Resultirenden*. Wenn z. B. ein Schiff durch die gleichzeitige Wirkung des Stroms, der Ruder und des Windes getrieben wird, so bewegt es sich nach einer bestimmten Richtung; wenn die Wirkungen des Stroms, der Ruder und des Windes aufhörten, so könnte man doch offenbar dem Schiffe dieselbe Bewegung dadurch wieder ertheilen, daß man an einem Seil, welches am Schiff befestigt ist, eine bestimmte Kraft nach jener Richtung anbringt, nach welcher es sich unter gleichzeitiger Einwirkung der drei Kräfte bewegte. Dies ist die Resultirende der drei Kräfte.

Die Gesammtheit von Kräften, welche auf einen Punkt zusammenwirken, nennt man ein *System von Kräften*. In Beziehung auf die *Resultirende*, welche die Gesammtheit der Kräfte ersetzen kann, nennt man diese auch die *Seitenkräfte*. Es ist klar, daß wenn man einem System von Kräften eine neue Kraft hinzufügte, welche der Resultirenden des Systems gleich und entgegengesetzt ist, daß sich alsdann alle zusammenwirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten müssen.

Hätte man z. B., um bei dem oben angeführten Beispiele stehen zu bleiben, an einem, am Schiff befestigten Seile eine Kraft wirken lassen, welche der resultirenden Kraft des Stroms, des Windes und der Ruder gleich, aber entgegengesetzt ist, so wird diese neu angebrachte Kraft Gleichgewicht hervorbringen; das Schiff wird still stehen müssen, wie wenn es vor Anker läge.

Wenn zwei oder mehrere Kräfte nach derselben Richtung hin wirken, so ist ihre Resultirende gleich der Summe der einzelnen Kräfte. — Wenn zwei Kräfte gerade in entgegengesetzter Richtung auf einen Punkt einwirken, so ist die Resultirende gleich der Differenz der beiden und sie wirkt in der Richtung der größeren.

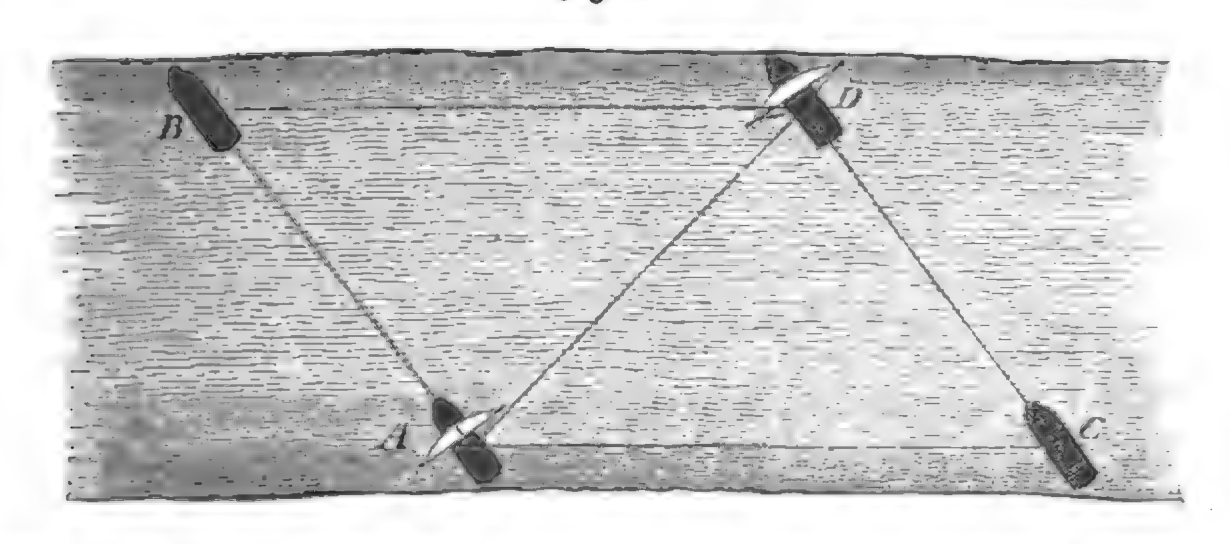
Wenn die Richtungen zweier Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, einen Winkel mit einander machen, so findet man die Resultirende nach einem Gesetze, welches unter dem Namen des *Parallelogramms der Kräfte* bekannt ist. Man gelangt zu diesem Gesetz durch folgende einfache Betrachtung. Auf den Punkt a (Fig. 6) sollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung $a\ x$, die andere nach der Richtung $a\ y$. Die eine Kraft mag von der Art seyn, daß sie für sich allein in einem bestimmten Zeittheilchen, etwa einer Sekunde, den Punkt von a nach b bewegen würde, während die andere für sich allein in einer gleichen Zeit ihn von a nach c treibt. Wenn nun der Punkt eine Sekunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgesetzt ist,

Fig. 6.

so ist die Wirkung offenbar dieselbe, als ob eine Sekunde lang der Punkt nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Sekunde aber nur der Einwirkung der andern Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt in einer Sekunde von *a* nach *b*. Hörte nun in dem Moment, in welchem er in *b* ankommt, alle Wirkung dieser Kraft auf, während der Punkt von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, so würde er am Ende der folgenden Sekunde in *r* anlangen. In demselben Punkte *r* muß also auch der Punkt *a* nach einer Sekunde ankommen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken.

Ein Beispiel wird dies anschaulicher machen. Von dem Punkte *A* an dem Ufer eines Flusses fährt ein Schiff ab, auf welches gleichzeitig zwei

Fig. 7.



Kräfte, der Strom und der Wind, einwirken. Nehmen wir an, das Schiff werde durch den Wind allein in einer bestimmten Zeit, etwa in einer Viertelstunde, quer über den Fluß, von *A* nach *B*, getrieben, durch den Strom allein aber würde es, wenn gar kein Wind ginge, in derselben Zeit von *A* nach *C* gelangen, so muß es, wenn Strom und Wind gleichzeitig wirken, in einer Viertelstunde den Weg von *A* bis *D* zurücklegen, d. h. es muß nach einer Viertelstunde unter gleichzeitiger Wirkung beider Kräfte in demselben Punkte *D* ankommen, als ob eine Viertelstunde lang der Wind alleinwirkend das Schiff von *A* bis *B* getrieben hätte, und es alsdann in der folgenden Viertelstunde durch den Strom allein von *B* bis *D* geführt worden wäre.

Die Linie *a r* (Fig. 8) ist die Diagonale des Parallelogramms *a b r c*; das durch unsere Betrachtung gefundene Gesetz kann demnach folgendermaßen ausgedrückt werden:

Fig. 8.

»Die Resultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, ist von der Art, daß sie den Punkt durch die Diagonale des Parallelogramms zu bewe-

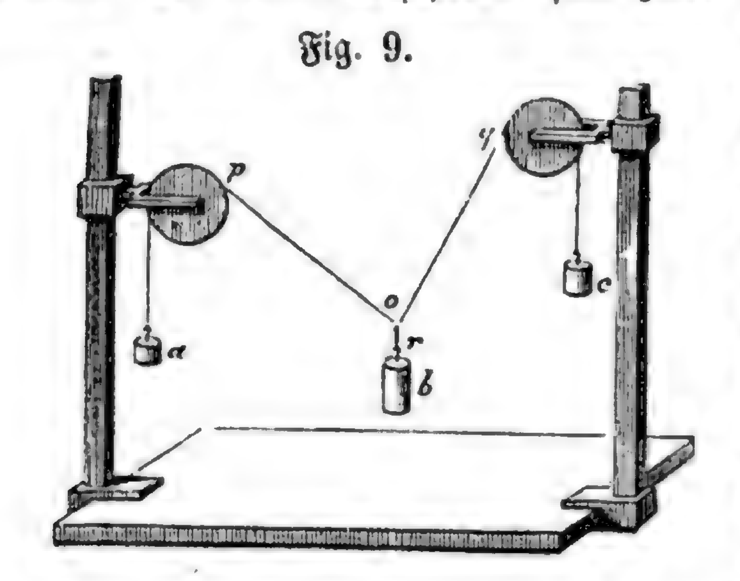
gen strebt, welches man aus den Bahnen construiren kann, welche jeder der Seitenkräfte entsprechen.

Da die Bahn, welche ein Körper in einer gegebenen Zeit durchläuft, der Kraft proportional ist, welche ihn treibt, da es ferner bei Bestimmung der Resultirenden sich nur darum handelt, ihre Richtung und ihr Größenverhältniß zu den beiden Seitenkräften zu finden, so läßt sich das Gesetz auch so ausdrücken:

»Wenn man durch den Angriffspunkt zweier Kräfte zwei Linien in der Richtung derselben gezogen und ihre Länge den resp. Kräften proportional gemacht denkt, so stellt die Diagonale des Parallelogramms, welches durch diese beiden Linien bestimmt ist, sowohl der Größe als auch der Richtung nach, die Resultirende der beiden Kräfte dar.«

Da zwischen drei Kräften Gleichgewicht stattfinden muß, wenn jede der Resultirenden der beiden anderen gleich und entgegengesetzt ist, so kann man das durch Schlüsse gefundene Gesetz des Parallelogramms der Kräfte auch leicht durch einen der Statik selbst angehörigen Versuch auf die Probe stellen. An einem Tischblatt sind zwei vertikale Stäbe angeschraubt, an jedem Stab aber ist eine Hülse verschiebbar, welche eine um ihre Axe in vertikaler Ebene leicht bewegliche Rolle trägt; die Stäbe müssen so angeschraubt seyn, daß die Vertikalebenen beider Rollen zusammenfallen. Schlingt man eine Schnur über die Rollen, hängt man an dem einen Ende ein Gewicht *a*, am andern Ende ein Gewicht *c*, zwischen den Rollen ein Gewicht *b* an, so wird sich bei irgend einer bestimmten Lage der Fäden Alles ins Gleichgewicht stellen; man hat nun drei auf den Punkt *o* nach der Richtung *o p*, *o q* und *o r* wirkende Kräfte, und es ist leicht zu prüfen, ob zwischen der Größe und Richtung derselben diejenigen Beziehungen wirklich stattfinden, wie sie das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte verlangt.

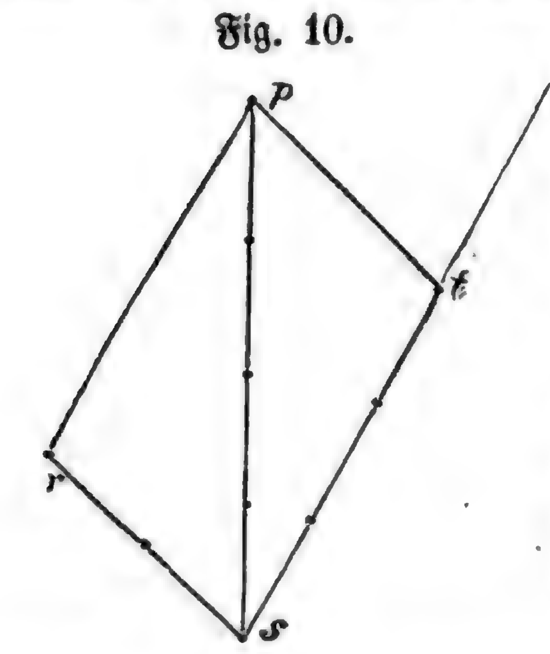
Fig. 9.



Es sey z. B. das Gewicht $a = 2$ Loth, $c = 3$ Loth; man fragt, wie groß muß die Kraft *b* seyn, wenn der Winkel poq 75⁰ seyn soll. Nach dem angeführten Gesetze kann man leicht die Resultirende durch Construction finden, wie es Fig. 10 geschehen ist. Wenn der Winkel rst gleich 75^0, $rs = 2$, $st = 3$ (nach einer beliebigen Einheit) gemacht wird, so findet man, daß die Diagonale $sp = 4$ ist. Wenn also der Winkel $poq = 75^0$ werden soll, so muß man das Gewicht $b = 4$ Lothen machen. Hat

man ein Gewicht von 4 Lothen angehängt, so wird der Winkel $p\,o\,q$ der Schnüre aber wirklich 75°, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die in etwas großen Dimensionen ausgeführte Constructionsfigur hinter die Schnüre hält. Es fällt alsdann $r\ s$ wirklich mit $o\ p$ und $s\ t$ mit $o\ q$ zusammen.

Fig. 10.



Hätte man bei übrigens unveränderten Umständen b größer als 4 Loth gemacht, so würde der Winkel $p\,o\,q$ kleiner geworden seyn als 75°. Je kleiner b, desto größer wird der Winkel $p\,o\,q$ seyn müssen.

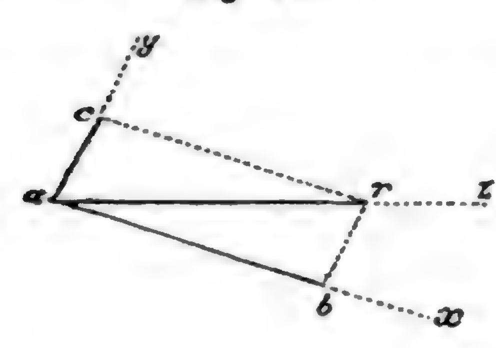
Wenn die beiden Kräfte gleich sind, so theilt die Resultirende den Winkel, den sie mit einander machen, in zwei gleiche Theile.

Wenn die beiden Kräfte ungleich sind, so theilt die Resultirende ihren Winkel nicht in gleiche Theile, sie liegt dann immer der größeren von beiden näher.

Da man die Resultirende zweier Kräfte finden kann, die auf einen Punkt wirken, so findet man auch leicht die Resultirende einer beliebigen Anzahl von Kräften; man sucht nämlich nur die Resultirende der beiden ersten Kräfte, alsdann sucht man die Resultirende der eben gefundenen mit der dritten Kraft, verbindet diese Resultirende wieder mit der vierten Kraft u. s. w.

Weil zwei Kräfte durch eine einzige ersetzt werden können, so kann man umgekehrt für eine Kraft auch zwei andere substituiren. Man sieht ferner auch leicht ein, daß unzählig viele verschiedene Systeme von zwei Kräften dieselbe Resultirende haben können, daß also auch eine Kraft auf unzählig viele verschiedene Arten durch ein System von zwei Kräften ersetzt werden kann. Wenn man aber z. B. verlangte, daß die Kraft $a\ r$ durch zwei andere ersetzt werden sollte, deren eine die Richtung $a\ y$ und die Größe $a\ c$ haben soll, so ist die Aufgabe vollkommen bestimmt, weil es jetzt nur noch eine Art giebt, das Parallelogramm zu vollenden und die Seitenkraft $a\ b$ zu finden.

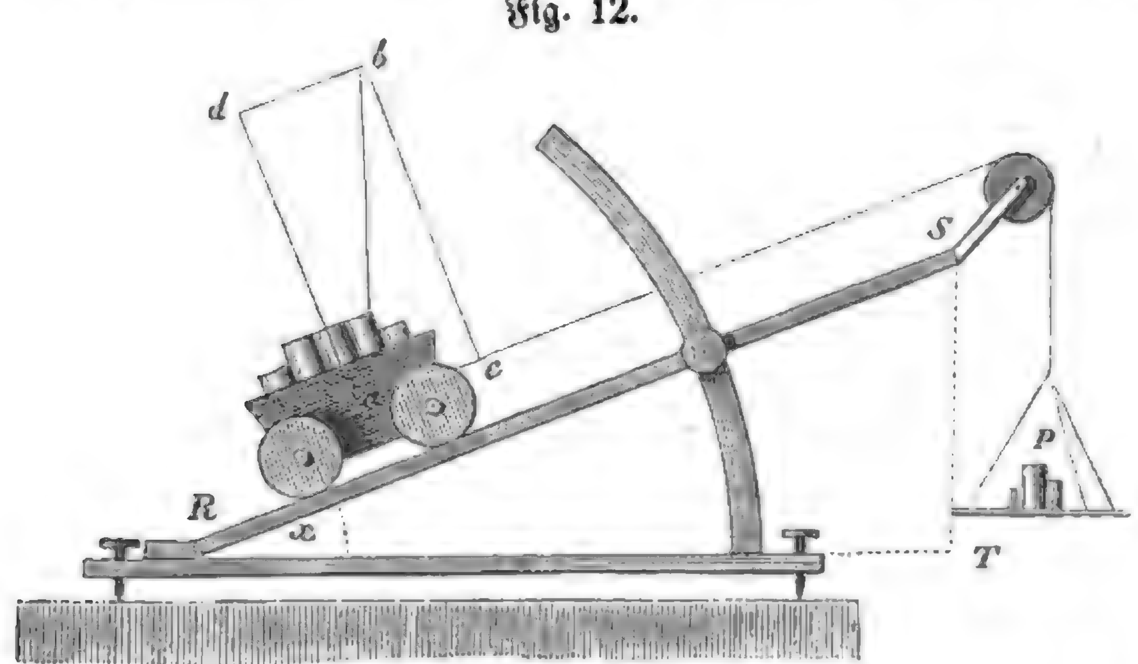
Fig. 11.



Aus dem Parallelogramm der Kräfte lassen sich die Gesetze des Gleichgewichts an allen sogenannten einfachen Maschinen ableiten, die wir jetzt der Reihe nach betrachten wollen.

17 **Die schiefe Ebene** bietet uns ein practisches Beispiel von der Zerlegung der Kräfte dar. Wenn eine Last auf einer Ebene sich befindet, welche mit der horizontalen einen Winkel x bildet, so ist die nach der Richtung

Fig. 12.



$a\ b$ wirkende Schwere des Körpers nicht mehr rechtwinklig gegen die Ebene gerichtet, die Ebene hat also auch nicht den vollen Druck des Gewichtes der Last auszuhalten. In der That läßt sich die Schwere des Körpers in zwei andere Kräfte zerlegen, von denen die eine rechtwinklig gegen die Ebene als Druck wirkt, während die andere parallel mit der schiefen Ebene wirkend den Körper herabtreibt. Die Größe dieser beiden Kräfte läßt sich leicht durch Construction ermitteln. Wenn $a\ b$ die Größe und Richtung der Schwerkraft darstellt, so haben wir durch a nur eine Linie rechtwinklig zu der schiefen Ebene und eine andere parallel mit derselben zu ziehen, und sodann von b aus die Perpendikel $b\ d$ und $b\ c$ auf diese Linien zu fällen. Die Linie $a\ d$ stellt uns die Größe des Drucks dar, welchen die Ebene auszuhalten hat, $a\ c$ aber die Größe der Kraft, welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt, oder mit anderen Worten, der Druck auf die Ebene und die Kraft, welche den Körper parallel der schiefen Ebene zu bewegen strebt, verhalten sich zum Gewicht des Körpers, wie die Linien $a\ d$ und $a\ c$ zu $a\ b$.

Nun aber ist das Dreieck $a\ b\ c$ dem Dreieck $R\ S\ T$ ähnlich, und zwar verhält sich $a\ b : a\ c = R\ S : S\ T$, und daraus folgt, daß die Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene heruntertreibt, sich zu seinem Gewicht verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Bezeichnet man mit x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der horizontalen macht, so ist offenbar $ac = ab\,.\sin.x$ und $bc = ab\cos.x$, und demnach ist, wenn wir mit P das Gewicht des Körpers bezeichnen, der Druck, welchen die Ebene auszuhalten hat, gleich $P\cos.\ x$, und die Kraft, welche ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, gleich $P\sin.\ x$.

Ein Versuch mag dies noch anschaulicher machen und es bestätigen.

Man lege die Last in einen kleinen Wagen und bringe diesen auf eine schiefe Ebene, so wird er alsbald herabrollen. Man kann dieses Herabrollen verhindern, wenn man an den Wagen eine Schnur befestigt, welche um eine Rolle geschlungen und an deren Ende ein Gewicht P hängt.

Gesetzt, der kleine Wagen mit der darin liegenden Last wiege 1000 Gramm, und der Winkel x sey 30^0. Für diesen Fall ist $S\,T = \frac{1}{2}\,R\,S$, also auch $a\,c = \frac{1}{2}\,a\,b$; d. h. die Kraft, welche den Wagen heruntertreibt, ist der Hälfte seines Gewichtes gleich, man wird also das Herabrollen verhindern können, wenn man das Gewicht $P = 500$ Gramm macht.

Wäre der Winkel $x = 19^0\ 30'$, so würde $S\,T = \frac{1}{3}\,R\,S$ seyn, und man dürfte das Gewicht P nur $\frac{1000}{3} = 333$ Gramm machen, um das Herabrollen des Wagens zu verhindern.

Da sin. $14^0\ 30'$ sehr nahe gleich $\frac{1}{4}$ ist, d. h. da für den Winkel $x = 14^0\ 30'$ $S\,T = \frac{1}{4}\,R\,S$, so muß für diesen Fall $P = \frac{1000}{4} = 250$ Gramm seyn.

Damit man den Versuch für verschiedene Neigungswinkel anstellen kann, wendet man als schiefe Ebene ein polirtes Brett an, welches mittelst eines Charniers auf einem andern horizontal stehenden Brette so befestigt ist, daß man ihm jede beliebige Lage geben kann. Die Rolle, um welche die Schnur geschlungen ist, kann an dem Brette befestigt seyn; man kann aber auch zu diesem Zweck leicht einen der Stäbe von Fig. 9 anwenden, da man ja die Hülse mit der Rolle nach Belieben am Stabe auf- und abschieben und so die Rolle in die Höhe bringen kann, in welcher man sie haben will. Statt das Gewicht P direct an die Schnur anzuhängen, befestigt man eine leichte Wagschale am Ende derselben, deren Gewicht genau ausgemittelt werden muß, und legt dann noch so viel Gewicht zu, daß die Wagschale mit den Gewichten so viel wiegt, als das berechnete P.

Practische Anwendungen der schiefen Ebene kommen täglich vor. Jeder Weg, welcher einer Anhöhe hinaufführt, ist eine schiefe Ebene, auf welcher Lasten von dem Thal bis zu dem Gipfel gehoben werden; um z. B. einen Lastwagen auf einer geneigten Chaussee aufwärts zu ziehen, muß außer der Kraft, welche nöthig ist, um die Reibung zu überwinden, die gerade ebenso auch bei ganz horizontalen Wegen überwunden werden muß, noch eine Kraft angewandt werden, um dem mit der schiefen Ebene parallel wirkenden Antheil der Schwerkraft das Gleichgewicht zu halten. Dieser Antheil ist aber um so größer, je steiler der Weg ist. Aus diesem Grunde führt man an steilen Bergen die Chausseen nicht geradeaus, sondern man zieht vor, große Umwege zu machen und den Weg in Windungen, die weniger steil sind, auf den Gipfel zu führen. Bei Bauten aller Art kommt es häu-

fig vor, daß die Materialien auf schiefen Ebenen in die Höhe geschafft werden, ja häufig werden solche schiefe Ebenen auf besonders zu diesem Zweck aufgeschlagenen Gerüsten (Laufbrücken) angelegt. Diese Anwendung der schiefen Ebene war schon im grauen Alterthum bekannt, denn höchst wahrscheinlich bedienten sich ihrer die Aegyptier, um die ungeheuren Steinblöcke in die Höhe zu schaffen, welche sie zu ihren Pyramiden verwendeten.

18 **Die Schraube** ist eine um einen Cylinder herumgewundene schiefe Ebene.

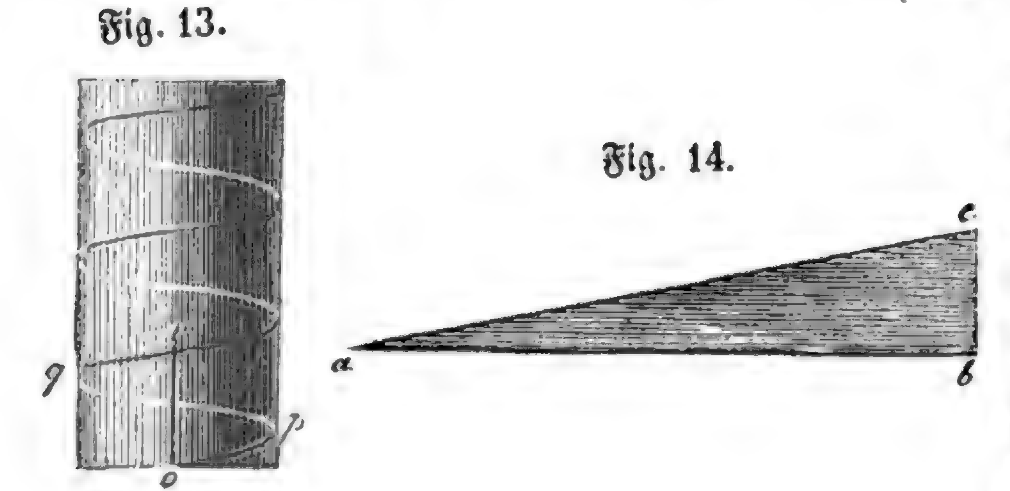


Fig. 13. Fig. 14.

Es sey *a b c*, Fig. 14, ein rechtwinkliges Stück Papier, dessen horizontale Kathete *a b* dem Umfang des nebenstehenden Cylinders, F. 13, gleich ist. Wenn das Papier so um den Cylinder gerollt wird, daß *a b* die Peripherie der Grundfläche des Cylinders bildet, so wird sich die Hypotenuse *a c* in einer gleichförmig steigenden krummen Linie *o p q r* um den Cylinder winden; wenn der Punkt *a* auf *o* fällt, so wird auch *b* mit *o* zusammenfallen, der Punkt c aber wird vertikal über *o* in *r* zu liegen kommen. Die krumme Linie *o p q r* nun, welche in unserer Figur nach demselben Gesetze fortgesetzt gezeichnet ist, wird eine Schraubenlinie genannt. Die auf die hintere Seite des Cylinders fallenden Stücke der Schraubenlinie sind in unserer Figur weiß. Die Höhe von *o* bis *r* ist die Höhe eines Schraubenganges.

Denken wir uns an der Schraubenlinie um den Cylinder ein Dreieck fortgeführt, welches die Höhe eines Schraubenganges hat, so entsteht ein sogenanntes scharfes Schraubengewinde, wie ein solches in Fig. 15 dargestellt ist; denkt man sich aber ein Viereck, dessen Höhe gewöhnlich halb so groß ist als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieselbe Weise um den Cylinder geführt, so entsteht ein flaches Schraubengewinde; ein solches ist Fig. 16 dargestellt.

Fig. 15. Fig. 16.

Wir haben bisher solche Schraubengewinde betrachtet, welche um einen soliden Cylinder herumgelegt sind; Schrauben, welche auf diese Weise gebildet sind, werden Schraubenspindeln ge-

nannt; werden aber die Gewinde auf dieselbe Weise um einen hohlen Cylinder herumgeführt, so entsteht eine Schraubenmutter.

Eine Schraubenspindel ist für sich allein zum Fortschieben oder Heben einer Last, oder um einen starken Druck auszuüben, nicht zu gebrauchen; sie muß mit einer solchen Schraubenmutter so verbunden seyn, daß die Erhabenheiten der einen genau in die Vertiefungen der andern passen. Denken wir uns die Schraubenspindel vertikal gestellt fest, so wird die Schraubenmutter bei jeder Umdrehung um die Höhe eines Schraubenganges auf- oder niedergehen, indem die Windungen der Schraubenmutter auf den Windungen der Schraubenspindel wie auf einer schiefen Ebene auf- und niedergleiten. Sollte eine auf der Schraubenmutter liegende Last durch Umdrehung derselben um die Schraubenspindel gehoben werden, so ist klar, daß hier dieselben Principien gelten, wie bei einer schiefen Ebene von gleicher Steigung. Die Windungen der Schraube sind um so weniger steil, je kleiner die Höhe eines Schraubenganges im Vergleich zum Umfang der Spindel ist.

Die Schraube wird theils gebraucht, um große Lasten zu heben, theils um einen großen Druck auszuüben; der zu überwindende Widerstand ist bald an der Schraubenspindel, bald an der Schraubenmutter angebracht. Um den Effect einer Schraube richtig zu berechnen, darf man die Reibung nicht außer Acht lassen, die hier eine große Rolle spielt, wie wir später noch sehen werden. Um aus der Schraube eine kräftige Maschine zu machen, läßt man die Kraft, welche die Umdrehung bewirkt, nicht direct am Umfang der Schraube, sondern an einem größern Hebelarm wirken, wie man dies an allen Schraubenpressen sehen kann.

Der Keil. Eine andere Form, in welcher die schiefe Ebene zur Anwen- 19
dung kommt, ist der Keil; er wird gebraucht, um Holz- und Steinmassen zu spalten, Fig. 17; dadurch, daß man Keile unter die Kiele der Schiffe treibt, werden sie auf die Werften gehoben; das Auspressen des Oels aus dem zerriebenen Saamen wird gewöhnlich durch Eintreiben von Keilen bewerkstelligt u. s. w. Alle unsere Schneidewerkzeuge, Messer, Scheeren, Meißel u. s. w. sind nichts anderes als Keile. Daß die Wirkung des Keils sich wirklich auf die der schiefen Ebene zurückführen läßt, ist so leicht zu übersehen, daß es wohl keiner weitern Auseinandersetzung bedarf.

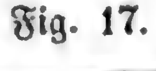


Fig. 17.

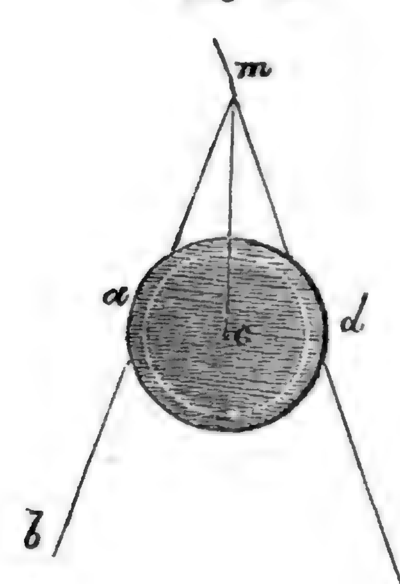
Die Rolle ist eine runde, nicht gar dicke, am Rande ausgehöhlte 20
Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Achse drehbar ist; diese Achse ist gewöhnlich durch eine

Scheere getragen, deren Arme zu beiden Seiten der Rolle bis etwas über ihre Mitte reichen.

Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Feste Rollen sind solche, deren Axe unbeweglich ist, so daß keine Verrückung derselben, sondern nur eine Drehung um dieselbe möglich ist.

Wenn um einen Theil des Umfangs einer festen Rolle eine Schnur oder ein Seil gelegt ist, und an den beiden Enden derselben Kräfte wirken, so findet nur dann Gleichgewicht Statt, wenn die Kraft, welche das Seil auf der einen Seite spannt, der auf der andern Seite wirkenden Kraft gleich ist. Es läßt sich dies leicht von vorn herein einsehen, wenn man bedenkt, daß die beiden Kräfte unter sonst ganz gleichen Umständen die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben; man konnte deshalb auch oben Seite 26 schon die Rolle in Anwendung bringen, ohne daß es nöthig gewesen wäre, eine Betrachtung über das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle vorauszuschicken. Uebrigens läßt sich das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle auch vom Parallelogramm der Kräfte ableiten, und von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet wollen wir die Rolle hier näher besprechen. Fig. 18 stellt eine um ihren festen Mittelpunkt c drehbare Rolle vor; das um dieselbe geschlungene Seil sey durch Kräfte gespannt, welche nach den Richtungen $a\ b$ und $d\ e$ wirken. Denken wir uns die Linien $d\ e$ und $a\ b$ bis zu ihrem Durchschnittspunkte m verlängert, so ist klar, daß, wenn m ein mit der Rolle fest verbundener Punkt wäre, man, ohne in der Wirkung etwas zu ändern, die Angriffspunkte der beiden Kräfte von a und d nach m verlegen könnte, und so hätte man dann zwei in einem Punkte m angreifende Kräfte, die nur dann im Gleichgewicht seyn können, wenn ihrer Resultirenden das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die beiden in m angreifenden, nach den Richtungen $m\ b$ und $m\ e$ wirkenden Kräfte gleich sind, so wird ihre Resultirende den Winkel $b\ m\ e$ halbiren, die Richtung dieser Resultirenden geht alsdann durch den festen Mittelpunkt c, und mithin findet Gleichgewicht Statt. Wäre eine der beiden Kräfte größer als die andere, so würde die Resultirende nicht mehr durch den festen Punkt gehen, es könnte also auch kein Gleichgewicht mehr stattfinden.

Fig. 18.



Der Druck, den die Axe der Rolle auszuhalten hat, ist offenbar der Resultirenden der beiden Kräfte gleich, und wenn die Richtungen der beiden Kräfte parallel sind, wie Fig. 19, so ist der Druck auf die Axe gleich der Summe der beiden Kräfte (wozu noch das Gewicht der Rolle selbst zu rechnen ist).

Auch an einer beweglichen Rolle kann nur dann Gleichgewicht stattfinden, wenn die Kräfte, welche die beiden Enden des Seils spannen, einander gleich sind, denn nur in diesem Falle geht ihre Resultirende durch den Mittelpunkt der Scheibe; die Wirkung dieser Resultirenden wird aber nicht da-

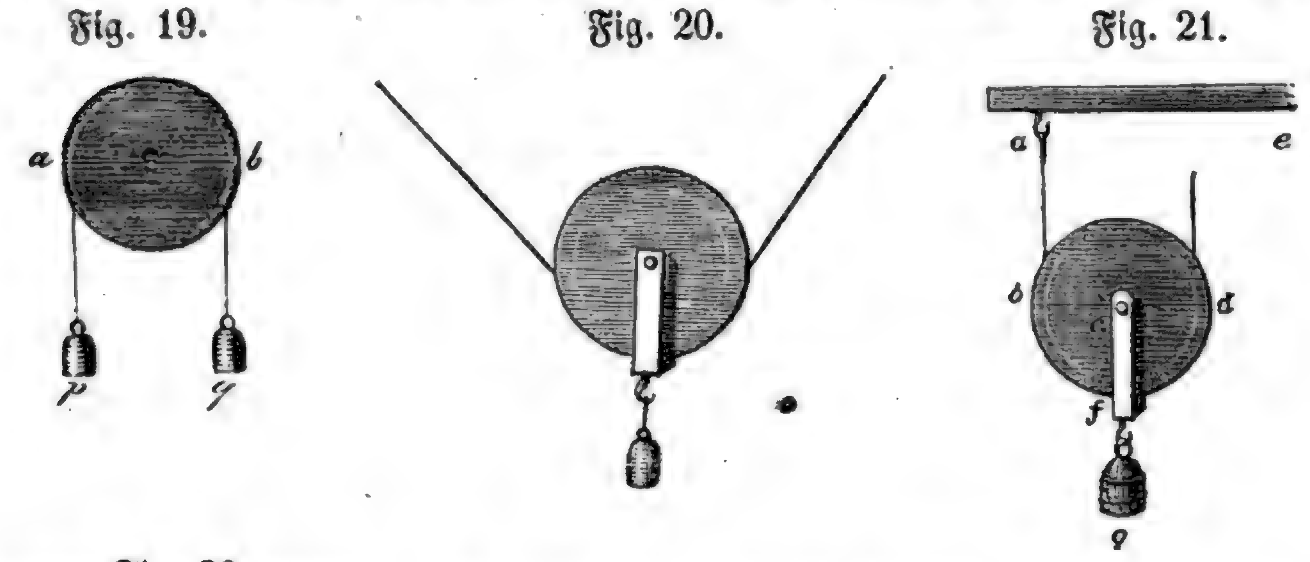


Fig. 19. Fig. 20. Fig. 21.

Fig. 22.

durch aufgehoben, daß der Mittelpunkt fest ist, sondern dadurch, daß in dem Mittelpunkte, und zwar in der Richtung der Resultirenden, eine dritte Kraft wirkt, welche dieser Resultirenden gleich und entgegengesetzt ist. Diese dritte Kraft ist gewöhnlich an einem an der Scheere befestigten Haken angebracht; in Fig. 20 ist sie durch ein Gewicht dargestellt.

Wenn die beiden Enden des um die bewegliche Rolle geschlungenen Seils einander parallel sind, wie Fig. 21, so ist klar, daß die Kraft, mit welcher jedes Seilende gespannt ist, halb so groß ist als die Last, welche an der Scheere hängt.

Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse sich befinden, wenn sie also gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Wenn zwei Flaschen, von denen die eine fest, die andere beweglich ist, durch ein Seil so verbunden werden, daß es abwechselnd von einer festen auf eine bewegliche Rolle geht, so erhält man einen Flaschenzug.

Die Fig. 22 stellt einen Flaschenzug dar, der aus drei festen und drei beweglichen Rollen besteht. Die Last *q*, welche an der gemeinschaftlichen Scheere der drei beweglichen Rollen hängt, wird offenbar durch die sechs Seile getragen, welche die oberen und unteren Rollen mit einander verbinden; die Last ver-

theilt sich also gleichmäßig auf diese 6 Seile, und folglich ist jedes durch $1/6$ der Last q gespannt; wäre z. B. eine Last von 60 Pfund angehängt, so würde jedes der 6 Seile gerade so stark gespannt seyn, als ob es für sich allein eine Last von 10 Pfunden zu tragen hätte.

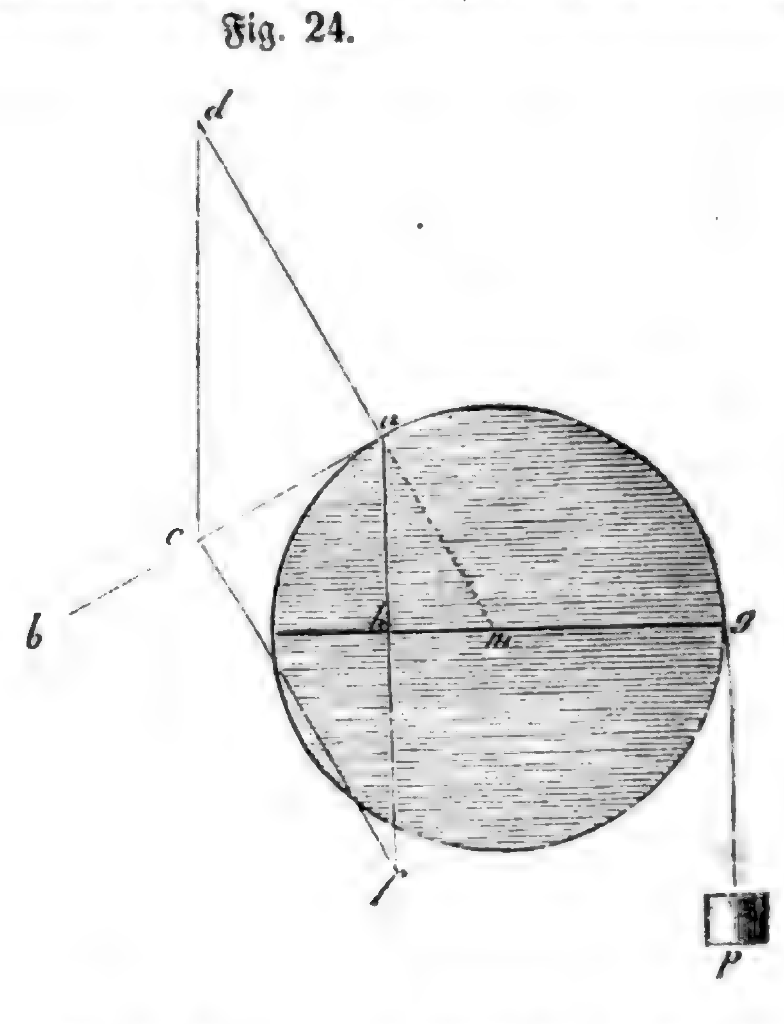
Betrachten wir nun das äußerste Seil links, welches die unterste der beweglichen Rollen mit der obersten festen verbindet; dieses Seil ist um die obere feste Rolle geschlungen und hängt auf der rechten Seite derselben frei herunter. Soll nun Gleichgewicht stattfinden, so muß das Seilstück auf der linken und auf der rechten Seite der obersten Rolle gleich stark gespannt seyn; das Seilstück links ist aber, wie wir gesehen haben, durch $1/6$ der Last q gespannt; folglich muß man, um das Gleichgewicht zu erhalten, an das Ende des Seils d ein Gewicht anhängen, welches gleich $1/6\ q$ ist. Einer Last von 60 Pfund kann man also an unserm Flaschenzug mit einer Kraft von 10 Pfund das Gleichgewicht halten.

Fig. 23.

Wenn man mehr oder weniger Rollen hat, so wird sich auch die Last auf mehr oder weniger Seile vertheilen, und folglich wird auch ein anderes Verhältniß zwischen Kraft und Last stattfinden, welches immer durch eine der eben angewandten ganz ähnliche Schlußweise ermittelt werden kann.

21 **Der Hebel.** Um eine Rolle, Fig. 24, sey eine Schnur

Fig. 24.



geschlungen, und an dem einen Ende derselben ein Gewicht p gehängt,

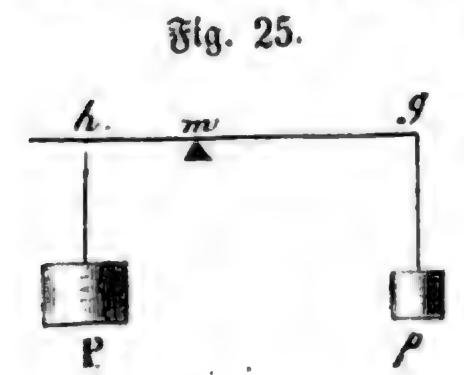
während auf der andern Seite die Schnur in der Richtung *a b* mit einer dem Gewichte *p* gleichen Kraft gespannt ist. Nun aber kann man die in *a* angreifende, in der Richtung *a b* wirkende Kraft nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in der Richtung von *a* nach *d*, also in der Verlängerung des Halbmessers *m a* wirkt, während die Richtung *a f* der andern Seitenkraft parallel mit *g p* ist.

Wenn die Rolle eine feste ist, wie wir hier voraussetzen, so wird die Wirkung der Kraft *a d* durch den Widerstand des festen Mittelpunktes *m* aufgehoben, man kann also die nach *a d* wirkende Seitenkraft ganz weglassen, ohne das Gleichgewicht zu stören; man kann ohne Weiteres die nach *a b* wirkende Kraft durch ihre nach *a f* wirkende Seitenkraft ersetzen.

Stellen wir durch die Linie *a c* die nach *a b* wirkende Kraft *p* dar, so stellt uns die Linie *a f* die Größe der Seitenkraft *P* dar, und ohne vor der Hand das Größenverhältniß zwischen *a c* und *a f* oder *p* und *P* genauer zu ermitteln, sieht man doch leicht ein, daß *P* größer seyn muß als *p*. Wir können also die in der Richtung *a b* wirkende Kraft *p* durch eine andere ebenfalls in *a* angreifende, aber in vertikaler Richtung wirkende größere Kraft *P* ersetzen, ohne das Gleichgewicht zu stören.

Anstatt die Kraft *P* in *a* angreifen zu lassen, kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, ihren Angriffspunkt in jeden beliebigen Punkt der Linie *a f* verlegen; wir können also auch die Kraft *P* im Punkte *h* angreifen lassen, welcher auf dem Durchschnitt der Linie *a f* und der Verlängerung des Halbmessers *g m* liegt; und somit haben wir zwei an den Enden einer um *m*, Fig 25, drehbaren geraden Linie *h g* wirkende, rechtwinklig zu *h g* angreifende Kräfte, *p* und *P*, welche sich das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kräfte sind ungleich, ihre Angriffspunkte *h* und *g* liegen aber auch in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte *m*.

Fig. 25.



Es ist jetzt zu ermitteln, welches Verhältniß zwischen den Größen der Kräfte *p* und *P* und den Längen *h m* und *g m* besteht.

Die Dreiecke *c a f*, Fig. 24, und *a h m* sind einander ähnlich, und daraus folgt

$$a\,c : a\,f = h\,m : a\,m.$$

Nun aber verhalten sich ja die Längen *a c* und *a f* wie die Kräfte *p* und *P*, wir haben also

$$p : P = h\,m : a\,m$$

und, da $a\,m = g\,m$,

$$p : P = h\,m : g\,m$$

oder

$$p : P = L : l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1),$$

wenn wir die Länge $h\,m = L$ und $g\,m = l$ setzen. Das heißt mit Worten, die Kräfte P und p verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Angriffspunkte vom Drehpunkte m.

Eine gerade unbiegsame Linie, welche um einen festen Punkt drehbar ist, wird ein Hebel genannt. Wenn nun in zwei verschiedenen Punkten eines Hebels rechtwinklig zu seiner Richtung zwei Kräfte angreifen, die ihn nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, so findet Gleichgewicht zwischen ihnen Statt, wenn die eben ausgesprochene Bedingung erfüllt ist. Die Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von dem Drehpunkt wird der Hebelarm der Kraft genannt; wir können demnach die Bedingung des Gleichgewichts am Hebel auch so ausdrücken: Zwei Kräfte, welche den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie den entsprechenden Hebelarmen umgekehrt proportional sind.

Wäre z. B. der Hebelarm $h\,m$ in Fig. 25 halb so groß als $g\,m$, so müßte P doppelt so groß seyn als p. Eine Kraft p kann an einem Hebel einer 100fachen Kraft P das Gleichgewicht halten, wenn nur der Hebelarm $m\,g$ auch 100mal so groß ist als der Hebelarm $h\,m$.

Aus der Proportion bei 1) folgt $P\,L = p\,l$, d. h. wenn sich zwei Kräfte an einem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muß das Produkt, welches man erhält, wenn man die Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, für die beiden Kräfte gleich seyn. Wäre z. B. die eine Kraft $p = 6$ Loth, ihr Hebelarm 12″, so müßte man, um dieser Kraft das Gleichgewicht zu halten, auf der andern Seite an einem dreimal kleinern Hebelarm $^{12}/_{3}$ oder 4″ eine dreimal größere Kraft $3 . 6 = 18$ Loth wirken lassen; offenbar aber ist das Produkt $6 . 12$ dem Produkte $4 . 18$ gleich.

Das Produkt, welches man erhält, wenn man eine an einem Hebel wirkende Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, wird das statische Moment der Kraft genannt. Man könnte auch sagen, das statische Moment einer Kraft ist diejenige Kraft, welche man statt ihrer an dem Hebelarm 1 anbringen muß, wenn durch diese Vertauschung der Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

In Fig. 26 sey die Kraft rechts $= 6$, ihr Hebelarm $= 5$, so ist das statische Moment dieser Kraft gleich $5 \times 6 = 30$; soll ihr die Kraft links das Gleichgewicht halten, so muß das statische Moment beider gleich seyn; die an dem Hebelarm 3 auf der linken Seite wirkende Kraft muß also den Werth 10 haben. Anstatt die Kraft 6 an dem Hebelarm 5 wirken zu lassen, könnte man aber, ohne das Gleichgewicht zu stören, die Kraft 30 im

Punkte *n*, also an dem Hebelarm 1 anbringen. Die auf der andern Seite an dem Hebelarm 3 wirkende Kraft 10 kann man aber durch eine im Punkte *r*, also ebenfalls am Hebelarm 1 wirkende Kraft 30 ersetzen.

Fig. 26.

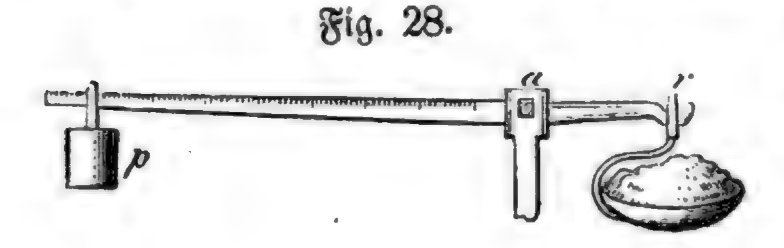
Wenn auf jeder Seite des Drehpunktes nicht eine, sondern mehrere Kräfte wirken, so findet Gleichgewicht Statt, wenn die Summe der statischen Momente auf der einen gleich ist der Summe der statischen Momente auf der andeen Seite. Es sey z. B. in Fig. 27 *m* der Drehpunkt, auf der einen Seite wirke an dem Hebelarm 2 die Kraft 5, am Hebelarm 4 die Kraft 2, am Hebelarm 6 die Kraft 4; auf der andern Seite aber die Kräfte 10 und 3 an den Hebelarmen 3 und 4, so wird zwischen allen diesen Kräften Gleichgewicht stattfinden, denn die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich.

Fig. 27.

Die Summe der statischen Momente auf der einen Seite ist $5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 42$; die Summe der statischen Momente auf der andern Seite aber ist $10 \cdot 3 + 3 \cdot 4$, also ebenfalls gleich 42. Statt der Kraft 5, welche in der Entfernung 2 vom Hebelarm angreift, könnte man die Kraft 10 in der Entfernung 1 anbringen; ebenso kann man die in den Entfernungen 4 und 6 wirkenden Kräfte 2 und 4 durch zwei andere am Hebelarm 1 angreifende Kräfte 8 und 24 ersetzen. Statt der drei in den Entfernungen 2, 4 und 6 wirkenden Kräfte 5, 2 und 4 kann man also die drei in der Entfernung 1 wirkenden Kräfte 10, 8 und 24 substituiren, oder mit anderen Worten, man kann die drei an verschiedenen Hebelarmen angreifenden Kräfte 5, 2, 4 durch eine einzige am Hebelarm 1 angreifende Kraft 42 ersetzen. Ebenso kann man aber die auf der andern Seite in den Entfernungen 3 und 4 angreifenden Kräfte 10 und 3 durch zwei andere am Hebelarm 1 wirkende Kräfte 30 und 12 oder durch eine einzige am Hebelarm 1 wirkende Kraft 42 ersetzen; die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich, es muß also Gleichgewicht stattfinden.

Die gewöhnliche Schnellwage liefert uns ein sehr passendes Beispiel der Anwendung des zweiarmigen Hebels. Die Fig. 28 mag dazu dienen, das Princip der Schnellwage zu erläutern. Der zweiarmige Hebel ist bei *a*

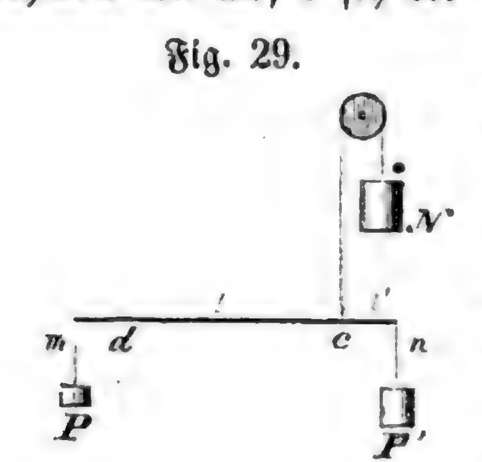
Fig. 28.



drehbar, bei r ist eine Wagschale angehängt, welche die Last aufnimmt, die also an dem Hebelarm $a\ r$ wirkt; dieser Last nun wird durch ein am andern Arm des Hebels angehängtes Laufgewicht das Gleichgewicht gehalten. Je größer die Last wird, desto mehr muß man das Laufgewicht p vom Drehpunkt r entfernen.

An einem solchen Hebel, wie wir ihn bisher betrachtet haben, hat der feste Drehpunkt einen Druck auszuhalten, welcher der Summe der an beiden Seiten wirkenden Kräfte gleich ist; ein solcher Hebel kann also auch im Gleichgewicht seyn, wenn dieser mittlere Punkt nicht fest ist, sondern wenn in ihm eine Kraft wirkt, welche der Summe der beiden anderen gleich ist, aber in entgegengesetzter Richtung wirkt. Die Fig. 29 mag dies erläutern. Nehmen wir an, c sey der feste Drehpunkt eines Hebels $m\ n$, an dessen Enden die Kräfte P und P' angreifen und sich einander das Gleichgewicht halten. Dieses Gleichgewicht wird nun nicht gestört, wenn der Punkt c aufhört fest zu seyn, wenn in ihm aber eine Kraft N angebracht wird, welche der Summe von P und P' gleich ist, die aber nach oben wirkt, während die Kräfte P und P' nach unten ziehen.

Fig. 29.



Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man jeden der drei Punkte m, c und n als fest betrachten; wenn nun einer der beiden äußeren Punkte, etwa n, fest ist, so haben wir einen **einarmigen** Hebel, d. h. einen solchen, bei welchem die Angriffspunkte der beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte N und P auf derselben Seite des festen Drehpunktes n liegen. Die beiden Kräfte haben in diesem Falle entgegengesetzte Richtung, und der Druck auf den Unterstützungspunkt ist dem Unterschiede der beiden Kräfte P und N gleich. Der Hebelarm der Kraft P ist $l + l'$, wenn man mit l die Länge $m\ c$, mit l' die Länge $n\ c$ bezeichnet; der Hebelarm der Kraft N ist aber l'. Wäre c der feste Drehpunkt gewesen, so hätte man nach dem Obigen als Bedingung des Gleichgewichts

$$P' : P = l : l'$$

und daraus folgt

$$P' + P : P = l + l' : l'$$

oder

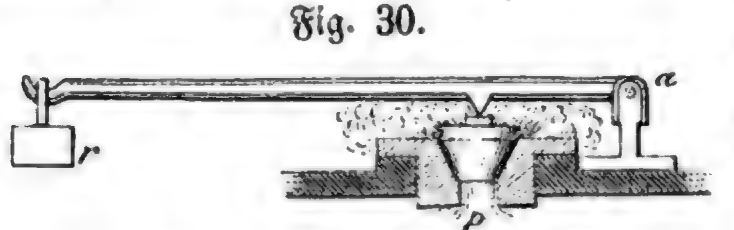
$$N : P = l + l' : l'.$$

Wenn also die an dem einarmigen Hebel in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte N und P sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen sie sich ebenfalls **umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme.**

Die Fig 30 zeigt uns die Anwendung des einarmigen Hebels. Das

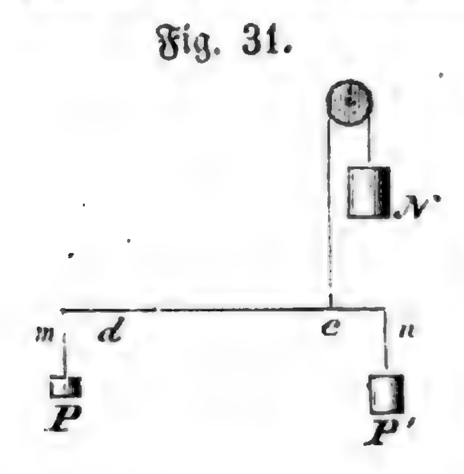
Ventil *p*, welches etwa eine Oeffnung eines Dampfkessels verschließt, wird durch den Druck des Dampfes nach oben gedrückt; diesem Druck aber wird durch eine weit kleinere nach unten wirkende Kraft, durch das Gewicht *r* das Gleichgewicht gehalten, weil *r* an einem größern Hebelarme wirkt, als der Druck auf die untere Fläche des Ventils.

Fig. 30.



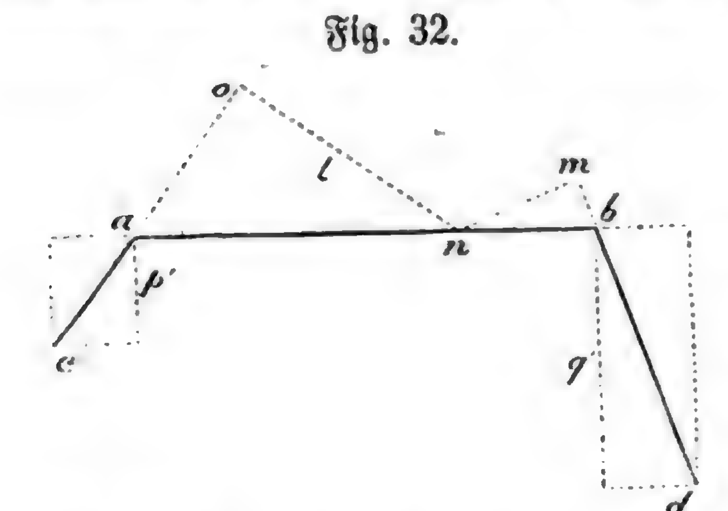
Auch die beiden Endpunkte *m* und *n* der Stange *m n* können fest seyn, während in *c* eine Kraft *N* wirkt; alsdann aber hat der Punkt *m* einen Druck *P*, der Punkt *n* einen Druck *P'* auszuhalten. Wenn eine an einer Stange hängende Last durch zwei Leute getragen wird, von denen jeder ein Ende der Stange auf den Schultern liegen hat, so haben beide zusammen die ganze Last zu tragen; und wenn die Last gerade in der Mitte der Stange aufgehängt ist, so kommt auf jeden die Hälfte der Last; wird aber die Last dem einen näher gerückt, so hat dieser einen größern Theil zu tragen. Gesetzt, die angehängte Last betrage 100 Pfund, die ganze Stange sey 5 Fuß lang, und die Last hänge 2 Fuß von dem einen, 3 Fuß vom andern Ende, so hat die Schulter des einen Trägers einen Druck von 60 Pfund, die des andern einen Druck von 40 Pfund auszuhalten.

Fig. 31.



Wir haben bisher nur den Fall betrachtet, daß die Kräfte rechtwinklig gegen den Hebel wirkten; es kann aber auch Gleichgewicht stattfinden, ohne daß dies der Fall ist. In Fig. 32 sey *n* der Stützpunkt des Hebels *a b*, in *a* wirke eine Kraft *p* nach der Richtung *a c*, in *b* eine andere *q* nach der Richtung *b d*. Die Kräfte *p* und *q* sollen sich verhalten, wie die Linien *a c* und *b d*. Nach dem Parallelogramm der Kräfte läßt sich *p* in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine *p'* rechtwinklig auf *a b*, die andere in der Richtung von *a b* wirkt. Eben so kann man die Kraft *q* in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine *q'* rechtwinklig auf *a b* und die andere in der Richtung dieser Linie wirkt. Die Wirkung der beiden Seitenkräfte, welche in die Richtung der Linie *a b* fallen, wird offenbar durch den Widerstand des festen

Fig. 32.



Punktes n völlig aufgehoben, und somit bleibt nur die Wirkung der Kräfte p' und q' übrig. Statt der ursprünglichen Kräfte p und q kann man also ohne Weiteres ihre rechtwinklig angreifenden Seitenkräfte p' und q' setzen. Gleichgewicht wird aber stattfinden müssen, wenn sich p' und q' umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme, d. h. wenn

$$p' : q' = n\,b\,.\,n\,a$$

oder wenn

$$q' \times n\,b = p' \times n\,a.$$

Verlängert man die Richtung der Kraft p, um auf ihre Verlängerung von n das Perpendikel $n\,o = l$ zu fällen, so entsteht ein Dreieck $a\,o\,n$, welches demjenigen ähnlich ist, dessen Hypotenuse p und dessen eine Kathete p' ist; aus der Aehnlichkeit dieser Dreiecke folgt

$$p : p' = a\,n : l$$

und daraus

$$p \times l = p' \times a\,n.$$

Die an den Hebelarm $a\,n$ schief angreifende Kraft p wirkt also gerade so wie ihre in demselben Punkte a angreifende Seitenkraft p', und auch so, als ob die Kraft p selbst rechtwinklig an einem kleineren Hebelarm wirkte, welchen man findet, wenn man vom Drehpunkt n ein Perpendikel auf die Richtung der Kraft fällt.

Das Moment einer schräg angreifenden Kraft findet man also, indem man die Kraft multiplicirt mit dem vom Drehpunkt auf die Richtung der Kraft gefällten Perpendikel.

Demnach wirkt die schief angreifende Kraft q gerade so, als ob sie rechtwinklig am Hebelarm $n\,m$ angriffe, und die beiden Kräfte p und q halten sich das Gleichgewicht, wenn $p \times o\,n = q \times m\,n$.

Fig. 33.

Auf die eben entwickelte Weise findet man auch die Momente der Kräfte, wenn der Hebel nicht mehr eine gerade Linie ist.

Wenn irgend ein festes System um eine feste Axe drehbar ist, so wirken die Kräfte, welche es um diese Axe umzudrehen streben, ganz nach den Gesetzen des Hebels. Deshalb finden diese Gesetze bei den vielen Maschinen eine Anwendung, welche sich in ein mehr oder weniger complicirtes System von Hebeln zerlegen lassen. Beim Haspel und der Winde z. B. (Fig. 34 und 35) verhält sich die Last r zur entgegenwirkenden Kraft umgekehrt wie ihre Hebelarme, d. h. umgekehrt wie die Halbmesser $a\,b$ und $c\,d$. Wenn z. B. der Halbmesser $a\,b$ der Welle viermal kleiner ist, als der Halbmesser $c\,d$ des Rades, so kann man mit einer Kraft von 25 Pfund einer Last von 100 Pfund das Gleichgewicht halten.

Die Winde (Fig. 35) unterscheidet sich vom Haspel nur dadurch, daß

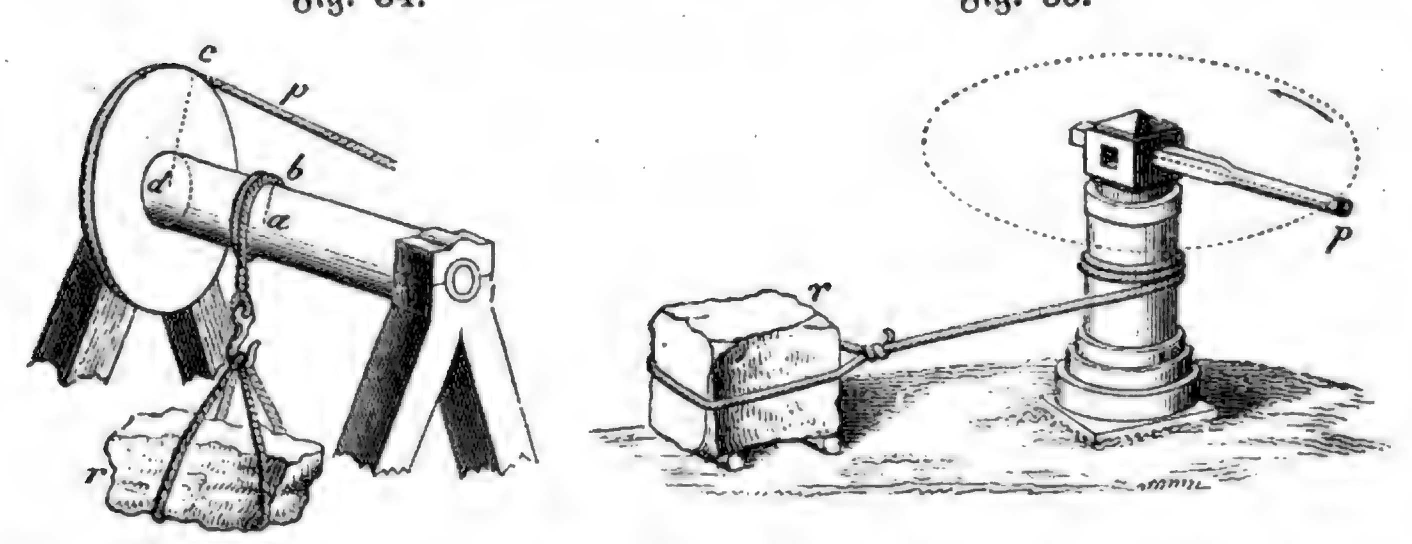
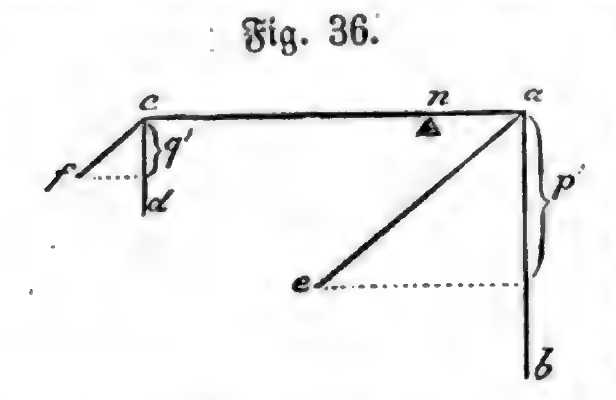


Fig. 34. Fig. 35.

die Umdrehungsaxe vertikal steht; man hat bei p eine verhältnißmäßig geringe Kraft anzuwenden, um die Last r fortzuschaffen.

Wenn zwei parallele rechtwinklig angreifende Kräfte an einem Hebel einander das Gleichgewicht halten, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man sie in gleichem Verhältniß vergrößert oder verkleinert. Eben so wenig wird das Gleichgewicht gestört, wenn beide Kräfte ihre Richtung so ändern, daß sie unter sich parallel bleiben. Wenn z. B. die Kräfte $a\,b = p$ und $c\,d = q$ an dem Hebel $a\,c$ sich das Gleichgewicht halten, so besteht dasselbe auch noch, wenn man dieselben Kräfte nach den einander parallelen Richtungen $a\ e$ und $c\ f$ wirken läßt; denn die schräg wirkende Kraft p wirkt wie ihre rechtwinklige Seitenkraft p' und die schräg wirkende q wie die rechtwinklig angreifende q'; p' und q' halten sich aber gewiß das Gleichgewicht, wenn es zwischen den Kräften p und q bei rechtwinkligem Angriff bestand.

Fig. 36.



Schwerpunkt. Ein schwerer Körper, wie groß oder klein er auch seyn 22
mag, kann als eine Vereinigung unendlich vieler materieller Punkte betrachtet werden, auf welche die Schwere wirkt.

Alle diese Kräfte, obgleich unendlich an Zahl, können durch eine einzige Kraft ersetzt werden, welche an einem bestimmten Punkte angreift. Diese einzige Kraft, welche nichts anderes ist, als die Summe oder die Resultirende aller einzelnen Wirkungen der Schwere, nennt man das Gewicht des Körpers, und der Angriffspunkt dieser Resultirenden ist sein Schwerpunkt.

Diese Definition genügt schon, damit man Schwere und Gewicht nicht verwechsele. Die Schwere ist die Elementarkraft, welche auf alle Theilchen der Materie überhaupt wirkt, während das Gewicht eines Körpers

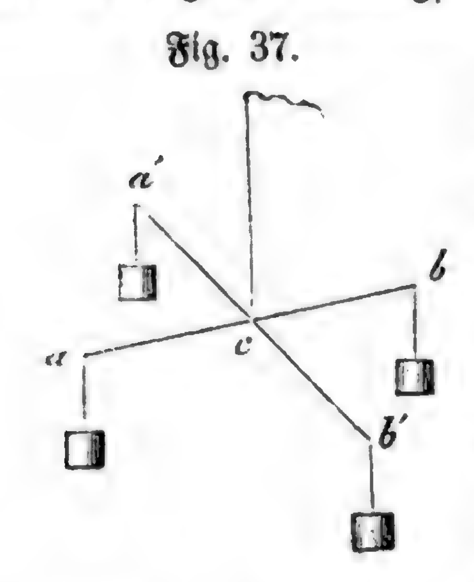
die Summe der Wirkungen ist, welche die Schwere auf diesen Körper insbesondere ausübt.

Es ist sehr wichtig, das Gewicht der Körper und ihren Schwerpunkt bestimmen zu können, weil man alsdann das Gewicht, d. h. eine einzige Kraft, für alle die elementaren Kräfte setzen kann, welche auf den Körper wirken; und den Schwerpunkt, d. h. einen einzigen Punkt, für die Gesammtheit der Punkte, welche ihn bilden. Man kann demnach eine schwere Masse, welches auch ihre Größe und ihre Gestalt seyn mag, als einen einzigen Punkt betrachten, auf welchen eine einzige Kraft wirkt.

In einem schweren Körper, welcher nicht wenigstens einige hundert Meter Ausdehnung hat, ist die Richtung der Schwerkraft für alle Moleküle als vollkommen parallel zu betrachten; sie ist aber auch für alle Moleküle gleich, weil alle Moleküle im leeren Raum gleich schnell fallen. Der Schwerpunkt ist demnach nichts anderes, als der Mittelpunkt paralleler gleicher Kräfte. Daraus ergeben sich die charakteristischen Eigenschaften des Schwerpunkts, welcher ein bestimmter Punkt ist, dessen Lage sich nicht ändert, wenn man die Lage des Körpers gegen die Richtung der Schwere ändert.

Daß es in einem jeden festen Körper einen solchen Schwerpunkt geben muß, läßt sich aus den Gesetzen der Wirkung paralleler Kräfte ableiten. Wenn eine gerade unbeugsame Linie *a b* (Fig. 37) in ihrer Mitte unterstützt und an beiden Enden mit gleichen Gewichten belastet ist, so muß Gleichgewicht stattfinden, wie man die Linie auch um den Angriffspunkt der Mittelkraft drehen mag; das Gleichgewicht findet ebensowohl in der Lage *a b* als in der Lage *a' b'* Statt. Stellen wir uns vor, die beiden Punkte *a* und *b* seyen zwei schwere, durch die gerade, feste, gewichtlose Linie *a b* verbundene Moleküle, so ist klar, daß Gleichgewicht stattfinden muß, sobald nur der Punkt *c* unterstützt ist, welches auch die Lage der Linie *a b* seyn mag. Der Punkt *c* wäre hier nichts anderes, als der Schwerpunkt des aus zwei Molekülen bestehenden Körpers. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die Wirkungen der Schwerkraft der beiden Moleküle im Schwerpunkt *c* vereinigt denken.

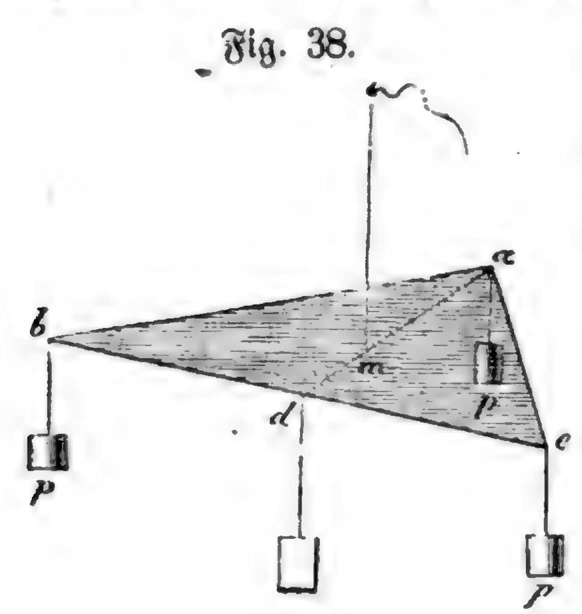
Fig. 37.



Wenn an den drei Eckpunkten eines starren gewichtlosen Dreiecks *a b e* (Fig. 38) drei gleiche parallele Kräfte wirken, so ist es leicht, den Angriffspunkt ihrer Mittelkraft zu bestimmen. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die beiden in *b* und *e* wirkenden Kräfte in der Mitte *d* der Linie *b e* vereinigen; und so ist die Wirkung der drei Kräfte auf die Wirkung

von zweien reducirt, welche in den Punkten *a* und *d* angreifen. Die in *d* angreifende Kraft ist doppelt so groß als die in *a* angreifende; wenn man demnach die Linie *a d* durch den Punkt *m* so in zwei Theile theilt, daß *a m* doppelt so groß ist als *d m*, so muß zwischen den in *d* und *a* wirkenden parallelen Kräften 2 *p* und *p* nothwendig Gleichgewicht stattfinden, wenn nur der Punkt *m* unterstützt ist, welches auch übrigens die Lage der Linie *a d* seyn mag. Da aber die in *d* wirkende Kraft ja nur die Resultirende der in *b* und *e* wirkenden parallelen Kräfte ist, so kann man, ohne etwas zu ändern, auch diese selbst wieder statt ihrer Resultirenden nehmen; und somit ist klar, daß zwischen den drei parallelen in *a*, *b* und *e* angreifenden Kräften nothwendig Gleichgewicht besteht, wenn der Punkt *m* unterstützt ist, oder man in *m* eine Kraft in entgegengesetzter Richtung wirken läßt, welche gleich 3 *p* ist, welches auch übrigens die Lage des Dreiecks seyn mag.

Fig. 38.



Stellen wir uns vor, die Punkte *a*, *b* und *e* seyen drei schwere Moleküle, welche stets in unveränderlicher Stellung gegen einander zu bleiben genöthigt sind, so wirkt die Schwerkraft dieser Moleküle gerade so, wie die vorher in *a*, *b* und *e* angehängten Gewichte; und es ist klar, daß der aus drei Molekülen bestehende Körper im Gleichgewicht seyn wird, sobald nur sein Schwerpunkt *m* unterstützt ist.

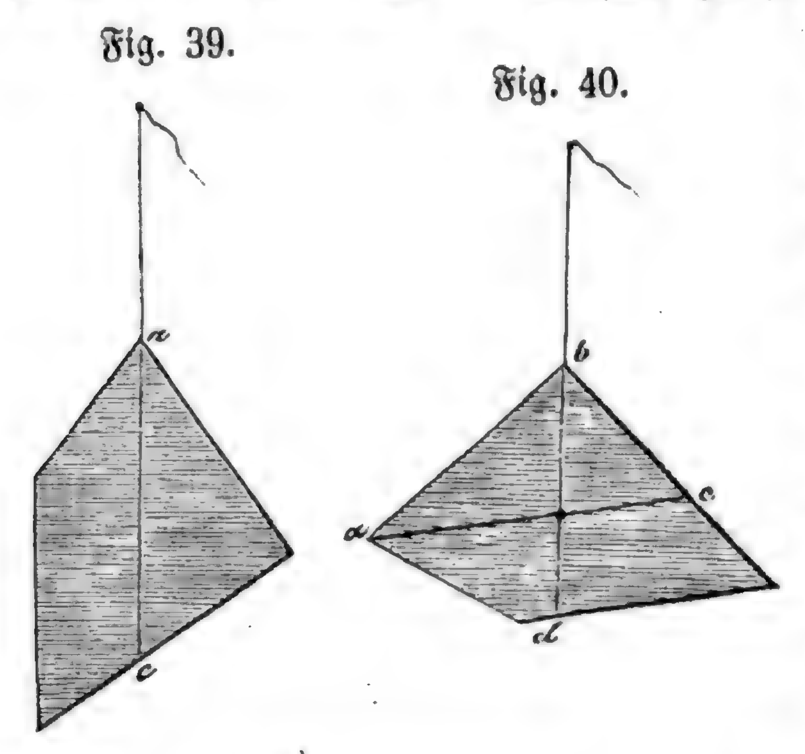
Gerade so aber wie sich zeigen läßt, daß 2 und 3 schwere fest verbundene Moleküle einen Schwerpunkt haben müssen, so kann man auch einsehen, daß je 4, 5, 6 u. s. w. fest verbundene Moleküle einen solchen Schwerpunkt haben müssen, daß endlich jeder feste Körper einen unveränderlichen Schwerpunkt haben muß, wie groß auch die Anzahl der Moleküle seyn mag, aus denen er besteht.

Damit ein schwerer Körper im Gleichgewicht sey, braucht nur eine einzige Bedingung erfüllt zu seyn, nämlich die, daß sein Schwerpunkt unterstützt ist. Wenn demnach der Schwerpunkt eines Körpers für sich selbst ein fester Punkt ist, so mag man den Körper auf alle nur mögliche Weisen drehen, er wird immer im Gleichgewicht seyn. Man kann den Versuch mit einer homogenen Scheibe machen, die man um eine horizontale, feste Axe dreht, welche durch ihren Schwerpunkt geht. Wenn ein Körper in einem Punkte unterstützt ist, welcher nicht mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, so ist das Gleichgewicht zwar noch möglich, aber es findet nicht in allen Lagen, sondern nur bei zwei besonderen Stellungen Statt, wenn

nämlich der Schwerpunkt vertikal über oder unter dem Unterstützungspunkt liegt. Der Versuch ist ebenfalls mit einer Scheibe leicht anzustellen.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem Punkte *a* auf (Fig. 39), so wird die Verlängerung des den Körper tragenden Fadens in einem Punkte *c* aus dem Körper austreten. Auf der Linie *a c* muß nothwendig der Schwerpunkt liegen. Hängt man den Körper in einem zweiten Punkte *b*, Fig. 40, auf, so muß der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung des Fadens, also auf der Linie *b d*, liegen; der Schwerpunkt liegt also auf dem Durchschnittspunkte der Linien *b d* und *a c*. Der Schwerpunkt von homogenen ebenen Scheiben ist nach dieser Methode leicht zu bestimmen, bei anderen Körpern ist es jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, die Verlängerung des vertikalen Fadens durch das Innere des Körpers genau zu ermitteln.

Fig. 39. Fig. 40.

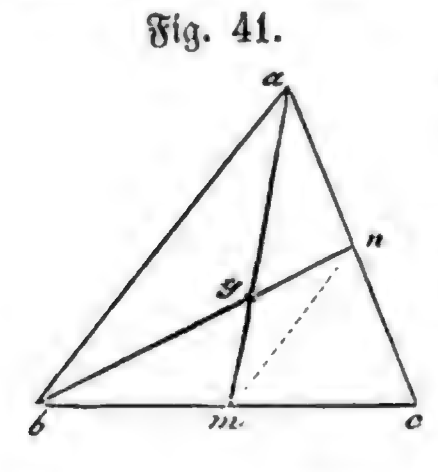


Der Schwerpunkt homogener Körper von regelmäßiger Gestalt läßt sich durch einfache geometrische Betrachtungen bestimmen.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt offenbar in der Mitte ihrer Länge.

Der Schwerpunkt eines homogenen Dreiecks (Fig. 41) wird gefunden, indem man von zwei Spitzen desselben nach der Mitte der gegenüberstehenden Seiten gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt *g* dieser beiden Linien ist der gesuchte Schwerpunkt. Die Wahrheit dieser Behauptung ist leicht einzusehen. Der Punkt *m* ist der Schwerpunkt der geraden Linie *b c*; denkt man sich nun im Dreieck irgend eine gerade Linie parallel mit *b c* gezogen, so wird sie offenbar durch die Linie *a m* halbirt; auf der Linie *a m* liegen also die Schwerpunkte aller im Dreieck parallel mit *b c* gezogenen Linien; *a m* ist also so zu sagen eine Schwerlinie des Dreiecks, und offenbar muß der Schwerpunkt des Dreiecks auf *a m* liegen.

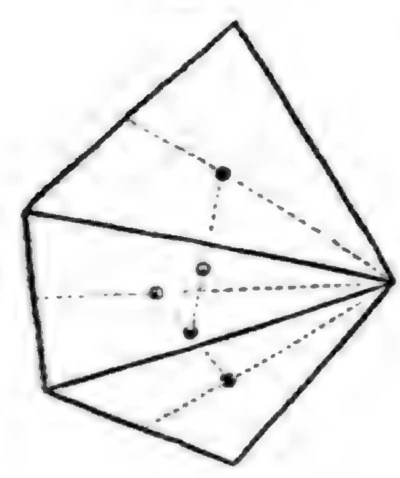
Fig. 41.



Dieselbe Schlußweise zeigt aber auch, daß der Schwerpunkt auf der Linie $n\ b$ liegen müsse.

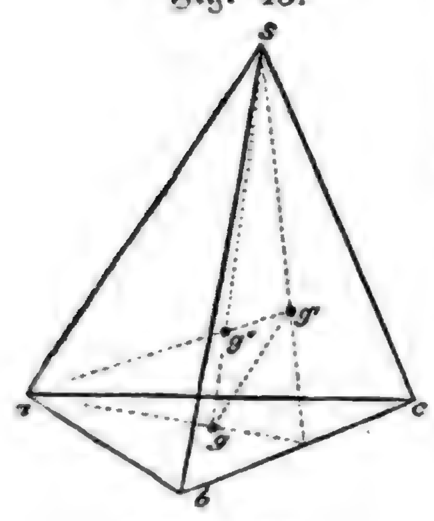
Der Punkt g liegt so, daß $g\ m = \frac{1}{3}\ a\ m$ und $g\ n = \frac{1}{3}\ b\ n$ ist. Dies zu zeigen, ziehe man die Linie $m\ n$, so ist offenbar $m\ n = \frac{1}{2}\ b\ a$. Die Dreiecke $g\ m\ n$ und $g\ a\ b$ sind aber ähnlich, und daraus folgt, daß $gm : ga = mn : ba$, daß also $gm = \frac{1}{2}\ ag$.

Fig. 42.



Der Schwerpunkt eines Polygons (Fig. 42) wird gefunden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und den Schwerpunkt eines jeden bestimmt. Da nun die in den Schwerpunkten dieser Dreiecke angreifenden Kräfte dem Flächeninhalte der Dreiecke proportional sind, so hat man nur noch nach den bekannten Regeln die Resultirende dieser Kräfte zu suchen.

Fig. 43.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide (Fig. 43) wird gefunden, wenn man von den Spitzen s und a Linien nach den Schwerpunkten g und g' der gegenüberstehenden Dreiecke zieht. Der Durchschnittspunkt g'' dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt. Es ist leicht zu beweisen, daß $g\ g'' = \frac{1}{4}\ g\ s$ ist.

Fig. 44.

Der Schwerpunkt eines Kegels (Fig. 44) von kreisförmiger Basis liegt auf der geraden Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkt der Basis gezogen werden kann, und zwar ist seine Entfernung von dem Mittelpunkt der Basis $\frac{1}{4}$ dieser ganzen Linie.

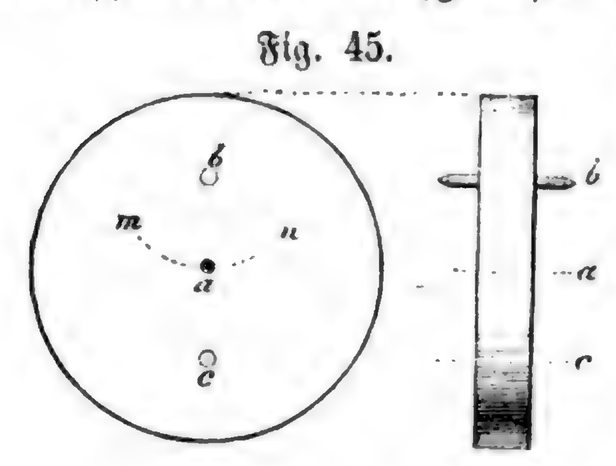
Der Schwerpunkt einer regelmäßigen Eckſäule, eines Cylinders, einer Kugel fällt mit dem geometrischen Mittelpunkt zusammen.

Vom Gleichgewicht. Wir haben schon gesehen, daß die einzige Gleichgewichtsbedingung 23
schwerer Körper die ist, daß ihr Schwerpunkt unterstützt seyn muß. Diese Bedingung aber kann auf verschiedene Weise erfüllt seyn, je nachdem die Körper in festen Punkten aufgehängt sind oder auf Stützpunkten ruhen.

Denken wir uns durch eine homogene Scheibe (Fig. 45 a. f. S.) drei Löcher a, b und c gemacht. a soll durch den Schwerpunkt der Scheibe gehen. Die Scheibe wird in allen Lagen im Gleichgewicht seyn, wenn eine feste Axe durch das mittlere Loch a geht. In diesem Falle hat man ein

indifferentes Gleichgewicht. Wenn die Axe durch das obere Loch *b* geht, so ist das Gleichgewicht stabil, weil, wenn man die Scheibe aus dieser Lage entfernt, sie immer wieder in dieselbe zurückzukehren strebt. Dreht man die Scheibe nur etwas um die Axe *b*, so wird nämlich der Schwerpunkt auf dem Bogen *m n* nach der rechten oder linken Seite hin verrückt; er ist nicht mehr unterstützt, weil er nicht mehr vertikal unter *b* liegt, und die auf ihn wirkende Schwerkraft treibt ihn wieder nach der Gleichgewichtslage zurück. Wenn die Axe durch das untere Loch *c* geht, so findet zwar noch Gleichgewicht, aber ein labiles Gleichgewicht Statt; denn sobald der Schwerpunkt nur im mindesten aus der durch *c* gehenden Vertikalen entfernt wird, kehrt er nicht zurück, sondern er beschreibt einen Halbkreis, bis er in einem Punkte vertikal unter dem Punkte *c* anlangt.

Fig. 45.



Man kann diese Resultate allgemein so ausdrücken: Ein an einer Axe aufgehängter Körper kann in stabilem, labilem oder indifferentem Gleichgewicht sich befinden, je nachdem sein Schwerpunkt unter, über oder in der Axe selbst liegt.

Untersuchen wir, was geschieht, wenn eine Scheibe auf eine horizontale oder geneigte Ebene gesetzt wird. Nehmen wir an, daß die Scheibe so, etwa aus Blei und Holz zusammengesetzt sey, daß ihr Schwerpunkt auf den Kreis *a b d* in hinlänglicher Entfernung vom Mittelpunkt zu liegen komme. Es kann hier nur ein stabiles und ein labiles Gleichgewicht stattfinden; stabiles Gleichgewicht findet Statt, wenn der Schwerpunkt den tiefsten Punkt *a* des Kreises *a b d* einnimmt. Ist der Schwerpunkt im höchsten Punkt *b* dieses Kreises, so haben wir den Fall eines labilen Gleichgewichts.

Fig. 46.

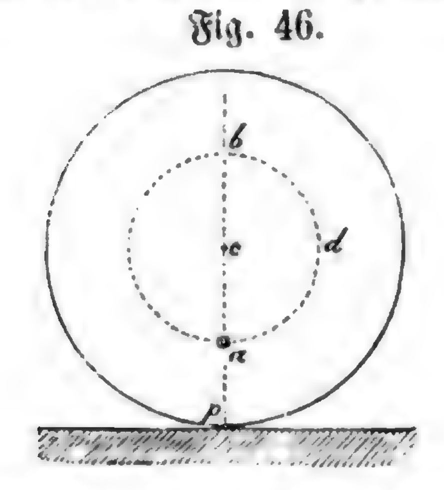
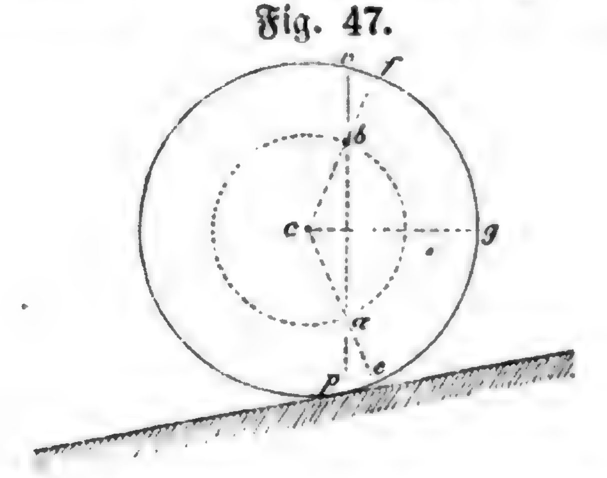


Fig. 47.



Wenn dieselbe Scheibe auf eine geneigte Ebene (Fig. 47) gesetzt wird, so findet Gleichgewicht Statt, wenn der Schwerpunkt in der vertikalen Ebene

$p\ b$ liegt, welche man durch die Berührungslinie legen kann; die Stabilität findet Statt, wenn der Schwerpunkt im tiefsten Punkte a, das labile Gleichgewicht, wenn er im höchsten Punkte b sich befindet.

Nehmen wir an, die Scheibe befinde sich in der Lage des labilen Gleichgewichts, und werde nur etwas nach der rechten Seite hin bewegt, so rollt sie zur schiefen Ebene hinauf, bis die Bedingung des stabilen Gleichgewichts wieder erfüllt ist. Während dieses scheinbaren Aufwärtssteigens gelangt der Schwerpunkt dennoch fortwährend zu tiefer liegenden Punkten.

Wenn ein Körper mit mehr oder weniger breiter Basis auf dem Boden steht, so muß die durch seinen Schwerpunkt gezogene Vertikale noch die Basis selbst treffen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Demnach muß der schiefe Cylinder (Fig. 48) im Gleichgewicht seyn, wenn er nur die in der Figur schattirte Länge hat; er würde umfallen müssen, wenn er eine solche Höhe hätte, daß sein Schwerpunkt in b läge.

Fig. 48.

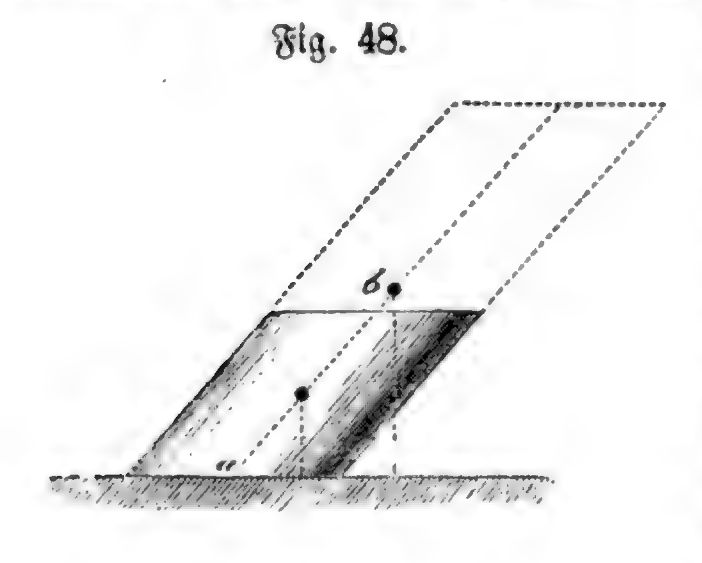
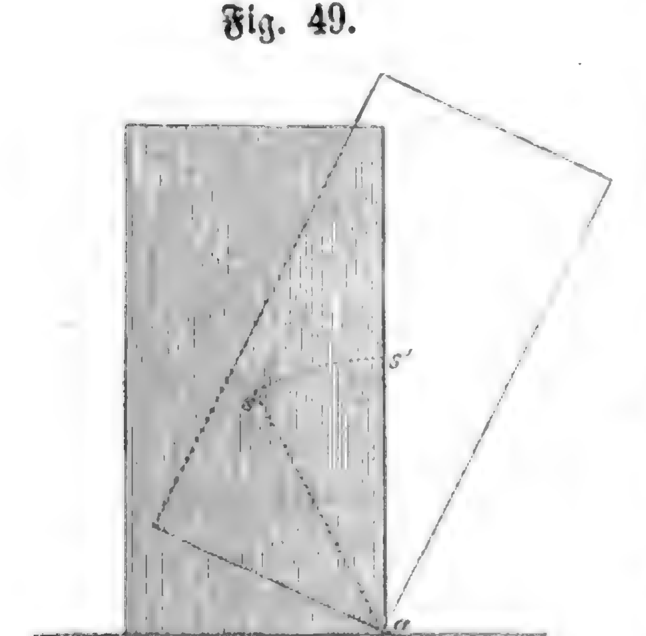


Fig. 49.



Wenn ein auf irgend einer vieleckigen Basis stehender Körper umgeworfen werden soll, so muß er zunächst um eine seiner Grundkanten gedreht werden, bis sein Schwerpunkt vertikal über dieser Umdrehungskante steht. Sollte z. B. der in Fig. 49 dargestellte Klotz umgeworfen werden, und dabei die Kante a die Rolle der Umdrehungskante spielen, so hätte man zunächst den Klotz so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt s in die Lage s' kommt; ließe die Kraft, welche das Umwerfen bewirken soll, eher nach, als der Schwerpunkt in s' angekommen ist, so wird der Klotz in seine ursprüngliche Lage zurückfallen müssen; hat man aber den Schwerpunkt nur im Mindesten über s' hinausgebracht, so wird nun der Körper von selbst ganz umfallen.

Ein Körper wird um so fester stehen, je mehr Kraft man anwenden muß, um ihn so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt vertikal über der Umdrehungskante steht.

Die Fig. 50 stelle einen Stein vor, welcher dieselbe Basis und dasselbe Gewicht hat wie der Holzklotz, Fig. 49, so wird es viel schwerer seyn, den Stein um die Kante *a* umzuwerfen als den Holzklotz, weil man beim Stein den Schwerpunkt weit mehr heben muß, um ihn bis *s'* zu bringen, als dies beim Holzklotz, Fig. 49, der Fall ist.

Daraus ergiebt sich, daß unter übrigens gleichen Umständen **ein Körper um so fester steht, je tiefer sein Schwerpunkt liegt.** Ein hochbeladener Wagen wird also leichter umfallen als ein anderer, der mit gleichem Gewicht, aber nicht bis zu derselben Höhe geladen ist. Es ergiebt sich daraus auch die Regel, daß man beim Laden von Wagen die schwereren Gegenstände so weit als möglich in den untern Theil des Wagens bringen muß.

Ein Körper steht auch um so fester, je breiter unter übrigens gleichen Umständen seine Basis ist. Es stelle z. B. Fig. 50 einen Stein, Fig. 51 aber ein Metallstück von gleichem Gewicht und gleicher Höhe dar, so sieht man schon aus der Figur, daß bei der Umkantung des Steins der Schwerpunkt höher gehoben werden muß als bei der Umkantung des gleich schweren und gleich hohen Metallstücks, dessen Basis schmäler ist.

Fig. 50

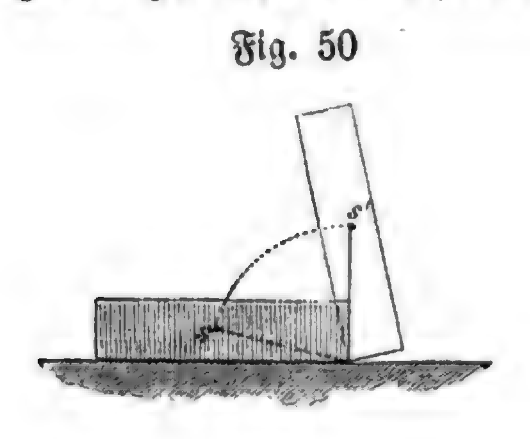
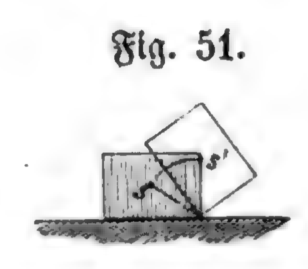


Fig. 51.



Ein Körper steht also um so fester, je breiter seine Basis ist und je weniger hoch sein Schwerpunkt über dieser Basis liegt. Ein vierfüßiges Thier steht fest, wenn der Schwerpunkt seines ganzen Körpers über dem Vi reck

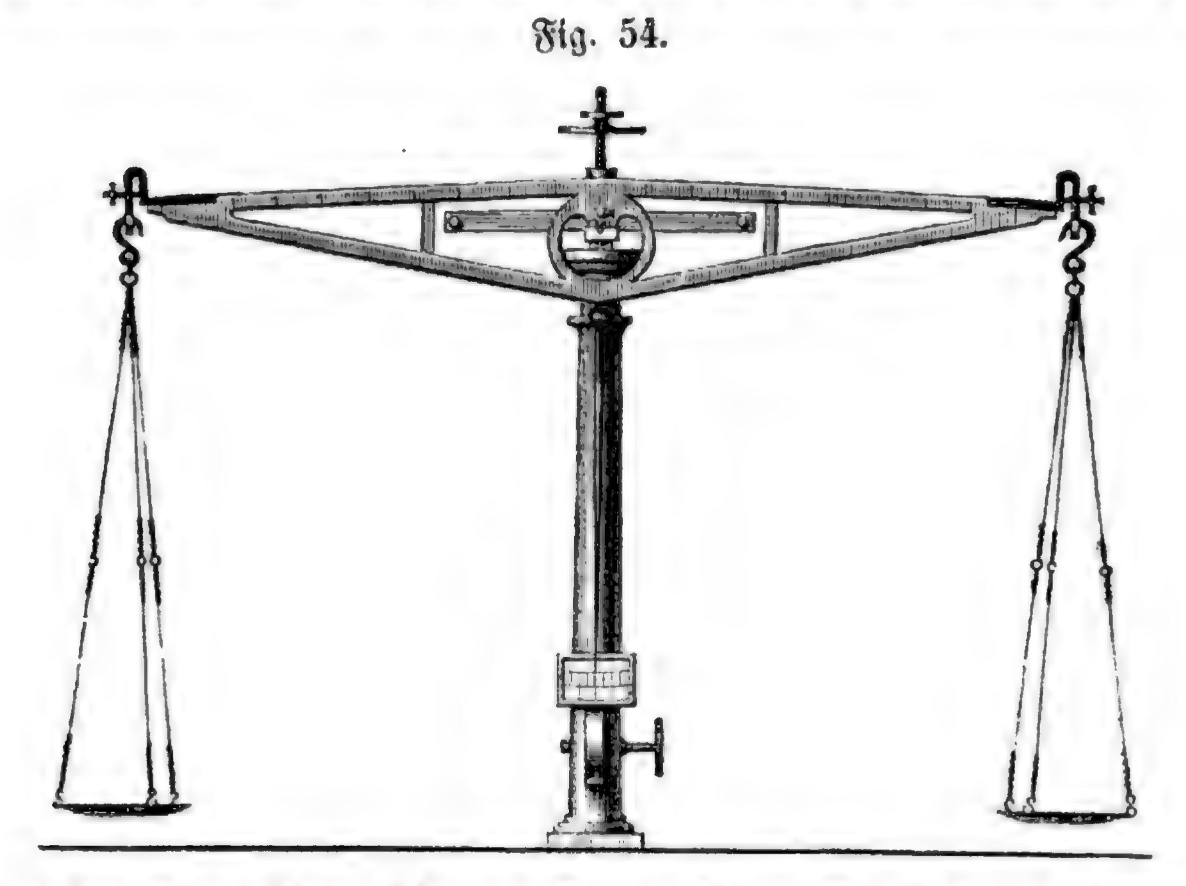
Fig. 52.

Fig. 53.

liegt, welches auf dem Boden durch seine vier Füße bezeichnet ist. Wenn ein Mensch einen Arm aufhebt, so wird der Schwerpunkt seines Körpers verrückt; wenn ein Vogel seinen Hals ausstreckt, so wird sein Schwerpunkt bedeutend nach vorn gerückt. Ein Mensch, welcher Lasten trägt, muß, je nach der Art des Tragens, seine Stellung ändern. Trägt er die Last auf dem Rücken (Fig. 52), so muß er sich vorbeugen, trägt er sie in der linken Hand (Fig. 53), so muß er den Oberkörper rechts neigen, denn sonst fiele der gemeinschaftliche Schwerpunkt des menschlichen Körpers und der getragenen Last außerhalb der Verbindungslinie der Füße, er müßte also umfallen.

Die Wage. Die gewöhnliche Wage besteht im Wesentlichen aus einem 24
Stabe, einem Balken, welcher um eine wagerechte feste Axe drehbar ist, die

Fig. 54.



sich in der Mitte seiner Länge befindet. Ohne Belastung an den Enden soll der Wagbalken eine vollkommen horizontale Lage annehmen. Auf beiden Seiten des Wagbalkens hängen Wagschalen, welche zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und der Gewichte dienen. Bei gleicher Belastung der Wagschalen muß der Wagbalken seine horizontale Stellung beibehalten; bringt man jedoch in die eine Schale ein Uebergewicht, so muß sich der Wagbalken nach dieser Seite senken.

Wir wollen nun untersuchen, durch welche Einrichtung den eben ausgesprochenen Forderungen Genüge geleistet werden kann. Denken wir uns vorerst die Wagschalen noch weg, und nehmen wir an, die horizontale Axe ginge durch den Schwerpunkt des Wagbalkens, so haben wir den Fall eines indifferenten Gleichgewichts, der Wagbalken wird bei jeder beliebigen Neigung gegen die Horizontale im Gleichgewicht seyn. Eine solche Vorrichtung

erfüllt also die erste Forderung nicht, daß der Wagbalken für sich, ohne Belastung an den Enden, eine horizontale Lage annehmen muß. Dieser Forderung kann nur dadurch genügt werden, daß der Schwerpunkt des Wagbalkens unter seinem Drehpunkt liegt.

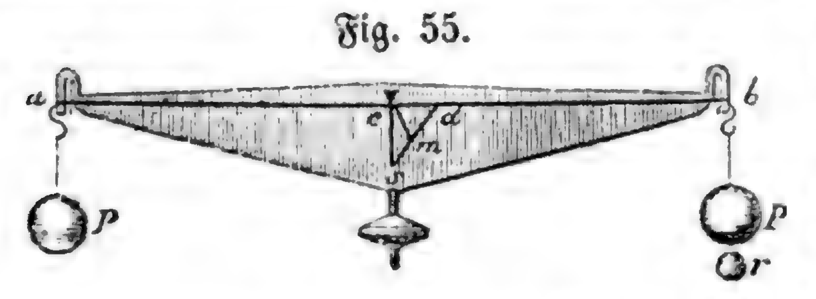
Denken wir uns rechtwinklig auf die Längenaxe des Wagbalkens eine Linie gezogen, welche dieselbe halbirt, so muß diese Linie durch den Drehpunkt des Wagbalkens und durch seinen Schwerpunkt gehen.

Durch das Anhängen der Wagschalen wird in unserer Schlußweise nichts geändert, denn wir können uns ihr Gewicht im Aufhängepunkt vereinigt denken, und dann machen sie einen integrirenden Theil des Wagbalkens aus.

Wenn man die Aufhängepunkte der Wagschalen durch eine gerade Linie verbindet, so kann diese Linie durch den Drehpunkt gehen, oder über oder unter demselben liegen. Der erstere dieser drei Fälle ist sowohl für die Betrachtung der einfachste, als auch für die praktische Ausführung der zweckmäßigste; wir wollen deshalb auch in unserer Untersuchung von diesem Falle ausgehen.

In Fig. 55 sey $a\ b$ die gerade Linie, welche die Aufhängepunkte der Wagschalen verbindet, deren Gewicht wir uns in den Punkten a und b vereinigt denken; c sey der Aufhängepunkt des Wagbalkens, also der Drehpunkt desselben; s aber der Schwerpunkt des Wagbalkens. Wenn in a und b gleiche Gewichte P angehängt werden, so bleibt der Wagbalken in horizontaler Lage stehen; denn man kann sich die eine der Lasten direct in a, die andere direct in b wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten P mit dem Punkt c zusammen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller an c hängenden Massen, d. h. des Wagbalkens und der Lasten P fällt demnach in einen Punkt zwischen c und s; dieser gemeinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertikal unter dem Aufhängepunkt, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.

Fig. 55.



Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten a und b vereinigt denken müssen) nicht mehr mit c zusammen, sondern er rückt auf der Linie $a\ b$ nach der Seite des Uebergewichts, etwa nach d hin, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Wagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt m der Linie $d\ s$; da aber bei horizontaler Stellung des Wagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt m nicht mehr vertikal unter dem Aufhängepunkte c liegt, so muß sich der ganze

Wagbalken um die Axe c so weit drehen, bis diese Bedingung erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm $c\,a$ heben, $c\,b$ aber senken. Der Winkel, welchen der Wagbalken für den Fall des Uebergewichts auf der einen Seite mit der Horizontalen macht, heißt Ausschlagswinkel.

Wir wollen nun untersuchen, wie eine Wage eingerichtet seyn muß, damit sie recht empfindlich sey, d. h. damit sie bei einem kleinen Uebergewicht schon einen großen Ausschlag gebe.

1) Der Schwerpunkt des Wagbalkens muß möglichst nahe unter dem mittleren Aufhängepunkt liegen, denn wenn bei übrigens unveränderten Umständen der Schwerpunkt s des Wagbalkens in die Höhe gerückt wird, so rückt auch der Punkt m vertikal nach oben, was offenbar eine Vergrößerung des Ausschlags zur Folge hat. Bei guten Wagen hat man eine Vorrichtung angebracht, welche eine Regulirung der Lage des Schwerpunkts möglich macht. In der Verlängerung der Linie $c\,s$ ist nämlich eine feine Schraube angebracht, an welcher ein den Umständen entsprechendes Gewicht auf- und abgeschraubt werden kann, womit offenbar eine Verrückung des Schwerpunkts verbunden ist. Hätte man dies Gewicht so weit verschraubt, daß s mit c zusammenfiele, so hätte man ohne Belastung und bei gleicher Belastung auf beiden Seiten den Fall des indifferenten Gleichgewichts; brächte man dann auf der einen Seite das Uebergewicht r an, so würde der Punkt m auf die Linie $a\,b$ fallen, d. h. also schon bei dem geringsten Uebergewicht würde der Ausschlagswinkel ein rechter werden, der Wagbalken würde ganz umschlagen, kurz das Instrument würde aufhören brauchbar zu seyn.

2) Die Empfindlichkeit nimmt mit der Länge des Wagbalkens zu. Wenn man, ohne sonst etwas zu verändern, den Wagbalken verlängern könnte, so würde die Entfernung $c\,d$ in demselben Verhältniß größer werden, und der Punkt m würde also auch nach einer Richtung, die mit $a\,b$ parallel ist, weiter von der Linie $c\,s$ weggerückt werden, die Linie $c\,m$ würde also einen größern Winkel mit $c\,s$ machen, der Ausschlagswinkel würde also wachsen. (Es ist leicht einzusehen, daß der Winkel $m\,c\,s$ selbst dem Ausschlagswinkel gleich ist.)

3) Der Wagbalken muß möglichst leicht seyn. In dem Punkte d können wir uns das Gewicht der Lasten $2\,P + r$, in s aber das Gewicht des Wagbalkens, welches wir mit g bezeichnen wollen, vereinigt denken. Offenbar hängt nun die Lage des gemeinschaftlichen Schwerpunktes m von der Größe der an den Enden der Linie $d\,s$ wirkenden Kräfte ab. Wenn das in s wirkende Gewicht g und das in d wirkende $2\,P + r$ einander gleich wären, so fiele m in die Mitte von $d\,s$, je kleiner aber g im Vergleich zu $2\,P + r$ wird, desto mehr muß m nach d hinrücken, und desto größer wird dann begreiflicherweise der Ausschlag.

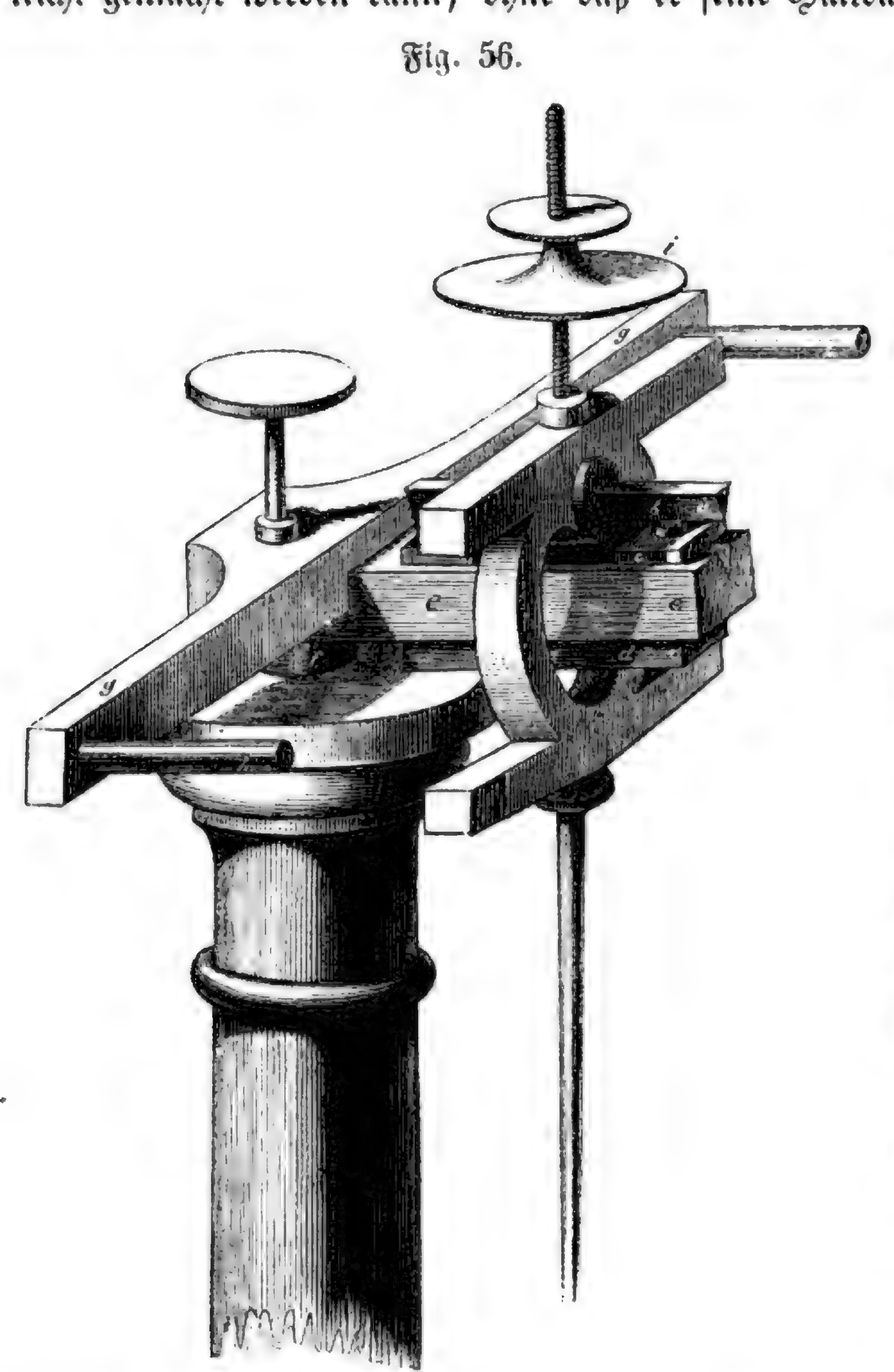
Was nun die beiden letzten Punkte betrifft, so ist man doch an gewisse

Gränzen gebunden, welche man nicht überschreiten darf, ohne daß die Wage wegen der zu großen Länge der Wagbalken zu unbequem für den Gebrauch würde oder wegen ihrer Leichtigkeit die nöthige Haltbarkeit verlöre.

25 Je nachdem man eine Wage zu verschiedenen Zwecken anwenden will, ist auch der Grad der Genauigkeit, welchen man verlangt, sehr verschieden. Am genauesten müssen die Wagen seyn, welche zu physikalischen und chemischen Untersuchungen bestimmt sind. Die Figur 60 stellt eine der Wagen dar, wie sie in Berlin von Oertling und von Kleiner verfertigt werden. Die beiden folgenden Figuren 56 und 57 stellen Details dieser Wagen dar.

Der Wagbalken ist nicht massiv, sondern durchbrochen, wodurch er leicht gemacht werden kann, ohne daß er seine Haltbarkeit verliert. Durch den Wagbalken hindurch geht ein dreiseitiges Stahlprisma *a*, dessen Axe genau rechtwinklig auf der Ebene des Wagbalkens steht; die untere Kante dieses Prismas ist scharf, ohne gerade schneidend zu seyn; diese Kante ruht auf zwei kleinen Achatebenen, von denen die eine vor, die andere hinter dem Wagbalken sich befindet. Es ist dies sehr deutlich aus Fig. 56 zu ersehen, wo jedoch nur die vordere der beiden Achatebenen *b* sichtbar ist. Um die ganze Einrichtung deutlicher zeigen zu können, ist in unserer Figur nur der mittlere Theil des Wagbalkens so dargestellt, als ob die beiden Enden rechts und links abgeschnitten wären. Die beiden Achatstücke, auf welchen

Fig. 56.



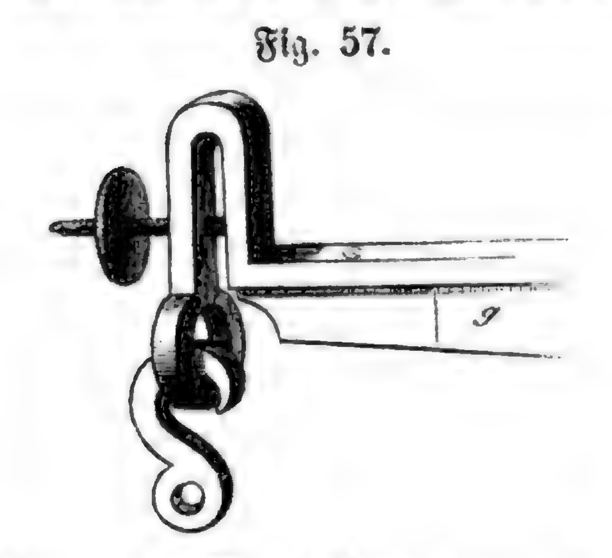
die Schneide ruht, sind auf zwei vierseitigen Messingprismen *c* befestigt, welche mit einem sie verbindenden horizontalen Stücke *d* ein Ganzes ausmachen. Damit die Schneide geschont werde, wenn die Wage nicht gebraucht wird, ist folgende Vorrichtung angebracht: Um den ganzen Messingkörper, welcher die Achatplatten trägt, geht ein Rahmen *e* herum, welcher zwei Einschnitte hat, die vertikal unter den beiden Enden des dreiseitigen Stahlprismas liegen. Dieser Rahmen aber ist auf einem Stabe befestigt, welcher durch die Mitte der Säule geht, welche das Ganze trägt. Dieser Stab aber kann durch irgend eine Vorrichtung gehoben oder gesenkt werden. Man kann nun den Stab so hoch heben, daß die Enden des Stahlprismas genau in den erwähnten Einschnitten ruhen, und die Schneide von den Achatunterlagen ganz abgehoben wird. Auf dem Stabe aber, welcher den Rahmen trägt, ist auch ein Querbalken *g* befestigt, welcher zwei Stäbchen *h* trägt, welche in demselben Momente noch in zwei anderen Punkten den Wagbalken unterstützen, in welchem die Schneide von ihren Unterlagen aufgehoben wird. Wenn die Wage wieder gebraucht werden soll, läßt man nur den Stab in der Mitte der Säule wieder nieder.

In der Mitte des Wagbalkens ist eine feine Schraube vertikal aufgesetzt, an welcher ein Messingkörper *i*, welcher gewöhnlich aus einer oder aus zwei verbundenen Metall-Scheiben besteht, auf- und niedergeschraubt werden kann. Dadurch ist man im Stande, den Schwerpunkt des Wagbalkens nach Belieben zu heben oder zu senken.

Am untern Ende des Wagbalkens ist in der Mitte desselben eine Zunge befestigt, welche an einem nahe am untern Ende der Säule befestigten Täfelchen die Größe des Ausschlags zeigt.

Die Aufhängung der Wagschalen ist Fig. 57 dargestellt und schon aus der Figur verständlich. An den in der Richtung der Axe des Wagbalkens aus demselben hervorragenden Schrauben sind kleine Scheibchen angebracht, welche man weiter von demselben hinweg- oder nach demselben hinschrauben kann. Man ist dadurch im Stande, etwaige kleine Fehler zu corrigiren, welche daher rühren, daß das Gewicht der beiden Hälften des Wagbalkens nicht ganz genau gleich ist.

Fig. 57.

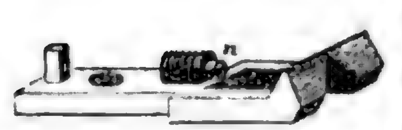


Weil bei dieser Aufhängungsweise die ganze Last der Wagschalen und der darauf gelegten Gegenstände nur auf wenigen Punkten lastet, so ist eine weit schnellere Abnutzung zu befürchten, als dies bei der Fig. 59 dargestellten Aufhängungsweise der Fall ist, welche Hoß in Gießen bei seinen Wa-

gen in Anwendung bringt, die sich eben sowohl durch Genauigkeit, als auch durch Dauerhaftigkeit auszeichnen.

Die Schneide bildet das Ende einer Stahlplatte (Fig. 58), welche an die untere Seite des messingenen Wagbalkens ange= schraubt wird. Die Schneide besteht, wie man in der Figur sieht, aus zwei Stücken, zwischen welchen oben ein ganz kleiner Zwischenraum ist, der sich nach unten erweitert. Der Haken, welcher auf dieser Schneide hängt, ist eben= falls sehr breit, ist aber auch durch ein feines Metallblättchen, welches ge= nau zwischen die beiden Theile der Schneide paßt, in zwei Theile getheilt. Man sieht dies in Fig. 59. Durch dieses Blättchen wird jede Verrückung des Hakens nach den Seiten unmöglich. Die Stellung der Schneide kann auf eine sehr sinn= reiche Weise corrigirt werden.

Fig. 58.



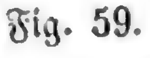
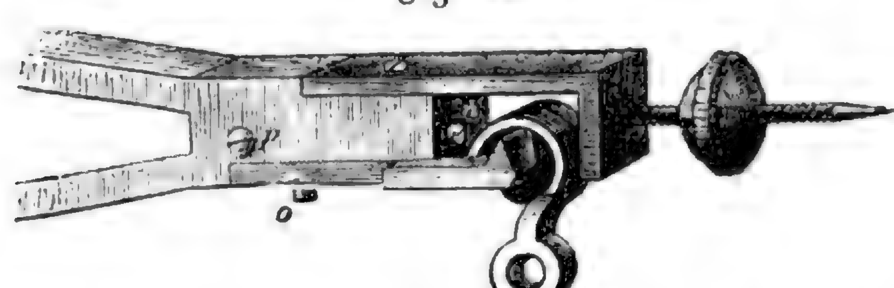


Fig. 59.



Es sind hier nämlich zwei Fehler möglich: erstens ist die Schneide nicht parallel mit der mittleren Schneide, oder zweitens, die Schneiden auf beiden Seiten sind nicht gleich weit von der mittleren entfernt.

Um den ersten Fehler zu corrigiren, ist auf der Stahlplatte, an welcher sich die Schneide befindet, ein vertikales Stiftchen (Fig. 58) angebracht, welches in eine entsprechende Vertiefung des messingenen Wagbalkens paßt. Diese Oeffnung ist aber so groß, daß das Stift noch einigen Spielraum hat. Sollte nun die Schneide nicht genau mit der mittleren parallel seyn, so lös't man die Schraube *o* (Fig. 59), welche die Platte an den Wagbalken befestigt, ein wenig und dreht durch Anziehen einer der Schrauben *p*, welche auf entgegengesetzten Seiten in die Masse des Wagbalkens eindringen und bis auf das Stiftchen reichen, die ganze Platte in horizontaler Ebene so weit, bis die Schneide die richtige Stellung hat.

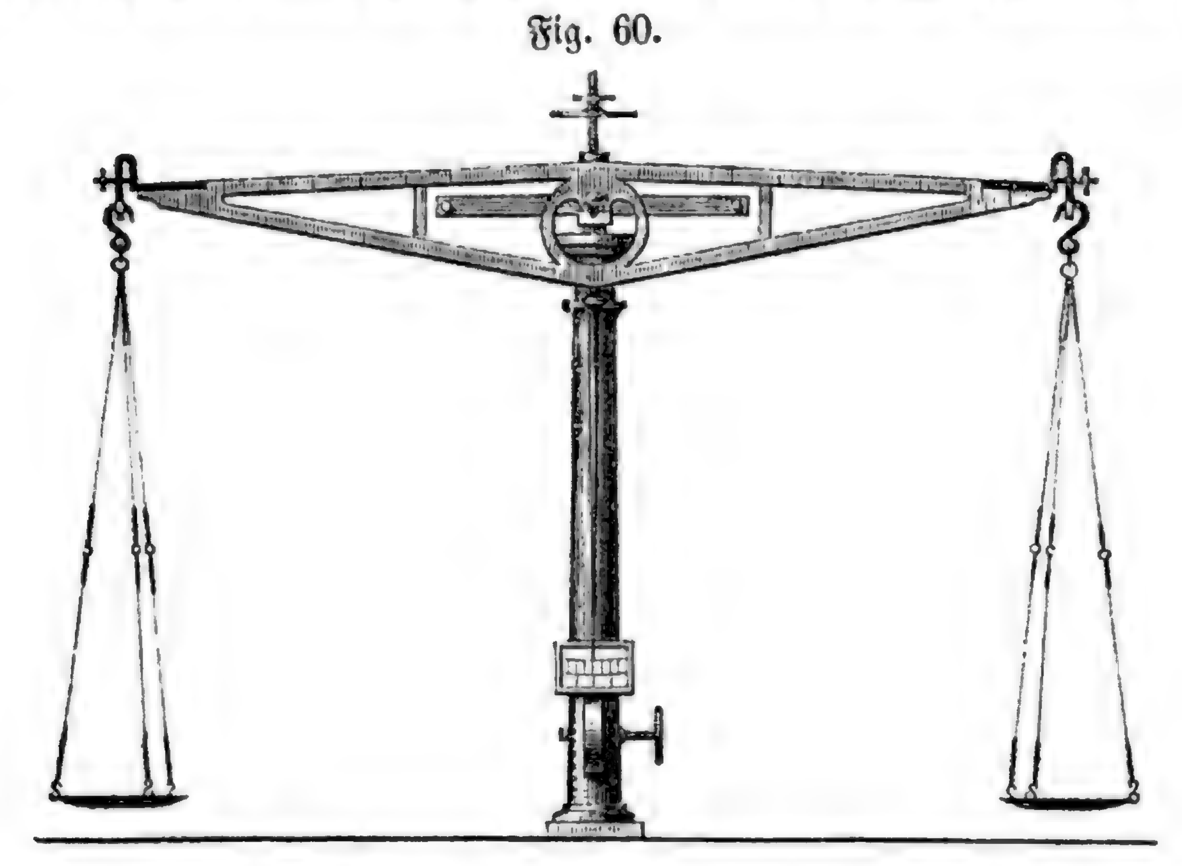
Zur Correction des zweiten Fehlers dient die Schraube *n*. Sie paßt in ein Gewinde, welches in den untern Theil des Wagbalkens geschnitten ist. Der untere Theil der Schraube ragt aber noch vor und paßt in eine kleine Vertiefung der anzuschraubenden Stahlplatte, in welche jedoch kein Gewinde eingeschnitten ist. Wenn nun die Schraube *o* etwas gelös't ist, so kann man durch Drehen der Schraube *n* die Stahlplatte mit der Schneide der Mitte des Wagbalkens nach Belieben näher bringen oder sie davon entfernen.

Es versteht sich von selbst, daß man bei der Construction einer Wage alle Sorgfalt darauf zu verwenden hat, die Wagbalken gleich lang zu

machen. Da jedoch kleine Fehler nicht zu vermeiden sind, so muß man durch die Methode der Wägung einen etwaigen Fehler zu corrigiren suchen. Die zweckmäßigste Wägungsmethode möchte in dieser Beziehung wohl folgende seyn: Man legt den zu wägenden Körper auf die eine Wagschale und bringt ihn durch Sand, Schrotkörner oder sonstige Gegenstände, die man auf die andere Wagschale legt, ins Gleichgewicht. Ist dies geschehen, so nimmt man den zu wägenden Körper weg und substituirt statt seiner so viel Gewichte, daß das Gleichgewicht dadurch abermals hergestellt wird. Diese neu aufgelegten Gewichte geben genau das Gewicht des Körpers an, die Wagbalken mögen nun gleich lang seyn oder nicht.

Ganz besondere Bequemlichkeit beim Wägen gewährt noch folgende von Berzelius angegebene Einrichtung. Jede Hälfte des Wagbalkens ist nämlich durch vertikale Theilstriche in 10 gleiche Theile getheilt. Bei den zu diesen Wagen gehörigen Gewichten befinden sich nun Häkchen von feinem Drahte, welche gerade ein Centigramm wiegen, so daß, wenn man sie auf den ersten, zweiten, dritten u. s. w. Theilstrich, von der Mitte an gerechnet, hängt, sie denselben Ausschlag bewirken, als ob man in die entsprechende Wagschale ein Gewicht von 1, 2, 3 u. s. w. Milligramm aufgelegt hätte.

Fig. 60.



Zweites Kapitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

26 Wir haben schon oben gesehen, daß man, um die Aggregatzustände der Körper zu erklären, Molekularkräfte annimmt, welche fortwährend zwischen den einzelnen Theilchen der Körper thätig sind. So lange nun ein Körper seinen innern Zustand nicht ändert, so lange die einzelnen Theilchen nicht allein in unveränderter Entfernung, sondern auch in unveränderter gegenseitiger Lage bleiben, müssen sich offenbar die zwischen einzelnen Theilchen wirkenden Molekularkräfte das Gleichgewicht halten. Bei den festen Körpern nun ist das zwischen den einzelnen Theilchen bestehende Gleichgewicht ein stabiles, denn es ist ja eine größere oder geringere Kraft nöthig, um diesen Gleichgewichtszustand zu stören.

Wie wir gesehen haben, ist bei den festen Körpern die Cohäsionskraft überwiegend, sie hält die Theilchen zusammen und wirkt sowohl ihrer Verschiebung als auch ihrer Trennung entgegen.

27 **Elasticität.** Wenn die Theilchen eines festen Körpers durch eine äußere Kraft wirklich ein wenig aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt worden sind, so ist deshalb der frühere Gleichgewichtszustand noch nicht völlig vernichtet, denn die Theilchen können in ihre frühere Lage zurückkehren, wenn die störende Kraft zu wirken aufhört. Diese Eigenschaft der Körper, vermöge deren die Theilchen in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn die durch äußere Kräfte veranlaßte Verschiebung gewisse Gränzen nicht überschritten hat, nennt man Elasticität. Die Elasticität der festen Körper beweis't, daß sich die Theilchen in einem stabilen Gleichgewichtszustande befinden, denn nur für den Fall des stabilen Gleichgewichts kehrt der Körper in seine Ruhelage zurück, wenn die Kräfte, welche ihn daraus entfernten, zu wirken aufhören.

Nicht alle Körper sind gleich elastisch; es giebt Körper, deren Theilchen selbst nach bedeutender Verschiebung doch wieder vollkommen in ihre frühere Lage zurückkehren, und solche Körper, wie z. B. Federharz (gummi elasticum), Stahl, Elfenbein u. s. w. werden vorzugsweise elastisch genannt, andere hingegen, wie Blei, Glas u. s. w. sind nur in geringem Grade elastisch, sie können keine große Verschiebung der Theilchen ertragen, ohne daß der frühere Gleichgewichtszustand aufgehoben wird.

Wenn überhaupt eine große Kraft nöthig ist, um eine Verschiebung der

Theilchen eines Körpers hervorzubringen, so nennt man ihn *hart*. Ein Körper kann hart und elastisch seyn, wie dies beim Elfenbein, beim Stahl u. s. w. der Fall ist; das Glas dagegen ist hart und wenig elastisch.

Ein Körper, dessen Theilchen schon durch eine geringe Kraft verschoben werden können, wird *weich* genannt. Auch die weichen Körper können entweder elastisch seyn, wie z. B. Federharz, oder nur einen sehr geringen Grad von Elasticität besitzen, wie dies z. B. beim feuchten Thon der Fall ist. Der Aggregatzustand solcher weichen, mehr oder weniger breiartigen Körper kann gewissermaßen als ein Mittelzustand zwischen dem vollkommen festen und dem vollkommen flüssigen betrachtet werden.

Wenn die Theilchen eines Körpers über die Elasticitätsgränze hinaus verschoben werden, so hört entweder der Zusammenhang ganz auf, sie zerbrechen (Glasthränen), oder die Theilchen ordnen sich zu einem neuen stabilen Gleichgewichtszustande. Im erstern Falle nennt man die Körper *spröde*, im letztern *dehnbar*. Die äußere Gestalt spröder Körper läßt sich durch Druck, durch Stoß u. s. w. nicht bleibend ändern; wenn durch diese äußeren Ursachen die Theilchen über eine gewisse Gränze verschoben werden, so erfolgt eine vollständige Trennung; die Gestalt dehnbarer Körper hingegen läßt sich durch solche mechanische Mittel bleibend verändern, wie dies z. B. das Prägen der Münzen beweis't.

Die Verschiebung der Theilchen kann entweder durch Spannung, durch Zusammendrückung oder durch Drehung hervorgebracht werden.

Daß Drähte und Stäbe von Metall, welche durch irgend eine Kraft gespannt und durch diese Spannung verlängert werden, innerhalb gewisser Gränzen vollkommen elastisch sind, und daß ihre Verlängerung den ziehenden Kräften proportional ist, läßt sich durch verschiedene Methoden nachweisen. Wenn es sich um sehr biegsame Drähte handelt, so kann man den Apparat Fig. 61 anwenden, in welchem der Draht horizontal befestigt und durch ein

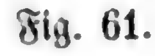
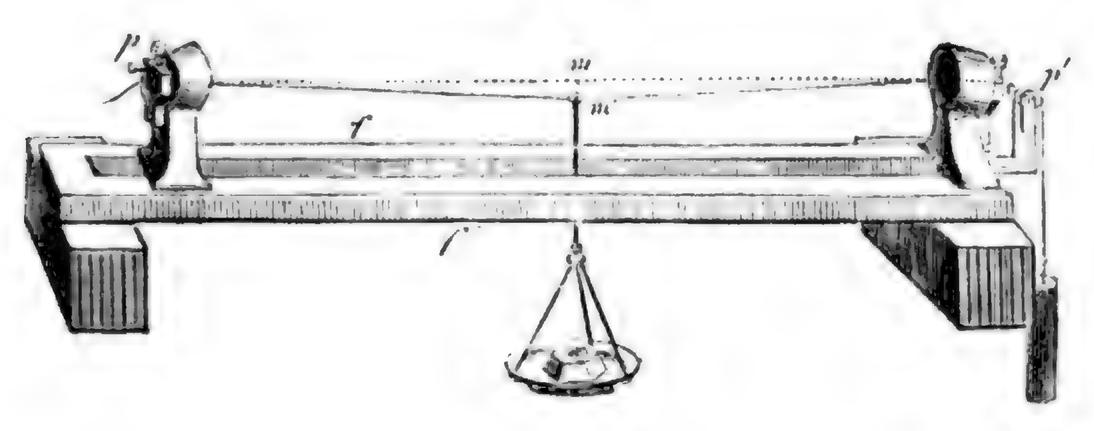
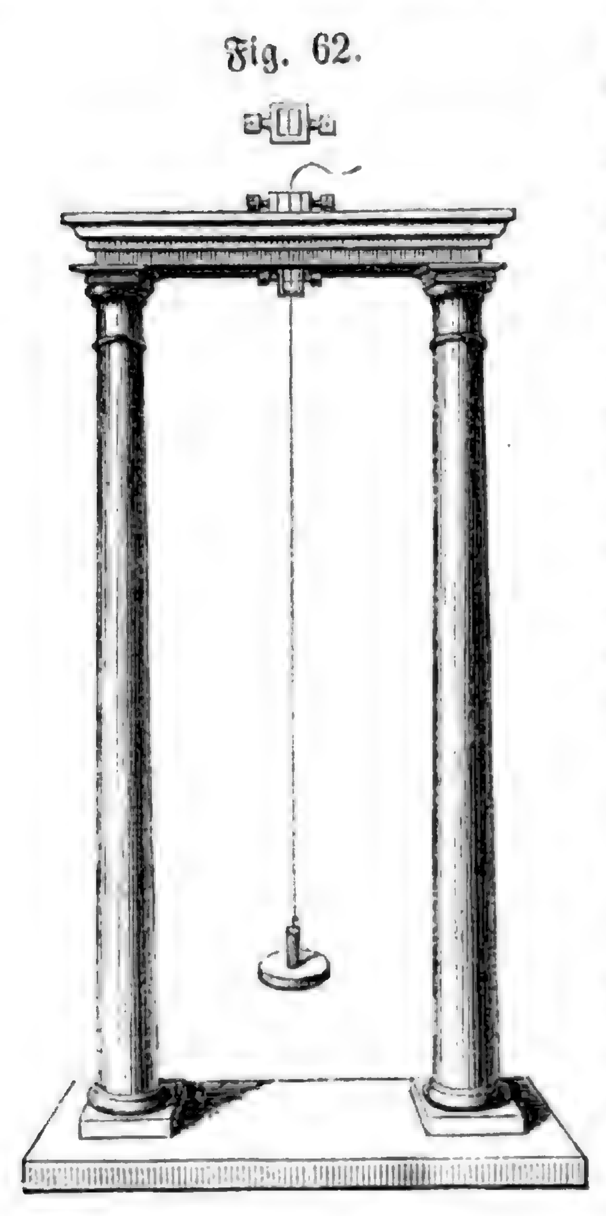


Fig. 61.



bekanntes Gewicht angespannt wird. Wenn der Draht seine gehörige Spannung hat, wird er auch auf der Seite des Gewichtes eingeklemmt.

Fig. 62.



Die Höhe des Drahtes wird genau ermittelt und alsdann in der Mitte des Drahtes eine Wagschale befestigt, die man nach und nach mehr mit Gewichten belastet. Man beobachtet nun aufs Neue die Höhe der Mitte des Drahtes und erhält so genau die Entfernung mm'. Da nun die Entfernung pm und mm' bekannt ist, so kann man leicht die Hypotenuse pm' des rechtwinkligen Dreiecks pmm' berechnen, und somit erhält man die Hälfte der Verlängerung, nämlich $pm' - pm$.

Wenn es sich darum handelt, diese Gesetze für stärkere Drähte zu beweisen, kann man den Apparat Fig. 62 anwenden. Die Drähte sind hier vertikal und an ihrem obern Ende befestigt, an ihrem untern hingegen sind sie mit Gewichten belastet. Savart hat über diesen Gegenstand eine große Menge von Versuchen angestellt, welche einen Theil seiner Arbeit über die Longitudinalschwingungen der Stäbe ausmachen. Die folgende Tabelle ist seiner Abhandlung entnommen:

Namen der Körper	Totale Länge	Durchmesser	Spannende Kräfte						
			0^k	5^k	10^k	15^k	20^k	25^k	30^k
			Länge des gemessenen Theils						
	m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Kupfer . . .	1.3190	2.77	950.53	950.59	950.65	950.71	950.77	950.84	950.90
Kupfer . . .	1.3190	2.77	475.25	475.28	475.33	475.36	475.38	475.42	475.45
Kupfer . . .	1.3000	1.30	950.59	950.84	951.16	951.45	951.70	952.00	952.27
Messing . .	1.3165	2.90	950.82	950.90	950.97	951.04	951.12	951.20	951.27
Stahl . . .	1.3184	2.77	950.25	950.29	950.34	950.38	950.41	950.46	950.50
Eisen . . .	1.3150	2.90	950.50	950.54	950.57	950.60	950.62	950.65	950.68
Glas	0.976	3.817	936.69	936.76	936.83	936.91	936.96	937.04	937.12
Glas	0.939	4.073	937.04	937.12	937.16	937.22	937.27	937.34	937.29
Glas	0.980	7.55	937.39	937.40	937.43	937.45	937.46	937.48	937.50

Bei anderen Versuchen hatte Savart auf den Drähten von Decimeter zu Decimeter Merkzeichen angebracht, um die Verlängerung jeder einzelnen Unterabtheilung zu messen; auf diese Weise hat er gefunden, daß bei gleicher Spannung die gleichen Theile eines Drahtes nicht gleiche Verlängerung erleiden, woraus hervorgeht, daß in den dem Ansehen nach vollkommen homogenen Körpern doch Ungleichheiten stattfinden.

Es ist natürlich anzunehmen, daß das Volumen eines Körpers durch Ziehen eben so vergrößert, wie durch Compression verkleinert wird. Dies hat Cagniard La Tour in der That beobachtet, indem er einen Kupferdraht auszog, welcher auf eine passende Weise der Länge nach in einer mit Wasser gefüllten Röhre befestigt war. Poisson hat bewiesen, daß wenn die Länge durch Ziehen im Verhältniß von 1 zu $1 + a$ zunimmt, der Durchmesser im Verhältniß von $1 - \frac{a}{4}$ kleiner wird.

Die Gesetze der Torsionselasticität lassen sich ebenfalls in dem Apparat Fig. 62 nachweisen. Wenn der Draht durch ein Gewicht gespannt ist, und man nun dies Gewicht in horizontaler Ebene um seine vertikale Axe, welche die Verlängerung des Drahtes ist, umdreht, so wird dadurch der Draht gewunden; läßt man nun das Gewicht wieder los, so wird durch das Bestreben der Theilchen, ihre ursprüngliche gegenseitige Lage wieder einzunehmen, das Gewicht wieder zurückgedreht; in der ursprünglichen Gleichgewichtslage angekommen, bleibt aber doch das Gewicht nicht gleich in dieser Lage stehen, sondern es geht nun in Folge der Trägheit über dieselbe nach der andern Seite hinaus, und so entsteht eine Reihe von Schwingungen, die immer kleiner werden, bis dann endlich das Gewicht in seiner ursprünglichen Lage wieder zur Ruhe kommt.

Aus der Beobachtung dieser Schwingungen kann man nun vermittelst der Gesetze der Pendelschwingungen, die wir erst später werden kennen lernen, auf die Kraft schließen, mit welcher der gewundene Draht in seine Gleichgewichtslage zurückzukehren strebt. Man hat gefunden, daß diese Kraft stets der Größe der Drehung proportional ist, vorausgesetzt, daß sie gewisse Gränzen nicht überschreitet.

Die Gesetze der Torsionselasticität hat besonders Coulomb ermittelt; wir können hier in eine nähere Betrachtung derselben nicht eingehen.

Festigkeit. Die Kraft, mit welcher ein Körper der Trennung seiner 28
Theilchen widersteht, nennt man seine Festigkeit.

Der zwischen den einzelnen Theilchen eines festen Körpers stattfindende Zusammenhang läßt sich durch Zerreißen, durch Zerbrechen, durch Zerwinden (Abdrehen) oder durch Zerdrücken aufheben.

Absolute Festigkeit nennt man die Kraft, mit welcher ein Körper dem Zerreißen widersteht, wenn er der Länge nach angespannt wird.

Dieser Widerstand hängt aber offenbar von dem Querschnitt des zu zerreißenden Körpers ab, und zwar ist er diesem Querschnitt proportional, denn es muß ja der Zusammenhang von zwei-, drei-, viermal so viel Theilchen aufgehoben werden, wenn der Querschnitt eines Körpers zwei-, drei-, viermal so groß gemacht wird. Um nun die absolute Festigkeit verschiedener Materialien leicht mit einander vergleichen zu können, muß man irgend eine Einheit für diesen Querschnitt annehmen und dann ermitteln, wie groß die Kraft ist, welche erfordert wird, um einen Körper, dessen Querschnitt dieser Einheit gleich ist, zu zerreißen. Wenn der Querschnitt des dem Versuche unterworfenen Körpers auch größer oder kleiner ist als der zur Einheit angenommene Querschnitt, so läßt sich doch die Festigkeit auf diesen reduciren.

Schon Muschenbroek hat zahlreiche Versuche über die absolute Festigkeit verschiedener Körper angestellt. Die folgende Tabelle giebt für verschiedene Körper das nach seinen Versuchen berechnete Gewicht an, welches nöthig ist, um einen Stab zu zerreißen, dessen Querschnitt 1 Quadratcentimeter beträgt.

Lindenholz	918	Kilogramm
Kiefernholz (Pinus silvestris)	1021	»
Weißtanne (Pinus abies)	601 bis 929	»
Eichenholz	1150 bis 1466	»
Buchenholz	1349 bis 1586	»
Ebenholz	934	»
Kupferdraht	2782	»
Messingdraht	3550	»
Golddraht	4645	»
Bleidraht	272	»
Zinndraht	457	»
Silberdraht	3411	»
Eisendraht	4182	»
Glas, weißes	142 bis 233	»
Hanfseile	350 bis 620	»

Die große Verschiedenheit in der Festigkeit der Hanfseile rührt von der ungleichen Beschaffenheit der Materiale her, aus denen sie verfertigt sind. Dünne Seile sind verhältnißmäßig stärker als dicke, weil sie aus besserem Hanf gemacht sind. Durch starkes Drehen der einzelnen Fäden wird die Tragkraft der Seile bedeutend vermindert. Nasse Seile haben eine geringere Festigkeit als trockene.

Bei practischen Anwendungen wird man der Sicherheit wegen wohl

thun, bei Metallen nur $\frac{1}{2}$, bei Hölzern nur $\frac{1}{3}$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen.

Die Kraft, welche ein Körper dem *Zerbrechen* entgegensetzt, nennt man seine *relative*, diejenige, welche er dem Zerdrücken entgegensetzt, die *rückwirkende Festigkeit*. Die relative Festigkeit sowohl, wie die rückwirkende steht in einem innigen Verhältniß zur absoluten, was sich auch in mathematischer Form ausdrücken läßt, doch ist hier nicht der Ort, weiter darauf einzugehen.

Adhäsion. Dieselbe Kraft, welche die Theilchen eines festen Körpers 29
zusammenhält, wirkt auch, um die Theilchen zweier vorher getrennten Körper zusammenzuhalten, wenn man nur im Stande ist, sie in eine hinreichend innige Berührung zu bringen. So verbinden sich schon oft Spiegelplatten, welche nach der Politur dicht an einander gelegt worden sind, so innig mit einander, daß sie nicht mehr von einander getrennt werden können, ohne die Platten zu zerbrechen. Ebenso haften zwei Bleiplatten, die man zusammendrückt, fast so fest auf einander, als ob sie nur eine einzige Bleimasse ausmachten, vorausgesetzt, daß die Flächen, in welchen sich die beiden Bleistücke berühren, vollkommen eben und metallisch sind.

Dieses Aneinanderhaften zweier Körper wird mit dem Namen der *Adhäsion* bezeichnet.

Die Adhäsion zeigt sich nicht allein zwischen gleichartigen, sondern auch zwischen verschiedenartigen Körpern. Eine Bleiplatte mit einer Zinnplatte oder eine Kupferplatte mit einer Silberplatte durch Glättwalzen gezogen giebt ein fast untrennbares Ganzes.

Besonders stark zeigt sich die Adhäsion verschiedenartiger Körper, wenn ein flüssiger Körper mit einem festen Körper in Berührung gebracht und dann durch Erkalten oder durch Verdunstung des Lösungsmittels fest wird; hierauf beruht das Zusammenkleben, das Leimen und Kitten. Kittet man vermittelst Siegellack zwei Glasstücke zusammen, so kommt es oft vor, daß sich beim Auseinanderreißen nicht das Glas vom Siegellack trennt, sondern daß Stücke aus dem Glase herausgerissen werden. Wenn man eine Glasplatte mit Leim bestreicht, so haftet dieser oft so fest am Glase, daß Stücke aus demselben (dem Glase) herausgerissen werden, wenn sich der Leim beim Austrocknen zusammenzieht.

Wenn zwei Körper mit ebenen Flächen auf einander liegen, und man den einen über den andern hinausschieben will, so setzt die Adhäsion dieser Bewegung ein Hinderniß entgegen; die Adhäsion hat also einigen Antheil am *Reibungswiderstande*, der überall da überwunden werden muß, wo zwei Körper über einander hingleiten oder wo sich ein Körper über einen andern hinwälzt. Von der *Reibung* wird noch weiter unten die Rede seyn.

30 **Krystallisation.** Wenn ein Körper aus dem flüssigen oder gasförmigen Zustande in den festen übergeht, so ist es die nun das Uebergewicht erlangende Cohäsionskraft, welche die bis dahin beweglichen Theilchen in einer bestimmten gegenseitigen Lage fixirt. In der ganzen Natur zeigt sich aber bei diesem Uebergange in den festen Zustand ein Bestreben, eine regelmäßige Anordnung der Theilchen hervorzubringen. In der unorganischen Natur bewirkt dieses Bestreben die Krystallisation.

Krystalle nennt man solche feste Körper, welche sich in regelmäßigen, durch ebene Flächen begränzten Gestalten gebildet haben. In der Natur findet man eine Menge solcher Krystalle, z. B. Quarz (Bergkrystall), Kalkspath, Schwerspath, Topas, Granat u. s. w. werden oft sehr schön krystallisirt gefunden.

Wenn ein Körper aus dem flüssigen Zustande in den festen übergeht, so bilden sich fast immer Krystalle. Der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand findet entweder durch Erkaltung eines geschmolzenen Körpers, oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung Statt.

Wenn man geschmolzenes Wismuth in eine etwas erwärmte Schale gießt, so bildet sich nach einiger Zeit auf der Oberfläche eine feste Kruste. Wenn man nun diese Kruste durchsticht und das noch flüssige Metall abgießt, so erhält man mehrere Linien große würfelförmige Krystalle, die das Innere der Höhlung ausfüllen, welche durch die zuerst erkaltete feste Kruste eingeschlossen wird.

Auf ähnliche Weise kann man auch Krystalle aus einer geschmolzenen Schwefelmasse erhalten.

Wenn man mit Aufmerksamkeit ein gefrierendes Wasser beobachtet, so sieht man, wie feine Eisnadeln sich bilden, wie sie von einem Augenblick zum andern sich ausbreiten und verzweigen. Freilich sieht man hierbei selten so regelmäßige krystallinische Gestalten, wie man sie beim Schnee beobachtet, doch sieht man deutlich, daß die Eisbildung eine Krystallbildung ist.

Viele Körper lösen sich in Flüssigkeiten, namentlich in Wasser, auf, und zwar läßt sich in einer bestimmten Menge Wasser nur eine bestimmte Menge irgend eines Stoffes auflösen; doch lös't sich in warmem Wasser meistens mehr auf als in kaltem. Wenn nun eine Auflösung bei hoher Temperatur gesättigt ist, wenn man z. B. in einer bestimmten Menge warmen Wassers so viel Alaun aufgelös't hat als möglich, so kann diese Salzmasse nicht mehr ganz aufgelös't bleiben, wenn die Lösung erkaltet, ein Theil des Salzes wird sich wieder ausscheiden, und zwar schießt es in regelmäßigen Krystallen an. — Auch dann bilden sich Krystalle, wenn das Wasser einer gesättigten Lösung allmälig verdunstet.

Nicht allein aus wässrigen Lösungen scheiden sich Krystalle aus; der Schwefel z. B. lös't sich in Schwefelkohlenstoff, in Chlorschwefel, in Ter-

pentinöl auf, und aus diesen Lösungen kann man schöne durchsichtige Krystalle von Schwefel erhalten.

Die Krystalle werden um so größer und regelmäßiger, je langsamer die Erkaltung oder die Verdunstung vor sich geht. Bei schneller Krystallisation bilden sich kleine Krystalle, die sich zu unregelmäßigen Gruppen zusammenhäufen, an denen man oft kaum ein krystallinisches Gefüge erkennen kann.

Jedem Stoff kommt eine eigenthümliche Krystallform zu; so ist z. B. die Krystallform des Bergkrystalls eine andere als die des Alauns, und diese wieder eine andere als die des Kupfervitriols.

Die Untersuchung der Symmetriegesetze, welche zwischen den einzelnen Krystallflächen stattfinden, so wie die Beschreibung der Krystallformen überhaupt, ist ein Gegenstand, mit welchem sich die Krystallographie zu beschäftigen hat; da jedoch die äußere Gestalt der Krystalle in einem innigen Zusammenhange mit den physikalischen Eigenschaften der Körper steht, so müssen wir hier wenigstens die Grundzüge dieser Symmetriegesetze betrachten.

Wenn man zwei Krystalle desselben Stoffes untersucht, so findet man freilich keine absolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Gestalten im geometrischen Sinne. So haben z. B. Quarzkrystalle häufig die vollkommen regelmäßige Gestalt Fig. 63, sehr oft kommen sie aber auch in der Form Fig. 64 vor, und oft weichen sie noch weit mehr von dem normalen Habitus Fig. 63 ab. Wie aber auch die verschiedenen Quarzkrystalle verzerrt erscheinen mögen, so behalten sie doch immer einen selbst dem weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, sie bilden eine durch 6seitige Pyramiden zugespitzte 6seitige Säule; diese Pyramidenflächen erscheinen aber nicht immer ganz gleichmäßig ausgebildet, sie liegen nicht immer in gleicher Entfernung vom geometrischen Mittelpunkte des Krystalls; aller dieser Unregelmäßigkeiten ungeachtet sind die Winkel der entsprechenden Flächen für alle Krystallindividuen desselben Körpers stets dieselben. So ist z. B. der Winkel, den eine Säulenfläche des Bergkrystalls mit der benachbarten macht, stets 120°, der Winkel zweier neben einander liegenden Säulenflächen ist stets 133° 44′ u. s. w.

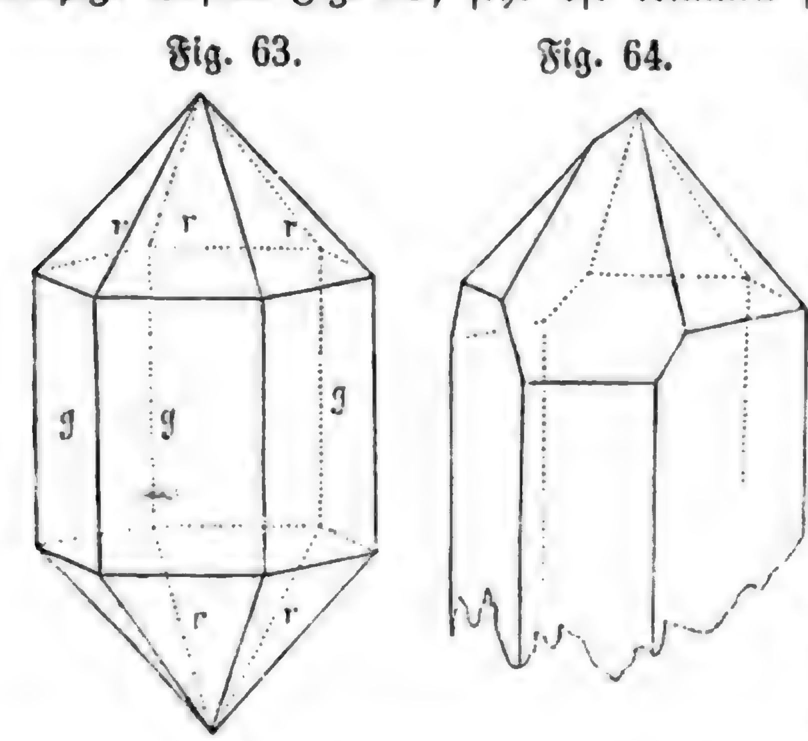


Fig. 63. Fig. 64.

Wenn man die Krystallform eines Körpers beschreibt, wenn man sie zeichnet, so abstrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle ent-

sprechenden Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte des Krystalls liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen; die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf diese idealen Formen.

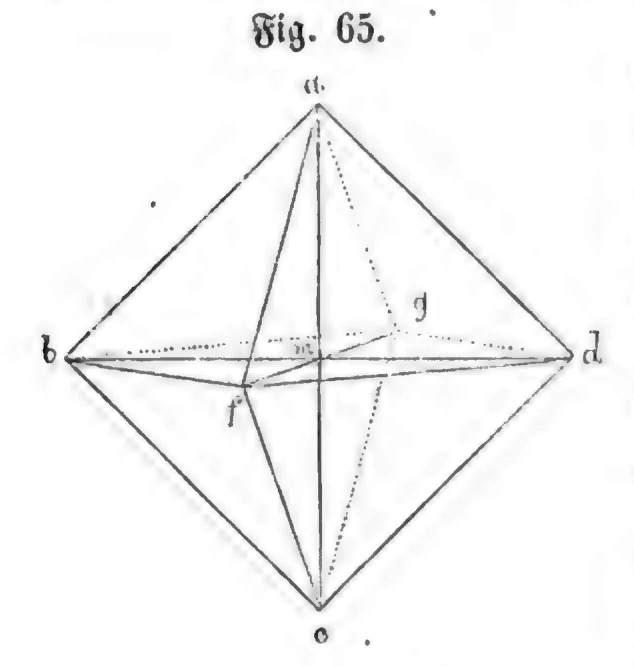
In jedem Krystalle kann man gewisse Richtungen unterscheiden, gegen welche die einzelnen Flächen eine symmetrische Lage haben, und diese Richtungen sind die Axen. In dem Krystall Fig. 63 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden 6seitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe. Die mit *g* bezeichneten Säulenflächen sind dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind gleich gegen dieselbe geneigt.

Die gegenseitige Lage und das Größenverhältniß dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dieselbe; man hat in dieser Beziehung 6 verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

1) Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und gleichen Axen.

Denken wir uns um jede der 8 körperlichen Ecken, welche durch drei rechtwinklige Axen gebildet werden, gleich weit vom Mittelpunkte eine Fläche gelegt, welche gegen alle drei Axen gleich geneigt ist, so entsteht das Octaeder, Fig. 65, welches man als die Grundgestalt des regulären Systems betrachtet, weil man von ihm leicht alle anderen Gestalten dieses Systems ableiten kann.

Fig. 65.



Alle Ecken des regulären Octaeders sind unter einander gleich, und jede Modification einer Ecke muß an allen übrigen in derselben Weise stattfinden.

Wird jedes Octaedereck durch eine Fläche abgestumpft, welche auf der entsprechenden Axe rechtwinklig steht, so entsteht der Körper Fig. 66. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen bis zur gegenseitigen Durchschneidung ausgedehnt, so erhält man den Würfel Fig. 67.

Fig. 66.

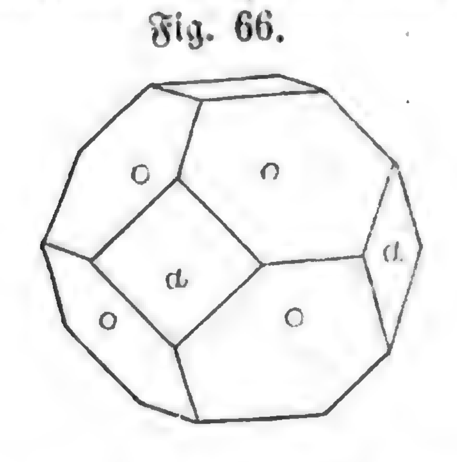
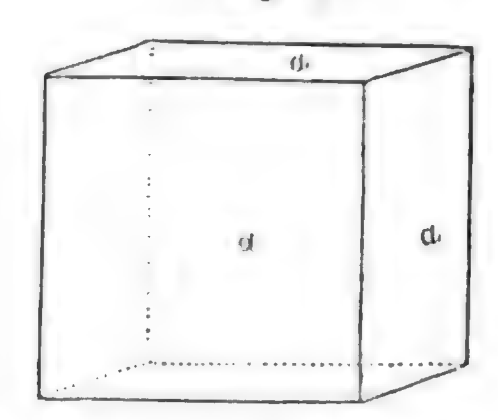


Fig. 67.



An dem Würfel sind wieder alle Ecken unter sich gleich; eben so sind alle Kanten gleichartig, und jede Modification eines Ecks oder einer Kante findet sich in derselben Weise auch an den übrigen.

Die 12 Kanten des Octaeders sind ebenfalls einander gleich; denken wir uns jede Octaederkante durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der abgestumpften Kante und einer Axe parallel läuft, so entsteht der Körper Fig. 68. Wenn die Abstumpfungsflächen der Octaederkanten bis zu ihrer gegen-

Fig. 68.

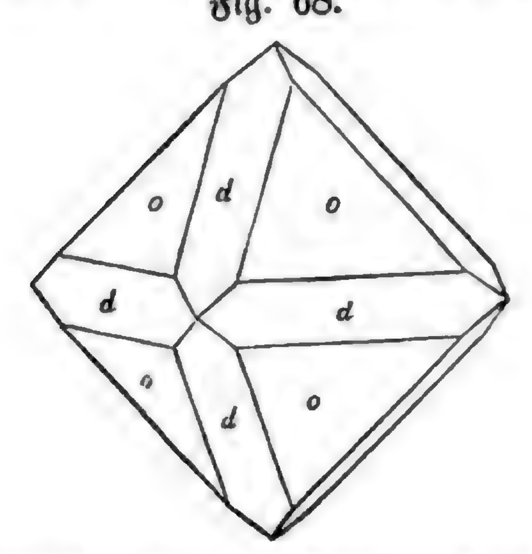
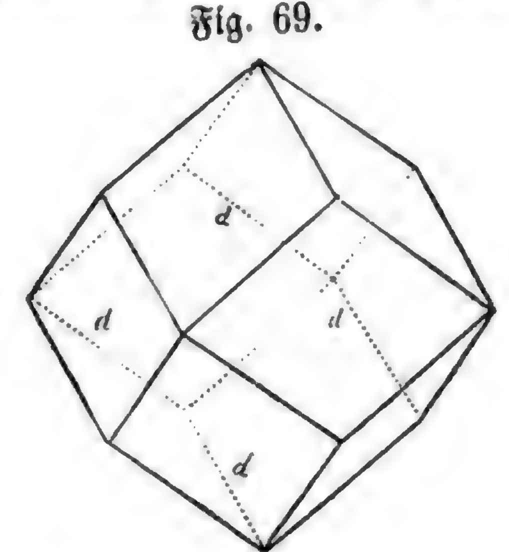


Fig. 69.



seitigen Durchschneidung wachsen, so entsteht das Rhombendodekaeder, Fig. 69.

Auf dieselbe Weise lassen sich auch die übrigen Formen des regulären Systems ableiten; doch würde es uns hier zu weit führen, wenn wir alle näher betrachten wollten; das Gesagte wird aber schon hinreichen, um zu zeigen, daß der Charakter des regulären Systems eben darin besteht, daß alle Formen desselben in Beziehung auf die drei Axen vollkommen symmetrisch sind. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz, Granat, Flußspath u. s. w.

2) Das quadratische System. Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaeder, Fig. 70 und Fig. 71, d. h. ein Octaeder, welches sich von dem regulären dadurch unterscheidet, daß zwei Axen unter sich, aber nicht der dritten gleich sind. Diese letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe immer vertikal gestellt denken.

Fig. 70.

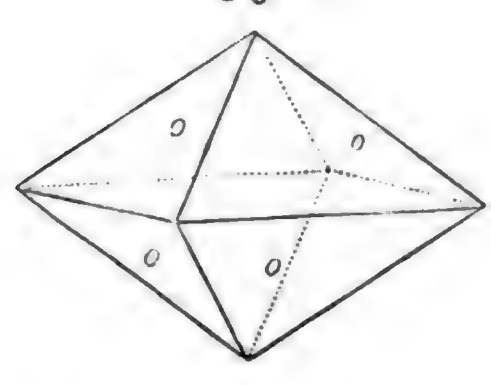
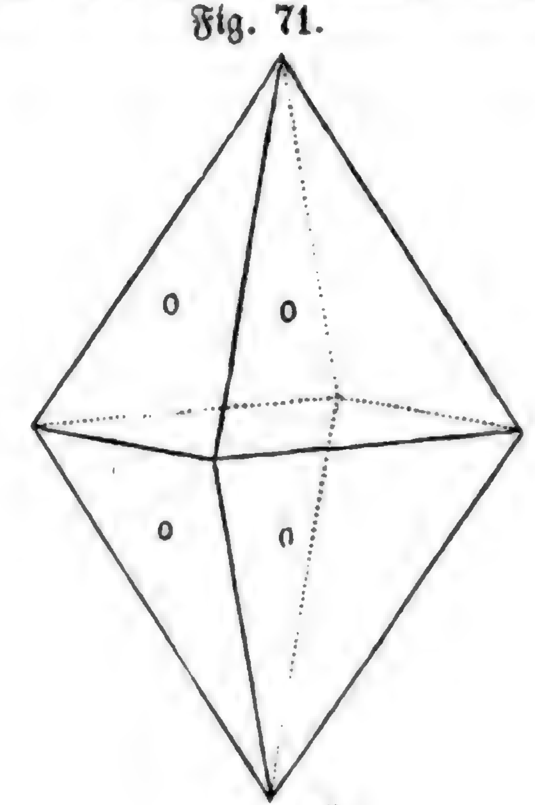


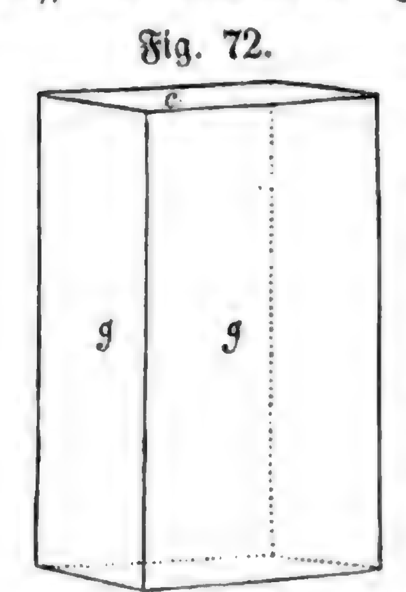
Fig. 71.



Die Hauptaxe steht zu den beiden anderen nicht in einem rationalen Verhältniß; sie ist bald größer, bald kleiner als die horizontalen Axen; doch ist das Axenverhältniß für einen und denselben Körper stets dasselbe.

Die 4 horizontalen Kanten des Quadratoctaeders sind zwar unter sich gleich, aber von den übrigen verschieden, welche aber wieder alle unter sich gleich sind; die 4 horizontalen Kanten können deshalb für sich abgestumpft seyn. Durch die Abstumpfung der 4 horizontalen Kanten entsteht eine quadratische Säule, d. h. eine Säule von quadratischer Basis, die wir in Fig. 72 durch zwei Flächen begränzt sehen, die mit den horizontalen Axen parallel sind.

Fig. 72.



Ebenso finden sich am Quadratoctaeder auch zweierlei Ecken, das obere und untere Eck sind nämlich von den 4 anderen verschieden; deshalb kann das obere und untere Eck abgestumpft seyn, wie Fig. 73, ohne daß es die anderen sind, oder die 4 Ecken, in welchen

Fig. 73.

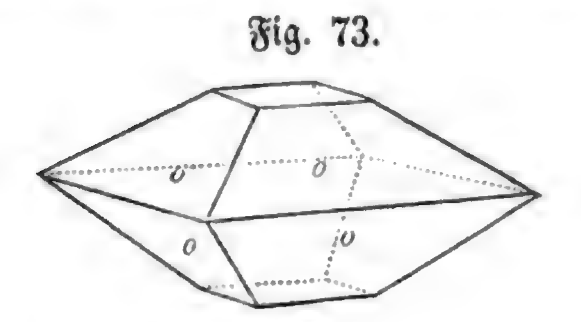
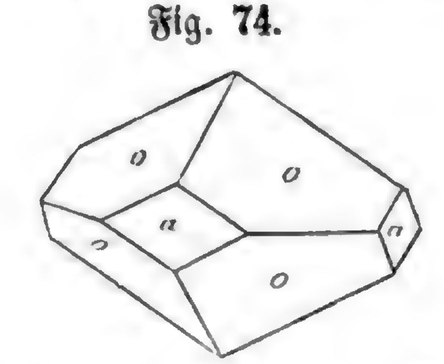


Fig. 74.



die horizontalen Axen endigen, sind abgestumpft, ohne daß es die Ecken sind, welche die vertikale Axe begränzen, wie Fig. 74.

Ohne in eine weitere Betrachtung der Gestalten dieses Systems einzugehen, wird aus dem Gesagten schon klar der Grundcharakter dieses Systems hervorgehen, welcher eben darin besteht, daß die vertikale Axe von den beiden anderen unter sich gleichartigen ausgezeichnet ist.

Im quadratischen Systeme krystallisiren unter anderen Vesuvian, Honigstein, Blutlaugensalz, schwefelsaures Nickeloxyd, saures arseniksaures Kali u. s. w.

3) Das hexagonale System mit 4 Axen, von denen drei in einer Ebene liegend einander gleich sind und einen Winkel von 60 Grad mit einander machen, während die vierte ausgezeichnete Axe, die Hauptaxe, rechtwinklig auf der Ebene der drei anderen steht und ihnen ungleich ist. In dieses System gehören die regulären 6seitigen Pyramiden und Säulen, Fig. 75 und Fig. 76. Kalkspath, Bergkrystall, unterschwefelsaurer Kalk u. s. w. krystallisiren in diesem Systeme.

Denkt man sich die Hälfte der Flächen der doppelt 6seitigen Pyramide

Fig. 75 bis zur gegenseitigen Durchschneidung und zum gänzlichen Ver-

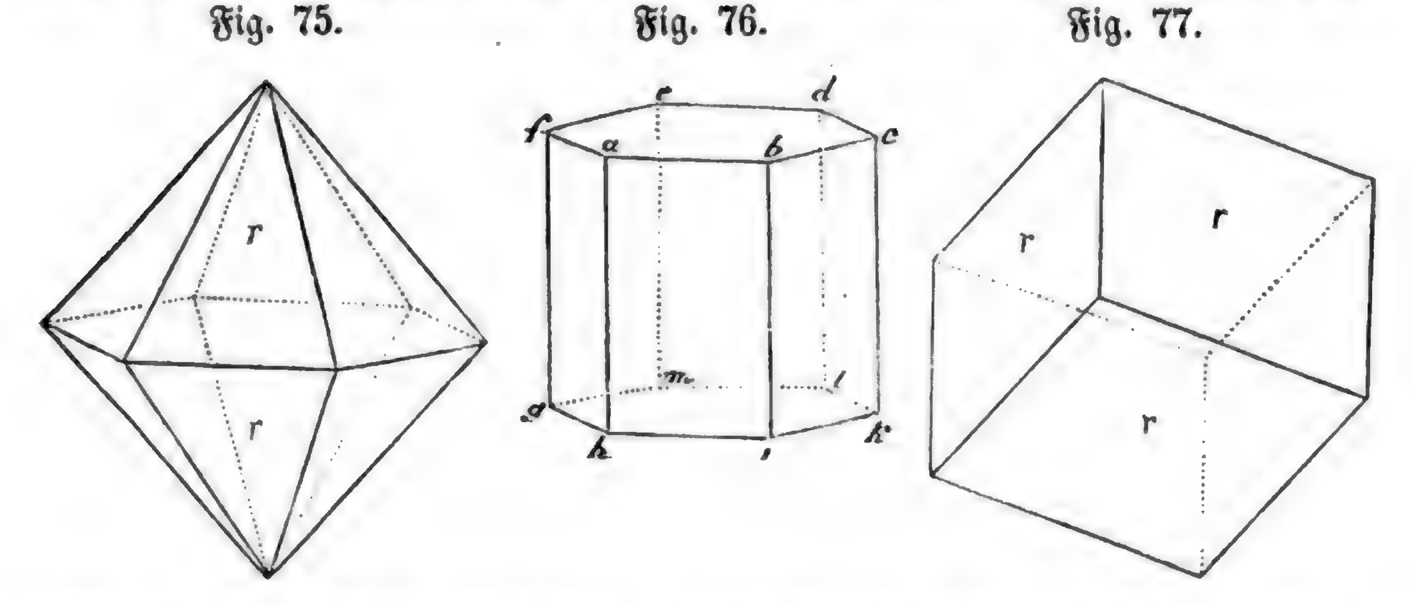


Fig. 75. Fig. 76. Fig. 77.

schwinden der übrigen verlängert, so entsteht das *Rhomboeder*, Fig. 77, die Grundform des Kalkspaths. Auch das salpetersaure Natron krystallisirt in Rhomboedern.

Solche Körper, welche, wie das Rhomboeder, dadurch entstehen, daß die Hälfte der Flächen der vollzähligen Gestalten ausfällt, werden *hemiedrische* Formen genannt.

4) *Das rhombische System* mit drei zu einander rechtwinkligen, aber ungleichen Axen. Denken wir uns eine dieser drei Axen vertikal gestellt, so liegen die beiden anderen in einer horizontalen Ebene; doch sind hier die beiden horizontalen Axen nicht gleich, wie beim quadratischen Systeme.

An dem rhombischen Octaeder, Fig. 78, sind nur immer je zwei diametral gegenüberliegende Ecken einander gleich, also das obere und untere, das vordere und hintere, das Eck rechts und das Eck links; wir haben also hier drei verschiedene Arten von Octaederecken zu unterscheiden.

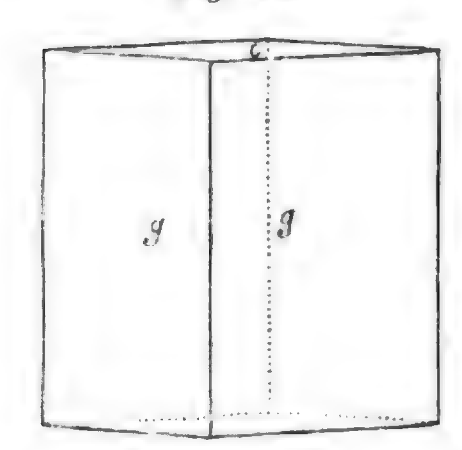
Fig. 78.

Ebenso hat man am rhomboedrischen Octaeder dreierlei Kanten zu unterscheiden: die vier horizontalen Kanten, die vier Kanten, welche in der Ebene der vertikalen und einer der beiden horizontalen Axen liegen, und endlich die Kanten, welche die vertikale Axe mit der anderen horizontalen verbinden.

Durch Abstumpfung der 4 horizontalen Kanten entsteht eine *gerade rhombische Säule*, d. h. eine Säule, deren Basis ein Rhombus ist. Die Gestalt dieser Raute (Rhombus) hängt von dem Größenverhältniß der beiden horizontalen Axen ab.

Die Fig. 79 zeigt eine gerade rhombische Säule, welche oben und unten

Fig. 79.



durch eine Fläche begränzt ist, die mit der Ebene der beiden horizontalen Axen parallel läuft. Alle 8 horizontalen Kanten dieses Körpers sind gleichartig, sie werden durch die Octaederflächen abgestumpft; dagegen sind die 4 vertikalen Kanten nicht gleichartig, denn man hat zwei scharfe (in unserer Figur die Kanten rechts und links) und zwei stumpfe Kanten (die vordere und hintere Kante der Figur) zu unterscheiden, da ja der horizontale Querschnitt der Säule ein Rhombus ist. Es können demnach an der rhombischen Säule entweder nur die vordere und die hintere, oder auch nur die Kante rechts und die Kante links abgestumpft erscheinen.

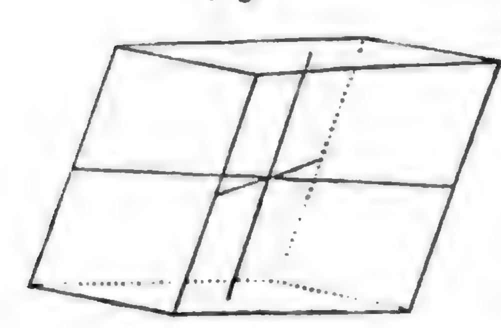
In diesem Systeme zeigen sich also in vertikaler Richtung andere Symmetrieverhältnisse als von vorn nach hinten, und in dieser Richtung wieder andere als von der Linken zur Rechten.

In dem rhombischen Systeme krystallisiren: Salpeter, Zinkvitriol, Arragonit, Schwerspath, schwefelsaures Kali, Topas u. s. w.

5) *Das monoklinische System*, in welchem unter anderen der Gyps, das Glaubersalz, der Eisenvitriol, das essigsaure Natron, der Zucker u. s. w. krystallisiren, zeichnet sich vor dem rhombischen Systeme dadurch aus, daß zwei Axen sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, während die dritte rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht.

Die charakteristischste und am häufigsten theils allein, theils in Combination mit anderen Flächen vorkommende Form ist die *schiefe rhombische Säule*, Fig. 80, welche sich von der geraden rhombischen Säule des vorigen Systems dadurch unterscheidet, daß die Hauptaxe dieser Säule auf der Basis nicht rechtwinklig steht.

Fig. 80.



Die Säule ist in unserer Figur so gestellt, daß die Ebene der beiden schiefwinkligen Axen unverkürzt, die dritte auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe, aber, als gegen den Beschauer gerichtet, verkürzt erscheint.

Auch hier haben wir zwei scharfe und zwei stumpfe Säulenkanten zu unterscheiden. Die Abstumpfungsfläche der vorderen und hinteren Säulenkante (die Fläche a in Fig. 81) steht rechtwinklig auf der oberen Endfläche c, dagegen macht die Abstumpfungsfläche b (Fig. 82) der Säulenkanten rechts und links einen schiefen Winkel mit c.

Digitized by Google

Die horizontalen Kanten der durch die Fläche *c* begränzten schiefen rhombischen Säule sind nicht gleicher Natur, wie dies bei der geraden rhombi-

Fig. 81.

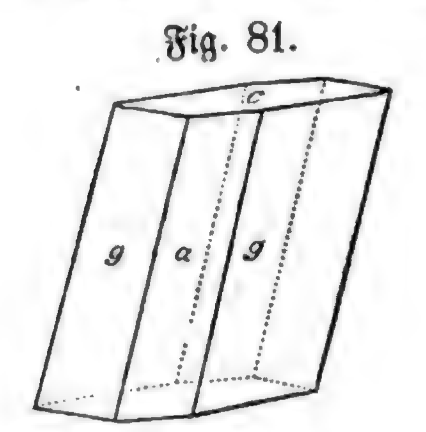
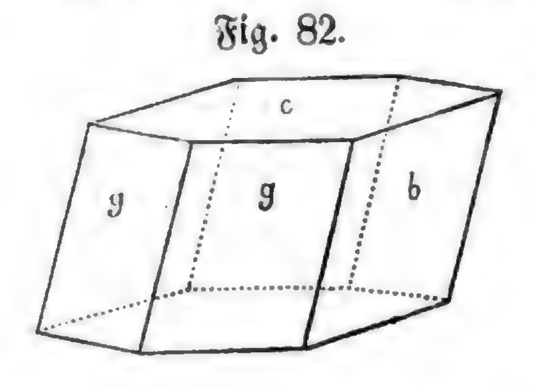


Fig. 82.



schen Säule der Fall war; an der oberen Fläche sind die beiden Kanten rechts scharfe Kanten, die beiden horizontalen Kanten auf der linken Seite der oberen Fläche sind dagegen stumpfe Kanten. An der unteren Fläche liegen die beiden scharfen Kanten links, die stumpfen rechts.

Die scharfen horizontalen Kanten können für sich allein abgestumpft seyn,

Fig. 83.

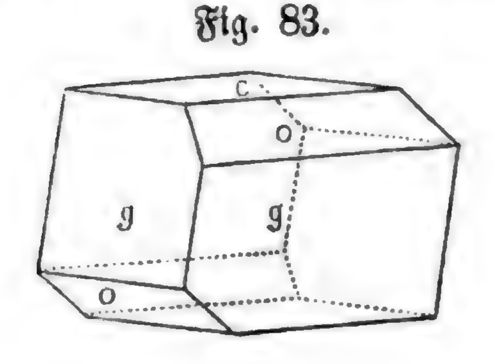
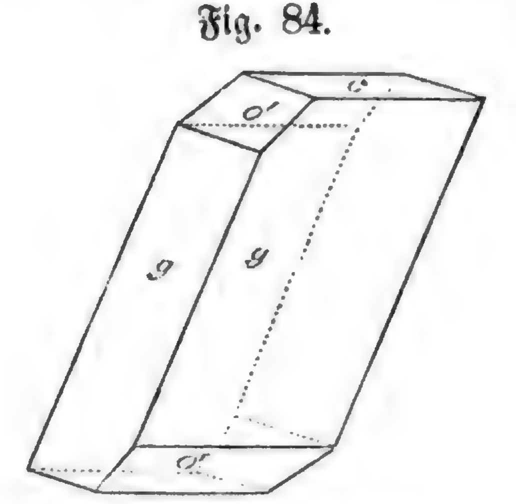


Fig. 84.



wie Fig. 83; in Fig. 84 erscheinen dagegen nur die stumpfen horizontalen Kanten abgestumpft.

6) **Das triklinische System** ist durch drei Axen charakterisirt, welche alle drei ungleich sind und von denen keine mit der andern einen rechten Winkel macht. Die Krystalle dieses Systems zeigen unter allen am wenigsten Symmetrie. Hier sind nur immer je zwei Flächen, Kanten oder Ecken gleichartig, welche einander diametral gegenüber stehen.

Dem triklinischen Systeme gehören unter andern die Krystalle des Axinits und des Kupfervitriols an.

Drittes Kapitel.

Hydrostatik.

31 Die Hydrostatik beschäftigt sich mit den Bedingungen des Gleichgewichts tropfbar flüssiger Körper und mit dem Druck, den dieselben auf die Wände der Gefäße ausüben, in welchen sie enthalten sind.

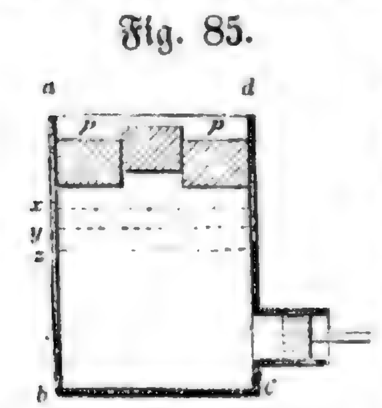
Die Eigenschaften tropfbar flüssiger Körper sind durch zwei Kräfte bedingt: die Schwere nämlich, welche auf sie wie auf alle anderen Körper wirkt, und die Molekularanziehung, deren Wirkung bei ihnen gerade auf eine solche Weise modificirt ist, daß daraus der tropfbar flüssige Zustand hervorgeht. In Gedanken können wir sehr wohl die Wirkungen dieser beiden Kräfte trennen, denn wir können uns eine Wassermasse vorstellen, welche nicht schwer ist, ohne daß sie deshalb aufhört flüssig zu seyn.

Eine solche Masse würde sich selbst überlassen nicht fallen; es ist klar, daß sie, um in Ruhe zu seyn, weder durch den Boden gestützt seyn muß, noch in irgend einem Gefäße enthalten zu seyn braucht. In diesem Zustande könnte die Flüssigkeit noch einen Druck aushalten und nach einem Gesetze fortpflanzen, welches wir sogleich näher untersuchen wollen.

32 **Princip der Gleichheit des Drucks.** Flüssigkeiten haben die Eigenschaft, daß sie jeden Druck, welcher auf einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmäßig fortpflanzen.

Dieses Princip ist ein physikalisches Axiom; wenn es aber auch nicht nöthig ist, dasselbe zu beweisen, so müssen wir es doch verständlich machen.

Fig. 85.



Es sey $a\,b\,c\,d$ ein Gefäß, welches eine gewichtlos gedachte Flüssigkeit enthalten soll; p ist ein fester Stempel, welcher die Oberfläche der Flüssigkeit vollständig bedeckt, und den wir uns ebenfalls gewichtlos denken wollen. Wenn er nun nicht durch irgend ein Gewicht belastet ist, so erleidet die Flüssigkeit offenbar gar keinen Druck, und man könnte das Gefäß irgendwo durchbohren, ohne daß sie ausflösse. Sobald man aber den Stempel mit irgend einem Gewichte, z. B. mit 100 Pfund belastet, so wird er ein Bestreben haben zu sinken, und er würde wirklich sinken, wenn es die Flüssigkeit nicht hinderte. Die Flüssigkeit muß die 100 Pfund tragen, mag sie nun compressibel seyn oder nicht. Die obere Schicht x wird also den ganzen Druck aushalten und würde nothwendig niedergedrückt werden, wenn sie nicht durch die Schicht

y aufgehalten würde. Die Schicht x drückt demnach gerade so stark auf die Schicht y, wie sie selbst durch den Stempel gedrückt wird. Eben so drückt die Schicht y auf die folgende z, und so pflanzt sich der Druck bis zum Boden fort, welcher selbst gerade so gedrückt ist, als ob der Stempel unmittelbar auf ihm ruhete. Da nun der ganze Boden einen Druck von 100 Pfund aushält, so wird offenbar die Hälfte der Bodenfläche auch nur einen Druck von 50 Pfund tragen, der hundertste Theil der Bodenfläche nur 1 Pfund Es folgt daraus:

1. Der Druck pflanzt sich von oben nach unten auf horizontalen Flächen ohne Verlust fort,
2. Er ist in jedem Punkte gleich, und
3. Er ist der Ausdehnung der Fläche proportional, die man betrachtet.

In Beziehung auf die Seitenflächen findet dasselbe Statt. Wenn man eine Oeffnung in die Seitenwand machte, so würde das Wasser hervorspritzen, und wenn man ein Stück aus der Seitenwand herausschnitte, dessen Oberfläche der des Stempels gleich wäre, so hätte man einen Gegendruck von 100 Pfund nöthig, um das herausgeschnittene Stück an seiner Stelle zu erhalten. Wäre das ausgeschnittene Stück 100mal kleiner gewesen, so hätte man nur einen Gegendruck von einem Pfund nöthig gehabt. Hätte der Stempel selbst eine Oeffnung, so würde das Wasser aus dieser hervorspritzen, wodurch klar wird, daß die Unterfläche des Stempels selbst gerade so wie alle anderen Wände gedrückt ist. Die Flüssigkeiten pflanzen also einen Druck, der auf irgend einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmäßig fort.

Hat man einmal dieses Princip für gewichtlose Flüssigkeiten begriffen, so läßt es sich auch leicht auf schwere Flüssigkeiten anwenden, auf deren einzelne Moleküle ein Druck ausgeübt wird, welcher von ihrer eigenen Schwere herrührt.

Gleichgewicht schwerer Flüssigkeiten. Wenn tropfbar flüssige Kör- 33
per im Gleichgewicht seyn sollen, so müssen zwei Bedingungen erfüllt seyn; erstens muß ihre freie Oberfläche rechtwinklig zu der Richtung der Schwere, und zweitens müssen die Druckkräfte, welche auf ein jedes Molekül wirken, stets einander gleich und entgegengesetzt seyn.

Fig. 86.

Nehmen wir an, die Oberfläche der Flüssigkeit sey nicht rechtwinklig zur Richtung der Schwerkraft, sie sey etwa *a b e d* Fig. 86, so kann man durch irgend zwei Punkte *b* und *e* sich eine schiefe Ebene gelegt denken; ein Theil der Flüssigkeit liegt auf dieser schiefen Ebene und muß wegen der leichten Verschiebbarkeit der Theilchen nothwendig von der schiefen Ebene herabgleiten. Dies wird nun so lange geschehen müssen, bis die ganze Oberfläche überall rechtwinklig zur Richtung der Schwere ist.

Wenden wir dies auf die Oberfläche des Meeres an, welches wir als vollkommen ruhig betrachten wollen, so ist klar, daß, wenn die Schwerkraft allein wirkt und wenn sie stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet ist, die Oberfläche aller Meere Theile einer Kugeloberfläche seyn müssen, daß also die Oberfläche aller unter sich zusammenhängenden Meere überall gleich weit vom Mittelpunkt entfernt seyn muß.

Wenn die Moleküle auch noch durch andere Kräfte als die terrestrische Schwere sollicitirt sind, so begreift man leicht, daß ihre freie Oberfläche rechtwinklig seyn muß zu der Resultirenden der Schwere und aller andern gleichzeitig wirkenden Kräfte. Da nun die Centrifugalkraft, welche von der Rotationsbewegung der Erde herrührt, fortwährend mit der Schwere auf alle Körper wirkt, so muß die Oberfläche der Gewässer eine solche Lage annehmen, daß sie rechtwinklig zur Resultirenden der beiden Kräfte ist. Dies ist auch der Grund, warum das Meer an den Polen abgeplattet ist. Am Fuße großer Gebirge, welche das Bleiloth abzulenken im Stande sind, ist die Oberfläche der Gewässer ebenfalls von der regulären Form abgelenkt. Eben so verbindet sich die Attractivkraft des Mondes, welche auch auf die Gewässer wirkt, mit der Schwere, um eine Resultirende zu erzeugen, die nicht mehr vertikal ist. So strebt denn die bewegliche Oberfläche des Meeres stets eine Gleichgewichtslage zu bekommen, welche durch die Bewegung des Mondes fortwährend gestört wird, und so entstehen die periodischen Oscillationen der Ebbe und Fluth.

Auch an Flüssigkeiten in Gefäßen bemerken wir Abweichungen von der normalen Oberfläche; so ist das Wasser in einem Glase nicht in seiner ganzen Ausdehnung eben, sondern es erhebt sich am Rande; die Oberfläche des Quecksilbers hingegen steht an den Rändern tiefer, gleichsam als ob es die Wände zu berühren fürchtete. Diese Phänomene gehören zu den sogenannten Capillarerscheinungen, die wir später ausführlich betrachten werden.

Die zweite Bedingung des Gleichgewichts ist von selbst klar, denn die Moleküle, welche im Innern der flüssigen Masse sich befinden, erleiden durch alle über ihnen befindlichen Moleküle einen Druck, den sie nach allen Richtungen fortpflanzen. Wenn aber die Pressungen, welche nach entgegengesetzten Richtungen auf ein Molekül wirken, nicht gleich wären, so würde es durch den stärkeren Druck fortgetrieben werden, und folglich wäre die flüssige Masse nicht im Gleichgewicht.

34 **Druck der Flüssigkeiten.** Wenn flüssige Massen in Gleichgewicht sind, so üben sie auf sich selbst und auf alle festen Körper, welche sie berühren, einen mehr oder minder bedeutenden Druck aus, dessen Werth wir nun bestimmen wollen. Zunächst wollen wir den Druck untersuchen, welcher von oben nach unten, oder von unten nach oben auf horizontale

Flächen, alsdann den Druck, welcher auf die Seitenflächen ausgeübt wird.

Der Druck, den eine Flüssigkeit von oben nach unten auf den Boden des Gefäßes ausübt, in welchem sie enthalten ist, ist von der Form des Gefäßes ganz unabhängig; sie ist immer dem Gewicht einer geraden Säule von derselben Flüssigkeit gleich, deren Basis der Boden des Gefäßes, und deren Höhe die vertikale Entfernung vom Boden bis zum Spiegel der Flüssigkeit ist.

Der erste Theil dieser Behauptung ist leicht mit Hülfe von Halbat's Apparat zu beweisen, welcher in Fig. 87 dargestellt ist; er besteht aus

Fig. 87.

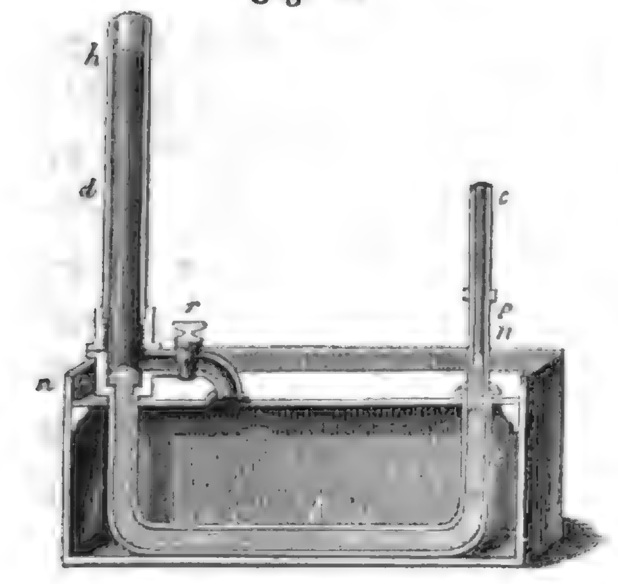
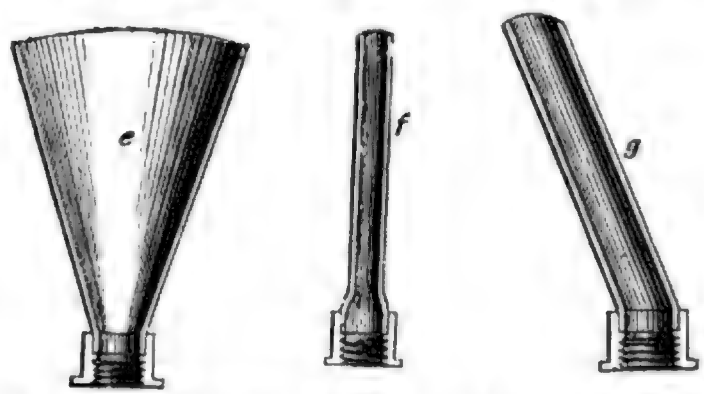


Fig. 88. Fig. 89. Fig. 90.



einer gebogenen Röhre *a b c*, welche in einem Kasten befestigt und so eingerichtet ist, daß man bei *a* Gefäße von verschiedener Form, wie die bei *d*, *e*, *f* und *g* (Fig. 88, 89 u. 90) anschrauben kann. Man gießt Quecksilber in die Röhre und bezeichnet auf dem Arm bei *c* mit Hülfe einer verschiebbaren Marke die Höhe *n*, bis zu welcher das Quecksilber ansteigt. Wird nun bei *a* das cylindrische Gefäß *d* angeschraubt und bis zu einer bestimmten Höhe *h* mit Wasser gefüllt, so wird das Quecksilber in der Röhre *c* bis zu einer Höhe *p* steigen, die man sich bemerkt. Die Erhebung *n p* der Quecksilbersäule rührt offenbar von dem Druck her, welchen das im Gefäß *d* enthaltene Wasser auf die Oberfläche des Quecksilbers ausübt, welches den wahren Boden dieses Gefäßes bildet. Ist die Beobachtung gemacht, so entleert man das Gefäß *d* mit Hülfe des Hahnes *r*, nimmt es weg, um an seiner Stelle das obere erweiterte Gefäß *e* oder das oben engere *f* anzuschrauben. Gießt man diese Gefäße eben so hoch voll Wasser, wie vorher das Gefäß *d*, so wird das Quecksilber in der Röhre *c* auch wieder genau bis zur Höhe *p* steigen. Der Druck also, welchen der Boden dieser drei verschieden geformten Gefäße erleidet, ist genau derselbe, wenn die Höhe der Flüssigkeit dieselbe ist. Der Druck auf den Boden ist demnach, wie gesagt, von der Gestalt des Gefäßes unabhängig und hängt nur von der Größe des Bodens, der Höhe der Flüssigkeit und der Natur derselben ab. Der Druck ist derselbe, das Gefäß mag cylindrisch

seyn, es mag viel (Fig. 91) oder wenig (Fig. 93) Flüssigkeit enthalten,

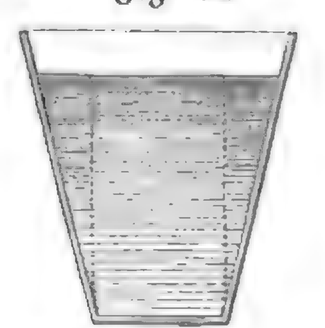


Fig. 91.

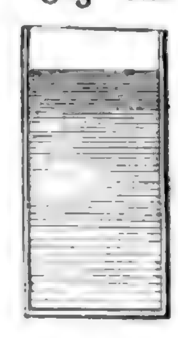


Fig. 92.

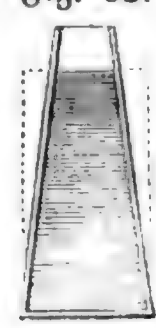


Fig. 93.

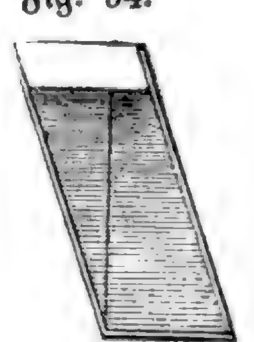


Fig. 94.

das Gefäß mag gerade (Fig. 92) oder schief (Fig. 94) seyn.

Um nun den zweiten Theil des Satzes zu beweisen, genügt es, zu bemerken, daß der Boden des cylindrischen Gefäßes (Fig. 92) genau das ganze Gewicht der Flüssigkeit tragen muß; denn da die Seitenwände vertikal sind, so können sie nicht den mindesten Theil vom Gewicht der Flüssigkeit tragen. Da nun der Boden der schiefen, oben erweiterten oder verengten Gefäße denselben Druck erleidet, so folgt, daß bei diesen Gefäßen der Druck nicht mehr dem Gewichte der Flüssigkeit gleich ist, welche sie enthalten, sondern daß er dem Gewichte einer geraden Flüssigkeitssäule gleich ist, welche dieselbe Grundfläche und Höhe hat.

Da alle Theile des Bodens gleich stark gedrückt sind, so ist klar, daß die Hälfte, der dritte Theil, der vierte Theil u. s. w. des ganzen Bodens auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. des ganzen Druckes auszuhalten hat. Wenn man allgemein mit s den Theil des Bodens, den man betrachtet, mit h seine Tiefe unter dem Spiegel und mit d die Dichtigkeit der Flüssigkeit bezeichnet, so ist der Druck auf die Fläche s gleich $s \times h \times d$, denn $s \times h$ ist das Volumen der geraden Flüssigkeitssäule, und um die Gewichte zu erhalten, muß man das Volumen mit der Dichtigkeit multipliciren.

Mit einem Liter Wasser, welches ein Kilogramm wiegt, kann man also auf den Boden eines Gefäßes einen ganz kleinen und einen sehr großen Druck ausüben. Wenn der Druck auf den Boden gerade ein Kilogramm betragen soll, so muß man ein gerades cylindrisches Gefäß von beliebiger Basis nehmen, der Gesammtdruck auf den ganzen Boden wird dann immer ein Kilogramm seyn, nur wird der Druck, den jedes Quadratcentimeter des Bodens auszuhalten hat, kleiner oder größer seyn, je nachdem das Gefäß weiter oder enger ist.

Wollte man mit einem Kilogramm Wasser auf den Boden des Gefäßes einen Druck von $\frac{1}{10}$ Kilogr. ausüben, so könnte man z. B. ein Gefäß nehmen, dessen Bodenfläche ein Quadratdecimeter beträgt und welches nach oben dergestalt erweitert ist, daß es von einem Liter Wasser nur bis zu der Höhe von einem Centimeter gefüllt wird.

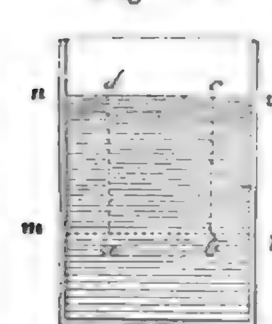
Sollte der Druck 10 Kilogr. betragen, so könnte man ein Gefäß von derselben Basis (1 Quadratdecimeter) nehmen, welches nach oben so ver-

engt ist, daß ein Liter Wasser in demselben bis zu einer Höhe von 10 Decimetern ansteigt.

Mit demselben Gewicht von 1 Kilogr. Wasser kann man eben so leicht einen Druck von $1/_{100}$, $1/_{1000}$ u. s. w., als auch einen Druck von 100, 1000 u. s. w. Kilogr. ausüben.

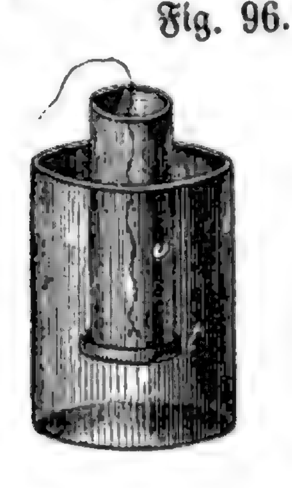
Nicht allein auf den Boden der Gefäße wirkt der Druck der Flüssigkeiten, sondern auch auf jeden Punkt im Innern der flüssigen Masse. Nehmen wir im Innern einer flüssigen Masse eine Schicht *m p* an, welche mit dem Spiegel parallel ist, so sind alle Moleküle dieser Schicht offenbar durch die darüber befindliche Flüssigkeit gedrückt, sie tragen das Gewicht des flüssigen Cylinders *n v m p*. Einen ganz gleichen Druck muß aber auch die Schicht in entgegengesetzter Richtung von unten nach oben aushalten. Betrachten wir nun einen Theil *a b* der fraglichen Schicht, so drückt auf denselben von oben nach unten das Gewicht der flüssigen Säule *a b c d*, von unten nach oben aber eine ganz gleiche Kraft. Wenn man demnach einen festen Cylinder in die Flüssigkeit eintaucht, so wird seine Basis einen Druck von unten nach oben auszuhalten haben, welcher ihn aufwärts zu bewegen strebt.

Fig. 95.



Dieser Schluß läßt sich durch folgenden Versuch bestätigen. Es sey *v* (Fig. 96) eine etwas weite Glasröhre, deren unterer Rand genau eben abgeschliffen ist; *t* ist eine vollkommen ebene Glasscheibe, welche in ihrer Mitte an einem Faden befestigt ist, der durch die Röhre hindurchgeht, so daß, wenn man den Faden anzieht, die Scheibe die untere Oeffnung der Röhre vollkommen verschließt. Auf diese Weise verschlossen, wird die Röhre in das Wasser eingetaucht. Nun ist es nicht mehr nöthig, den Faden anzuziehen, um das Herunterfallen der Scheibe zu verhindern, weil sie durch die Flüssigkeit nach oben gedrückt wird. Gießt man Wasser in die Röhre, so wird die Glasscheibe durch ihr eigenes Gewicht fallen, sobald das Niveau des Wassers in der Röhre dem äußeren fast gleich ist, denn nun erleidet die Glasscheibe durch die Flüssigkeit gleichen Druck nach unten und nach oben.

Fig. 96.



Wenn man demnach in den Boden eines Schiffes eine Oeffnung macht, so wird das Wasser augenblicklich hineinsteigen, und um dies zu verhindern, müßte man einen Gegendruck ausüben, welcher gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, welche die Oeffnung zur Basis hat und deren Höhe gleich ist der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau des Wassers. Der

Boden größerer Schiffe muß deshalb sehr stark construirt seyn, um den Druck des Wassers von unten nach oben auszuhalten. Nehmen wir an, der Boden sey horizontal und habe 100 Quadratmeter Oberfläche, so würde dieser Druck 100,000 Kilogr. betragen, wenn er ein Meter, und 300,000 Kilogr., wenn er drei Meter unter dem Wasserspiegel wäre.

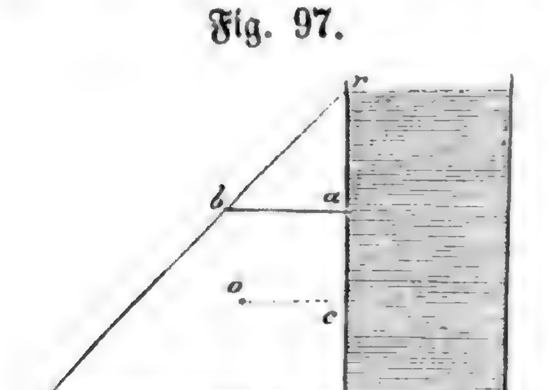
Man kann daraus schließen, welch ungeheuren Druck die lebendigen Geschöpfe auszuhalten haben, welche die Tiefen der Seen und Meere bevölkern. Wir werden auf diesen Gegenstand im folgenden Kapitel zurückkommen.

35 Der Druck, welchen ein Stück der Seitenwand aushält, ist dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich, welche so hoch ist, als der Schwerpunkt dieses Wandstücks unter dem Niveau liegt, und deren horizontale Basis gleich ist der Größe des Wandstücks selbst.

Der Seitendruck läßt sich aus dem entsprechenden horizontalen Druck nach dem Princip der gleichmäßigen Fortpflanzung des Drucks nach allen Seiten ableiten. Der Punkt *m* (Fig. 95) ist ein Punkt der horizontalen Schicht *m p*, der Druck, dem es ausgesetzt ist, pflanzt sich gleichmäßig nach allen Richtungen, also auch rechtwinklig gegen die Wand fort. Jeder Punkt der Seitenwand erleidet demnach denselben Druck, dem jeder Punkt der gleich hohen horizontalen Flüssigkeitsschicht ausgesetzt ist. Betrachten wir nun irgend einen Flächentheil der Seitenwand, dessen höchster Punkt so wenig über seinem tiefsten liegt, daß der Druck, den diese beiden Punkte erleiden, ohne merklichen Fehler als gleich angenommen werden kann, so ist der Druck, welchen dieses Flächenstück aushält, offenbar $s \times h \times d$, wenn s, h und d die oben angeführte Bedeutung haben. In einem 10 Meter hohen Bottich voll Wasser ist der Druck auf ein Quadratcentimeter der Seitenwand in einer Tiefe von einem Meter gleich 100 Grammen, in einer Tiefe von zwei Metern 200 Grammen, in einer Tiefe von 10 Metern aber, d. h. am Boden, gleich einem Kilogramm.

Der Druck, den irgend ein Punkt *a* der vertikalen Wand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, läßt sich durch Zeichnung anschaulich machen. Man ziehe in *a* eine wagerechte Linie und mache ihre Länge *a b* gleich der Tiefe des Punktes *a* unter dem Wasserspiegel, so kann die Linie *a b* den Druck repräsentiren, den der Punkt *a* auszuhalten hat. Macht man dieselbe Construction für mehrere Punkte der vertikalen Linie *r s*, so werden die Endpunkte aller der horizontalen Drucklinien in die Linie *r t* fallen. Es folgt daraus, daß der Gesammtdruck, welchen die Linie *r s* der

Fig. 97.

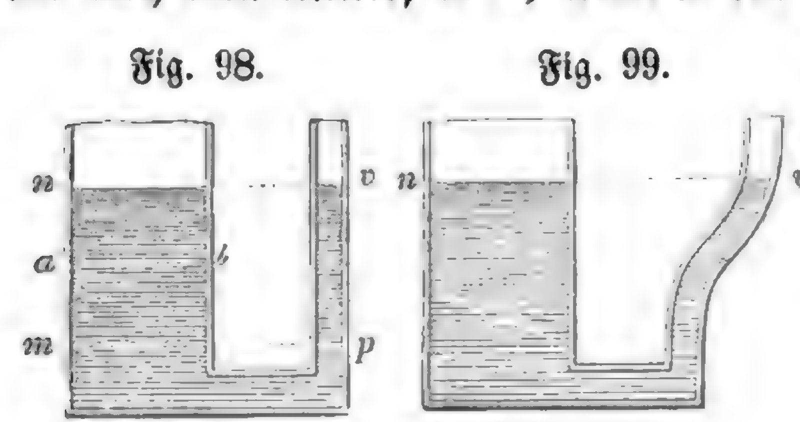


vertikalen Gefäßwand auszuhalten hat, durch das Dreieck $r\ s\ t$ repräsentirt ist.

Der Angriffspunkt der Resultirenden aller elementaren Pressungen, welche ein Wandstück auszuhalten hat, heißt **Mittelpunkt des Drucks**. Er liegt immer tiefer als der Schwerpunkt des Flächenstücks, weil ja die Stärke des Drucks nach unten wächst. Der Mittelpunkt des Drucks für die vertikale Linie $r\ s$ ist leicht zu ermitteln; denn es ist offenbar derjenige Punkt c, in welchem die Linie $r\ s$ von derjenigen horizontalen Linie getroffen wird, die durch den Schwerpunkt o des Dreiecks $r\ s\ t$ geht. Wir haben hier nur eine Linie $r\ s$ betrachtet; nehmen wir statt derselben einen beliebig breiten Streifen der vertikalen Wand, so liegt der Mittelpunkt des Druckes für denselben auf seiner vertikalen Mittellinie, und zwar ist seine Höhe über dem Boden $1/3$ der Höhe, in welcher sich der Wasserspiegel über dem Boden befindet.

Communicirende Gefäße. Für Flüssigkeiten, die sich in Gefäßen befinden, welche mit einander verbunden sind, gelten ebenfalls die oben entwickelten Bedingungen des Gleichgewichtes, d. h. wenn beide Gefäße dieselbe Flüssigkeit enthalten, so muß der Spiegel in beiden gleich hoch seyn. Denken wir uns bei m im weiteren Gefäße, Fig. 98, eine horizontale Scheidewand angebracht, so haben wir zwei Gefäße erhalten. Nach den entwickelten Grundsätzen ist der Druck, welchen diese Scheidewand von unten nach oben erleidet, $B\ h$, wenn B den Flächeninhalt der Scheidewand und h die Höhe $p\ v$ bezeichnet. Wenn nun im weiteren Gefäße $a\ b$ das Niveau der Flüssigkeit ist und die Höhe $a\ m$ mit h' bezeichnet wird, so ist der Druck, den die Scheidewand von oben nach unten auszuhalten hat, $B h'$. Denken wir uns nun die Scheidewand wieder weg, so wird die Wasserschicht, welche an ihre Stelle tritt, von der einen Seite den Druck $B h$, von der andern aber den Druck $B h'$ auszuhalten haben. Es wird nothwendig Bewegung entstehen, sobald nicht $h = h'$; Gleichgewicht kann also nur dann stattfinden, wenn h wirklich $= h'$ ist, d. h. wenn der Spiegel der Flüssigkeit in beiden Gefäßen gleich hoch ist. 36

Fig. 98. Fig. 99.

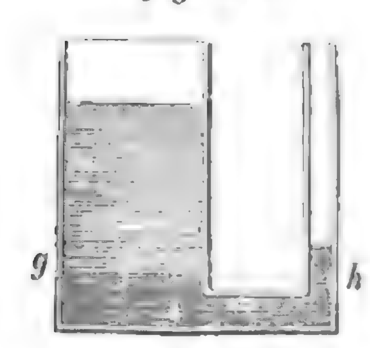


Wenn die Flüssigkeiten in beiden Gefäßen ungleiche Dichtigkeit haben, so liegt der Spiegel in beiden nicht gleich hoch.

Es befinde sich z. B. in dem einen Rohre, Fig. 100, Wasser, in dem andern aber Quecksilber; die Flüssigkeiten sollen sich in g berühren. Unter der Horizontalebene von g befindet sich nur Quecksilber, welches für sich

vollkommen im Gleichgewicht ist. Es hat also die Quecksilbersäule über *h* der Wassersäule über *g* das Gleichgewicht zu halten, und damit dies wirklich der Fall seyn, müssen sich die Höhen der Säulen natürlich umgekehrt verhalten, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten, d. h. die Wassersäule muß nahe 14mal so hoch seyn als die Quecksilbersäule, weil das specifische Gewicht des Wassers fast 14mal geringer ist als das des Quecksilbers.

Fig. 100.



Was man auch für verschiedene Flüssigkeiten anwenden mag, immer müssen sich die Höhen der Säulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. So hält z. B. eine 8 Zoll hohe Säule von concentrirter Schwefelsäure einer Wassersäule von 14,8 Zollen, und eine 8 Zoll hohe Säule von Schwefeläther einer Wassersäule von 5,7 Zollen das Gleichgewicht.

37 **Niveau der Meere.** Die Principien der Hydrostatik finden nicht nur ihre Anwendung bei Flüssigkeiten, welche sich in Röhren und Gefäßen befinden, sondern auch bei den Gewässern, welche über unsere Erdoberfläche verbreitet sind.

Wenn die Erde unbeweglich feststände und aus homogenen Schichten gebildet wäre, so müßte die Oberfläche der Meere genau kugelrund seyn. Der Schiffer an den Küsten von Grönland würde eben so weit vom Mittelpunkte der Erde entfernt seyn als der, welcher in der Nähe des Aequators segelt.

Diese kugelförmige Gestalt kann aber, wie wir schon erwähnt, wegen der Umdrehung der Erde nicht bestehen. Die durch diese Drehung entstehende Schwungkraft treibt die Gewässer dem Aequator zu, und so entsteht bekanntlich die sphäroidische Gestalt der Normaloberfläche der Meere. Jedoch auch diese ist wieder durch lokale Einflüsse gestört.

So erhebt sich z. B. der Spiegel des rothen Meeres 8 Meter über den Spiegel des mittelländischen Meeres. Diese Differenz ist während der ägyptischen Expedition von einer Commission von Ingenieuren unter der Leitung von Le Père bestimmt worden.

Nach Delambre's Beobachtungen steht das mittelländische Meer bei Barcelona und der atlantische Ocean bei Dünkirchen gleich hoch.

Nach Humboldt's barometrischen Messungen liegt die Südsee bei Callao höchstens 3 Meter unter dem Spiegel des atlantischen Oceans bei Carthagena.

Diese Differenzen sind durch dieselben Ursachen hervorgebracht, welche auch den später zu erwähnenden störenden Einfluß auf den Gang der Pendel ausüben, nämlich dadurch, daß die festen Substanzen unsers Erdkörpers nicht ganz gleichförmig vertheilt sind. Befänden sich z. B. unter dem atlantischen Ocean in der Erdkruste große Höhlungen, welche ent-

weder leer oder mit Substanzen von geringerer Dichtigkeit angefüllt wären, so würde hier die Intensität der Schwere geringer seyn als an anderen Orten, hier hätte gleichsam das Wasser ein geringeres specifisches Gewicht, und das Niveau dieses Meeres müßte sich demnach über den Spiegel anderer Meere erheben.

Eine interessante hydrostatische Erscheinung bietet auch die Mündung der Flüsse in das Meer dar. Da das süße Wasser leichter ist, so schwimmt es auf der Oberfläche, während das salzige Meerwasser die unteren Schichten bildet. Stevenson hat dies im Jahre 1816 im Hafen von Aberdeen an der Mündung der Dee, und auch an der Mündung der Themse beobachtet. Nach seinen Beobachtungen fängt das Wasser der Themse zwischen London und Woolwich an auf dem Boden salzig zu werden.

38 Man sieht oft, daß schwere Körper sich in einem der Richtung der Schwere entgegengesetzten Sinne bewegen: Kork und Holz z. B. steigen in die Höhe, wenn sie in Wasser getaucht werden; ebenso steigt Eisen in Quecksilber und der Luftballon in der Luft in die Höhe. Alle diese Erscheinungen gründen sich auf ein Princip, welches unter dem Namen des archimedischen Princips bekannt ist, weil es von Archimedes entdeckt wurde.

Dies Princip kann so ausgedrückt werden: Ein Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, verliert von seinem Gewichte gerade so viel, als die aus der Stelle vertriebene Flüssigkeit wiegt. Oder richtiger gesagt: Wenn ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so wird ein Theil seines Gewichtes von der Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist.

Man kann sich von der Richtigkeit dieses Princips durch eine einfache Betrachtung überzeugen. Irgend ein gerades Prisma sey vertikal in die Flüssigkeit eingetaucht, wie es beistehende Figur zeigt, so ist jeder Druck auf die Seiten des Prismas durch einen gleichen und entgegengesetzten aufgehoben, die obere Fläche aber erleidet den Druck einer Flüssigkeitssäule, welche mit dem Prisma gleiche Grundfläche und die Höhe h hat. Die untere Fläche dagegen wird von unten nach oben mit einer Kraft gedrückt, welche dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule von derselben Basis und der Höhe h' gleich ist. Die Höhen h und h' differiren aber gerade um die Höhe des Prismas, und somit ist klar, daß der Druck auf die untere Fläche den auf die obere um das Gewicht einer Flüssigkeitssäule übertrifft, welche dem Volumen des Prismas gleich ist. Da aber nun dieser Ueberschuß des Drucks nach oben der Schwere des Körpers

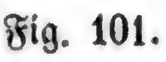
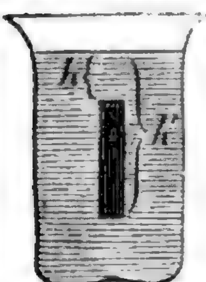


Fig. 101.

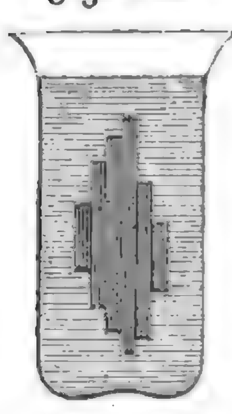


selbst entgegenwirkt, so wird offenbar die Wirkung der Schwerkraft des Körpers auf die angegebene Weise vermindert.

Es sey z. B. die Basis jenes Prismas 1 Quadratcentimeter, seine Höhe 10^{cm}, die obere Fläche befinde sich 3^{cm} unter dem Niveau des Wassers, so hat die obere Fläche den Druck einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche und 3^{cm} Höhe, also das Gewicht von 3 Kubikcentimetern Wasser, d. h. 3 Grammen, zu tragen. Die untere Fläche ist aber 13^{cm} unter dem Wasserspiegel, sie hat also einen von unten nach oben wirkenden Druck auszuhalten, welcher gleich dem Gewichte einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Basis und 13^{cm} Höhe ist, also 13 Gramme beträgt. Zieht man von diesen 13 Grammen die Größe des Drucks von 3 Grammen ab, welcher auf die obere Fläche nach unten drückt, so bleiben 10 Gr. für die Kraft, mit welcher das Prisma durch den Druck des Wassers nach oben getrieben wird. 10 Gramme aber ist das Gewicht einer Wassersäule, welche mit dem Prisma gleiches Volumen hat. Bestände dieses Prisma aus Marmor, so würde es 27 Gramme wiegen, in Wasser eingetaucht hat es aber einen nach oben gerichteten Druck von 10 Gr. auszuhalten, folglich wird es sich im Wasser gerade so verhalten, als ob es 10 Gramme leichter geworden wäre.

Nehmen wir statt eines solchen Prismas ein Bündel von mehreren, so ist klar, daß jedes einzelne Prisma durch das Eintauchen in Wasser von seinem Gewichte so viel verliert, als ein gleiches Volumen Wasser wiegt, folglich ist auch der Gewichtsverlust, welchen der ganze, aus mehreren Prismen zusammengesetzte Körper erleidet, gleich dem Gewichte einer Wassermasse, deren Volumen dem Gesammtvolumen aller Prismen gleich ist. Da man sich aber einen jeden Körper in eine Menge solcher vertikal stehender Prismen von sehr kleinem Durchmesser zerlegt denken kann, so läßt sich unser Schluß auf jeden beliebigen Körper ausdehnen.

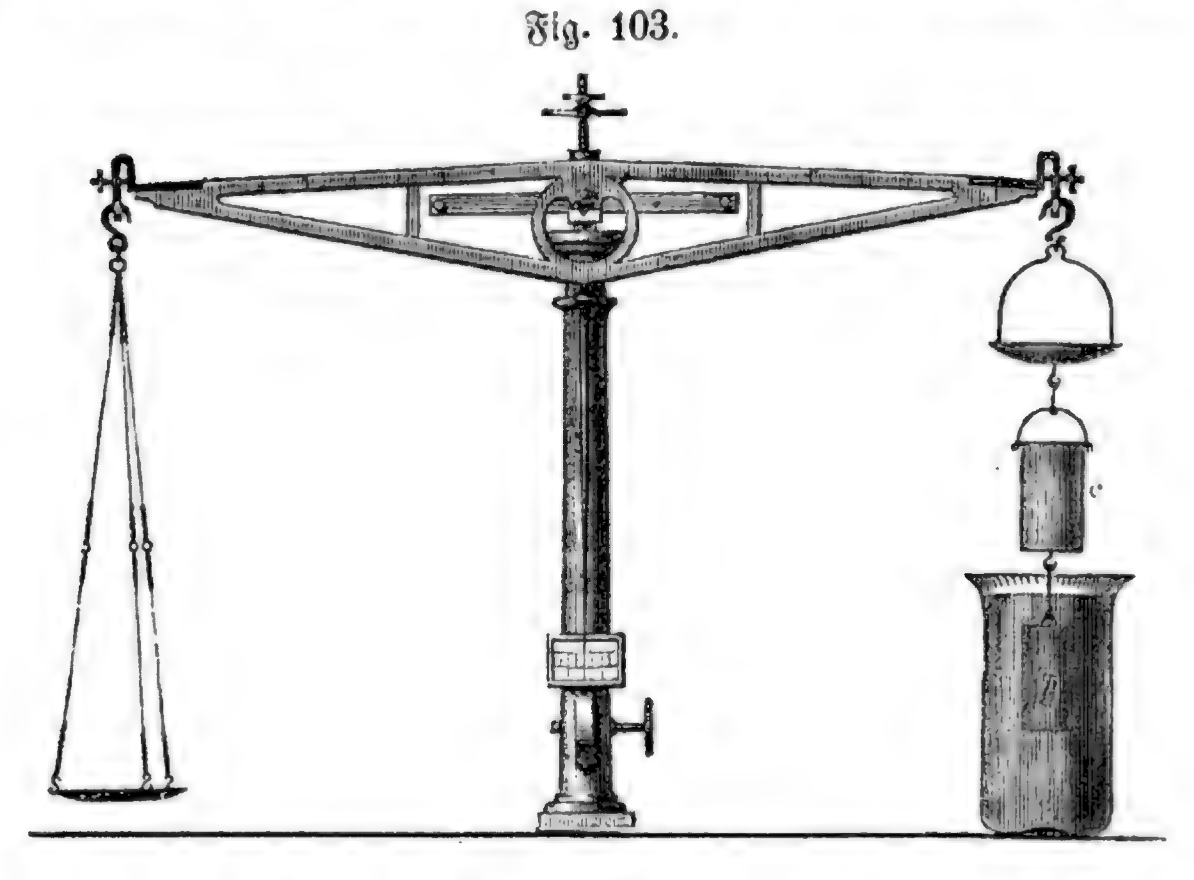
Fig. 102.



Ein ganz anderes Raisonnement führt uns zu demselben Resultate. Denken wir uns, der Raum, den der in Wasser eingetauchte Körper einnimmt, sey selbst mit Wasser angefüllt, so wird dieser Wasserkörper in der übrigen Wassermasse schweben, er wird nicht steigen und nicht sinken. Denken wir uns nun den Wasserkörper durch einen andern ersetzt, der bei gleichem Volumen gleiches Gewicht mit dem Wasserkörper hat, so wird auch dieser schweben, sein ganzes Gewicht wird also durch das Wasser, in welchem er eingetaucht ist, getragen, und somit ist klar, daß allgemein von dem Gewichte eines jeden in Wasser eingetauchten Körpers ein Theil durch das Wasser getragen wird, welcher dem Gewichte des verdrängten Wassers gleich ist.

Von der Wahrheit des Archimedischen Princips kann man sich auch direct durch den Versuch überzeugen. An der einen Wagschale einer gewöhnlichen Wage ist ein hohler Cylinder *c* angehängt, an welchem wieder ein massiver Cylinder *p* hängt, welcher genau die Höhlung des obern ausfüllt. Auf die andere Wagschale legt man nun so viel Gewichte, daß das

Fig. 103.



Gleichgewicht hergestellt ist. Taucht man aber nun den Cylinder *p* in Wasser, so verliert *p* dadurch einen Theil seines Gewichtes, das Gleichgewicht ist also gestört; um es von Neuem wieder herzustellen, braucht man nur den Cylinder *c* voll Wasser zu gießen, was offenbar zeigt, daß *p* durch das Eintauchen in Wasser gerade so viel an Gewicht verloren hat, als das Wasser wiegt, welches den Cylinder *c* ausfüllt. Das Volumen des in *c* befindlichen Wassers ist aber dem Volumen des Wassers gleich, welches der Cylinder *p* aus der Stelle treibt; mithin ist der Gewichtsverlust von *p* gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers.

Wie wir vorher gesehen haben, würde Alles in Gleichgewicht seyn, wenn man einen ins Wasser eingetauchten Körper selbst in Wasser verwandeln könnte. Dieser Wasserkörper aber würde auch vollkommen im Gleichgewicht bleiben, wie man ihn auch um seinen Schwerpunkt drehen mag. Der von unten nach oben wirkende Druck der umgebenden Flüssigkeit ist demnach eine Kraft, deren Angriffspunkt mit dem Schwerpunkte des gedachten Wasserkörpers zusammenfällt. Dieser Punkt mag Mittelpunkt des Druckes (der Flüssigkeit) heißen.

Wenn nun statt des gedachten Wasserkörpers irgend ein anderer Stoff, z. B. Kork, Marmor, Eisen u. s. w. wieder seinen Raum einnimmt, so wird der Druck, den dieser Körper von der umgebenden Wassermasse aus-

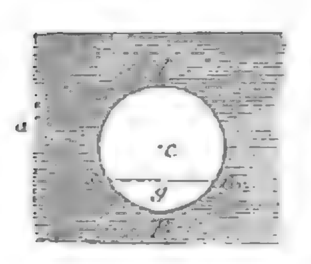
zuhalten hat, genau derselbe seyn, welchen der gedachte Wasserkörper hätte aushalten müssen. Ein in Wasser eingetauchter Körper ist demnach der Wirkung zweier Kräfte unterworfen, deren Größe und Angriffspunkt wir jetzt kennen. Die erste Kraft ist die Schwere des Körpers, welche von oben nach unten wirkt, und deren Angriffspunkt der Schwerpunkt des Körpers ist; die zweite Kraft, welche von unten nach oben wirkt, ist gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers, und ihr Angriffspunkt der Schwerpunkt dieser Wassermasse. Wenn ein vollständig untergetauchter Körper vollkommen homogen ist, so fällt sein Schwerpunkt mit dem Schwerpunkte der vertriebenen Wassermasse zusammen.

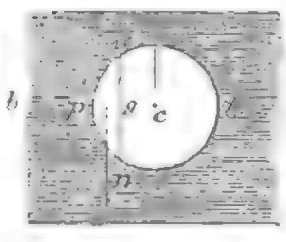
Der nach oben wirkende Druck der Flüssigkeit wird mit dem Namen **Auftrieb** bezeichnet.

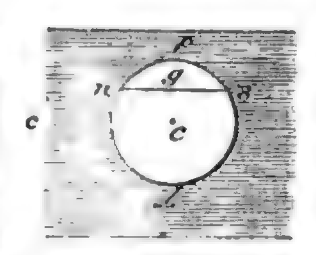
39 **Bedingungen des Gleichgewichts untergetauchter Körper.** Wenn ein durchaus homogener Körper in einer Flüssigkeit untergetaucht sich in derselben schwebend erhalten soll, so ist weiter nichts nöthig, als daß sein Gewicht dem Gewichte der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit vollkommen gleich sey, die Stellung des Körpers ist dabei völlig gleichgültig; wir haben hier den Fall eines indifferenten Gleichgewichtes. Um dies durch den Versuch zu zeigen, bilde man einen Körper von beliebiger Form aus einer Masse, die aus 1 Gewichtstheile feingepulverten Zinnobers auf 225 Gewichtstheile weißen Wachses besteht. Beide Bestandtheile müssen gehörig durcheinander gearbeitet seyn, damit die Masse die nöthige Gleichförmigkeit hat. Ein aus dieser Masse gebildeter Körper wird im Wasser schweben, und zwar in jeder beliebigen Stellung im Gleichgewicht bleiben. In Weingeist sinkt er unter, in einer Salzlösung steigt er in die Höhe und schwimmt an der Oberfläche.

Wenn der eingetauchte Körper nicht homogen ist, so daß der Schwerpunkt des Körpers nicht mit dem Schwerpunkte des vertriebenen Wassers zusammenfällt, so kann er allerdings noch in der Flüssigkeit schweben, wenn sein Totalgewicht gerade dem Gewichte des vertriebenen Wassers gleich ist, jedoch ist er nur dann im Gleichgewicht, wenn der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt des vertriebenen Wassers in einer Vertikallinie liegen; stabil ist aber das Gleichgewicht nur dann, wenn der Schwerpunkt des Körpers die tiefste Stellung einnimmt.

Fig. 104.







Es sey $l\,s\,p\,n$ eine Kugel, welche aus zwei Theilen besteht, $l\,s\,n$ sey Kork, der Theil $s\,p\,n$ aber sey Blei. Der Schwerpunkt liegt in g. Das Totalgewicht

der Kugel sey gleich dem Gewichte des verdrängten Wassers. Wenn die Kugel in der Lage *b* ins Wasser gesetzt wird, so wirken auf sie zwei gleiche parallele Kräfte; der Druck des Wassers, welcher in *c* angreift, wirkt nach oben; das ganze Gewicht des Körpers, welches wir uns in *g* vereinigt denken können, wirkt nach entgegengesetzter Richtung; und also muß sich der ganze Körper drehen, bis *g* vertikal unter *c* liegt, wie in der Lage bei *a*; dies ist der Fall des stabilen Gleichgewichts. Liegt *g* vertikal über *c*, so ist das Gleichgewicht nicht stabil.

Die Fische scheinen in dem Wasser, welches sie bewohnen, im Gleichgewicht zu seyn, denn sie sinken nicht unter und werden auch nicht durch den Druck der Flüssigkeit nach oben getrieben. Ein Fisch wiegt demnach gerade so viel wie das verdrängte Wasser. Er wiegt 1 Kilogrm., wenn er 1 Liter, 1000 Kilogrm., wenn er 1000 Liter Wasser verdrängt. Ein 20 Meter langer Wallfisch nimmt ungefähr einen Raum von 500 Kubikmetern ein, er wiegt also 500,000 Kilogr.; ja noch etwas mehr, weil das Meerwasser schwerer ist als das süße Wasser.

Das Gleichgewicht der Fische im Wasser muß aber auch ein stabiles seyn. Diese Bedingung wird durch ein eigenthümliches Organ, die Schwimmblase, erfüllt. Sie hat bei verschiedenen Arten verschiedene Gestalt, liegt aber stets so, daß der obere Theil des Fisches leichter wird und daß mehr Gewicht auf die unteren Theile kommt. Auf diese Weise liegt der Schwerpunkt des Körpers tiefer als der Mittelpunkt des Wasserdrucks, und also ist die Bedingung der Stabilität erfüllt. Nach Biot's Untersuchungen ist das Gas in der Blase keine atmosphärische Luft; es ist Stickstoff bei allen Arten, die mehr an der Oberfläche der Gewässer leben; es besteht ungefähr aus 0,9 Sauerstoff und 0,1 Stickstoff bei den Arten, welche in einer Tiefe von 1000 bis 1200 Metern leben.

Allem Anscheine nach bedienen sich die Fische der Schwimmblase auch, um im Wasser zu steigen oder sich sinken zu lassen, was sie mit ihren Flossen nur sehr schwierig bewerkstelligen könnten. Um diesen Effect hervorzubringen, ist nur nöthig, daß sie ihre Blase willkürlich zusammendrücken und ausdehnen können.

Die Sache ist jedoch nicht ganz so einfach, als man auf den ersten Anblick glauben möchte. Ein Fisch, welcher mitten im Wasser lebt, kann nicht wie ein Säugethier sich aufblasen, indem es Luft einzieht. Die Menge des Gases in der Blase kann nicht willkürlich vermehrt oder vermindert werden, und deshalb muß es durch den Druck der umgebenden Muskeln fortwährend stärker zusammengepreßt seyn, als es durch die umgebende Flüssigkeit der Fall seyn würde; je nachdem nun dieser Muskeldruck etwas ab- oder zunimmt, vergrößert oder verkleinert sich das Volumen der Blase. Diese Wirkung läßt sich durch den Apparat Fig. 105 anschaulich machen;

die hohle Glaskugel *l*, welche zum Theil mit Wasser, zum Theil mit Luft angefüllt ist und an irgend einer Stelle eine ganz kleine Oeffnung hat, sinkt unter, wenn man auf die Blase drückt, welche das Gefäß verschließt, sie steigt wieder in die Höhe, wenn dieser Druck nachläßt.

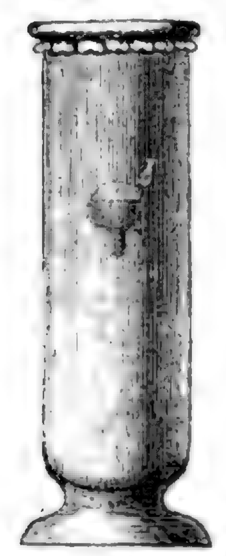
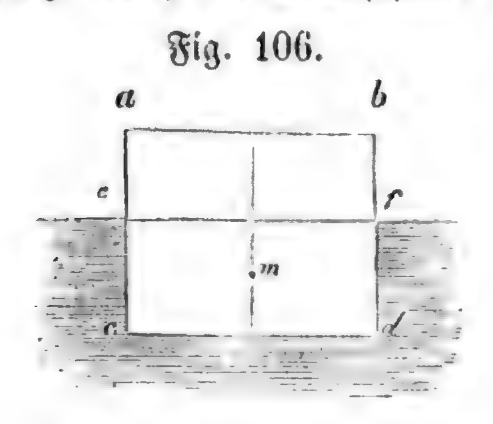


Fig. 105.

Das Gas in der Blase der Fische, welche man in einer Tiefe von 1000 Metern fängt, hat einen Druck von 100 Atmosphären auszuhalten. An der Oberfläche des Wassers angekommen, strebt es einen 100mal größeren Raum einzunehmen, alle Anstrengung der Muskeln reicht nun nicht mehr hin, dieser ausdehnenden Kraft zu widerstehen; dadurch werden alle benachbarten Organe und besonders die Magenhaut zurückgedrängt, welche dermaßen ausgedehnt wird, daß sie zum Maule heraustritt.

40 **Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper.** Wenn ein Körper schwimmt, so ist sein ganzes Gewicht gleich dem Gewichte der Flüssigkeitsmasse, welche der eingetauchte Theil verdrängt; die Bedingung der Stabilität schwimmender Körper ist jedoch von der Bedingung der Stabilität bei untergetauchten Körpern verschieden. Ein Schiff z. B., welches eine Million Kilogr. wiegt, ist im Gleichgewichte, wenn es 1000 Kubikmeter Wasser verdrängt, und wenn sein Schwerpunkt und der Mittelpunkt des Wasserdrucks in einer Vertikallinie liegen; es ist jedoch zur Stabilität nicht nöthig, daß sein Schwerpunkt unter dem Mittelpunkte des Drucks liegt; es ist schon hinreichend, wenn er tiefer als ein anderer Punkt liegt, welcher den Namen Metacentrum führt. Die Lage des Metacentrums hängt von der Gestalt des Schiffes ab, die Lage des Schwerpunkts von der Vertheilung der Ladung.

Wenn auch die allgemeine Bestimmung des Metacentrums uns hier zu weit führen würde, so müssen wir doch den Begriff feststellen. Es sey *a b c d* (Fig. 106) der Querschnitt eines eingetauchten Körpers, den wir der einfacheren Betrachtung wegen als ein längliches Rechteck annehmen wollen. Wenn der Körper in seiner Gleichgewichtslage schwimmt, so sinkt er bis *e f* ein. Der Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse ist in *m*, und der Schwerpunkt des Körpers liegt auf der durch *m* gezogenen Vertikallinie. Liegt er unter *m*, so schwimmt der Körper auf jeden Fall stabil, denn wir haben ja einen Körper, der im Wasserpunkte *m* gleichsam aufgehängt ist und dessen Schwerpunkt tiefer ist als der Aufhängepunkt, also ein Pendel, welches um die Gleichgewichtslage oscillirt.

Fig. 106.


Wenn der Körper aus der Gleichgewichtslage herausgebracht wird und in die Lage Fig. 107 kommt, so ist das Dreieck $e\,g\,h$ aus dem Wasser emporgehoben, $g\,i\,f$ dagegen untergetaucht; da aber die Quantität des verdrängten Wassers immer dieselbe seyn muß, welche Lage auch der Körper haben mag, so folgt, daß $e\,g\,h = g\,i\,f$. Nun aber ist die Gestalt des untergetauchten Theiles eine andere als vorher, begreiflicherweise befindet sich also auch der Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse nicht mehr in m, sondern in einem andern Punkte o, dessen Lage für jeden speciellen Fall besonders zu ermitteln ist. Denken wir uns nun durch o ein Perpendikel gezogen, so wird es das in der Gleichgewichtslage durch m gezogene Perpendikel in einem Punkte q schneiden, und dieser Punkt ist das Metacentrum. Sobald der Schwerpunkt des Körpers auf der Linie $m\,q$ nur tiefer als q liegt, wird das in diesem Schwerpunkte angreifende Gewicht des Körpers ihn um o so drehen, daß er wieder in die Gleichgewichtslage zurückkehrt. Der schwimmende Körper verliert seine Stabilität vollständig, sobald sein Schwerpunkt über dem Metacentrum liegt.

Fig. 107.

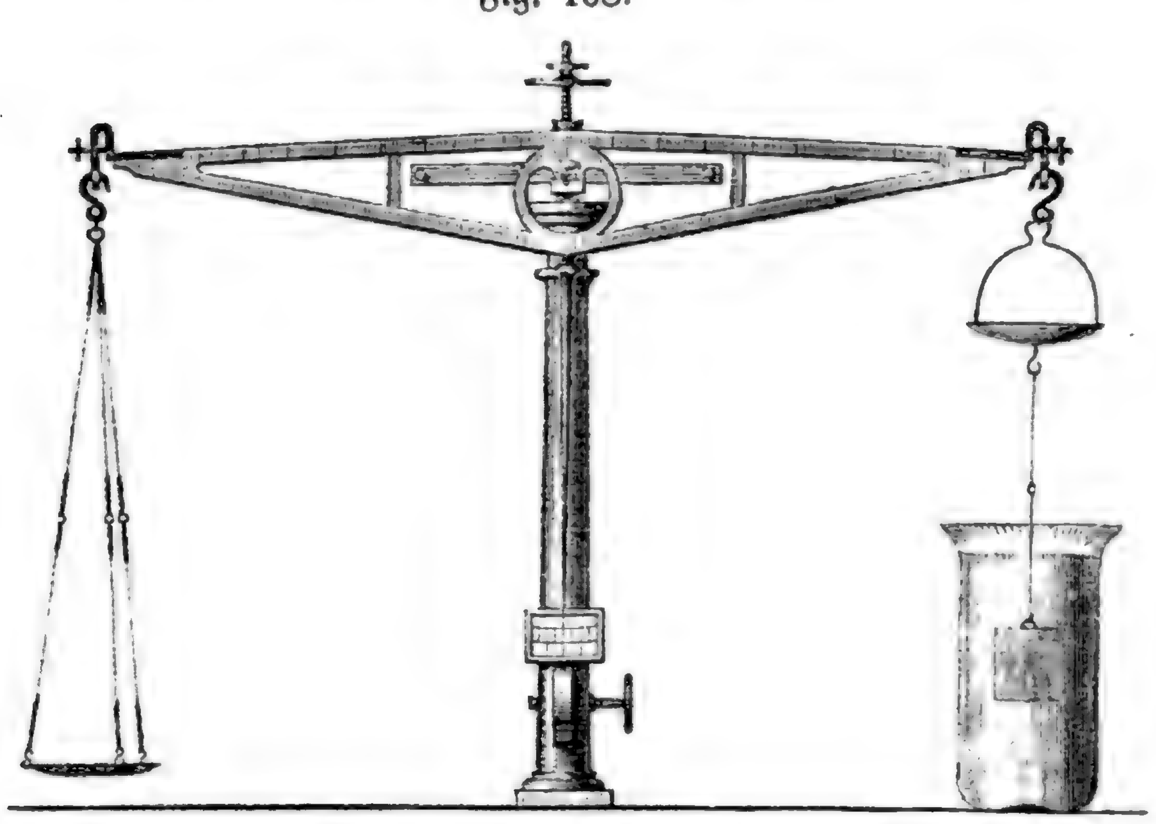
Der Körper schwimmt um so stabiler, je breiter der eingetauchte Theil ist und je tiefer der Schwerpunkt liegt.

41 Das Archimedische Princip giebt uns treffliche Mittel, das specifische Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen. Um die Dichtigkeit eines festen Körpers zu berechnen, muß man sein absolutes Gewicht und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser kennen. In den meisten Fällen aber läßt sich das Volumen eines Körpers durch Ausmessung seiner Dimensionen entweder nur höchst schwierig, oder gar nicht ausmitteln. Nach dem Archimedischen Princip giebt uns ein einziger Versuch ohne Weiteres das Gewicht einer Wassermasse, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat, wir haben nur seinen Gewichtsverlust beim Eintauchen in Wasser zu bestimmen.

Um diese Bestimmung mittelst einer Wage leicht ausführen zu können, wird an derselben eine kleine Veränderung angebracht, wodurch sie in eine sogenannte hydrostatische Wage umgewandelt wird. Man hängt nämlich statt der einen Wagschale eine andere an, welche nicht so weit herabhängt und an welcher sich unten ein Häkchen befindet, an welches der zu bestimmende Körper gehängt werden kann. Ist dies geschehen, so kann man durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagschale das absolute Gewicht g des Körpers bestimmen. Taucht man ihn nun in Wasser ein, so muß man von dem aufgelegten Gewichte g einen Theil a weg-

nehmen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen, *a* ist also d

Fig. 108.



Gewichtsverlust, welchen der Körper beim Eintauchen in Wasser erleidet, folglich $\frac{g}{a}$ sein spec. Gewicht.

42 **Nicholson's Aräometer.** Zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper kann statt der Wage das Nicholson'sche Aräometer angewandt werden, welches Fig. 109 abgebildet ist.

Fig. 109.

An einen hohlen Körper, *v*, von Glas oder Metall, ist unten eine kleine schwere Masse, *l* (eine mit Quecksilber gefüllte Glaskugel oder eine Metallkugel), gehängt, oben aber ein feines Stäbchen angebracht, welches einen Teller *c* trägt, auf welchen man kleinere Körper und Gewichte legen kann. In Wasser eingetaucht schwimmt das Instrument, und zwar aufrecht, weil sein Schwerpunkt durch das Gewicht *l* möglichst weit nach unten gerückt ist. Das Instrument ist so eingerichtet, daß der oberste Theil des Körpers, *v*, noch aus dem Wasser herausragt. Legt man nun den Körper, dessen specifisches Gewicht man bestimmen will, etwa ein Mineral, auf den Teller *c*, so sinkt das Instrument weiter ein, und durch ferneres Auflegen von Tarirgewichten kann man es leicht dahin bringen, daß es genau bis zu einem Punkte *f* eingesenkt ist, welchen man auf irgend eine Weise (gewöhnlich durch einen Feilstrich) auf dem Stäbchen markirt hat. Man nimmt nun das Mineral weg und legt statt dessen so viel Gewicht auf, bis

das Instrument wieder genau bis f einsinkt. Hat man statt des Minerals n Milligramme auflegen müssen, so ist das Gewicht des Minerals gleich n Milligrammen.

Hat man auf diese Weise das absolute Gewicht des Minerals bestimmt, so werden die n Milligramme wieder weggenommen und der Körper in ein Körbchen, welches zwischen v und l sich befindet, gelegt. Das Instrument würde nun wieder bis f einsinken, wenn der ins Körbchen gelegte Körper nicht dadurch, daß er jetzt in Wasser eingetaucht ist, an Gewicht verlöre. Man wird also auf den Teller noch Gewichte, m Milligramme, auflegen müssen, damit das Instrument bis zur Marke eingetaucht ist. Man hat auf diese Weise das absolute Gewicht des Körpers n und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser m ermittelt; das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{n}{m}$.

Es sey z. B. das specifische Gewicht eines Diamanten zu bestimmen. Man hat ihn auf den Teller gelegt und so viel Tarirgewicht zugefügt, daß das Instrument bis f einsinkt. Nachdem der Diamant weggenommen worden, hatte man statt seiner 1,2 Gramme aufzulegen, damit das Aräometer eben so weit einsank; es beträgt also sein absolutes Gewicht 1,2 Gr. Diese werden wieder weggenommen und der Diamant ins Körbchen gelegt; um es nun wieder dahin zu bringen, daß das Instrument bis f einsinkt, muß man noch 0,34 Gramme auf den Teller legen; das Gewicht eines dem Diamanten gleichen Wasservolumens ist also 0,34 Gramm, und das verlangte specifische Gewicht $\frac{1,2}{0,34} = 3,53$.

Auch das specifische Gewicht von Flüssigkeiten kann man mit dem Nicholson'schen Aräometer bestimmen. Da das Instrument stets so weit einsinkt, daß das Gewicht desselben sammt den Gewichten auf dem Teller der verdrängten Flüssigkeitsmasse gleich ist, so kann man mit Hülfe dieses Instruments ausmitteln, wie viel ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit wiegt. Dazu ist aber nöthig, daß man das Gewicht des Instrumentes selbst kennt; wir wollen es mit n bezeichnen. Wenn es, in Wasser eingetaucht, bis f einsinken soll, so muß noch Gewicht zugelegt werden. Bezeichnen wir dies Zulaggewicht mit a, so ist $n + a$ das Gewicht der verdrängten Wassermenge.

Taucht man nun das Instrument in eine andere Flüssigkeit, so wird man irgend ein anderes Gewicht b anstatt a auflegen müssen, um ein Einsinken bis f zu bewerkstelligen; b wird größer seyn als a, wenn die Flüssigkeit schwerer, kleiner als a, wenn sie leichter ist als Wasser. Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist $n + b$; das Volumen derselben ist aber genau so groß als das der Wassermenge, deren Gewicht $n + a$

ist, weil ja das Aräometer in beiden Fällen gleich tief eingesunken ist.

Das Instrument wiege z. B. 70 Gramme; muß man 20 Gramme auflegen, damit es in Wasser, 1,37 Gr. damit es in Weingeist bis *f* einsinkt, so ist das specifische Gewicht des Weingeistes $\frac{70 + 1,37}{70 + 20} = 0,793$.

Dieses Aräometer ist um so empfindlicher, je dünner das Stäbchen im Vergleich zum eingetauchten Volumen ist.

Mit diesem Aräometer das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist immer etwas umständlich. Man könnte eben so schnell mit Hülfe der Wage nach dem oben angegebenen Verfahren mit weit größerer Genauigkeit zum Ziele kommen. In vielen Fällen des praktischen Lebens aber kommt es darauf an, schnell durch ein möglichst einfaches Verfahren das specifische Gewicht einer Flüssigkeit auszumitteln, um daraus auf die Qualität einer Flüssigkeit zu schließen. In solchen Fällen reicht es aber vollkommen hin, das specifische Gewicht bis auf zwei Decimalstellen genau zu finden; man erreicht dies am schnellsten durch die Scalenaräometer, die wir sogleich näher betrachten wollen.

Fig. 110.

43 **Scalenaräometer.** Durch das Nicholson'sche Aräometer wurde das specifische Gewicht einer Flüssigkeit aus der Vergleichung des absoluten Gewichtes gleicher Volumina abgeleitet. Der Gebrauch der Scalenaräometer aber gründet sich darauf, daß bei gleichem absoluten Gewichte die specifischen Gewichte sich umgekehrt verhalten wie die Volumina.

Es stellt Fig. 110 ein Scalenaräometer dar. In der Regel bestehen sie aus einer cylindrischen Glasröhre, welche unten erweitert ist, wie man in der Abbildung sieht. In der untern Kugel befindet sich etwas Quecksilber, wodurch nur bezweckt wird, daß das Instrument aufrecht schwimmt. Denken wir uns das Instrument im Wasser schwimmend, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers dem Gewichte des Instrumentes gleich. Senken wir es nun in eine andere Flüssigkeit, so wird es tiefer oder weniger tief einsinken, je nachdem die Flüssigkeit leichter oder schwerer ist als Wasser. Gesetzt, das Aräometer wiege 10 Gr., so wird es, in Wasser schwimmend, 10 Kubikcentimeter verdrängen. Taucht man es in Weingeist, so wird es so tief einsinken, daß die verdrängte Weingeistmenge auch 10 Gramme wiegt. Aber 10 Gramme Weingeist nehmen einen größeren Raum ein als 10 Gramme Wasser, das Instrument muß also tiefer einsinken, und zwar so, daß das in Weingeist eingesenkte Volumen sich zu dem in Wasser eingesenkten umgekehrt verhält wie die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten.

Man begreift nun wohl, daß, wenn die Röhre zweckmäßig getheilt ist, man aus einer einzigen leicht anzustellenden Beobachtung das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ermitteln kann. Unter allen Scalen, welche man auf Aräometern angebracht hat, ist unstreitig die von Gay-Lussac angegebene die einfachste und zweckmäßigste; wir wollen deshalb diese zuerst betrachten.

Denken wir uns an einem Aräometer denjenigen Punkt a der Röhre bezeichnet, bis zu welchem das Instrument in Wasser einsinkt, alsdann auf der Röhre, von diesem Punkte ausgehend, eine Reihe von Theilstrichen so angebracht, daß das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei solcher Theilstriche fällt, $1/_{100}$ von dem in Wasser einsinkenden Volumen ist. Nehmen wir z. B. an, das Volumen desjenigen Theils des Aräometers, welcher im Wasser untergetaucht ist, betrüge gerade 10 Kubikcentimeter, so müßte das Volumen des Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, 0,1 Kubikcentimeter betragen.

Der Wasserpunkt a wird mit 100 bezeichnet und die Theilung von unten nach oben gezählt. Die auf diese Weise getheilten Aräometer werden mit dem besonderen Namen **Volumeter** bezeichnet.

Gesetzt, das Aräometer sänke in irgend einer Flüssigkeit bis zum Theilstrich 80 der Volumeterscala ein, so weiß man dadurch, daß 80 Volumentheile dieser Flüssigkeit so viel wiegen wie 100 Volumentheile Wasser; das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit verhält sich also zu dem des Wassers wie 100 zu 80, es ist also $\frac{100}{80}$ oder 1,25.

Wäre das Volumeter in einer andern Flüssigkeit bis zum Theilstrich 116 der Volumeterscala eingesunken, so finden wir nach derselben Schlußweise, daß das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit $\frac{100}{116} = 0{,}862$ ist. Kurz, **wenn das Volumeter in einer Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte y der Scala einsinkt, so findet man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, wenn man die Zahl des beobachteten Scalenpunktes in 100 dividirt, d. h. es ist** $s = \frac{100}{y}$.

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so größer, je größer die Entfernung eines Theilstriches vom andern, je dünner also die Röhre im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instrumentes ist. Damit jedoch die Röhre nicht gar zu lang wird, macht man kein Volumeter, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern solche, welche entweder nur für leichtere, oder nur für schwerere Flüssigkeiten gebraucht werden können. Bei den ersteren befindet sich der mit 100 bezeichnete Wasserpunkt nahe

am untern, bei den letzteren aber nahe am obern Ende der Röhre.

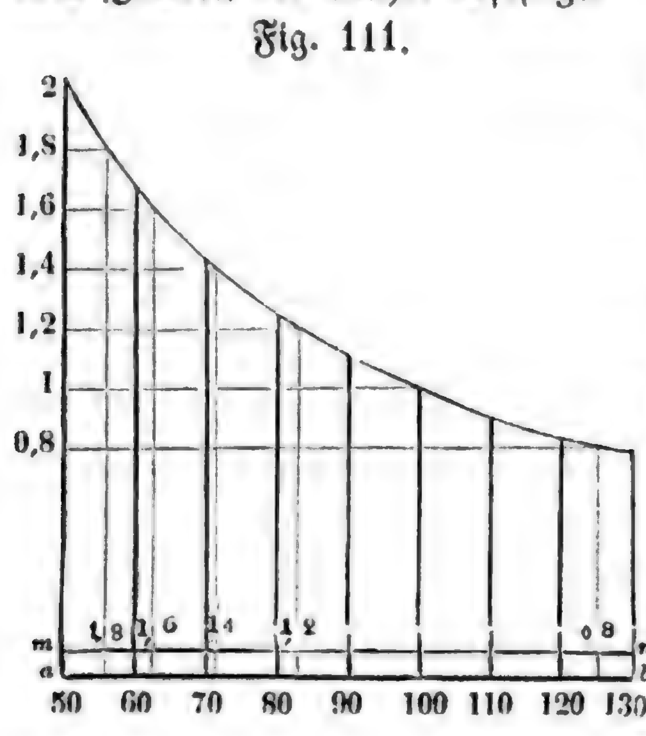
Bevor man die Theilung aufträgt, hat man erst durch Vermehrung oder Verminderung der Quecksilbermasse in der Kugel das Instrument so zu reguliren, daß es in Wasser bis zu einem entweder nahe am untern oder obern Ende der Röhre gelegenen Punkte einsinkt. Ist dies geschehen, so hat man einen zweiten Punkt der Scala zu bestimmen, und dies geschieht auf folgende Art.

Das Instrument sey für schwere Flüssigkeiten bestimmt, also der Wasserpunkt am obern Ende der Röhre. Man verschafft sich eine Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht genau 1,25 ist; eine solche Flüssigkeit läßt sich leicht durch Mischen von Wasser und Schwefelsäure erhalten und ihr specifisches Gewicht mit Hülfe der Wage prüfen. In diese Flüssigkeit taucht man nun das Instrument und merkt sich den Punkt, bis zu welchem es einsinkt. Das specifische Gewicht, 1,25, entspricht aber dem Theilstrich 80 der Volumeterscala; dieser zuletzt markirte Punkt ist also mit 80 zu bezeichnen, der Zwischenraum zwischen ihm und dem Wasserpunkte in 20 gleiche Theile zu theilen und diese Theilung auch noch unterhalb des Punktes 80 fortzusetzen.

Ist das Volumeter für leichtere Flüssigkeiten bestimmt, also der Punkt 100 am untern Ende der Röhre, so findet man einen zweiten Punkt der Scala, indem man das Instrument in eine Mischung von Wasser und Weingeist taucht, deren specifisches Gewicht genau 0,8 ist. Das specifische Gewicht 0,8 entspricht dem Theilstrich 125, man hat also den Raum zwischen diesem Theilstriche und dem Wasserpunkte in 25 gleiche Theile zu theilen.

In der Regel ist die Theilung auf einen Papierstreifen gemacht und in dem Innern der Röhre befestigt.

Fig. 111.



Die Relation, welche zwischen den verschiedenen Scalenpunkten des Volumeters und dem specifischen Gewichte besteht, läßt sich sehr gut durch beistehende graphische Darstellung übersehen. Die Linie *a b* stellt uns eine Volumeterscala dar, welche von dem Theilstriche 50 bis zum Theilstriche 130 geht. In jedem der von 10 zu 10 fortschreitenden Theilpunkte ist ein Perpendikel errichtet und auf diesem eine dem entsprechenden specifischen Gewichte proportionale Länge aufgetragen. So ist z. B. das im Punkte 100 aufgetragene Per-

pendikel gleich 1, das in 50 errichtete 2, das in 120 errichtete 0,83 u. s. w. Es ist natürlich ganz gleichgültig, welche Einheit man beim Auftragen dieser Perpendikel wählt.

Die Gipfelpunkte dieser Perpendikel sind durch eine Curve verbunden, und diese ist es, welche uns das Gesetz versinnlicht, durch welches die Scalenpunkte und die entsprechenden specifischen Gewichte verbunden sind. Die Curve wird um so steiler, je mehr sie sich dem untern, nach *a* hin liegenden Theile der Barometerscala nähert. Daraus geht aber klar hervor, daß die Differenz der beiden in 60 und 70 errichteten Perpendikel größer seyn muß als die Differenz der Perpendikel, welche in den eben so weit von einander entfernten Punkten 120 und 130 errichtet sind; oder allgemein: daß einer gleichen Anzahl Volumetergrade am untern Ende der Volumeterscala eine größere Differenz der specifischen Gewichte entspricht als am obern Theile. Es geht auch ferner daraus hervor, daß, wenn die Theilpunkte der Scala gleichen Differenzen der specifischen Gewichte entsprechen sollten, die Entfernung zweier Theilstriche am obern Ende der Scala größer seyn müßte als am untern.

Eine zweite rationelle Theilungsart der Aräometerscala, welche ebenfalls von Gay-Lussac angegeben, früher aber schon von Brisson und G. G. Schmidt ausgeführt wurde, ist diejenige, welche unmittelbar die specifischen Gewichte angeben soll. Die Beziehung dieser Scala zur Volumeterscala läßt sich leicht übersehen. Trägt man auf einem der Perpendikel, Fig. 111, die Höhen 0,8, 1, 1,2 1,4 1,6 u. s. w. auf, zieht man dann in dieser Höhe wagerechte Linien bis zum Durchschnitt mit der Curve, und von diesen Durchschnittspunkten wieder vertikal herunter bis zur Linie, welche die Volumeterscala repräsentirt, oder, wie es in unserer Figur der Fall ist, bis zu einer Linie *m n*, welche etwas über derjenigen der Volumeterscala liegt, so erhalten wir die Scalenpunkte, welche den specifischen Gewichten 1,8 1,6 1,4 u. s. w. bis 0,8 entsprechen. Wir sehen aber, wie hier die Scalentheile ungleich sind, wie sie von dem untern Theile nach dem obern hin wachsen.

Wir haben hier nur die Construction dieser Scala für die Punkte von 20 zu 20 Procent des specifischen Gewichts angegeben. Beabsichtigt man auf diese Weise wirklich eine solche Scala zu construiren, so muß die Figur in größerm Maaßstabe ausgeführt seyn, und es müssen die Punkte wenigstens von 5 zu 5 Procent des specifischen Gewichts gesucht werden. Die so erhaltenen Zwischenräume kann man dann ohne merklichen Fehler in gleiche Theile theilen.

Schmidt hat eine andere Constructionsmethode für diese Scalen angegeben. Obgleich man nun mit Aräometern dieser Art direct das specifische Gewicht finden kann, so hat doch das Volumeter große Vorzüge. Vor

allen Dingen ist die Verfertigung der Volumeterscala ungleich leichter; wegen der Gleichheit der Abtheilungen kann man mit größerer Genauigkeit Unterabtheilungen der Scalentheile schätzen, und dann ist die Rechnung, welche auszuführen ist, um nach der Volumeterscala das specifische Gewicht zu erfahren, so ungemein einfach, daß diese kleine Rechnung gewiß nicht als ein Nachtheil des Volumeters geltend gemacht werden kann.

Im praktischen Leben ist es nicht direct der Zweck, das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu erfahren, sondern man will den Concentrationsgrad einer Salzlösung, die Mischungsverhältnisse einer Flüssigkeit kennen lernen. Diese stehen nun freilich mit dem specifischen Gewichte in genauer Beziehung, so daß, wenn man mit Hülfe des Aräometers das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ausgemittelt hat, man daraus auch auf die Natur der Flüssigkeit schließen kann. Man hat jedoch für solche Flüssigkeiten, welche in der Praxis häufig vorkommen, besondere Aräometer construirt, welche unmittelbar die Mischungsverhältnisse angeben; wir wollen hier nur eins der wichtigsten, nämlich das A l k o h o l o m e t e r, näher betrachten.

Das Alkoholometer dient zur Bestimmung des Alkoholgehaltes einer Mischung von Wasser und Weingeist.

Das specifische Gewicht des Alkohols ist 0,793, wenn man das des Wassers als Einheit annimmt; eine Mischung von Wasser und absolutem Alkohol wird also eine Dichtigkeit haben, welche zwischen 1 und 0,793 fällt und sich mehr der einen oder der andern Gränze nähert, je nachdem die Mischung mehr Wasser oder mehr Alkohol enthält. Die Dichtigkeit der Mischung weicht jedoch von dem arithmetischen Mittel ab, welches man aus den Mischungsverhältnissen berechnet.

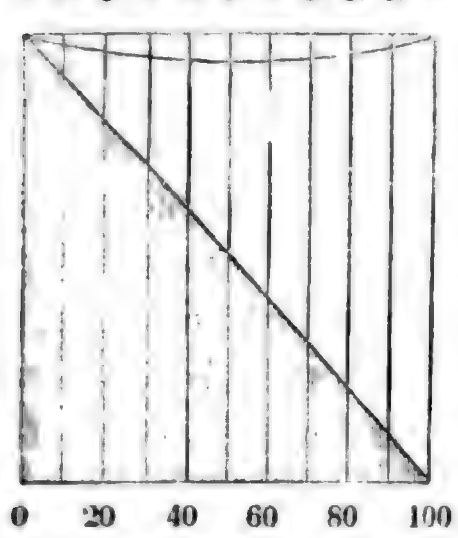
Fig. 112.

Der Grund dieser Abweichung liegt darin, daß, wenn man Wasser und Weingeist mischt, eine Contraction stattfindet, die wir erst durch einen Versuch anschaulich machen wollen.

Man gieße eine Glasröhre, welche ungefähr eine Länge von 30 Zoll hat, halb voll Wasser und fülle die andere Hälfte mit Weingeist (für Vorlesungen ist gefärbter Weingeist zu empfehlen), so werden sich die Flüssigkeiten nicht mischen; der Weingeist schwimmt auf dem Wasser. Nachdem das offene Ende durch einen Korkstöpsel fest verschlossen worden ist, so daß durchaus keine Flüssigkeit entweichen kann, kehrt man die Röhre um, und nun wird durch das Sinken des Wassers alsbald eine Mischung der Flüssigkeiten vor sich gehen. Hat die Mischung vollständig stattgefunden, so sieht man, daß die vorher ganz volle Röhre nicht mehr ganz angefüllt ist, es hat sich ein leerer Raum gebildet, der in der Röhre eine Länge von ungefähr ½ Zoll einnimmt.

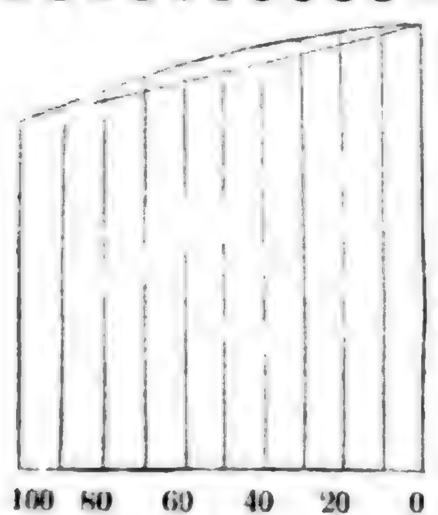
Die beistehende Fig. 113 versinnlicht das Gesetz der Contraction für die verschiedenen Mischungsverhältnisse. Die in den verschiedenen Punkten der horizontalen Basis des Parallelogramms errichteten und bis zur obern Seite desselben durchgehenden Perpendikel stellen die Summe der gemischten Volumina dar, und zwar derjenige Theil, welcher in den schattirten Raum fällt, das Volumen des Wassers, das in den obern, nicht schattirten Raum fallende Stück eines solchen Perpendikels das Volumen des zugegossenen Weingeistes. So ist z. B. das im Punkte 20 der Abscissenlinie errichtete Perpendikel durch die Diagonale des Parallelogramms dergestalt in zwei Theile getheilt, daß $^8/_{10}$ seiner ganzen Länge in den schattirten, $^2/_{10}$ aber in den weißen Raum fallen; es entspricht also dem Fall, daß man 80 Proc. Wasser mit 20 Proc. Weingeist mischt. In diesem Falle aber nimmt die Mischung ein Volumen ein, welches nur 0,982 von der Summe der gemischten Volumina ist, deshalb ist auf diesem Perpendikel, von unten an gerechnet, die Länge 0,982 aufgetragen (wenn man die ganze Länge der Perpendikel als Einheit nimmt). So ist im Punkte 60 die Länge 0,965 aufgetragen, weil sich 40 Procent Wasser, mit 60 Procent Weingeist vermischt, auf 0,965 der Summe der gemischten Volumina zusammenziehen u. s. w. Die über jedem Perpendikel stehenden Zahlen geben für jeden Fall den genauen Werth des Volumens nach der Mischung an, wenn die Summe der gemischten Volumina 1000 ist. Ueber die, auf den verschiedenen Perpendikeln nach der angegebenen Weise markirten Punkte ist eine Curve gezogen. Die vertikale Entfernung eines jeden Punktes dieser Curve von der obern horizontalen Linie stellt die Größe der Contraction dar.

Fig. 113.



Aus diesen Betrachtungen folgt, daß das specifische Gewicht einer Mischung von Wasser und Weingeist stets größer seyn muß als das berechnete arithmetische Mittel. In Fig. 114 ist 0,793 die Länge des im Punkte 100 errichteten Perpendikels, wenn man die Länge des im Punkte *o* errichteten zur Einheit nimmt. Ersteres repräsentirt das specifische Gewicht des absoluten Alkohols, letzteres das des Wassers. Verbindet man die Gipfelpunkte dieser beiden äußersten Perpendikel durch eine gerade

Fig. 114.



Linie, errichtet man alsdann in den Punkten 90, 80, 70 u. s. w. der Abscissenlinie Perpendikel, welche bis zu dieser geraden Linie gehen, so würde die Länge dieser Perpendikel das spec. Gew. einer Mischung von 90, 80, 70 u. s. w. Volumentheilen Weingeist mit 10, 20, 30 u. s. w. Volumentheilen Wasser darstellen, wenn keine Contraction stattfände. Auf jedem dieser Perpendikel ist aber eine Länge aufgetragen, welche der wahren Dichtigkeit der Mischung entspricht. Die Curve, welche die Gipfelpunkte der verschiedenen Perpendikel verbindet, stellt uns das Gesetz dar, nach welchem sich die Dichtigkeit einer Mischung von Wasser und Weingeist ändert, wenn der Alkoholgehalt von 0 bis 100 Procent variirt.

Fig. 115.

100 90 80 70 60 50 40 30 20 10 0

Die über jedem Perpendikel stehende Zahl giebt den genauen Zahlenwerth des specifischen Gewichtes der entsprechenden Mischung an.

Wenn man nun an einer Aräometerröhre diejenigen Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 0,793, 0,828, 0,857 . . . . 0,976, 0,985 und 1 entsprechen und mit den Zahlen 100, 90, 80 . . . . 20, 10, 0 bezeichnet, wenn man ferner, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, den Raum zwischen je zwei dieser Punkte in 10 gleiche Theile theilt, so erhält man ein Procent-Aräometer für Weingeist, d. h. ein Aräometer, an welchem man unmittelbar ablesen kann, wie viel Volumenprocente Alkohol in einer Mischung von Wasser und Weingeist sich befinden. Solche Alkoholometer wurden in Frankreich nach Gay-Lussac's, in Deutschland nach Tralles' Angaben ausgeführt und gesetzlich bestimmt, daß der Alkoholgehalt des der Besteuerung unterworfenen Branntweins, Weingeistes u. s. w. mit Hülfe dieses Instrumentes ermittelt werden sollte. Beistehende Scala, Fig. 115, zeigt die Hauptabtheilungen eines solchen Alkoholometers in ihrem richtigen Verhältniß. Man sieht, wie sich erwarten ließ, daß die Abtheilungen ungleiche Größe haben.

Das Volumeter kann das Alkoholometer recht gut ersetzen, wenn man nur eine Tabelle zur Hand hat, in welcher der Alkoholgehalt angegeben ist, welcher den verschiedenen Volumetergraden entspricht.

Begreiflicher Weise kann man das Alkoholometer einzig und allein zu dem angegebenen Zwecke verwenden, für jede andere Flüssigkeit ist es völlig unbrauchbar. Auf ähnliche Weise, wie das Alkoholometer, hat man auch Aräometer construirt, welche genau den Gehalt einer Säure, einer Salzlösung u. s. w. angeben sollen. Weil jedoch ein solches Instrument nur für eine einzige specielle Flüssigkeit brauchbar ist, so wendet man besser ein für allemal das Volumeter an und sucht den Gehalt, welcher dem beobachteten Volumetergrade entspricht, in Tabellen, welche eigens zu diesem Zwecke berechnet worden sind.

Es bleiben jetzt nur noch die älteren Aräometerscalen zu erwähnen, welche jedoch durchaus keinen wissenschaftlichen Werth haben.

Beaumé bestimmte außer dem Wasserpunkte noch einen zweiten fixen Punkt dadurch, daß er das Instrument in eine Lösung von 1 Gewichtstheil Kochsalz in 9 Gewichtstheilen Wasser tauchte. Den Raum zwischen diesen beiden Punkten theilte er in 10 gleiche Theile, die er Grade nannte; die Theilung ist auch noch jenseits der beiden fixen Punkte fortgesetzt. Für Flüssigkeiten, welche schwerer sind als Wasser, ist der Wasserpunkt mit 0 bezeichnet, und die Grade werden nach unten gezählt. Für leichtere Flüssigkeiten ist der Wasserpunkt mit 10 bezeichnet, und die Grade werden nach oben gezählt. Man sieht wohl, daß man durch ein solches Instrument weder das specifische Gewicht, noch den Gehalt einer Flüssigkeit erfährt.

Cartier brachte an der Beaumé'schen Scala eine unwesentliche Veränderung an, er machte nämlich die Grade etwas größer, so daß + 15 seiner Grade gleich 16 Beaumé'schen sind. Wenn er dadurch auch nichts genützt hat, so hat er doch wenigstens seinen Namen verewigt, denn so werthlos auch seine Scala seyn mag, so ist sie doch ungemein verbreitet.

In Deutschland hat sich besonders Meißner um die Aräometrie verdient gemacht, und sein Werk: »Die Aräometrie in ihrer Anwendung auf Chemie und Technik. Wien, 1816,« ist wohl das vollständigste, was die Litteratur über diesen Gegenstand aufzuweisen hat. Seine Aräometer bestehen aus einfachen cylindrischen Glasröhren von 6 bis 8 Millimeter Durchmesser, ohne Erweiterung am untern Ende. Das untere Ende der Röhre ist mit Schrotkörnern, die in Siegellack eingeschmolzen sind, ausgefüllt; im obern Theile befindet sich die Scala.

Viertes Kapitel.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern, sowie zwischen den einzelnen Theilchen der Flüssigkeiten selbst.

Wenn man das eine Ende eines Glasröhrchens in eine Flüssigkeit eintaucht, so steht das Niveau der Flüssigkeit im Röhrchen nie in gleicher Höhe mit dem Spiegel der Flüssigkeit außerhalb. In Wasser z. B. eingetaucht, erhebt sich die Flüssigkeitssäule im Röhrchen (Fig. 116); wenn man hingegen das Glasröhrchen in Quecksilber eintaucht, so steht der Gipfel der Quecksilbersäule im Röhrchen tiefer (Fig. 117). 44

Fig. 116.

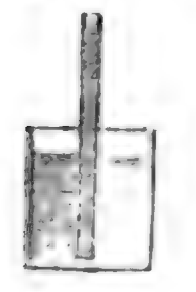
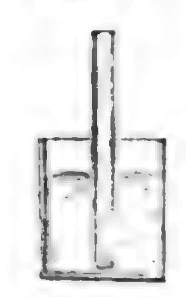


Fig. 117.



Diese Erscheinungen der Hebung und Senkung werden mit dem Namen der Capillarerscheinungen bezeichnet, die Kraft aber, welche sie hervorbringt, heißt Capillarattraction, oder auch bloß Capillarität. Diese Kraft wirkt nicht bloß, um die Flüssigkeit in Röhrchen zu heben oder zu senken, sie wirkt überall, wo Flüssigkeiten mit festen Körpern, Flüssigkeiten unter sich, oder allgemein, wo die kleinsten Theilchen der ponderabeln Materie einander berühren.

45 **Die Höhen der gehobenen oder niedergedrückten Flüssigkeitssäulchen verhalten sich umgekehrt wie die Durchmesser der Röhrchen.** Es ist leicht, sich durch den Versuch davon zu überzeugen, daß die Höhendifferenz der Spiegel der Flüssigkeit in und außer der Röhre um so größer ist, je enger die Röhren sind. Taucht man zwei Röhrchen, von denen das eine einen doppelt so großen Durchmesser hat als das andere, in Wasser, so wird das Wasser im engern doppelt so hoch steigen; taucht man sie in Quecksilber, so wird im engern die Flüssigkeit doppelt so viel niedergedrückt. Um jedoch diesen Fundamentalsatz genügend zu begründen, ist eine genaue Messung nöthig. Gay-Lussac hat zu diesem Zwecke folgenden Apparat angewandt.

In Fig. 118 stellt *a* eine weitere Glasröhre dar, die auf einen Fuß mit drei Stellschrauben befestigt ist. Die Flüssigkeit, welche dieses Rohr enthält, reicht bis *c*; das Haarröhrchen ist in einem Plättchen *e* befestigt, welches auf dem Rande des Glasgefäßes aufliegt. Mittelst einer kleinen vertikalen Klemme kann man das Röhrchen nach Belieben in die Höhe ziehen oder niederdrücken. Einige Zoll von dem Glasgefäße entfernt ist ein vertikaler getheilter Stab *f* aufgestellt, an welchem sich ein Fernrohr *g* mit einiger Reibung auf- und niederschieben läßt. Zum feineren Einstellen ist es mit einer Mikrometerschraube versehen. Um die Höhe der flüssigen Säule zu messen, stellt man das Fernrohr so ein, daß der horizontale Faden des Fadenkreuzes gerade den Gipfel der Flüssigkeit im Röhrchen berührt. Alsdann rückt man die Platte *e* an den Rand des Gefäßes und setzt an ihre Stelle die Platte *h*; durch die Platte *h* geht nun ein oben mit einem Schraubengewinde versehenes Stäb-

Fig. 118.

chen *k*, welches man so einstellt, daß seine untere Spitze eben die Flüssigkeit im Gefäße berührt. Ist dies geschehen, so wird mit Hülfe einer Pipette etwas Flüssigkeit aus dem Gefäße herausgezogen, und nachdem man den ersten Stand des Fernrohrs notirt hat, wird dasselbe so weit heruntergerückt, bis der horizontale Faden durch die unterste Spitze des Stäbchens *k* geht. Die Höhendifferenz der beiden Stellungen des Fernrohrs, welche am Stab *f* abgelesen wird, giebt die gesuchte Höhe der flüssigen Säule.

Die folgende Tabelle giebt das Mittel aus den Resultaten, welche Gay-Lussac auf diese Weise gefunden hat.

Namen der Substanz	Dichtigkeit	Temperatur	Erhebung in einer Röhre, deren Durchmesser war:		
			1,2944mm	1,9038mm	10,508mm
Wasser	1	8,5° C.	23,1634	15,5861	»
Alkohol	0,8196	8°	9,1823	6,4012	»
id.	0,8595	10°	9,301	»	»
id.	0,9415	8°	9,997	»	»
id.	0,8135	16°	7,078	»	0,3835
Terpentinöl	0,8695	8°	9,8516	»	»

Die Dichtigkeiten sind für die in der dritten Columne angegebenen Temperaturen genommen.

Die Durchmesser der beiden ersten Röhren verhalten sich umgekehrt wie 1,474 zu 1, die entsprechenden beobachteten Höhen aber verhalten sich für Wasser wie 1,486 zu 1, für Weingeist wie 1,434 zu 1. Man kann demnach wohl als durch den Versuch bestätigt annehmen, daß die gehobenen Säulen sich umgekehrt verhalten wie die Durchmesser der Röhren. Berechnet man nach diesen Angaben die Höhe der Säulen von Wasser, Alkohol und Terpentinöl, welche in einer Röhre von 1mm gehoben werden können, so erhält man folgende Zahlen:

Namen der Substanz	Dichtigkeit	Temperatur	Erhebung in einer Röhre von 1mm Durchmesser
Wasser	1	8,5° C.	29,79mm
Alkohol	0,8196	8	12,18
id.	0,8135	16	9,15
id.	0,8595	10	12,01
id.	0,9415	8	12,91
Terpentinöl	0,8695	8	12,72

Die Temperaturen und Dichtigkeiten sind mit Sorgfalt angegeben, weil, wie es scheint, die Differenz der Niveaus für eine und dieselbe Flüssigkeit sich gerade wie die Dichtigkeit verhält.

Die Resultate, welche man nach diesem Verfahren erhält, sind ganz und gar unabhängig von der Dicke der Röhre und der Substanz, aus welcher sie besteht, vorausgesetzt, daß sie von der Flüssigkeit benetzt wird.

Ehe man die Röhrchen zum Versuche anwendet, müssen die inneren Wände vollständig mit der Flüssigkeit benetzt und von allen Unreinigkeiten befreit werden. Es ist auch wesentlich, daß man die flüssige Säule mehrmals oscilliren läßt, damit man die wahre Höhe beobachtet.

Der Durchmesser der Röhren wird dadurch bestimmt, daß man das Quecksilber wiegt, welches ein Röhrenstück von gemessener Länge enthält.

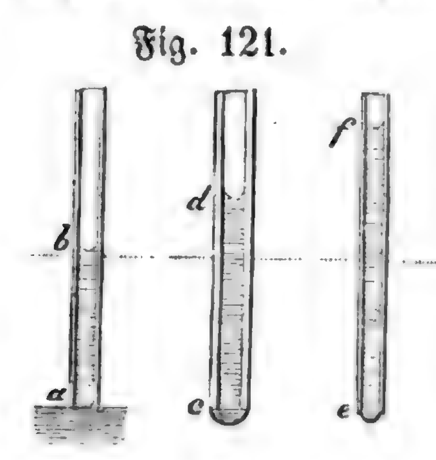
Es ist nun noch zu erwähnen, daß wenn eine Flüssigkeit in einem engen Rohre aufsteigt, der Gipfel der flüssigen Säule immer hohl ist, wie Fig. 119, und eine Halbkugel von dem Durchmesser der Röhre bildet. Wenn hingegen eine Depression stattfindet, so nimmt der Gipfel der Flüssigkeit eine gewölbte Gestalt, Fig. 120, an. Diese Gestalten sind wesentlich mit der Hebung oder Senkung verbunden, denn wenn man etwa die inneren Wände einer Röhre mit einer fettigen Substanz überzieht und sie dann ins Wasser taucht, so erhält man einen convexen Meniskus, gerade so als ob man eine gewöhnliche Glasröhre in Quecksilber taucht. Es geht daraus hervor, daß die Differenzen des Niveaus von der Form des Meniskus abhängen und daß also alle zufälligen Ursachen, welche verhindern, daß der Meniskus seine regelmäßigen Formen annimmt, auch die Höhe der Säulen modificiren. Wenn z. B. eine Röhre im Innern nicht vollkommen rein und glatt ist, so bilden sich zahnartige Einschnitte am Rande des Meniskus, und man erhält alsdann, wenn man den Versuch mehrmals wiederholt, sehr verschiedene Resultate.

Fig. 119. Fig. 120.

46 **Verschiedene Höhen, bis zu welchen dieselbe Flüssigkeit in derselben Röhre steigen kann.** Wenn eine Röhre zum Versuche gedient hat und man sie mit Vorsicht aus der Flüssigkeit herausnimmt, so beobachtet man, daß die flüssige Säule, welche im Innern der Röhre hängen bleibt, immer größer ist als sie vorher war, da die Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht war. Es sey z. B. *a b*, Fig. 121, die Säule, welche in der Röhre aufsteigt, während sie in die Flüssigkeit eingetaucht ist, so kann die Säule, welche in der Röhre hängen bleibt, wenn man sie aus der Flüssigkeit herausnimmt, die Höhe *c d* oder gar die Höhe *e f* erreichen. Dieser Unterschied hängt von dem Tropfen ab, welcher sich am untern Ende der

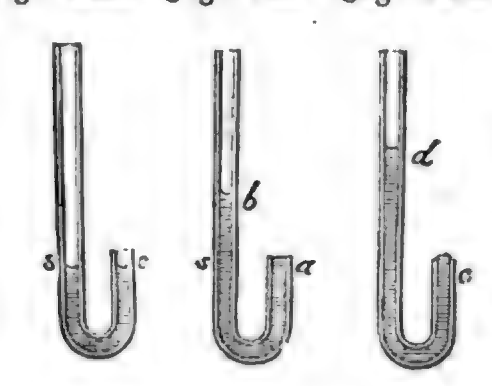
Röhre bildet und welcher ein mehr oder minder convexer Meniskus ist. In der That, wenn die Röhrenwände sehr dick sind, so breitet sich der Tropfen aus, und in diesem Falle ist die Erhebung geringer; wenn aber die Wände dünn sind, so ist der convexe Meniskus des Tropfens fast gleich dem concaven Meniskus am obern Ende der Säule, und in diesem Falle ist die Höhe der Säule *e f*, welche in der Röhre hängen bleibt, fast doppelt so groß als die Höhe *a b* der Säule, welche man beobachtet, wenn die Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht ist.

Fig. 121.



Heberförmig gekrümmte Röhren bieten ähnliche Erscheinungen dar und sind zugleich für die Versuche bequemer. In einer hakenförmigen Röhre, Fig. 122, deren Durchmesser überall gleich weit ist, steht die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange die Flüssigkeit noch nicht das Ende des kürzern Schenkels erreicht. Läßt man ganz allmälig in den längern Schenkel Flüssigkeit zufließen, so steigt das Niveau bald bis zum obern Rande des kürzern Schenkels. Von nun an steigt bei fernerm Zufließen im längern Schenkel die Flüssigkeit in demselben, während der Meniskus am obern Ende des kürzern Schenkels immer flacher wird. Wenn man genau beobachtet, so findet man, daß in dem Moment, in welchem der Meniskus ganz verschwunden, wo also die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzern Schenkel ganz eben ist, wie Fig. 123, die Höhendifferenz von *a* bis *b* gleich ist der Höhe der Flüssigkeitssäule, welche in demselben Rohre aufgestiegen wäre, wenn man es in eine Flüssigkeit eingetaucht hätte. Bei fernerm Zufluß in den längern Schenkel steigt die flüssige Säule noch höher, während die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzern Schenkel convex wird, wie Fig. 124. Das Steigen dauert fort, bis die Höhendifferenz *c d*, Fig. 124, doppelt so groß ist als die Höhendifferenz *a b*, Fig. 123. In diesem Augenblicke ist der Meniskus auf dem kürzern Schenkel eine Halbkugel. Wenn nun noch Flüssigkeit im längern Schenkel zufließt, so reißt die gewölbte Oberfläche, und die Säule fällt mehr oder weniger weit herab, je nachdem der abfließende Tropfen größer oder kleiner ist.

Fig. 122. Fig. 123. Fig. 124.



Diese Erscheinungen können in umgekehrter Ordnung hervorgebracht werden, wenn man in den längern Schenkel eine Flüssigkeitssäule bringt, welche so hoch ist, als sie eben noch getragen werden kann, und dann nach und nach am Gipfel des kürzern Schenkels etwas Flüssigkeit wegnimmt.

47 Wenn der enge Raum nicht cylindrisch ist, wie wir bisher angenommen haben, so sind die Erscheinungen etwas verwickelter, jedoch lassen sie sich oft auf ziemlich einfache Gesetze zurückführen.

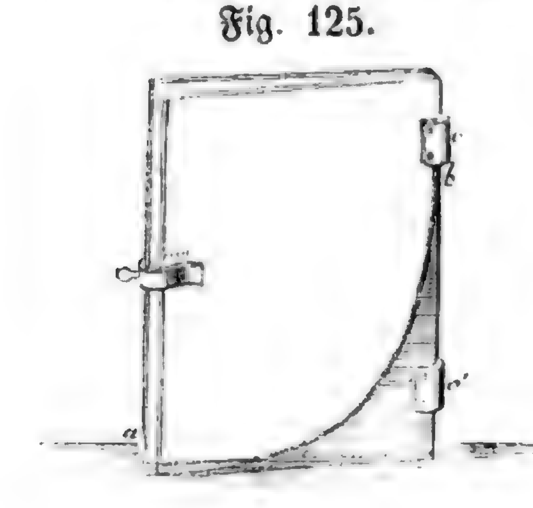
Concentrische Röhren. Denken wir uns eine Röhre, deren innerer Durchmesser 10^{mm} beträgt, in diese eine zweite Röhre geschoben, deren äußerer Durchmesser 9^{mm} beträgt, und zwar so, daß die Axen beider Röhren zusammenfallen, so bleibt zwischen beiden ein ringförmiger Raum von $\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke. In diesem Raume nun finden Capillarerscheinungen Statt, und zwar hat man durch den Versuch gefunden, daß die Höhendifferenz hier gerade eben so groß ist, wie bei einem Röhrchen, dessen Radius $\frac{1}{2}$ Millimeter beträgt. Dieses Resultat läßt sich allgemein so ausdrücken: in einem ringförmigen Raume von beliebiger Dicke ist die Hebung oder Senkung gerade eben so groß wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser doppelt so groß ist als die Dicke dieses ringförmigen Raumes.

Wenn der innere Cylinder selbst eine hohle Röhre ist, so finden in dieser Röhre und in dem ringförmigen Raume die Capillarerscheinungen gerade so Statt, als ob jeder derselben für sich allein da wäre. Wäre also der Durchmesser der Röhre gerade doppelt so groß als die Dicke des Ringes, so würden die Gipfel der Säulen in beiden gleich hoch stehen. Wenn die Röhre enger ist, so ist der Gipfel ihrer Säule höher, wenn es sich um eine Hebung, tiefer, wenn es sich um eine Senkung handelt; das Gegentheil findet Statt, wenn die Röhre weiter ist.

Parallele Platten. Der zwischen zwei parallelen Platten befindliche Raum ist nichts als ein Stück eines ringförmigen Raumes von unendlich großem Halbmesser, die Höhen der gehobenen oder gesenkten Säulen müssen also denselben Gesetzen folgen, wie dies der Versuch in der That bestätigt. Welches auch die Entfernung zweier parallelen Platten seyn mag, sie bringen dieselbe Wirkung hervor wie eine cylindrische Röhre, deren Durchmesser doppelt so groß ist als die Entfernung der Platten.

Geneigte Platten. Die Fig. 125 stellt zwei Glasplatten dar, die sich in einer vertikalen Linie schneiden und einen Winkel mit einander machen; sie sind durch zwei Charniere, *c* und *c'*, mit einander verbunden, so daß der Winkel, den sie mit einander machen, nach Belieben größer oder kleiner gemacht werden kann. Wenn man nun diese Platten in Wasser taucht, so muß es an der engern Stelle bei *b* höher steigen als an der weitern bei *a*. An allen Stellen zwischen den beiden Platten wird die Flüssigkeit um so höher steigen, je mehr

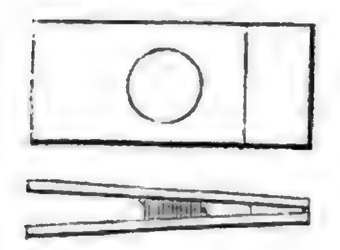
Fig. 125.



man sich der Kante nähert, in welcher beide Platten zusammenstoßen. Es ist leicht, durch eine einfache Rechnung zu zeigen, daß der Gipfel des gehobenen Wassers eine gleichseitige Hyperbel bildet, deren Asymptoten auf der einen Seite die Durchschnittslinie der Platten, auf der andern das Niveau der Flüssigkeit ist, in welches sie eingetaucht sind.

Die Fig. 126 stellt ebenfalls zwei gegen einander geneigte Platten dar, die sich aber in einer horizontalen Linie schneiden; die geometrische Ebene, welche ihren Winkel halbirt, kann selbst horizontal, oder auch mehr oder weniger geneigt seyn. Wenn man zwischen die beiden Platten einen Wassertropfen bringt, welcher beide Platten berührt, so sieht man, daß er sich augenblicklich kreisförmig abrundet und gegen den Scheitel des Winkels hineilt. Seine Geschwindigkeit ist größer oder kleiner, je nachdem der Winkel der Platten größer oder kleiner ist. Hält man die obere Platte stets wagerecht, so kann man es durch gehöriges Neigen der untern Platte dahin bringen, daß die Attractivkraft, welche den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels treibt, gerade seiner Schwere, die ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, das Gleichgewicht hält.

Fig. 126.



Conische Röhren. Die Erscheinungen, von denen wir eben gesprochen haben, wiederholen sich bei conischen Röhren. Die kleine Säule $m\ m'$ bewegt sich gegen die Spitze des Kegels, wie in Fig. 128, oder gegen die weitere Oeffnung, Fig. 127, je nachdem sie durch zwei concave oder durch zwei convexe Menisken begränzt ist. In beiden Fällen kann man den Tropfen an einer bestimmten Stelle der Röhre festhalten, wenn man der Röhre eine entsprechende Neigung giebt.

Fig. 127.

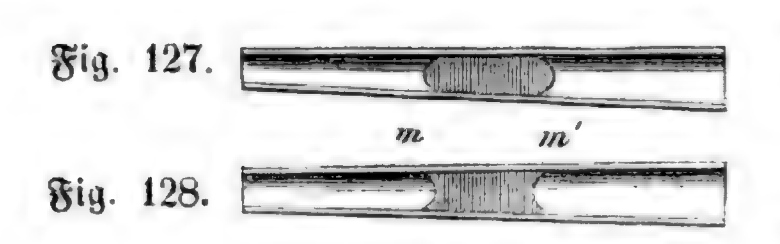


Fig. 128.

In vertikalen Röhren, mag nun durch sie die Flüssigkeit gehoben oder deprimirt werden, hängt die Höhe der Säule nur von dem Durchmesser der Röhre an der Stelle ab, welche die Säule begränzt. Ueber und unter diesem Punkte mögen die Dimensionen seyn, welche man will, sie haben keinen Einfluß auf die Höhe der Säule. In einer Glocke z. B., welche, wie in Fig. 129, oben mit einem feinen vertikalen Röhrchen endigt, wird die ganze Masse der Flüssigkeit gerade so über dem Niveau der Umgebung erhalten, als ob der Durchmesser der Glocke überall dem Durchmesser der Röhre an der Stelle gleich wäre, bis zu welcher sich die Flüssigkeit erhebt.

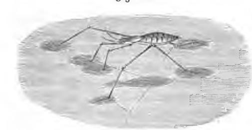
Fig. 129.

Prismatische Röhren. Das Studium der Capillarerscheinungen ist so anziehend, daß die Physiker die verschiedensten Modificationen derselben untersucht haben. Nachdem alle Combinationen erschöpft waren, welche man mit Platten, Kegeln und Cylindern machen kann, construirte Gellert prismatische Röhren, um an ihnen die Gestalt der Menisken und die Höhe der Säulen zu untersuchen (Comm. de Petersbourg. T. 12). Mit solchen Röhren von dreieckiger und rechteckiger Basis hat er zwei allgemeine ziemlich einfache Gesetze dargethan, nämlich 1) daß sich die Höhen umgekehrt verhalten wie die entsprechenden Linien der Grundflächen, wenn diese einander ähnlich sind, und 2) daß die Höhen gleich sind, wenn die Grundflächen gleichen Flächeninhalt haben. Es scheint jedoch, daß dieses zweite Gesetz einige Ausnahmen erleidet.

Oberflächen von verschiedener Gestalt. Das Vorangehende zeigt, daß feste Körper und Flüssigkeiten nicht in Berührung kommen können, ohne daß die Oberfläche der beweglichen Flüssigkeit eine mehr oder weniger merkliche Formveränderung erleidet.

Die Gestalt der Krümmungen hängt von der Gestalt der festen Körper ab. Es findet immer eine Erhebung Statt, wenn die Flüssigkeit die Oberfläche des festen Körpers benetzt, eine Depression, wenn dies nicht der Fall ist. So wird z. B. eine Nähnadel, wenn man sie mit Alkohol abgewaschen hat, vom Wasser benetzt und geht unter, wenn man sie auch noch so vorsichtig auf die Oberfläche der Flüssigkeit legt, während sie schwimmt, wenn sie etwas fettig ist, so daß sie um sich herum eine Depression veranlaßt. Die Insecten, welche (Fig. 130) über die Oberfläche des Wassers dahinlaufen oder vielmehr darüber weggleiten, würden bald ganz benetzt in die Flüssigkeit hinabgezogen werden, wenn ihr Körper nicht gegen die Benetzung gesichert wäre. Auch die Federn der Wasservögel sind stets etwas fettig, so daß sie nicht benetzt werden; das Gefieder bleibt trocken, wenn sie auch den ganzen Körper untertauchen.

Fig. 130.

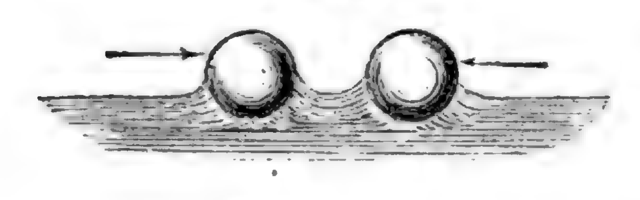


48 **Anziehung und Abstoßung, durch Capillarität hervorgebracht.** Körper, welche in Flüssigkeiten eingetaucht sind oder auf ihnen schwimmen, bieten so merkwürdige Erscheinungen von Anziehung und Abstoßung dar, daß es nöthig ist, hier einige Beispiele anzuführen.

Zwei Korkkugeln, welche auf Wasser schwimmen und von demselben be-

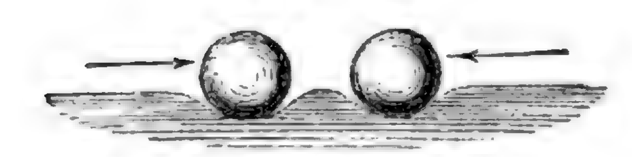
netzt werden, üben gar keine Einwirkung auf einander aus, wenn sie einigermaßen weit von einander entfernt sind; wenn man sie aber so weit nähert, daß das Wasser zwischen beiden keine Ebene mehr bildet, wie Fig. 131, so erfolgt eine lebhafte Anziehung.

Fig. 131.



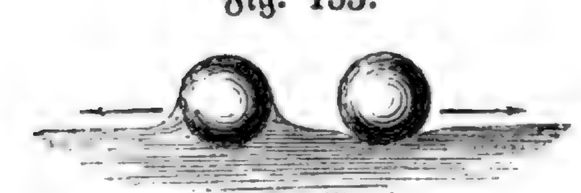
Zwei Kugeln, welche nicht benetzt werden, wie Wachskugeln, welche auf Wasser schwimmen, oder Glaskugeln auf Quecksilber, üben unter gleichen Umständen gleichfalls eine Anziehung aus (Fig. 132).

Fig. 132.



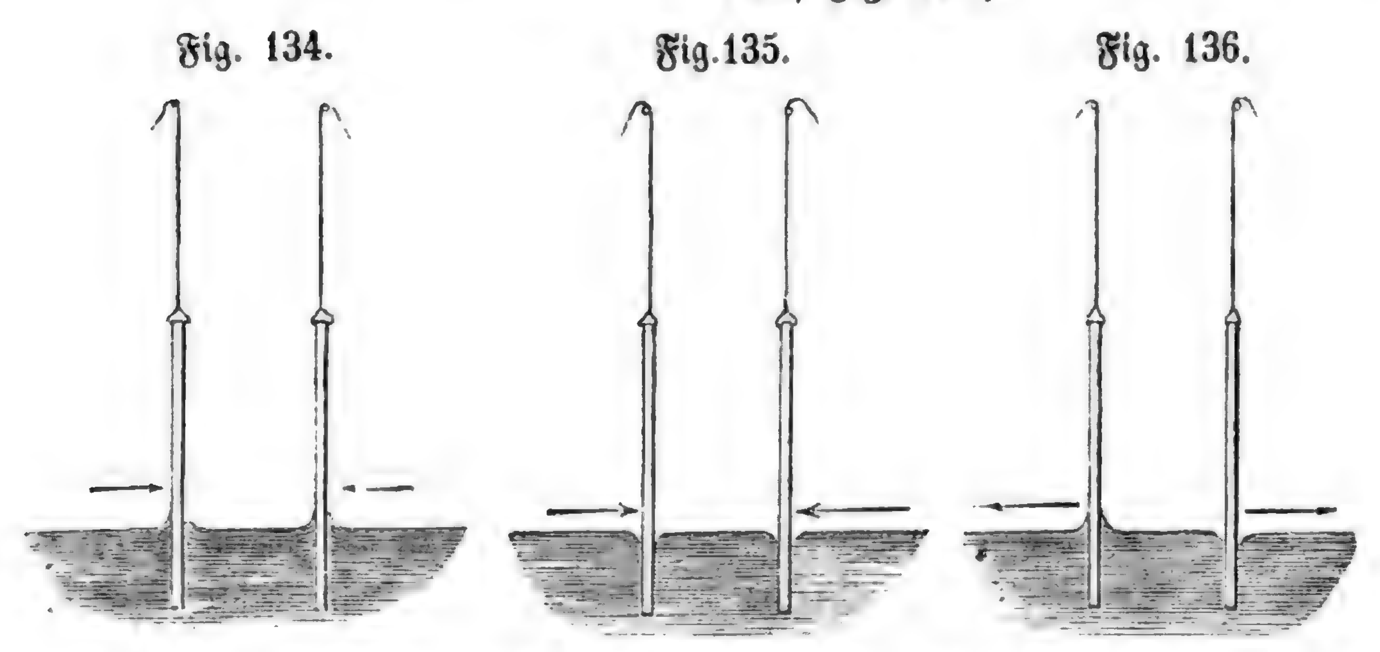
Zwei Kugeln endlich, von denen die eine benetzt wird, die andere nicht, stoßen einander ab, wenn sie in die gehörige Nähe gebracht werden (Fig. 133).

Fig. 133.



Vertikale Platten bieten ähnliche Erscheinungen dar (Fig. 134, Fig. 135, Fig. 136).

Fig. 134. Fig. 135. Fig. 136.



Man glaubte früher, daß diese Bewegungen von einer directen Einwirkung der Materie herrührten; es ist aber leicht einzusehen, daß sie von der Krümmung der Flüssigkeit abhängen, weil dieselben Körper, die sich auf Wasser anziehen oder abstoßen, bei gleicher Entfernung im leeren Raume, in Luft oder in irgend einem Mittel, welches sie von allen Seiten umgiebt, gar keine Wirkung auf einander ausüben.

Adhäsion der Flüssigkeiten an den Oberflächen fester Körper. 49
Wenn eine feste Scheibe auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gesetzt wird, so kann man sie in horizontaler Stellung nicht mehr in die Höhe ziehen, wie wenn sie frei in der Luft hinge; es ist, um sie in die Höhe zu ziehen, eine mehr oder minder große Kraft nöthig. Um diese Kraft zu messen, be-

dient man sich der Wage. An der einen Seite hängt man eine horizontale Scheibe an, auf der andern Seite legt man ein Gegengewicht auf, welches sie im Gleichgewichte hält. Wenn das Gleichgewicht hergestellt ist, nähert man der Scheibe von unten die Oberfläche einer Flüssigkeit, bis die Flüssigkeit die untere Fläche der Scheibe gerade berührt, dann legt man, ohne zu stoßen, auf der andern Seite Gewichte auf und bemerkt, wie viel nöthig ist, um die Flüssigkeit von der Scheibe abzureißen. Dieses Verfahren ist von Taylor erdacht worden, und die Resultate, welche Cigna, Guyton und viele andere Physiker erhalten haben, gaben zu langen Discussionen Veranlassung. Wir begnügen uns, hier einige von Gay-Lussac gefundene Resultate anzuführen.

Um eine Glasscheibe von 118,366^{mm} Durchmesser abzureißen, waren je nach der Natur der Flüssigkeit verschiedene Gewichte nöthig, wie die folgende Tabelle zeigt.

Namen der Substanz	Dichtigkeit	Temperatur	Gewicht
Wasser	1	8,5° C	59,40 Grm.
Alkohol	0,8196	8	31,08
id.	0,8595	10	32,87
id.	0,9415	8	37,15
Terpentinöl	0,8695	8	34,10

Eine Scheibe von gleichem Durchmesser aus Kupfer oder irgend einer Substanz verfertigt, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, giebt genau dieselben Resultate. Die Adhäsion ist also wie die Capillarität unabhängig von der Natur der festen Körper und hängt nur von der Natur der Flüssigkeit ab. Es ist leicht den Grund davon einzusehen, denn beim Aufziehen bleibt immer eine Schicht der Flüssigkeit an der Scheibe hängen; man hat also durch das Uebergewicht auf der andern Seite nicht die Flüssigkeit von der festen Scheibe, sondern die Moleküle der Flüssigkeit von einander getrennt, man hatte also die Cohäsion der Flüssigkeit zu überwinden. Die in Rede stehenden Versuche geben also ein Maaß für die Cohäsion der Flüssigkeiten, also für die Attraction, welche zwischen den Theilchen derselben stattfindet, und man sieht, daß diese Attraction sehr bedeutend ist und daß sie sich mit der Natur der Flüssigkeiten ändert.

Wenn die Oberfläche der Scheibe nicht von der Flüssigkeit benetzt wird, wie es z. B. der Fall ist, wenn man eine Glasscheibe auf Quecksilber setzt, so drückt das Zulaggewicht, welches das Abreißen bewirkt, nicht mehr die Cohäsion der Flüssigkeit aus. Gay-Lussac mußte bald ein Zulaggewicht

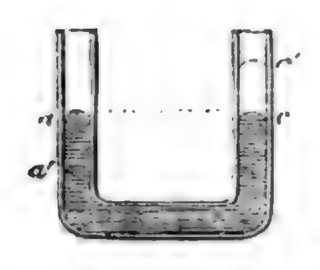
von 296 Gramm, bald eins von 158 Gramm auflegen, um eine Glasscheibe, deren Durchmesser 118,366^mm betrug, von Quecksilber abzureißen, je nachdem zum Auflegen der Gewichte eine längere oder kürzere Zeit verwendet wurde. Diese Versuche zeigen sehr deutlich, daß selbst, wenn ein fester Körper nicht von einer Flüssigkeit benetzt wird, zwischen den Molekülen der Flüssigkeit und denen des festen Körpers eine mehr oder minder große Attraction stattfindet. Dieser Schluß scheint allgemein wahr zu seyn, nur ist in diesem Falle die Cohäsion der Flüssigkeit größer als die Adhäsion zwischen der Flüssigkeit und dem festen Körper.

Verschiedene Wirkungen der Capillarität. Huyghens beobachtete im Jahre 1672 (Journ. d. savans p. 111) eine Erscheinung, welche sehr auffallend erschien. Eine Glasröhre von 70 Zoll Länge und einigen Linien Durchmesser war mit Alkohol wohl gereinigt, mit Quecksilber gefüllt, von aller Luft befreit und vorsichtig umgekehrt worden, wie es beim Toricelli'schen Versuche geschehen muß; in dieser Röhre nun blieb die ganze Quecksilbersäule suspendirt, und es waren einige leichte Stöße nöthig, damit sie frei wurde und auf die gewöhnliche Höhe von 28 Zoll herabsank. Es war dies offenbar eine Adhäsionserscheinung, die immer stattfindet, wenn die innere Oberfläche der Röhre sehr rein und der ganze Apparat sehr luftfrei ist. 50

Don Casbois machte gegen das Jahr 1780 eine für die Construction der Barometer sehr wichtige Beobachtung. Nachdem er das Quecksilber in einer Barometerröhre längere Zeit hatte kochen lassen, sah er nach dem Umkehren, daß der Meniskus fast ganz eben, ja sogar mehr concav als convex war. Man sieht wohl ein, daß die Form des Meniskus einen wesentlichen Einfluß auf die Barometerhöhe haben muß. Die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinungen blieb lange Zeit unbekannt, und erst Dulong hat sie vollständig erklärt. Dulong hat nämlich durch directe Versuche gefunden, daß sich bei längerm Kochen des Quecksilbers in Berührung mit Luft Quecksilberoxyd bildet, welches sich in der Flüssigkeit auflös't. Die Dichtigkeit des Quecksilbers wird dadurch nur wenig verändert, wohl aber seine capillaren Eigenschaften, denn es erhält nun die Eigenschaft, an dem Glase anzuhängen. Um also gute Barometer zu machen, muß man während des Kochens den Zutritt der Luft möglichst ausschließen.

Abat machte folgende Beobachtung. Es sey *abc*, Fig. 137, eine gekrümmte Röhre mit Quecksilber; das Quecksilber steht in beiden Schenkeln gleich hoch, bei *a* und *c*. Wenn man nun die Röhre etwas neigt, so daß das Quecksilber bis *c'* steigt und auf der andern Seite bis *a'* fällt, so wird, wenn man sie sehr vorsichtig in ihre vorige Stellung zurückbringt, das Quecksilber doch nicht seine frühere Stellung einnehmen, d. h. es wird sich in den

Fig. 137.



beiden Schenkeln nicht wieder gleich hoch stellen; es bleibt in dem Schenkel bei *c* höher stehen als im andern; in dem Schenkel aber, in welchem das Quecksilber am tiefsten steht, ist der Meniskus stärker gekrümmt, in dem andern Schenkel ist er flacher. Man sieht daraus, wie vorsichtig man bei Barometerbeobachtungen seyn muß und wie nöthig es ist, bei jeder Beobachtung durch einige schwache Stöße die Reibung des Quecksilbers am Glase zu überwinden. Die flüssige Säule hat nur dann ihre wahre Höhe, wenn der Meniskus seine wahre Gestalt hat.

Die Adhäsion und die Reibung des Quecksilbers am Glase hat bei allen Manometerröhren einen Einfluß, der um so störender wird, je enger die Röhren sind. Daher sind nicht allein für Barometer, sondern auch für alle Manometer weite Röhren vorzuziehen. Bei sehr engen Röhren kann der Einfluß der Wände sehr bedeutende Fehler veranlassen. Man fülle z. B. eine heberförmig gebogene Thermometerröhre halb mit Quecksilber, so daß es in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Saugt man nun an dem obern Ende des einen Schenkels, so wird in diesem Schenkel das Quecksilber steigen. Ueberläßt man nun wieder die Röhre sich selbst, so fällt das Quecksilber nicht wieder zurück, es bleibt in dem einen Schenkel 3,4, ja 5 Zoll höher stehen als im andern. Solche Röhren geben also, als Manometerröhren angewandt, immer sehr unzuverlässige Resultate.

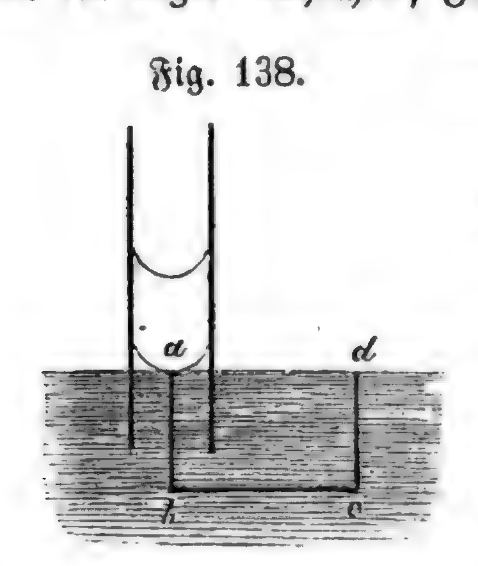
Die Adhäsion findet nicht allein zwischen flüssigen und festen, sondern auch zwischen festen Körpern selbst Statt; sie ist es, welche polirte Glastafeln, Marmorplatten u. s. w. zusammenhält, selbst wenn der äußere Luftdruck aufgehoben ist. Ebenso beobachtet man zwischen festen und gasförmigen Körpern eine Adhäsion, denn wenn man ein Gefäß mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe setzt, so sieht man beim Auspumpen, wie sich an der Gefäßwand zahlreiche Bläschen bilden, welche um so größer werden, je mehr die Verdünnung der Luft zunimmt. Es ist dies die Luft, welche durch ihre Adhäsion zum Glase an seiner Oberfläche verdichtet war.

51 **Theoretische Andeutungen.** Da die bis jetzt aufgestellten Theorieen der Capillarität fast durchgängig auf das Gebiet der mathematischen Analyse gehören, so müssen wir uns darauf beschränken, die physikalischen Principien anzuführen, welche beim Aufbau jener Theorieen zu Grunde gelegt wurden. Diese Principien reduciren sich zuletzt auf folgende Annahmen: 1) daß in jeder Flüssigkeit eine besondere Cohäsionskraft, d. h. eine anziehende Kraft zwischen den benachbarten Molekülen vorhanden ist. 2) daß zwischen festen und flüssigen Körpern eine Adhäsionskraft wirkt, d. h. eine anziehende Kraft zwischen den benachbarten Molekülen des festen und des flüssigen Körpers.

Laplace nimmt an, daß die anziehenden Kräfte, welche die Capillarerscheinungen hervorbringen, so rasch abnehmen, daß sie auf merkliche Entfernungen Null sind; und wenn eine Flüssigkeit in einer Röhre aufsteigt, haftet nach seiner Annahme eine ganz dünne Schicht der Flüssigkeit an der Wandung der Röhre; diese dünne Schicht bildet selbst eine Röhre, welche eine zweite etwas niedrigere hinaufzieht, die dann wieder eine dritte hebt u. s. w.; jede folgende Schicht ist aber niedriger als die vorhergehende. Auf diese Weise erklärt sich, daß die Flüssigkeit an der Röhrenwandung aufsteigt, daß sich ein Meniskus bildet; daß aber dieser Meniskus die Hebung einer ganzen Flüssigkeitssäule veranlaßt, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Irgend ein Wassertheilchen, welches mitten in der Flüssigkeit sich befindet, wird durch die Nachbartheilchen nach allen Seiten hin gleich stark angezogen; ein Wassertheilchen dagegen, welches sich auf der horizontalen Oberfläche des Wassers befindet, wird durch die unter ihm befindlichen Wassertheilchen angezogen, ohne daß eine entsprechende Anziehung nach oben stattfindet; dadurch aber entsteht nach unten hin ein Druck, welcher die Wirkung der Schwerkraft der obern Wassertheilchen auf die unteren vermehrt. Wird nun aber ein enges Röhrchen, Fig. 138, in die Flüssigkeit eingetaucht, so wird wenigstens am Rande sogleich die Flüssigkeit steigen, es wird sich ein Meniskus bilden. Nun aber befindet sich das Theilchen *a*, welches den tiefsten Punkt des Meniskus einnimmt, nicht mehr in einer horizontalen Ebene, rings um dasselbe herum sind Theilchen, welche höher liegen und welche, nach oben ziehend, dem durch die unter *a* liegenden Wassertheilchen veranlaßten nach unten gerichteten Druck entgegen wirken; denken wir uns nun einen sehr engen Kanal *a b c d*, dessen Röhrenwände selbst Wasser sind, so wird das Gewicht der Wassersäule *a b* der gleich hohen *d c* das Gleichgewicht halten; da aber die Wassertheilchen in *d* stärker niedergezogen werden, also stärker auf die unteren drücken als die Wassertheilchen in *a*, so kann in dieser Weise kein Gleichgewicht bestehen, die Wassertheilchen in *a* müssen steigen, bis dem Ueberschusse des Druckes in *d* durch das Gewicht der gehobenen Wassersäule das Gleichgewicht gehalten wird.

Fig. 138.



Je enger die Röhre ist, desto stärker wird die Krümmung des Meniskus, desto mehr Wassertheilchen können wirken, um den nach unten gerichteten Druck des Theilchens *a* zu vermindern; desto höher wird also die Wassersäule in der Röhre steigen müssen; eine genaue mathematische Untersuchung

zeigt, daß die Höhe der gehobenen Säule wirklich dem Durchmesser der Röhren umgekehrt proportional seyn muß.

Wenn sich in einem Haarröhrchen ein convexer Meniskus bildet, wie Fig. 139, so würden die Wassertheilchen im Gipfel des Meniskus stärker nach unten gezogen, als wenn sie in einer horizontalen Ebene lägen; sie werden also stärker nach unten drücken, und dadurch erklärt sich die in diesem Falle stattfindende Depression.

Fig. 139.

Vor Kurzem hat Mile einen Versuch einer neuen physikalischen Theorie der Capillarität publicirt (Pogg. Annal. Bd. 45, S. 287 u. 501), welche die verschiedenen hierher gehörigen Erscheinungen recht gut unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkte zusammenfaßt. Er legt folgende von Laplace angedeutete, von Anderen vielfach modificirte Ansicht über die Materie zu Grunde:

Die Moleküle der Körper ziehen sich gegenseitig an. Diese Anziehung aber wird durch die Wärme-Atmosphären modificirt, in welche die Moleküle gleichsam eingehüllt sind. Diese Wärme-Atmosphären nämlich stoßen sich gegenseitig ab, und so erklärt sich, daß Attractionen und Repulsionen gleichsam von denselben Mittelpunkten ausgehen. Je nach der Entfernung der Moleküle ist Attraction oder Repulsion vorherrschend, in tropfbar flüssigen Körpern aber sind beide Kräfte im Gleichgewichte.

Mile's neue Theorie stützt sich nicht auf subtile hypothetische Voraussetzungen, die sich auf die innere Constitution der Materie beziehen, gehört aber auch nicht zu den mathematischen Theorieen, die, seiner Ansicht nach, die Sache viel zu tief schöpfen wollen. Er sieht die Capillarität nur als eine mechanische molekulare Thätigkeit an, die den Tropfen und die Blase, den negativen Tropfen, bildet. Capillare Phänomene sind nur durch den Einfluß eines engen Raumes und der Adhäsion modificirte partielle Tropfen- oder Blasenbildungen.

Quecksilber bildet auf Papier, Wasser auf einer fettigen oder bestäubten Fläche kugelförmige Tropfen. Gewöhnlich erklärt man diese Erscheinung aus der allgemeinen Attraction aller Moleküle unter sich, gerade so wie man die sphärische Bildung der Himmelskörper erklärt. Diese Erklärung aber ist deshalb unzulässig, weil die molekulare Attraction ganz anders wirkt als die allgemeine Schwere; weil sie, nur in unmerklichen Entfernungen auf die nächsten Moleküle wirkend, sich nicht so summiren kann, daß gleichsam ein Anziehungsmittelpunkt, dem Gravitationsmittelpunkte der Weltkörper ähnlich, gebildet wird. Die folgende Erklärung scheint richtiger zu seyn.

In einer Flüssigkeit müssen die Moleküle in einer solchen Entfernung verharren, daß Attraction und Repulsion einander neutralisiren. Es ist dies

nur dann möglich, wenn die Moleküle in parallelen Schichten gelagert sind, in der Art, daß jedes Molekül von zwölf anderen umgeben ist, ungefähr so wie man gewöhnlich die gleich großen Kanonenkugeln zu lagern pflegt. Diese Anordnung ist dann nicht im mindesten gestört, wenn die Flüssigkeit auch eben endigt. Jedes Molekül ist hier nach allen Seiten hin vollkommen gleichen Einwirkungen unterworfen, alle Moleküle sind hier in vollkommen gleichen Entfernungen von einander. Diese Anordnung mag die normale Lagerung der Moleküle heißen. Wird ein Theil der Gränzfläche gekrümmt, so kann der gegenseitige Abstand der Moleküle nicht mehr gleich weit bleiben, und eine solche Lagerung mag anomal genannt werden.

Sobald durch irgend eine äußere Kraft die normale Lagerung der Moleküle gestört wird, wird auch das bisher vollständige Gleichgewicht gestört; es entsteht eine Spannung, welche den gestörten Parallelismus der Schichten wieder herzustellen strebt und welche die Flüssigkeitstheilchen sogleich wieder in die normale Lagerung zurückführt, sobald die störende Ursache zu wirken aufhört. Wenn man ein Stäbchen, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, in dieselbe eintaucht, so kann man durch langsames Herausziehen einen Hügel bilden, der nach dem Abreißen sogleich wieder in die Ebene zurückeilt. Dies könnte nun freilich bloß Folge der Schwere seyn, allein dasselbe findet in der umgekehrten Lage der Ebene Statt. Füllt man ein Röhrchen, welches nicht über drei Linien Durchmesser hat und nur an einem Ende offen ist, ganz mit Wasser, so kann man es umdrehen, ohne daß das Wasser ausläuft. Es bildet eine hängende Ebene, an der man wie vorher Hügel herausziehen kann, die sich nach dem Abreißen, der Schwere entgegen, in die Ebene zurückziehen.

Eine tropfbare Flüssigkeit strebt also in einer Ebene zu endigen. Nun aber kann eine rings herum freie Masse nicht durch eine einzige Ebene begränzt werden. Wäre sie durch ebene Flächen begränzt, so würden die Kanten durch die Spannung der Moleküle in denselben bald abgeflacht werden; ist aber die Masse durch eine krumme Oberfläche begränzt, deren Krümmung nicht an allen Stellen gleich ist, so würde an den stärker gekrümmten Theilen der Oberfläche nothwendig auch eine stärkere Spannung stattfinden, welche die Abrundung zur vollkommnen Kugel zur Folge hat. Auf dieselbe Weise geht auch die Abrundung der Blase vor sich.

Die oberflächlichen Moleküle einer ringsum freien tropfbaren Flüssigkeit bilden demnach ein, die innere Masse kräftig zusammendrückendes Netzwerk. Hat man eine kleine Seifenblase gemacht, so behält diese ihre Größe bei, wenn man die Oeffnung des Röhrchens zuhält; sobald man sie aber öffnet, verkleinert sich die Blase mehr und mehr. Wäre die Luft in der Blase nicht durch die umschließende Flüssigkeitsschicht zusammengedrückt gewesen, wäre sie nicht dichter als die sie umgebende Atmosphäre, so würde sie in der

Blase bleiben und nicht dem atmosphärischen Luftdrucke entgegen in das Röhrchen gedrängt werden.

Wird Quecksilber in ein Glas gebracht, so steht es von seinen Wänden, wenn auch nicht merklich, ab; bringt man Wasser oder Baumöl darauf, so dringt dies in den Zwischenraum ein. Auch sickert bei schlecht ausgekochten Barometern Luft durch diesen Zwischenraum in die toricellische Leere. Das Quecksilber bildet also in dem Glase einen frei liegenden großen Tropfen, dessen Form nur durch die Gefäßwände bedingt ist. Er endet oben mit einer horizontalen Fläche, die aber nicht bis an die Wand reichen kann, weil die scharfe Kante des Tropfens, wie wir oben gesehen haben, abgerundet wird.

Bringt man einen Tropfen Quecksilber in ein vollkommen cylindrisches Glasröhrchen, welches horizontal gestellt ist, so bildet er einen an beiden Enden abgerundeten Cylinder. Es kann aber durchaus keine Bewegung entstehen, weil die Convexität an beiden Enden gleich ist.

Ist aber das Röhrchen conisch, so ist die Convexität des Quecksilberfadens am engern Ende mehr gekrümmt; hier wirkt also die Spannung der anomal gelagerten Moleküle stärker als auf der andern Seite, und die Folge dieser überwiegenden Spannung ist, daß sich der Quecksilberfaden nach dem weitern Ende hin bewegt.

Füllt man ein Röhrchen ganz mit Quecksilber, legt man es horizontal hin, läßt man das eine Ende des Quecksilberfadens mit einem Tropfen Quecksilber zusammenfließen, so vergrößert sich der Tropfen, und das Quecksilber tritt zuletzt ganz aus dem Röhrchen heraus und vereinigt sich ganz mit dem Tropfen. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Durch die starke Krümmung der Convexität am Ende des Quecksilbercylinders entsteht von dieser Seite ein weit stärkerer Druck auf die Masse als von der Seite des Tropfens.

Taucht man ein Glasröhrchen vertikal in Quecksilber, so wird es im Röhrchen tiefer stehen als außen, weil die starke Convexität des Quecksilbercylinders in der Röhre deprimirend wirkt. Es ist auch klar, daß die Depression um so größer seyn muß, je enger die Röhre ist.

Wenn eine Flüssigkeit an die Gefäßwände adhärirt, dieselben benetzt, so kann sie nicht mehr, wie im vorigen Falle, als ein großer Tropfen betrachtet werden, die Oberfläche kann also auch nicht, wie dort, eine convexe Gestalt annehmen. Die Moleküle der Gefäßwand, welche mit der Flüssigkeit in Berührung sind, wirken auf die Flüssigkeit gerade so wie die Flüssigkeitsmoleküle auf einander. Die festen Gefäßwände sind demnach nur als eine starre Forsetzung der Flüssigkeit zu betrachten. Die über der Flüssigkeit im Gefäße befindliche Luft muß demnach als eine Blase angesehen werden, die unten von der Flüssigkeit, auf den Seiten durch die Gefäßwände begränzt

ist. Wäre die Oberfläche der Flüssigkeit vollkommen eben, so würde die Blase, da wo Flüssigkeit und Gefäßwand zusammentrifft, eine scharfe Kante haben, welche alsbald durch die gegenseitige Anziehung der Moleküle, der Wand und der Flüssigkeit abgerundet werden muß; da aber die Moleküle des Gefäßes fest sind, so bleibt nichts übrig, als daß die Oberfläche der Flüssigkeit eine concave Gestalt annimmt, indem Moleküle der Flüssigkeit an den Wänden aufsteigen. Bei der Blase aber bewirkt die Spannung der anomal gelagerten Wassermoleküle einen Druck auf die eingeschlossene Luft; so wird denn auch hier die concave Flüssigkeitsoberfläche gegen die Luft der Blase, also nach oben, einen Druck ausüben.

Ein Tropfen Wasser in einer horizontalen cylindrischen Glasröhre wird einen an beiden Enden concaven Cylinder bilden, der sich nicht bewegt, weil die Concavitäten an beiden Enden gleich sind. Ist das Röhrchen conisch, so ist natürlich die eine Concavität stärker gekrümmt als die andere, und durch die überwiegende Spannung der stärker gekrümmten wird das Wasser nach dem engern Theile der Röhre hingezogen. Ebenso erklärt sich leicht aus der Wirkung der concaven Oberfläche das Aufsteigen des Wassers in einem Röhrchen, welches vertikal in Wasser eingetaucht wird.

Schwimmt eine hohle gläserne Kugel auf Wasser, so fängt dieses schon in einem Abstande von mehr als 6 Linien von der Kugel an, sich rings herum gegen dieselbe zu heben. Bringt man eine zweite Glaskugel einen Zoll weit von der ersten in das Wasser, so nähern sich die Kugeln anfangs langsam, dann schneller und schneller, bis sie endlich an einander stoßen. Wären beide Kugeln fest gewesen, so würde in Folge des Bestrebens der Ebenebildung das Wasser zwischen den Kugeln gestiegen seyn; da sie aber mobil sind, so muß die an sie gleichsam angeheftete und durch ihre Schwere sinkende Wasserfläche, welche sich zwischen ihnen befindet, die Kugeln gegen einander ziehen.

Die Endosmose. Wenn zu einer concentrirten wässerigen Auflösung 52
irgend einer Substanz noch mehr Wasser zugesetzt wird, so zieht dieses nach und nach die Theilchen des aufgelös'ten Körpers an sich, bis eine vollkommen gleichförmige Vertheilung stattfindet. Wenn aber das Wasser und die Lösung nicht in unmittelbarer Berührung, sondern durch irgend einen porösen Körper getrennt sind, so müssen die Flüssigkeiten durch diese Wand zu einander übergehen, und da ist es nun möglich, daß die poröse Wand die eine Flüssigkeit leichter durchläßt als die andere, so muß die Menge der Flüssigkeit auf der einen oder auf der andern Seite zunehmen. Füllt man z. B. eine unten mit einer Blase zugebundene Glasröhre mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol, taucht man dann die durch die Blase verschlossene Oeffnung in ein Gefäß mit Wasser, so dringt das Wasser allmälig durch die Blase in die Röhre, so daß in der Röhre die

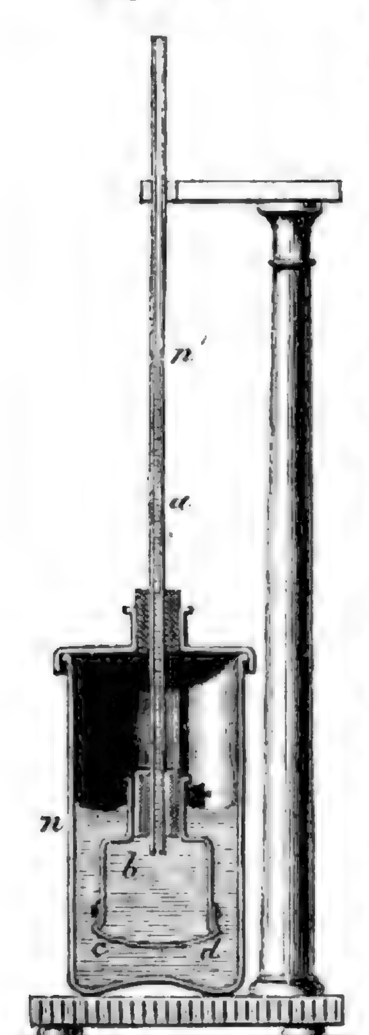
Flüssigkeit steigt, während sie außen sinkt. Umgekehrt sinkt die Flüssigkeit in der Röhre, wenn das Wasser innen, die Lösung des Kupfervitriols außen ist. Etwas von der Lösung des Kupfervitriols dringt freilich auch durch die Blase zum Wasser, wie man bald an der Färbung erkennt.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man in die Röhre Alkohol gießt und sie in Wasser taucht. Nach einiger Zeit beobachtet man, daß das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre gestiegen ist.

Diese Erscheinungen wurden von Dutrochet entdeckt und mit dem Namen der Endosmose und Exosmose bezeichnet, je nachdem die Flüssigkeit in die Röhre hineinsteigt, oder aus derselben heraustritt.

Der in Fig. 140 dargestellte Apparat, den Dutrochet Endosmometer nennt, ist sehr geeignet, die Erscheinung recht deutlich zu zeigen. *a* ist eine Glasröhre, deren innerer Durchmesser einige Millimeter beträgt und die auf irgend eine Weise, etwa durch einen sehr wohlschließenden Kork, in dem Halse eines weiteren Glasgefäßes befestigt ist. Dieses weitere Gefäß ist unten durch eine Thierblase verschlossen. Dieser mit der einen Flüssigkeit gefüllte Apparat wird nun in ein weiteres Gefäß, welches die andere Flüssigkeit enthält, eingesetzt, ohne daß jedoch die Blase auf dem Boden des Gefäßes *n* aufsitzt.

Fig. 140.



Das Gefäß *b* mit der Röhre *a* sey z. B. mit Weingeist gefüllt, das untere Gefäß enthalte Wasser. Sobald das Gefäß *b* eingesetzt ist, wird sich alsbald ein mechanisches Gleichgewicht zwischen der innern und äußern Flüssigkeit und der Spannung der Blase herstellen. Es sey bei *n* das Niveau des Wassers, bei *n'* der Gipfel der Weingeistsäule in der Röhre. Nach einer Viertelstunde beobachtet man schon eine bedeutende Veränderung, die Flüssigkeit ist nämlich schon um einige Millimeter über *n'* hinausgestiegen, und dieses Steigen dauert fort. Wenn die Röhre selbst 4 bis 5 Decimeter hoch ist, so läßt sich erwarten, daß die Flüssigkeit nach einem Tage den Gipfel erreicht hat, um oben auszufließen. Das Wasser ist also troß des Druckes, welchen der Alkohol in Folge seiner Schwere auf die Blase ausübt, durch die Poren derselben in das Gefäß *b* eingedrungen; es hat also eine Endosmose des Wassers zum Alkohol durch die Blase hindurch stattgefunden. Macht man den Versuch in umgekehrter Ordnung, indem man das Wasser innen, den Alkohol außen hin bringt, so sinkt das Niveau in der Röhre, während es außen steigt. Man könnte sagen, daß hier eine

Exosmose stattfände, allein es ist einfacher, immer nur einen Ausdruck, nämlich Endosmose, anzuwenden, aber nicht zu sagen, es findet Endosmose zwischen zwei Flüssigkeiten Statt, sondern es findet Endosmose von der einen zu der andern Statt.

Wenn man in ein Gefäß von ungebranntem Thon (etwa eine poröse Thonzelle, wie sie zu Grove's und Bunsen's galvanischen Batterieen gebraucht werden) Schwefelsäure gießt und es dann in ein anderes Gefäß mit Wasser stellt, so findet eine ähnliche Erscheinung Statt; das Wasser sickert durch den Thon durch, das Niveau der Flüssigkeit im Innern der Thonzelle steigt, während es außen sinkt.

Die Wirkung der Endosmose dauert fort, wenn auch allmälig immer schwächer, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand ganz gleichartig sind.

Daß der Spiegel der Flüssigkeit auf der einen Seite so hoch über das Niveau auf der andern Seite steigen kann, rührt daher, daß die Poren der Scheidewand zu fein sind, als daß ein hydrostatischer Druck sich durch dieselben fortpflanzen könnte. Wenn man Wasser in eine poröse Thonzelle gießt, so werden die Wände zwar feucht, aber das Wasser tropft nicht durch, und eine Thierblase, welche gleichfalls vom Wasser befeuchtet wird, kann nicht zum Filtriren des Wassers gebraucht werden.

Im Pflanzen- und Thierkörper spielt die Endosmose eine bedeutende Rolle, indem durch dieselbe größtentheils die Absorption und Verbreitung der zur Nahrung dienenden Säfte bedingt ist.

Fünftes Kapitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

Die Luft ist ein Körper, welcher nicht unmittelbar so auf die Sinne 52
wirkt wie die festen und tropfbar flüssigen Körper, aber sie erscheint uns in so vielen Phänomenen auf der Erde, über den Gewässern, daß wir nicht nöthig haben, nach anderen Beweisen ihrer Existenz zu suchen. Es giebt Gewitter in allen Climaten und Stürme auf allen Meeren; die Luft umgiebt also den ganzen Erdball, überall bildet sie eine Schicht von großer Dicke, denn überall über Ebenen wie über Berge sieht man Wolken dahinziehen, welche vom Winde fortgetrieben werden. Ueber den Wolken sieht man die prachtvolle Farbe des Himmels, welche ein Beweis für die Höhe der Luft ist, wie die Farbe des Oceans die Tiefe des Wassers beweist. Wenn es keine Luft gäbe, wäre der Himmel ohne Farbe und ohne Glanz; er

würde als ein vollkommen schwarzes Gewölbe erscheinen, auf welchem man die Sterne bei Tage mit demselben Glanze erblicken würde wie bei Nacht. Diese ungeheure Luftmasse, welche über der Erde ausgebreitet ist und welche sich hoch über die Gipfel der höchsten Berge hinaus erstreckt, führt den Namen Atmosphäre. Der höchste Gipfel des Himalaya erhebt sich kaum eine Meile über das Niveau des Meeres, während, wie wir sehen werden, die Luft sich mindestens bis zu einer Höhe von 6 bis 7 Meilen erhebt.

Die chemischen Entdeckungen des vorigen Jahrhunderts lehrten uns mehrere Körper kennen, welche, obgleich ihrer Natur nach von der Luft verschieden, doch dieselben physikalischen Eigenschaften besaßen. Man nannte sie Luftarten und sprach von einer mephitischen Luft, einer brennbaren, einer fixen Luft. Heutzutage nennt man sie Gase, gasförmige Körper oder elastische Flüssigkeiten.

Die Gase sind, wie die festen und tropfbar flüssigen Körper, zweierlei Kräften unterworfen, der Schwerkraft und den Molekularkräften.

53 Schon sehr früh, ja selbst schon vor Aristoteles, vermuthete man, daß die Luft schwer sey. Diese Wahrheit wurde jedoch erst 1640 durch Galilåi bewiesen und etwas später durch Toricelli's schöne Versuche bestätigt. Durch folgenden Versuch läßt sich die Schwere der Luft direct nachweisen: Man macht einen Ballon, welcher mit einem Hahn versehen ist, mittelst der Luftpumpe luftleer und hängt ihn an dem einen Arme eines Wagebalkens auf, auf die andere Seite legt man Gewichte, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Oeffnet man nun den Hahn, so füllt sich der Ballon wieder mit Luft, das Gleichgewicht wird gestört, und die Wage neigt sich nach der Seite des Ballons hin. Auf der andern Seite muß man von Neuem Gewichte auflegen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, und zwar gerade so viel, als die Luft im Ballon wiegt. Für einen Ballon von 1 Liter beträgt die Differenz der Gewichte mehr als ein Gramm, woraus als erste Annäherung folgt, daß ein Liter Luft unter den gewöhnlichen Umständen mehr als 1 Gramm wiegt, d. h. daß das Wasser nicht ganz 1000mal so schwer ist als gewöhnliche Luft.

Statt des mit einem Hahn versehenen Ballons kann man folgende ganz wohlfeile Vorrichtung anwenden, welche außerdem noch den Vortheil hat, daß sie bei gleichem Volumen des Ballons weit weniger wiegt als die eben besprochene. Man wähle einen Ballon von nicht gar dickem Glase und nicht sehr dickem, geradem Halse, Fig. 141, aus. Der Hals wird sorgfältig mit einem wohlverschließenden Korke zugestopft, der in der Mitte durchbohrt ist. Das durch den Kork gehende Loch mag etwa 2^{mm} Durchmesser haben. Ueber den Kork wird nun Wachstaffent gebunden, wie Fig. 141 und in größerem Maaßstabe Fig. 142 zeigt. Auf diese Weise ist der innere Raum des Ballons vollkommen von der äußern Luft abgesperrt.

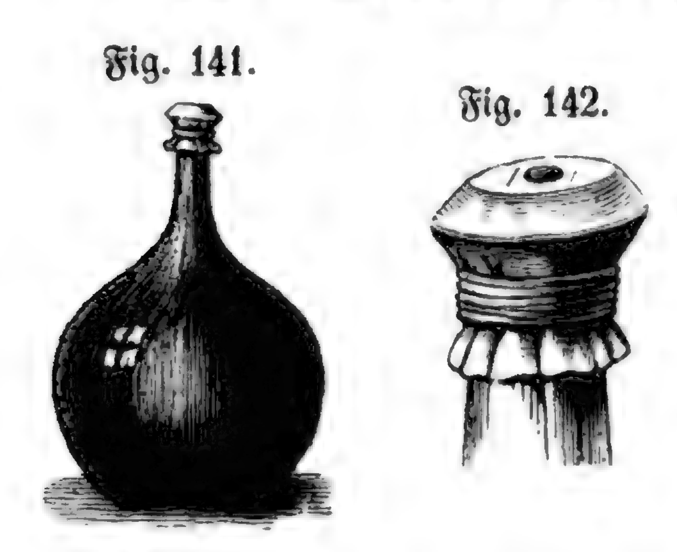


Fig. 141. Fig. 142.

Neben der Stelle, welche die Oeffnung des Korkes bedeckt, macht man zwei Einschnitte in den Wachstaffent, wie man in Fig. 142 sieht, und so ist der Ballon gewissermaßen mit einem Ventil verschlossen, durch welches Luft aus dem Ballon austreten, aber nicht eintreten kann. Bei Anstellung des Versuchs wägt man zuerst den lufterfüllten Ballon, bringt ihn dann unter die Glocke der Luftpumpe, so wird beim Evacuiren auch die Luft aus dem Ballon heraustreten. Ist er so entleert, so wird abermals gewogen, und man findet nun, daß er leichter geworden ist.

Die Molekularkräfte wirken bei Gasen ganz anders als bei festen und tropfbar flüssigen Körpern. Wir haben gesehen, daß diese Kräfte die Moleküle der festen Körper ganz fest zusammenhalten, und zwar so, daß sie ihre gegenseitige Lage nicht ändern. Auch die Moleküle tropfbar flüssiger Körper halten sie zusammen, jedoch nur so, daß ihnen noch große Freiheit bleibt, nach allen Richtungen hin sich an einander zu verschieben. Bei den Gasen aber wirken die Molekularkräfte repulsiv, die Moleküle gasförmiger Körper haben ein Bestreben, sich gegenseitig von einander zu entfernen, und in der That entfernen sie sich auch so weit von einander, bis äußere Hindernisse eine weitere Ausdehnung unmöglich machen. Die Luft, welche in einem Gefäße enthalten ist, drückt also fortwährend gegen die Wände.

Dies Bestreben der Luft, sich auszudehnen, wird leicht durch folgenden Versuch nachgewiesen. Man legt unter die Glocke der Luftpumpe eine nur wenig Luft enthaltende und deshalb runzlige Thierblase, deren Oeffnung fest zugebunden ist. Nach einigen Kolbenzügen schon bläht sich die Blase auf und ist endlich gerade so straff angespannt, als ob man mit aller Gewalt Luft hineingeblasen hätte. Läßt man die Luft wieder in den Recipienten hineintreten, so schrumpft die Blase wieder zusammen. Die in der Blase eingeschlossene Luft hat also wirklich ein Bestreben, sich auszudehnen, nur wird demselben durch die umgebende Luft Widerstand geleistet. Anstatt der Blase hätte man auch ein sehr dünnes, mit einem Korke verschlossenes Glas unter den Recipienten setzen können; entweder würde der Stopfen in die Höhe geschleudert, oder das Glas zersprengt worden seyn, vorausgesetzt, daß der Stopfen nicht zu fest sitzt, oder das Glas nicht zu stark ist. Dieser Druck, welchen die Luft gegen die Wände der sie einschließenden Gefäße ausübt, ist dasjenige, was man ihre Elasticität, ihre Spannkraft, ihre Tension, ihre Expansivkraft nennt.

Eine Feder zeigt nur dann Elasticität, wenn man sie zusammendrückt,

sie verliert ihre Spannung, sobald sie in ihren ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Die Luft hat aber immer eine Expansivkraft, es giebt für sie kein ursprüngliches Volumen, weil sie immer einen größern Raum einzunehmen strebt. Brächte man ein Liter gewöhnlicher Luft in einen leeren Raum von mehreren Kubikmetern, so würde sie sich in dem ganzen Raume gleichförmig verbreiten, sie würde immer noch ein Bestreben haben, sich auszudehnen, und würde also auch noch einen Druck auf die Wände ausüben.

54 Für Gase giebt es nur eine Bedingung des Gleichgewichts, nämlich die, daß die Elasticität in einer und derselben horizontalen Schicht sich gleich bleibt. Die Bedingung ist der zweiten Gleichgewichtsbedingung flüssiger Körper analog und leitet sich aus denselben Principien, nämlich aus der Beweglichkeit der Theilchen und der Wirkung der Schwere auf dieselben ab.

Wenn das Gleichgewicht einer Luftmasse stabil seyn soll, so müssen die tiefsten Luftschichten nothwendig die dichtesten seyn. Es gilt dies sowohl für die Luft, welche in einem Gefäße eingeschlossen ist, als auch für die ganze Luftmasse, welche die Erde umgiebt. Auf der Oberfläche des Meeres ist deshalb der Luftdruck stärker als auf den Gipfeln der Berge.

Die Gase können keine freie Oberfläche haben, wie die flüssigen Körper, weil sie sich, vermöge ihrer Elasticität, bis ins Unendliche ausdehnen würden, wenn sie nicht durch äußere Hindernisse zurückgehalten sind. Man könnte daraus den Schluß ziehen, daß die Atmosphäre nicht, wie eben gesagt wurde, in einer Höhe von 6 — 7 Meilen begränzt seyn könne, sondern sich in alle Himmelsräume verbreiten müsse. Wir werden jedoch später sehen, daß dies nicht der Fall ist, und ohne vor der Hand die Ursachen angeben zu können, welche die Luftmoleküle zurückhalten, wollen wir doch einstweilen als Thatsache annehmen, daß die Atmosphäre begränzt sey.

55 **Druck der Luft.** Sind einmal die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen festgestellt, so können wir durch directe Versuche beweisen, daß alle unteren Luftschichten in der That durch die oberen gedrückt sind und daß die Größe dieses Drucks sich ändert, wenn man sich mehr und mehr über das Niveau des Meeres erhebt.

Fig. 143.

Man setze auf den Teller der Luftpumpe einen Glascylinder mit etwas dicken Wänden, welcher oben mit einer Thierblase verschlossen ist, die stark angespannt und an dem Rande recht festgebunden seyn muß. Die Blase erleidet von beiden Seiten gleichen Druck und bildet deshalb eine Ebene. Wenn man nun auf irgend eine Weise mehr Luft in den Cylinder hineinbliese, so würde sich die Blase nach außen wölben; zieht man umgekehrt die Luft aus dem Cylinder heraus, so gewinnt der äußere Luftdruck das Uebergewicht und drückt die Blase nach innen. Letzteres läßt sich leicht mit Hülfe der Luftpumpe bewerkstelligen.

Bei den ersten Kolbenzügen schon wird die Blase nach innen gekrümmt; je mehr man auspumpt, desto mehr nimmt die Krümmung zu. Stößt man, wenn die Blase auf diese Weise sehr stark gespannt ist, mit einem etwas spitzen Körper auf dieselbe, so zerreißt sie in tausend Stücke, wobei man einen Knall wie einen Pistolenschuß hört. Dieser Knall wird durch das heftige Eindringen der Luft hervorgebracht; man kann sich aus der Kraft dieses Eindringens einen Begriff von der Größe des Luftdrucks machen, welcher auf der Blase lag.

Hätte man die ganze Anordnung so geändert, daß die Blase eine schräge Stellung gehabt, oder daß der Luftdruck von unten nach oben gewirkt hätte, so würde man denselben Effect erhalten haben, weil die Luft nach allen Seiten hin auf gleiche Weise drückt.

Dieser Versuch scheint sehr auffallend, weil man nicht begreifen kann, wie die Luft, welche sich in einem Zimmer befindet, einen so enormen Druck ausüben kann. Von dem Gewichte der Luftsäule, welche auf der Blase ruht und sich von derselben bis zu der Decke des Zimmers erstreckt, kann diese Wirkung nicht herrühren, denn selbst eine Wassersäule von dieser Höhe könnte sie nicht hervorbringen. Hätte man den Versuch unter freiem Himmel angestellt, so hätte die Blase offenbar den Druck einer Luftsäule auszuhalten gehabt, deren Höhe gleich ist der Höhe der ganzen Atmosphäre. Derselbe Druck wirkt aber auch noch im Zimmer, denn die Luft des Zimmers ist ja durch den vollen Atmosphärendruck gepreßt.

Messung des Luftdrucks. Da die Luft die ganze Erde umgiebt, so 56
preßt sie auf Alles gerade so wie auf die Blase, sie drückt ebenso auf alle Festländer wie auf die Gewässer. Taucht man das eine Ende einer Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, so wird sich die Flüssigkeit in der Röhre so hoch stellen wie außerhalb, weil der Luftdruck in der Röhre gerade so auf das Niveau der Flüssigkeit wirkt wie außerhalb. Saugt man aber einen Theil der Luft aus der Röhre, so steigt die Flüssigkeit in ihr um so mehr, je länger man saugt. Durch dieses Saugen wird nämlich der Luftdruck im Innern der Röhre vermindert, während der äußere Luftdruck unverändert bleibt. Der Ueberschuß des äußern Luftdrucks nun preßt die Flüssigkeit im Innern der Röhre in die Höhe, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule diesem Ueberschuß das Gleichgewicht hält. Macht man das Innere der Röhre vollkommen luftleer, so muß das Wasser so hoch steigen (vorausgesetzt, daß das Rohr hoch genug ist), daß das Gewicht der gehobenen Wassersäule dem Gewichte einer bis zur Gränze der Atmosphäre reichenden Luftsäule von derselben Basis gleich ist. Auf diese Weise kann man das Gewicht der ganzen Luftsäule bestimmen, wie hoch sie auch seyn mag.

Den Pumpenmachern von Florenz verdanken wir den ersten Keim der Entdeckung dieses wichtigen Gesetzes. Als sie in einem Saugrohre das

Wasser über 32 Fuß heben wollten, sahen sie zu ihrem größten Erstaunen, daß es nicht höher stieg. Damals erklärte man das Aufsteigen der Flüssigkeiten, indem man sagte, die Natur habe einen horror vacui. Galiläi genügte eine solche Erklärung nicht, und als ihm die von den Pumpenmeistern gemachte Beobachtung mitgetheilt wurde, kam er gleich auf die Vermuthung, daß die Schwere der Luft die wahre Ursache der Erscheinung sey. Sein Schüler Toricelli gab dafür entscheidende Beweise. Er machte ungefähr folgende Schlußfolge. Wenn zwei verschiedene Flüssigkeitssäulen sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen die Höhen der beiden Säulen sich umgekehrt verhalten wie ihre Dichtigkeiten. Das Quecksilber wiegt nahe 14mal so schwer als Wasser. Wenn nun der Druck der atmosphärischen Luft eine Wassersäule von 32 Fuß tragen kann, so muß er demnach auch eine Quecksilbersäule von $^{32}/_{14}$ Fuß, d. h. von nahe 28 Zoll tragen können. Der Versuch ist leicht anzustellen. Man füllt eine Glasröhre, welche ungefähr 30 Zoll lang und an dem einen Ende verschlossen ist, mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem Finger zu und kehrt die Röhre um. Taucht man das mit dem Finger verschlossene Ende in ein Gefäß mit Quecksilber, Fig. 144, zieht den Finger alsdann weg, so wird das Quecksilber alsbald um einige Zoll fallen und zwar so weit, daß die Erhebung des Quecksilbers in der Röhre über das Niveau des Quecksilbers in dem Gefäße so groß ist, wie es aus den eben angeführten Betrachtungen folgt. Die in der Röhre getragene Quecksilbersäule ist als ein Gegengewicht gegen den atmosphärischen Luftdruck zu betrachten. Dieser Apparat ist das Barometer. Der leere Raum über der Quecksilbersäule des Barometers ist die Toricelli'sche Leere.

Fig. 144.

Wir können nun die bisher besprochenen Resultate präciser ausdrücken. Die vertikale Höhe des Niveaus s in der Röhre über dem Niveau $a\ b$, Fig. 144, heißt die Barometerhöhe. Sie ist nicht an allen Orten und nicht zu allen Zeiten dieselbe. Am Ufer des Meeres beträgt sie durchschnittlich 76 Centimeter oder, was sehr nahe dasselbe ist, 28 pariser Zoll. Eine solche Quecksilbersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche hat einen Kubikinhalt von 76 Kubikcentimetern. Da nun ein Kubikcentimeter Quecksilber 13,59 Gramme wiegt, so ist der Druck dieser Säule auf ihre Basis 76 $\times$ 13,59 Gramm $=$ 1,033 Kilogrammen. Die atmosphärische Luftsäule, welche im Niveau des Meeres auf einem Quadratcentimeter Basis ruht, drückt also auf diese Fläche mit einem Gewichte von 1,033 Kilogr. Man kann diese Rechnung noch weiter treiben und das Gewicht der ganzen Luftmasse bestimmen, welche die Atmosphäre bildet. So viel Quadratcentimeter nämlich die Erdoberfläche enthält, so vielmal 1,033 K. wiegt diese Luftmasse.

Construction des Barometers. Man hat diesem Instrumente sehr verschiedene Formen gegeben, je nach dem Gebrauche, den man davon machen will. Welche Form man aber auch wählen mag, so müssen doch stets gewisse Bedingungen erfüllt seyn, wenn man Genauigkeit fordert. 57

1) Das Quecksilber muß sehr rein seyn, weil sich seine Dichtigkeit mit seiner Reinheit ändert, und weil das unreine Quecksilber am Glase anhängt. Das Quecksilber des Handels hat in der Regel nicht die erforderliche Reinheit. Man reinigt es am besten dadurch, daß man es mit reiner, aber stark verdünnter Salpetersäure wiederholt schüttelt. Will man auf diesem Wege alle Unreinigkeiten wegschaffen, so muß man das Quecksilber mehrere Wochen lang mit der Säure in Berührung lassen. Nachdem man die Säure vom Quecksilber entfernt hat, muß man dafür sorgen, daß auch keine Spur derselben zurückbleibt, was man durch wiederholtes Auswaschen mit destillirtem Wasser erreicht.

Das destillirte Quecksilber enthält stets aufgelöstes Quecksilberoxyd, welches jedoch durch Schütteln mit verdünntem Schwefelammonium weggeschafft werden kann.

2) Die Höhe der durch den Luftdruck getragenen Quecksilbersäule muß sehr genau gemessen werden können. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn das Barometerrohr eine vollkommen vertikale Stellung hat. Zur Messung dieser Höhe ist in der Regel neben der Quecksilbersäule ein Maaßstab angebracht. An diesem Maaßstabe befindet sich ein beweglicher Zeiger, der mit einem Nonius verbunden ist und einen Theil des Glasrohrs umschließt. Dieser Zeiger wird in die Höhe der zu beobachtenden Quecksilberkuppe gerückt und dann der Nonius abgelesen. Hat man jedoch während des Einstellens das Auge nicht genau in der Höhe der Quecksilberkuppe gehalten, so ist auch der Zeiger nothwendig falsch eingestellt worden, nämlich zu hoch oder zu tief, wenn sich das Auge über oder unter der Kuppe befand.

Manchmal ist die Theilung auf dem Barometerrohre selbst eingeätzt, oder man hat die Theilung gerade hinter das Rohr gebracht, so daß das beobachtende Auge die Quecksilberkuppe gerade vor der Theilung erblickt. Auch hier ist derselbe Beobachtungsfehler möglich wie beim Zeiger, daß man nämlich das Auge nicht genau in die Höhe der Quecksilberkuppe hält und deshalb die Höhe der Säule etwas zu groß oder zu klein schätzt.

Eine äußerst sinnreiche Einrichtung hat Wilhelm Weber angegeben, wodurch dieser Fehler völlig vermieden wird (Pogg. Ann. Bd. 40, S. 28). Die Theilung befindet sich auf der Vorderseite eines Streifens von dickem Spiegelglase, auf dessen Hinterseite die eine Längenhälfte folirt ist, so daß der Glasstreifen, von vorn betrachtet, zur Hälfte durchsichtig ist, zur Hälfte als Spiegel erscheint (Fig. 145). Das Barometerrohr ist hinter diesem Glasstreifen so angebracht, daß seine Mittellinie gerade hinter

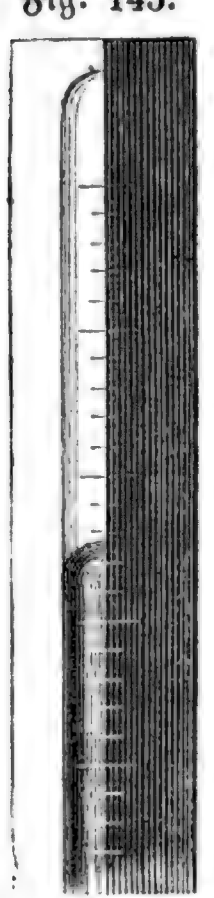


Fig. 145.

der Gränzlinie des Spiegels liegt, daß man also nur die eine Hälfte der Quecksilbersäule sieht. Wenn die Scala vertikal steht, so ist der Punkt des Spiegels, an welchem der Beobachter das Bild seines Auges erblickt, genau in der Höhe des Auges selbst; wenn man also das Bild des Auges gerade neben der Quecksilberkuppe erblickt, so hat das Auge die richtige Stellung, und die Beobachtung ist somit von dem vorher gerügten Fehler frei.

Dies ist jedenfalls der wesentlichste Vortheil der Weber'schen Einrichtung, überdies aber ersetzt sie den Nonius vollkommen. Es ist klar, daß man in dem Spiegel das Bild der Theilung erblickt, im Bilde erscheint aber die Entfernung zweier Theilstriche kleiner als auf der Theilung selbst, denn das Bild der Theilung erscheint dem Beobachter gerade so, als ob man die Theilung um die doppelte Dicke des Glases zurückgerückt hätte. Es stehen demnach die Theilung und ihr Bild gerade in einer solchen Beziehung zu einander, wie die Haupttheilung eines Maaßstabes zur Noniustheilung. Es gehört jedoch viel Gewandtheit im Beobachten dazu, um von der Weber'schen Scala auch noch diesen Vortheil zu ziehen.

Häufig bringt man bei Barometern auch Mikroskope an, um die Quecksilberkuppe zu beobachten. Bei diesen ist natürlich auch ein vollkommen richtiges Einstellen gesichert.

3) Der Raum über der Quecksilbersäule muß vollkommen luftleer seyn, denn wenn Luft in diesem Raume zurückbliebe, oder Dämpfe sich darin befänden, so würde ihre Tension die Quecksilbersäule niederdrücken. Um diesen Zweck zu erreichen, wird das Quecksilber in der Röhre auf folgende Weise ausgekocht: Man füllt $1/3$ der Röhrenlänge mit Quecksilber an und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer; alsdann gießt man eine neue Portion Quecksilber zu, welches aber etwas warm seyn muß, damit die Röhre nicht springt, und kocht die neu hinzugegossene Quecksilbersäule auf dieselbe Weise, und so fort, bis man fast die ganze Röhre auf diese Weise behandelt hat, und gießt zuletzt noch etwas heißes Quecksilber auf, um die Röhre vollständig zu füllen. Durch diese Operation wird sowohl die Luft, als auch die Feuchtigkeit, welche an den Röhrenwänden anhaftet, entfernt.

Wenn in der Toricelli'schen Leere noch etwas Luft zurückgeblieben ist, so erkennt man dies daran, daß, wenn man das Barometer neigt, das Rohr sich nicht vollkommen mit Quecksilber füllt, sondern daß ein kleines Luftbläschen am Gipfel der Röhre zurückbleibt. Nach und nach dringt fast immer etwas Luft in die leere Kammer der Barometer; der Fehler, der daraus

entsteht, ist jedoch um so geringer, je größer das Volumen der leeren Kammer ist.

Je länger man das Quecksilber in der Röhre kocht, desto flacher wird die Kuppe im Barometerrohre, ja der Quecksilberspiegel erscheint zuletzt fast ganz eben. Man hielt dies früher für einen Beweis, daß alle Luft vollständig aus dem Rohre entfernt sey; Dulong hat jedoch gezeigt, daß das Verschwinden der Quecksilberkuppe daher rühre, daß dem Quecksilber etwas Quecksilberoxyd beigemengt sey, wodurch das Anhaften an das Glas vermehrt wird. Dieses Oxyd bildet sich während des Auskochens.

Man hat aus diesem Grunde in neueren Zeiten das Auskochen oft ganz unterlassen und sucht die am Glase anhängende Luft und Feuchtigkeit dadurch zu entfernen, daß man das Quecksilber warm in die Röhre füllt. Bei Gefäßbarometern, d. h. bei solchen, welche aus einer vollkommen geraden Röhre bestehen, deren unteres Ende in ein größeres Gefäß mündet, wie beim Toricelli'schen Versuche, geschieht dies, indem man eine etwas weite Thermometerröhre, welche oben trichterförmig mündet, bis auf den Boden in das Barometerrohr hineinsteckt und dann durch diesen langen Trichter das Quecksilber warm eingießt. Wenn dies mit Sorgfalt ausgeführt wird, so läßt sich ebenfalls Luft und Feuchtigkeit vollständig entfernen, die Quecksilberkuppe verschwindet jedoch niemals wie bei den ausgekochten Röhren.

Mohr hat vorgeschlagen, um das schwierige Auskochen zu vermeiden, das mit Quecksilber gefüllte Barometerrohr mit einer Luftpumpe in Verbindung zu bringen und dann die Luft durch Auspumpen zu entfernen.

Die Röhren, welche man zu Barometern anwenden will, dürfen nicht zu eng seyn, denn bei weiten Röhren bringt, wie schon erwähnt, ein ganz kleines Luftbläschen, welches etwa in den leeren Raum eingedrungen seyn sollte, einen völlig verschwindenden Fehler hervor; man nimmt deshalb zu sehr genauen Barometern mitunter Röhren von 6''' Durchmesser. Enge Röhren haben aber noch einen größern Nachtheil, daß sie das Barometer unempfindlich machen. Bei engen Röhren ist nämlich der Einfluß des Reibungswiderstandes an den Glaswänden und des Anhaftens des Quecksilbers an denselben, namentlich wenn etwas Quecksilberoxyd dem Quecksilber beigemischt ist, so bedeutend, daß geringe Veränderungen im Luftdrucke von einem solchen Barometer gar nicht angegeben werden, d. h. der Luftdruck kann sich etwas ändern, ohne daß die Quecksilberkuppe ihre Stellung ändert; es ist ein Anstoßen des Instrumentes, eine Erschütterung nöthig, damit diese Widerstände überwunden werden und die Kuppe ihre richtige Stellung einnimmt. Selbst bei Barometern, welche man nur zu Witterungsbeobachtungen anwenden will, darf das Rohr nicht weniger als eine Linie Durchmesser haben. Von den Correctionen, welche man an den gemessenen Barometerhöhen in Beziehung auf Capillarität und Temperatur anzubringen hat, wird später die Rede seyn.

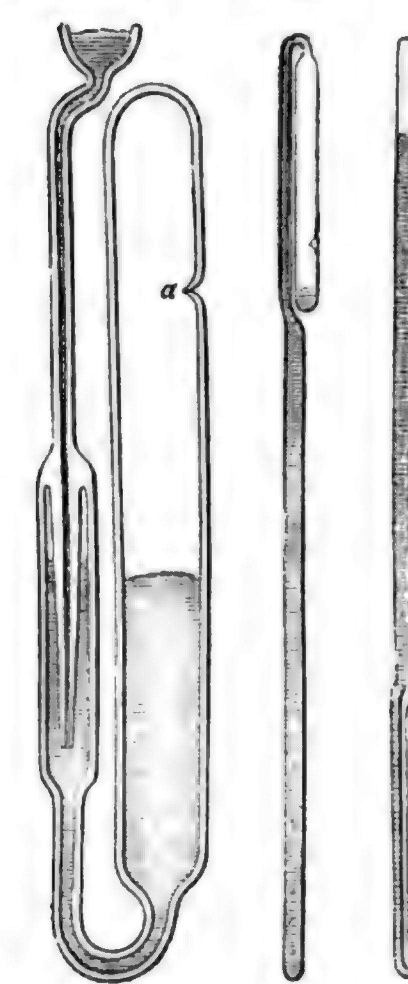
Fig. 146.

Gehen wir nun zur nähern Beschreibung der verschiedenen Arten von Barometern über, ohne jedoch die Künsteleien anzuführen, durch welche man die Barometer in zierliche Möbel umgestalten wollte, oder sie empfindlicher zu machen suchte, ohne jedoch den Zweck zu erreichen.

Das gewöhnliche Barometer besteht aus einer Röhre, Fig. 146, welche unten gekrümmt ist, mit einem weitern Gefäße endigt und auf einem Brette befestigt ist. Die Höhenscala ist in der Regel von Metall. Wenn das Gefäß etwas weit ist in Vergleich zu dem Durchmesser der Röhre, so sind die Schwankungen der Säule fast ohne Einfluß auf das Niveau des Quecksilbers im Gefäße, so daß man, wenn keine große Genauigkeit gefordert wird, dieses Niveau als constant betrachten kann. Bei diesen Barometern, die man zu genauen Untersuchungen nicht brauchen kann, befindet sich in der Regel die Scala auch nur am obern Theile des Instrumentes.

Auf Reisen wird jetzt fast nur noch das Gay-Lussac'sche Heberbarometer angewandt, weil es genaue Resultate giebt, leicht beobachtet und vor allen Dingen leichter transportirt werden kann als alle anderen Barometer. Es ist Fig. 149 dargestellt. Der offene Schenkel hat nur eine capillare Oeffnung *a*, groß genug, um die Luft frei eintreten zu lassen, aber zu klein, als daß das Quecksilber durch dieselbe auslaufen könnte. Man kann es also umkehren, Fig. 148, ohne fürchten zu müssen, daß man Quecksilber verliert. Damit, wenn man das Barometer aus der umgekehrten Lage wieder zur Beobachtung umkehrt, keine Luft in den längeren Schenkel eintreten kann, hat Bunten die Fig. 147 abgebildete sinnreiche Anordnung getroffen. Weil der offene und der verschlossene Schenkel gleichen Durchmesser haben, so ist keine Correction wegen der Capillarität nöthig.

Fig. 147. F. 148. F. 149.



Bei diesen Barometern hat die Quecksilberkuppe, welche dem Druck der atmosphärischen Luft ausgesetzt ist, durchaus keine feste Stellung; der Nullpunkt, von welchem aus die Höhe der Barometersäule zu messen ist, steigt und fällt. Man hat deshalb die Scalen so eingerichtet, daß sie verschoben werden können, daß man also den Nullpunkt der Theilung an die Stelle der

unteren Kuppe rücken kann. Man wird bemerken, daß beim Gay-Lussac'schen Heberbarometer die Röhre so gebogen ist, daß der offene Schenkel in einer geraden Linie mit dem obern Theile des längern Schenkels liegt. Diese Einrichtung hat zum Zweck, daß man die Stellung beider Quecksilberkuppen auf einer und derselben geradlinigen Scala ablesen kann. Statt der verschiebbaren Scala hat man auch solche, deren Nullpunkt zwischen den beiden Kuppen liegt. Man lies't ab, wie viel die eine Kuppe über, die andere unter diesem Nullpunkte liegt, die Summe dieser beiden Entfernungen ist die Barometerhöhe.

Fig. 150.

Auch findet man bei Gay-Lussac'schen Barometern die Theilung oft auf das Glas geätzt.

Man würde nur eine Kuppe zu beobachten nöthig haben, wenn die Quecksilbermasse des Barometers durch Temperaturveränderungen nicht ihr Volumen änderte; so lange die Temperatur nicht wechselt, muß die Quecksilbersäule bei verändertem Luftdrucke im einen Schenkel genau so viel steigen, wie sie im andern fällt; man könnte also aus den Schwankungen des einen Schenkels auf die im andern schließen; diese Schlüsse bleiben jedoch nur so lange wahr, als sich die Temperatur nicht ändert; die fortwährenden Variationen der Temperatur machen deshalb die Beobachtung beider Kuppen nöthig.

Das Rohr ist in einer Hülse von Holz befestigt, Fig. 150, welche geschlossen einen Stab bildet und zum Transport sehr bequem ist.

Das Fortin'sche Barometer, Fig. 151, ist ein Gefäßbarometer und dadurch ausgezeichnet, daß das Quecksilber im Gefäße ein constantes Niveau hat. Der Boden des Gefäßes ist nämlich durch einen Lederbeutel *l*, Fig. 152 a, gebildet, gegen welchen von unten auf eine Schraube *s* drückt. Je nachdem man die Schraube *s* dreht, wird der Quecksilberspiegel im Gefäße gehoben oder gesenkt. Von dem Deckel des Gefäßes aber geht ein unten zugespitzter Stift von Elfenbein herab, welcher sich auf der glänzenden Oberfläche des Quecksilbers spiegelt. Durch Drehen der Schraube *s* ist es nun leicht, die Oberfläche des Quecksilbers genau mit der Spitze des Stiftes in Berührung zu bringen; es ist dies nämlich der Fall, wenn die Spitze des Stiftes und die Spitze seines Bildes in Berührung sind. Diese Spitze ist der Nullpunkt der Barometerscala. Das Barometerrohr ist von einem Metallrohre umgeben, in dessen obern Theil zwei Spalten diametral einander gegenüberstehend angebracht sind, durch welche man die Quecksilberkuppe sehen kann. Auf diesem Metallrohre ist auch die Theilung angebracht, deren Nullpunkt der richtig eingestellte Spiegel des Quecksilbers im Gefäße ist. Man könnte die Höhe der Barometersäule direct auf jener Theilung ablesen; um jedoch Fehler zu vermeiden, welche dadurch entstehen könn-

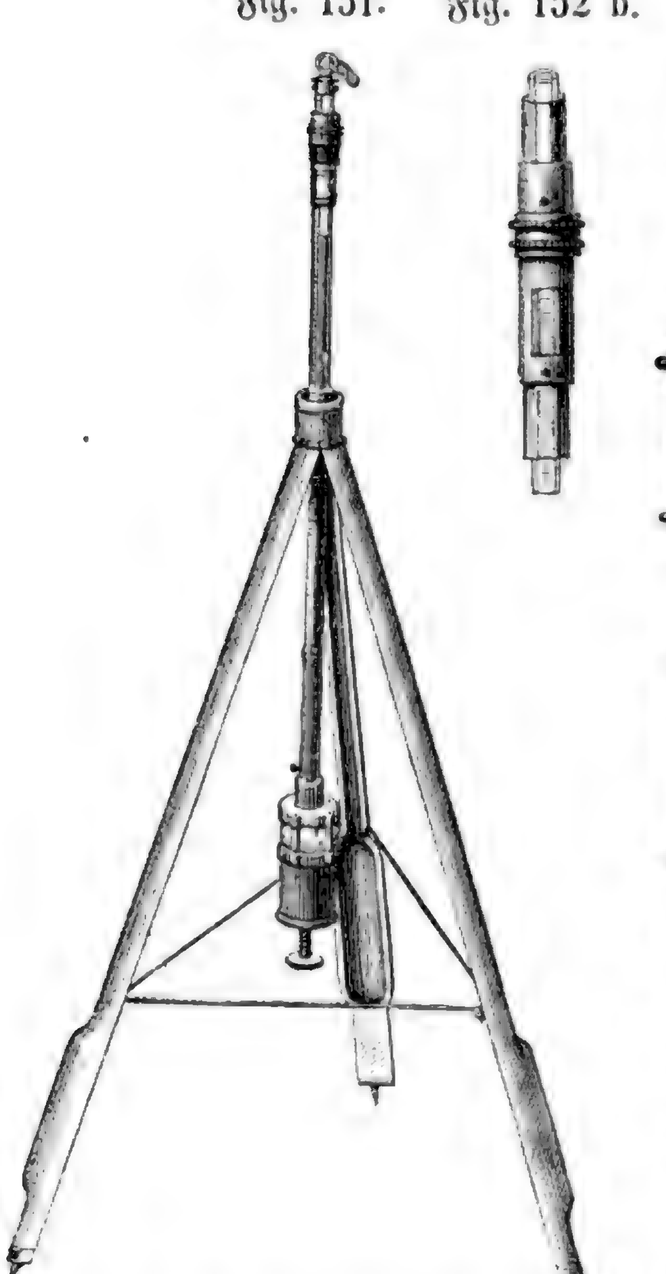


Fig. 151. Fig. 152 b. Fig. 152 a.

ten, daß man beim Ablesen das Auge über oder unter die Horizontalebene der Quecksilberkuppe hält ist auf dem Metallrohre ein Schieber angebracht, Fig. 152 b, in welchem sich ebenfalls zwei diametral gegenüberstehende Spalten befinden, welche auf die Spalten des Rohres passen und nur etwas breiter sind als jene, so daß man noch die Theilung des Rohres sehen kann. Die oberen Ränder der beiden Spalten im Schieber sind genau in gleicher Höhe. Man stellt den Schieber nur so, daß die Quecksilberkuppe und die oben erwähnten beiden Ränder in eine gerade Linie fallen, daß also die über die beiden Ränder hin gerichtete Visirlinie die Quecksilberkuppe tangirt. Man hat jetzt nur zu sehen, welcher Theilstrich des Rohres der Höhe dieser Visirlinie entspricht. Um auch Unterabtheilungen der Theilung auf dem Rohre noch bestimmen zu können, ist der Schieber mit einem Nonius versehen.

58 **Variationen des Barometerstandes.** Das Gewicht der atmosphärischen Luftsäule, welche sich über uns befindet, ist durch mancherlei Einflüsse bedingt. Der beständige Wechsel der Temperatur, die Winde, die veränderliche Menge der in der Luft verbreiteten Wasserdämpfe führen fortwährende Aenderungen des Luftdrucks mit sich, welcher auf das Barometer wirkt. Man begreift demnach sehr wohl, daß die Barometersäule an einem und demselben Orte nicht stationär bleiben kann, und daß sie mehr oder weniger bedeutende Variationen erleidet. In unseren Gegenden z. B. vergeht fast kein Tag, an welchem der Barometerstand sich nicht um einige Millimeter änderte. Im Allgemeinen unterscheidet man zweierlei Arten von Schwankungen des Barometers, nämlich periodische und zufällige Schwankungen. Die ersteren treten regelmäßig zu bestimmten Zeiten ein und haben eine constante Größe; die letzteren hingegen sind unregelmäßig,

so daß man weder ihre Zeit, noch ihre Größe voraussehen kann. Wir werden diesen Gegenstand in der Meteorologie weiter besprechen.

Größe des Luftdrucks. Wir haben oben in Nr. 56 ermittelt, wie groß der Luftdruck ist, welcher dem Barometerstande von 760^{mm} entspricht. Ganz auf dieselbe Weise läßt sich die Größe des Luftdrucks für jede Barometerhöhe berechnen. Man wird die Resultate finden, wie sie in folgender Tabelle enthalten sind. 59

Höhe der Quecksilbersäule	Druck auf ein Quadratmeter	Höhe der Quecksilbersäule	Druck auf ein Quadratmeter
500^{mm}	6793^{kg}	650^{mm}	8831^{kg}
510	6929	660	8967
520	7065	670	9105
530	7201	680	9238
540	7336	690	9374
550	7472	700	9510
560	7608	710	9646
570	7744	720	9782
580	7880	730	9918
590	8016	740	10054
600	8152	750	10189
610	8287	760	10325
620	8423	770	10461
630	8559	780	10597
640	8695	790	10733

Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper. Der menschliche Körper ist so gut wie jeder andere dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt, und da die Oberfläche eines ausgewachsenen Menschen weit mehr als ein Quadratmeter beträgt, so ist der Totaldruck, der von allen Seiten her gleichförmig vertheilt gegen den Körper wirkt, allerdings sehr bedeutend, er beträgt 30- bis 40tausend Pfund. 60

Das scheint für den ersten Anblick allerdings unglaublich, und es giebt viele, selbst gebildete und geistreiche Leute, welche eine solche Behauptung für baaren Unsinn halten, welche die ganze Lehre vom Luftdrucke als falsch verwerfen, weil sie zu solchen, ihrer Ansicht nach ganz absurden Folgerungen führt. Drieberg, welcher erst kürzlich ein Werkchen gegen den Luftdruck schrieb, sagt in seiner Vorrede: »Nach dem weisen Rathschlusse der Physikbeflissenen müssen wir armen Creaturen uns bekanntlich mit einer Luftlast von 30- bis 40tausend Pfund herumschleppen, und selbst die Elßler, wenn sie auf der großen Zehe steht, trägt ihre 30tausend Pfündchen u. s. w.«

Eine solche Ausdrucksweise zeigt schon ein Mißverstehen der Lehre vom

Luftdrucke, denn da er ja gleichmäßig von allen Seiten, also von oben und unten, von vorn und hinten, von der rechten und linken Seite wirkt, so kann hier weder von einem »Schleppen«, noch von einem »Tragen« die Rede seyn, solche Ausdrücke sind nur auf einen einseitigen Druck anwendbar.

Aber man könnte einwenden, wenn ein so starker Druck auch ganz gleichförmig und von allen Seiten her gegen den Körper wirkt, so müßte er ja den Körper in sich selbst zusammenpressen, er müßte ihn zermalmen!

Was soll aber zermalmt werden? Das Knochengerüst? es könnte noch einen weit stärkern Druck aushalten; die mit Flüssigkeiten und Luft gefüllten Gefäße und Höhlungen des Körpers? Die im Körper befindliche Luft ist von gleicher Dichtigkeit mit der äußeren, sie kann also durch den Luftdruck nicht weiter comprimirt werden; daß aber die im Körper enthaltenen Flüssigkeiten nicht zerdrückt werden können, versteht sich von selbst.

Es bleibt demnach nur noch etwa der Zweifel zu heben übrig, ob nicht die zarten Häutchen und Gewebe, welche die Hüllen der einzelnen Gefäßchen bilden, durch einen so starken Druck Noth leiden müßten. Von einem Zerreißen der zarten Gewebe kann aber keine Rede seyn, weil der Druck gleichmäßig von beiden Seiten wirkt; um aber die Häutchen etwa zu zerquetschen, ist der Druck nicht stark genug. Da es sich hier nur um kleine Gefäßchen handelt, so kommt auch nur der Druck in Betracht, der auf die kleine Oberfläche derselben wirkt; aus der obigen Tabelle aber kann man entnehmen, daß der Luftdruck auf eine 1 Quadratcentimeter große Oberfläche nur 1 Kilogramm (2 Pfund), auf 1 Quadratmillimeter aber nur 1 Centigramm (ungefähr $^3/_5$ Loth) beträgt.

Wenn man die Sache auf diese Weise betrachtet, so fällt alles Auffallende und Unbegreifliche weg. Die Lehre vom Luftdrucke, der auf den menschlichen Körper wirkt, erhält nur dadurch etwas Paradoxes, daß man durch die Summation der Pressungen, welche auf die einzelnen Theilchen wirken, enorme Zahlen erhält, während doch jedes einzelne Theilchen für sich mit dem Luftdrucke im Gleichgewichte steht, und nicht der Totaldruck einseitig gegen eine Stelle des Körpers wirkt.

Wenn man den Luftdruck von irgend einer Stelle des Körpers entweder mit Hülfe eines Schröpfkopfes oder einer Luftpumpe wegnimmt, so wird der Inhalt der Gefäßchen ein Bestreben geltend machen sich auszudehnen.

Wie wichtig der Luftdruck für die Oekonomie der Kräfte des menschlichen Körpers ist, haben die classischen Untersuchungen der Gebrüder Weber gezeigt.

Betrachtet man das Knochengerüste des menschlichen Körpers, so findet man an jeder Seite des Beckens eine spiegelglatte, mit einer schlüpferigen Flüssigkeit benetzte Vertiefung, die Pfanne, in welche der kugelförmige Kopf des Schenkelknochens genau hineinpaßt, wie man dies Fig. 153 deut-

Fig. 153.

lich sehen kann, welche das Becken mit den Schenkelknochen darstellt.

Der vordere Theil des Beckens und der beiden Schenkelköpfe ist durch einen senkrechten Schnitt weggenommen, damit man besser sehen kann, wie die Schenkelköpfe in den Pfannen sitzen; da sich nun der Schenkelkopf in der Pfanne nach allen Seiten leicht drehen läßt, so begreift man, daß das Bein nach allen Seiten hin beweglich ist.

Das ganze Gelenk ist durch eine Kapselmembran eingehüllt, welche, das Becken mit dem Schenkelkopf verbindend, an dem knöchernen Pfannenrande und am Halse des Schenkelkopfs angewachsen ist.

Wenn man auf einem Beine steht und das andere nur so viel krümmt, daß es hängt, ohne den Boden zu berühren, so kann man mit ungemein geringer Muskelanstrengung das hängende Bein hin und her schwingen lassen. Während das Bein so schwingt, sind die Muskeln, welche das Becken mit dem Schenkelbeine verbinden, ganz schlaff, und daraus schon geht hervor, daß diese Muskeln es nicht seyn können, welche das schwebende Bein tragen. Die Gebrüder Weber haben dies auch durch den Versuch nachgewiesen, indem sie an einem Leichname alle Muskeln durchschnitten, welche den Schenkel mit dem Becken verbinden. Das frei schwebende Bein fiel nicht herab, wie es der Fall gewesen wäre, wenn es im Leben durch die Muskeln getragen würde.

Auch die Kapselmembran wurde durchschnitten, und das Bein fiel nicht herab.

Der Schenkelkopf wird in der luftdicht schließenden Pfanne durch den Druck der atmosphärischen Luft zurückgehalten oder das Gewicht des Beines wird von dem Drucke, den die atmosphärische Luft auf dasselbe von unten nach oben ausübt, äquilibrirt, es bedarf also keinerlei Kraftanstrengung, um während des Gehens das eben nicht auf dem Boden stehende Bein zu tragen, obgleich das Gewicht desselben nicht unbedeutend ist.

Die Richtigkeit dieses Satzes wurde noch durch folgenden Versuch bestätigt. Es wurde durch das Becken hindurch mitten in die Pfanne ein kleines Loch gebohrt; das Bein fiel in demselben Augenblicke herab, in welchem die Spitze des Bohrers die Pfanne eben durchbrochen hatte und den Schenkel-

kopf noch nicht berührte. Als der Schenkelkopf nun wieder in die Pfanne hineingeschoben wurde, so daß seine Kugelfläche wieder genau mit der Kugelfläche der Pfanne in Berührung kam, und man dann das Loch im Becken mit dem Finger zuhielt, wurde das Bein auch wieder durch den Luftdruck getragen; es fiel aber sogleich wieder herab, sobald man den Finger wieder von dem Loche wegnahm, so daß die Luft von oben eindringen konnte.

Die Arme werden in derselben Weise durch den Luftdruck getragen wie die Beine.

Alle Reisenden, welche sehr hohe Gebirge erstiegen haben, erzählen, daß man auf bedeutenden Höhen eine auffallende Müdigkeit verspüre, welche den Wanderer nöthigt, oft sich zu setzen und auszuruhen. Diese Müdigkeit erklärt sich nun durch die bedeutende Verminderung des Luftdrucks.

61 **Das Mariotte'sche Gesetz.** Das Mariotte'sche Gesetz läßt sich so ausdrücken: **Das Volumen der Gase verhält sich umgekehrt wie der Druck, dem sie ausgesetzt sind.** Um dieses Fundamentalgesetz durch den Versuch zu beweisen, nehme man eine gekrümmte cylindrische Röhre, deren kürzerer Schenkel oben geschlossen ist, während der längere Schenkel offen bleibt. Man gieße zu Anfang nur wenig Quecksilber ein, neige dann den Apparat ein wenig, damit etwas Luft aus dem kürzeren Schenkel entweicht; so kann man es leicht dahin bringen, daß das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Alsdann ist die in dem Raume $a\ b$ abgesperrte Luft genau dem Druck der Atmosphäre ausgesetzt. Gießt man nun von Neuem Quecksilber in den offnen Schenkel, so wird der Druck, den die eingeschlossene Luft auszuhalten hat, vermehrt, sie wird dadurch auf einen kleineren Raum zusammengepreßt. Wenn das Quecksilber im kürzeren Schenkel bis zum Punkte m gestiegen ist, welcher sich in der Mitte zwischen a und b befindet, so ist die Luft auf die Hälfte ihres vorherigen Volumens zusammengepreßt; bezeichnet man nun auf dem längeren Schenkel den Punkt n, welcher mit m gleiche Höhe hat, und mißt man dann, wie hoch das Quecksilber sich im längeren Schenkel noch über n erhebt, so findet man, daß die Höhe der Quecksilbersäule $n\ s$ genau der Barometerhöhe gleich ist; die in $b\ m$ eingeschlossene Luft hat demnach einen Druck von zwei Atmosphären auszuhalten. Wenn der offene Schenkel dieses Apparates lang genug ist, so kann man auf dieselbe Weise zeigen, daß ein Druck von 3, 4 Atmosphären die eingeschlossene Luft $1/3$, $1/4$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenpreßt.

Fig. 154.

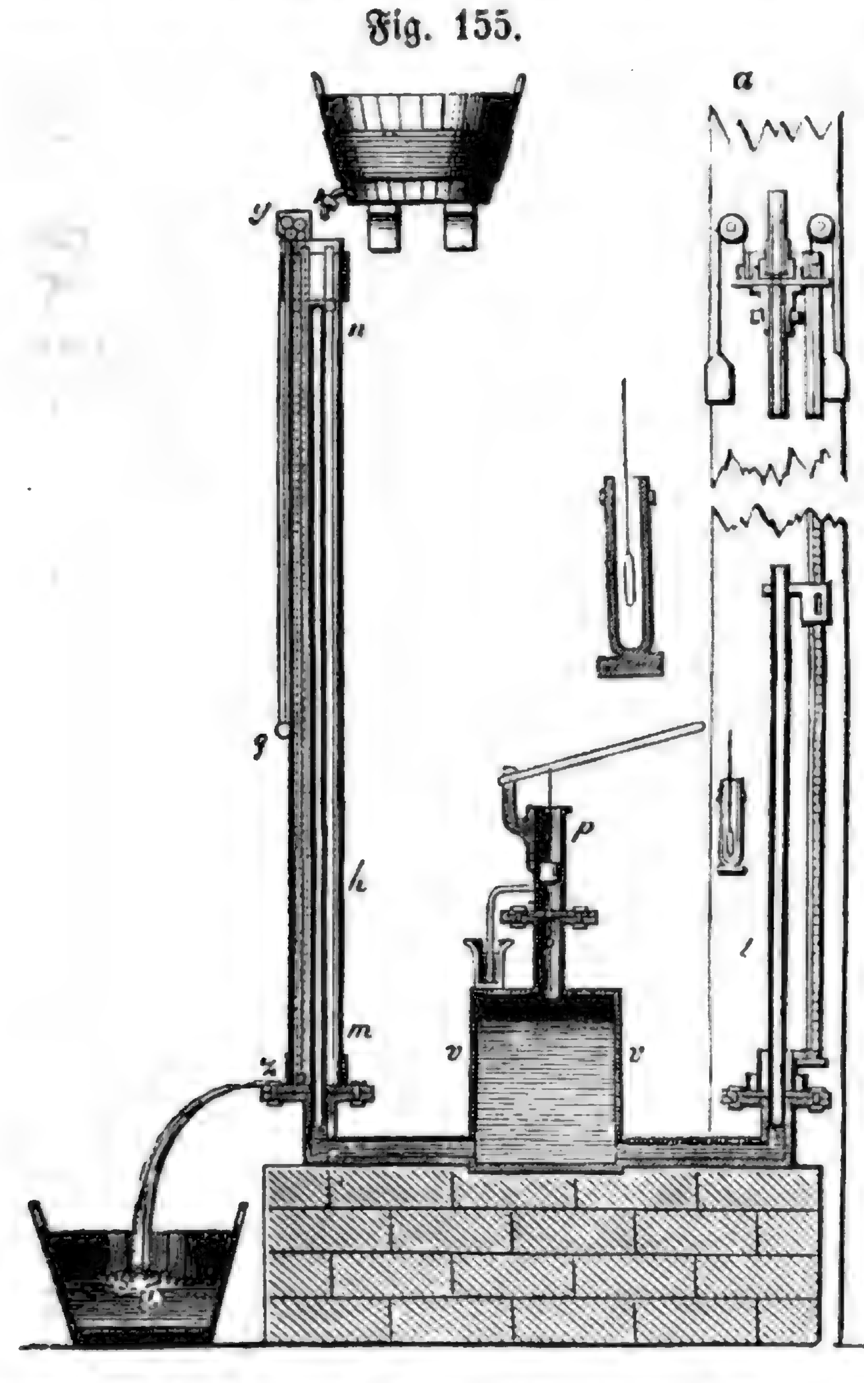
Arago und Dulong haben bewiesen, daß dieses Gesetz für atmosphärische Luft wenigstens bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären noch keine Aende-

rung erleidet. Die Mittel, welche sie zu diesem Zwecke anwandten, sind folgende:

In der Mitte eines alten Thurmes des collège Henri IV. war ein 100 Fuß hoher Mastbaum von Holz aufgerichtet. Am Fuße desselben befand sich ein gußeisernes Gefäß, welches mit einem Manometer und einer Druckpumpe in Verbindung war; an dem Maste selbst war eine lange Glasröhre befestigt, welche aus 13 Röhren von 6 Fuß Länge zusammengesetzt war.

Man bekommt am besten eine Idee von der Disposition der Apparate, wenn man einen Blick auf die Figuren wirft.

Fig. 155.



v ist das gußeiserne Gefäß,
p die Druckpumpe,
m n das oben verschlossene Manometer,
t die vertikale, oben offene Röhre,
a der Mast, an dem die Röhre befestigt ist.

Nimmt man nun an, 1) daß das gußeiserne Gefäß mit Quecksilber gefüllt ist, 2) daß die Manometerröhre graduirt und mit trockner Luft gefüllt ist, 3) daß das Quecksilber in der Röhre *m n* und der vertikalen Röhre *t* gleich hoch steht, so hat die in der Röhre *m n* eingeschlossene Luft, deren Volumen man ganz genau kennt, den Druck einer Atmosphäre auszuhalten. Wenn man nun mit Hülfe der Druckpumpe Wasser in den obern Theil des Gefäßes *v* einpreßt, so wird dadurch die trockne Luft im Manometer *m n* zusammengepreßt, und zugleich wird das Quecksilber in der Röhre *t* steigen. Durch die Theilung der Manometerröhre ist man im Stande, jederzeit das Volumen der eingeschlossenen Luft zu bestimmen; und um den entsprechenden Druck zu bestimmen, hat man nur die Niveaudifferenz des Quecksilbers in der Röhre *t* und der Manometerröhre auszumitteln.

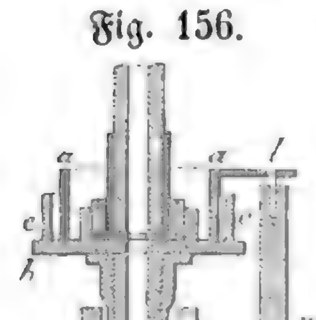
Man begreift leicht, daß Versuche dieser Art die ganze Geschicklichkeit in Anspruch nahmen, von welcher Arago und Dulong durch ihre schönen

Entdeckungen in allen Zweigen der Physik schon so manche Beweise gegeben hatten. Es würde uns zu weit führen, wenn wir hier im Detail die Vollkommenheit beschreiben, mit welcher die einzelnen Theile des Apparates zusammengefügt waren, und alle die sinnreichen Vorsichtsmaaßregeln aufzählen wollten, welche nöthig waren, um zuverlässige Resultate zu erhalten; wir wollen nur die Haupttheile etwas näher betrachten.

Die Druckpumpe war so construirt, daß sie noch unter einem Drucke von 27 Atmosphären Wasser einpressen konnte; außerdem mußte sie aber auch so vollkommen schließen, daß die Gipfel der Quecksilbersäulen in der Manometerröhre und der Röhre *t* vollkommen fest stehen blieben. Dies wurde durch ein Ventil *b* erreicht, welches an dem untern Ende des Weges angebracht war, welchen der Kolben zurücklegt.

Die vertikale Röhre war aus 13 Stücken von Krystallglas zusammengesetzt, deren jedes 2 Meter lang war und 5 Millimeter Durchmesser hatte; die Wanddicke betrug ebenfalls 5^{mm}. Die einzelnen Röhren waren durch starke Ringe verbunden, wie man Figur 155, und mehr im Detail in Figur 156 sieht. Die Fassung der oberen Röhre sitzt mit ihrer wohlgeebneten unteren Fläche auf einer Lederscheibe, welche auf der unteren Fassung liegt. Durch eine Schraube kann man die obere Fassung fest auf die Lederscheibe pressen. Die untere Fassung hat noch einen aufwärts stehenden Rand *c*, wodurch gleichsam ein Gefäß gebildet wird, welches mit geschmolzenem Mastix vollgegossen wird, so daß jedes Entweichen von Quecksilber dadurch unmöglich ist. Vor dem Eingießen wird jedoch noch ein Ring *a a'* eingesetzt, welcher eine Zunge *l* trägt, die als Ausgangspunkt für die Messung der Höhen am Maaßstabe *r* dient. Dieser Ring *a a'* wird erst durch den nach dem Erkalten hartgewordenen Mastix befestigt. Die vertikalen Höhen werden an dem Maaßstabe *r*, auf welchem eine verschiebbare Zunge angebracht ist, gemessen. Damit die unteren Röhren nicht zu sehr durch das Gewicht der oberen belastet sind und brechen, sind an dem obern Ende jeder Röhre Schnüre angebracht, welche um Rollen geschlungen sind und auf der andern Seite Gewichte tragen, die dem Gewichte der Röhre gleich sind.

Fig. 156.



Die Manometerröhre ist den Röhren der vertikalen Säule ganz ähnlich; sie war zuerst in eine feste Spitze ausgezogen, sorgfältig graduirt, ohne daß jedoch die Theilstriche mit dem Diamant gemacht worden wären, was ihre Haltbarkeit leicht hätte vermindern können, und dann auf der Platte *e* des gußeisernen Gefäßes befestigt worden. Nachher hatte man lange einen Strom trockner Luft hindurchgehen lassen und endlich die feine Spitze zugeschmolzen, ohne daß die Theilung merklich verändert

wurde. In Fig. 157 sieht man, wie die Manometerröhre auf der Platte e befestigt ist. Die Fassung ist noch unter der Röhrenwand umgebogen, damit kein Druck von unten auf diese Röhrenwand ausgeübt werde. Damit die Luft im Manometer auf einer constanten Temperatur erhalten werde, war es mit einem weiteren Glascylinder umgeben, durch welchen ein Strom Wasser ging. Um endlich mit großer Genauigkeit die Höhe des Gipfels der Quecksilbersäule bestimmen zu können, ist an der Manometerröhre ein verschiebbarer Index mit Nonius angebracht, wie an den Fortin'schen Barometern (dieser Apparat ist ebenfalls von Fortin ausgeführt). Da aber dieser Schieber innerhalb des weiteren, mit Wasser gefüllten Glascylinders sich befindet, so ist eine besondere Vorrichtung nöthig, um ihn nach Belieben auf und nieder zu schieben. Der Schieber ist nämlich an einer seidenen Schnur befestigt, welche über die beiden oberen der Rollen bei y geschlungen ist, dann zur Rolle q herunter, von dieser aufwärts geht und dann um die untere der Rollen bei y geschlungen ist. Von da geht die Schnur weiter im Glascylinder hinunter bis zur Rolle z, dann wieder in die Höhe und ist mit ihrem andern Ende an dem untern Theile des Schiebers befestigt. Es ist klar, wie man durch Ziehen an dieser Schnur den Schieber auf- und abrücken kann.

Fig. 157.

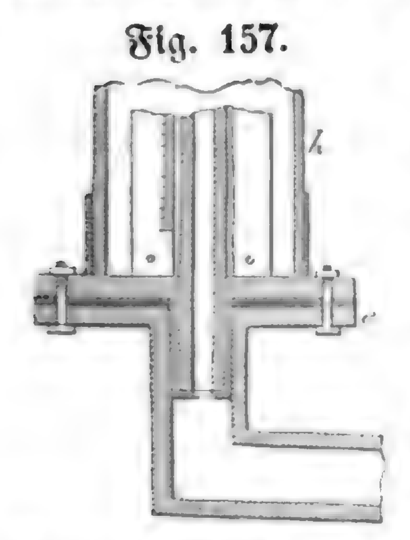
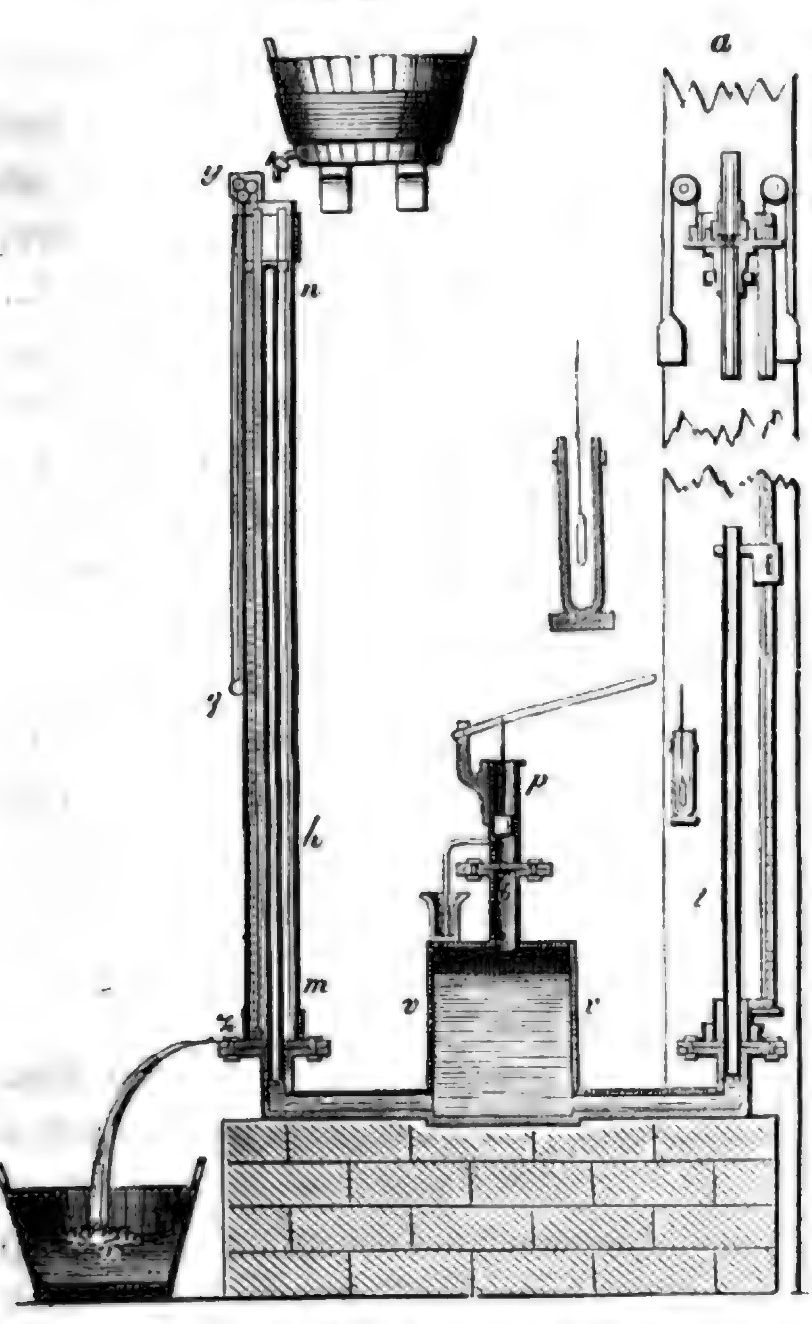


Fig. 158.



Passend angebrachte Thermometer gaben in jedem Augenblicke die Temperatur der verschiedenen Theile des Apparates an. Ein Barometer maß den atmosphärischen Druck an der Basis, ein anderes am Gipfel der Quecksilbersäule in der vertikalen Röhre.

Da bei gleichem Gewichte die Dichtigkeit der Gase im umgekehrten Verhältniß ihres Volumens steht, so läßt sich das Mariotte'sche Gesetz auch so ausdrücken: Die Dichtigkeit der Gase ist dem Drucke proportional, den sie auszuhalten haben. Unter dem Drucke einer Atmosphäre ist die Dichtigkeit der Luft $1/_{770}$ von der Dichtigkeit des Wassers, es wäre demnach ein Druck von 770 Atmosphären nöthig, um die Luft eben so dicht zu machen als das Wasser.

62 Durch diese Versuche ist die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes von einem Drucke von einer Atmosphäre bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären bewiesen, für einen Druck aber, welcher geringer ist als 1 Atmosphäre, kann man es mit Hülfe des folgenden Apparates bestätigen.

Eine etwas weite Glasröhre, welche oben in ein weiteres Gefäß endet und unten zugeschmolzen ist, wird in einem Gestelle so angebracht, daß sie vertikal steht. Sie wird etwa bis *c n* mit Quecksilber vollgegossen. Nun füllt man eine Barometerröhre, wie zum Toricelli'schen Versuche (Nr. 75), mit Quecksilber, jedoch nicht ganz voll, sondern nur so weit, daß noch etwa 3 bis 4 Centimeter nicht mit Quecksilber angefüllt sind. Verschließt man die Oeffnung mit dem Finger, kehrt sie dann um, so wird die Luftblase in den obern Theil der Röhre hinaufsteigen. Wenn man nun, wie beim Toricelli'schen Versuche, das untere Ende der Röhre in das Quecksilber des Gefäßes *c n* taucht und dann den Finger von der Oeffnung wegzieht, so wird die Quecksilbersäule im Barometerrohre bis auf einen bestimmten Punkt fallen. Man wird aber sogleich bemerken, daß der Gipfel der Quecksilbersäule nicht so hoch über *c n* steht, als die Barometerhöhe beträgt, weil ja im obern Theile unserer Röhre sich Luft befindet und kein Vacuum wie beim Barometer.

Fig. 159.

Wenn man die Röhre niederdrückt, so daß sie weiter und weiter in das Quecksilber des weiten Rohres hinabreicht, so wird das Volumen der oben eingeschlossenen Luft immer kleiner. Man drückt nun die Röhre so weit hinab, daß das Quecksilber im Rohre genau in der Höhe des Quecksilberspiegels *c n* steht. In diesem Falle steht die abgesperrte Luft genau unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Die Höhe der abgesperrten Luftsäule, welche dem Drucke einer Atmosphäre ausgesetzt ist, wird nun gemessen; sie betrage 5 Centimeter.

Zieht man das Rohr wieder in die Höhe, so vermehrt sich das Volumen der abgesperrten Luft, zugleich aber erhebt sich auch die Quecksilberkuppe über den Spiegel *c n*. Gesetzt, man habe das

Rohr so weit gehoben, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 10 Centimetern in der Röhre einnimmt, so wird die Höhe der Quecksilberkuppe über dem Spiegel *n c* gerade die Hälfte des im Augenblicke zu beobachtenden Barometerstandes seyn. Stände das Barometer auf 760^{mm}, so würde die Quecksilberkuppe gerade 380^{mm} über *c n* stehen.

Die Hälfte des atmosphärischen Druckes ist also durch die Quecksilbersäule, welche sich unter der abgesperrten Luft befindet, aufgehoben, und der Druck, welchen diese abgesperrte Luft auszuhalten hat, ist nur noch dem Drucke einer halben Atmosphäre gleich, ihr Volumen aber ist doppelt so groß als es war, da sie den Druck der ganzen Atmosphäre auszuhalten hatte.

Hebt man die Röhre so weit, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 15^{cm} in der Röhre einnimmt, daß ihr Volumen also 3mal größer geworden ist, so beträgt die Höhe der Quecksilbersäule in unserm Rohre $^2/_3$ der Barometerhöhe; die abgesperrte Luft hat also nur noch einen Druck von $^1/_3$ Atmosphäre auszuhalten.

Wenn diese Versuche genaue Resultate geben sollen, so muß die abgesperrte Luft vollkommen trocken seyn, was wohl am leichtesten durch etwas geschmolzenes Chlorcalcium erreicht wird, welches auf der Quecksilberkuppe schwimmt.

Barometrische Höhenmessung. Wenn die Luft keine elastische Flüssigkeit wäre, sondern sich in der Art wie Wasser verhielte, so wäre es ungemein einfach, Höhenmessungen mit dem Barometer anzustellen. Am Spiegel des Meeres sey zu irgend einer Zeit der Barometerstand 760^{mm}. Sobald man sich um 11,5 Meter erhebt, fällt das Barometer auf 759^{mm}; eine Luftsäule von 11,5 Meter Höhe hält also einer Quecksilbersäule von 1^{mm} Höhe das Gleichgewicht. 63

Man kann daraus die Dichte der Luft bestimmen, denn sie verhält sich zu der des Quecksilbers wie 1^{mm} zu $11,5^{m}$ oder wie 1 zu 11500, d. h. die Dichtigkeit der Luft ist $\frac{1}{11500}$ von der des Quecksilbers. Die Dichtigkeit der Luft ist demnach $\frac{13,6}{11500}$ d. h. nahe 0,0012 von der des Wassers, da das Wasser 13,6mal leichter ist als Quecksilber. Wenn sich nun die Luft wie Wasser verhielte, so wäre die Dichtigkeit aller über uns befindlichen Luftschichten eben so groß; man hätte sich nur abermals um 11,5 Meter zu erheben, damit das Barometer abermals um 1^{mm} sinkt, und wenn bei fortwährendem Steigen das Barometer um *n* Millimeter gefallen wäre, so hätte man sich um $n \times 11,5$ Meter erhoben. Allein die Luft ist elastisch; je geringer der Druck ist, welcher auf ihr lastet, desto weniger dicht ist sie; je höher wir also steigen, desto dünner wird die Luft.

Das Gesetz, nach welchem die Dichtigkeit der Luft bei fortwährendem Steigen abnimmt, und die Beziehungen, welche zwischen dem Barometerstande und den Erhebungen über den Boden stattfinden, lassen sich aus dem Mariotte'schen Gesetze entwickeln.

Es sey der Barometerstand an irgend einem Orte 760^{mm}. Wenn man um 11,5 Meter steigt, so sinkt das Barometer auf 759^{mm}, oder, was dasselbe ist, auf $760\frac{759}{760}$. Ohne merklichen Fehler können wir annehmen, daß die ganze Luftschicht von 11,5 Meter Höhe überall gleich dicht sey, wir können annehmen, daß sie so dicht sey als am Boden. Es sey *a*, Fig. 160, ein Punkt auf dem Boden, *b* ein Punkt, der um 11,5 Meter höher liegt, und jeder der folgenden Punkte, *c, d, e* u. s. w., sey immer wieder $11{,}5^m$ über dem nächst untern. Da die Dichtigkeit der Luft ihrem Drucke proportional ist, so ist die Luftschicht *b c* weniger dicht als die Luftschicht *a b*, und zwar werden sich die Dichtigkeiten dieser Schichten verhalten wie die Barometerstände in *a* und *b*, d. h. die Dichte der Schicht *b c* ist $\frac{759}{760}$ der Dichtigkeit der Schicht *a b*. Wenn man also von *b* nach *c* steigt, so sinkt das Barometer nicht abermals um 1^{mm}, sondern nur um $\frac{759^{mm}}{760}$.

Fig. 160.

h — $760\left(\frac{759}{760}\right)^7$
g — $760\left(\frac{759}{760}\right)^6$
f — $760\left(\frac{759}{760}\right)^5$
e — $760\left(\frac{759}{760}\right)^4$
d — $760\left(\frac{759}{760}\right)^3$
c — $760\left(\frac{759}{760}\right)^2$
b — $760\left(\frac{759}{760}\right)$
a — 760

Der Barometerstand in *c* ist demnach $760\frac{759^{mm}}{760} - \frac{759}{760} = \frac{759^2}{760} = 760\left(\frac{759}{760}\right)^2$. Auf dieselbe Weise können wir weiter schließen, daß sich die Dichtigkeiten der Schichten *b c* und *c d* verhalten wie die Barometerstände in *b* und *c*, daß also die Schicht *c d* $\frac{759}{760}$mal leichter ist als die Schicht *b c*. Wenn also die Schicht *b c* eine Quecksilbersäule von $\frac{759^{mm}}{760}$ tragen konnte, so kann die Schicht *c d* nur eine solche Säule von $\frac{759}{760} \times \frac{759}{760} = \left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter tragen, und wenn man sich von *c* bis *d* erhebt, so muß das Barometer um $\left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter fallen. In *d* ist also der Barometerstand $760\left(\frac{759}{760}\right)^2 - \left(\frac{759}{760}\right)^2 = 760\left(\frac{759}{760}\right)^3$.

Dies reicht hin, um das Gesetz zu übersehen: in e wird der Barometerstand $760\left(\frac{759}{760}\right)^4$, in f $760\left(\frac{759}{760}\right)^5$ seyn u. s. w.; wenn man sich also $n$mal 11,5 Meter über a erhebt, so ist der Barometerstand $760\left(\frac{759}{760}\right)^n$.

Bezeichnet man mit B den Barometerstand an irgend einem Orte, mit B' den Barometerstand an einer um die Längeneinheit höheren Stelle, und setzt man den Quotienten $\frac{B'}{B} = q$, so folgt aus unserer Betrachtung, daß der Barometerstand b an einem Orte, welcher m Längeneinheiten höher liegt, $b = Bq^m$ ist. Wenn man nun etwa an dem Fuße eines Berges den Barometerstand B, auf dem Gipfel den Barometerstand b beobachtet hat, so kann man aus dieser Gleichung den Werth von m entwickeln, denn es ist

$$q^m = \frac{b}{B}$$

also

$$m \log. q = \log. \frac{b}{B} = \log. b - \log. B.$$

und

$$m = \frac{\log. b - \log. B}{\log. q}.$$

Um aus beobachteten Barometerständen genau den Höhenunterschied zweier Orte zu bestimmen, hat man noch Correctionen, wegen der Temperatur und wegen der in der Luft enthaltenen Dünste, anzubringen, deren Betrachtung uns hier zu weit führen würde.

Da das Barometer an einem und demselben Orte schon fortwährend schwankt, so müssen die beiden Barometermessungen, aus welchen man den Höhenunterschied zweier Orte berechnen will, gleichzeitig angestellt werden.

Am sichersten läßt sich der Höhenunterschied zweier weit von einander entfernten Orte bestimmen, wenn man den mittleren Barometerstand für jeden derselben kennt.

Zu Höhenmessungen, bei welchen es nicht gerade auf außerordentliche Genauigkeit ankommt, läßt sich das von Magnus construirte oder auch das von Kopp angegebene Differenzialbarometer, welches auf demselben Principe beruht wie das August'sche, mit großem Vortheile anwenden, indem der Transport dieses Instrumentes weniger schwierig ist als der Transport eines Barometers.

Das Kopp'sche Differenzialbarometer ist, Fig. 161, in ¼ der natürlichen Größe dargestellt. Eine gerade cylindrische Glasröhre k ist durch ein etwas engeres Röhrchen mit einem Glasgefäße i verbunden. Dieses Glas-

gefäß ist oben hermetisch verschlossen, und durch die obere Fassung *e* geht eine dünnere Röhre *c d* hindurch. In der Röhre *k* läßt sich ein Lederkolben *f* auf- und niederschieben, welcher zwar nicht absolut luftdicht, aber doch quecksilberdicht schließt. Das Instrument ist in der Weise mit Quecksilber gefüllt, daß, wenn man den Kolben *f* aufzieht, fast alles Quecksilber aus dem Gefäße *i* in den Cylinder *k* tritt, wie es in Fig. 161 dargestellt ist. Die in dem Gefäße *i* enthaltene Luft communicirt auf diese Weise durch die Röhre *c d* mit der äußern Luft. Der Apparat, wie ihn Fig. 161 darstellt, ist auf eine geeignete Weise auf einem Brettchen befestigt.

Fig. 161.

Wenn man nun den Kolben allmälig niederdrückt, so dringt das Quecksilber wieder in das Gefäß *i* und steigt bald so weit, daß das untere Ende der Röhre *c d* verschlossen wird. Dadurch ist nun ein Luftquantum in *i* abgesperrt, welches gerade die Dichtigkeit der umgebenden Atmosphäre hat. Wenn man aber den Kolben *f* noch weiter niederdrückt, bis das Quecksilber eben die Spitze *a* berührt, welche von oben gerade so herunterragt, wie die Elfenbeinspitze in das Gefäß des Fortin'schen Barometers, so wird die abgesperrte Luft in einem Verhältnisse comprimirt, welches von den Dimensionen des Instrumentes und der Stellung der Spitze abhängt.

Nehmen wir an, die Drahtspitze stehe so, daß, wenn das Quecksilber bei *a* steht, die abgesperrte Luft auf $^3/_4$ ihres ursprünglichen Volumens comprimirt sey, so folgt aus dem Mariotte'schen Gesetze, daß das Quecksilber in der Röhre *c d* zu einer Höhe angestiegen seyn muß, welche $^1/_3$ des gerade statthabenden Barometerstandes ist.

Welches aber auch das Verhältniß seyn mag, in welchem die abgesperrte Luft comprimirt wird, wenn man das Quecksilber bis zur Spitze *a* hinaufpreßt, so ist doch klar, daß die durch diese Compression in der Röhre *c d* gehobene Quecksilbersäule dem Barometerstande proportional seyn muß, daß man also die wirkliche Barometerhöhe findet, wenn man die in der Röhre *c d* beobachtete Höhe mit einem constanten Factor multiplicirt, welcher für jedes Instrument dieser Art einen besondern Werth hat.

Nehmen wir an, das Instrument sey richtig eingestellt, und die Höhe der Quecksilbersäule in der Röhre *c d* betrage 72 Linien, während der gleichzeitig beobachtete Barometerstand 335 Linien ist, so verhalten sich die an diesem Instrumente beobachteten Quecksilbersäulen zu der entsprechenden Barometerhöhe wie 72 zu 335, und man findet also stets die Barometerhöhe, wenn man die am Differenzialbarometer beobachtete

Höhe der Quecksilbersäule mit $\frac{335}{72}$, oder, was dasselbe ist, mit 4,6527 multiplicirt.

Es ist allgemein

$$H = \alpha A,$$

wenn A die beobachtete Höhe des Differenzialbarometers, α den constanten Coëfficienten, der für jedes Instrument ein anderer ist und in unserm Beispiele 4,6527 war, und H die Barometerhöhe bezeichnet.

Wenn nun eine zweite Drahtspitze in das Gefäß i hineinragt, deren unteres Ende b etwas höher ist als a, so ist, wenn das Quecksilber bei b steht, die abgesperrte Luft noch stärker comprimirt als vorher, es wird also auch ein anderes Verhältniß zwischen der in $c\,d$ getragenen Quecksilbersäule und der Barometerhöhe stattfinden, der Coëfficient also, mit welchem man die über b stehende Säule, deren Höhe B seyn mag, multipliciren muß, um den Barometerstand H zu erhalten, hat auch einen andern Werth, β, als vorher, da das Quecksilber die Spitze a berührte; es ist demnach

$$H = \beta B.$$

Nehmen wir an, daß, wenn man bei einem Barometerstande von 335''' das Quecksilber mit b in Berührung bringt, alsdann die Höhe B 87''' betrage, so ist der beständige Coëfficient für diese Drahtspitze $\frac{335}{87} = 3,8505$.

Wenn die Coëfficienten richtig bestimmt sind, so müssen sich aus den Beobachtungen für die eine und für die andere Drahtspitze natürlich gleiche Werthe für den Barometerstand ergeben, und somit bieten die unmittelbar nach einander angestellten Beobachtungen mit der Spitze a und der Spitze b ein treffliches Mittel zur gegenseitigen Controle dar.

An der Röhre $c\,d$ sind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen ist die Spitze a, der der andern die Spitze b. Man hat die eine oder die andere Scala abzulesen, je nachdem man das Quecksilber bei a oder bei b einstellt.

Eine sehr sinnreiche Anwendung haben Leslie und Kopp von dem 64
Mariotte'schen Gesetze gemacht, um das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen. Leslie's Apparat hat folgende Einrichtung.

An dem oberen Ende einer an beiden Seiten offenen Barometerröhre ist ein weiteres Gefäß angebracht, welches mit dem Rohre selbst nur durch eine ganz feine Oeffnung in Verbindung steht. Wird nun die Röhre bis zu dieser Oeffnung in Quecksilber getaucht und alsdann das obere Gefäß luftdicht verschlossen, indem man eine ebene Platte auf den abgeschliffenen etwas breiten und mit Talg bestrichenen Rand desselben aufpreßt, so wird,

wenn man die Röhre in die Höhe zieht, die Luft aus dem Gefäße sich ausdehnen, indem sie zum Theil in die Röhre übergeht. Wenn man die Röhre gerade so weit aus dem Quecksilber hervorzieht, daß die in ihr gehobene Quecksilbersäule gerade halb so hoch ist als die Barometerhöhe, so ist in diesem Falle natürlich die Hälfte der Luft aus dem oberen Gefäße in die Röhre getreten, und das Volumen des mit Luft gefüllten Theiles der Röhre von *a*, Fig. 162, bis an die Oeffnung, welche die Röhre mit dem oberen Gefäße verbindet, ist dem Inhalte dieses Gefäßes gleich.

Fig. 162.

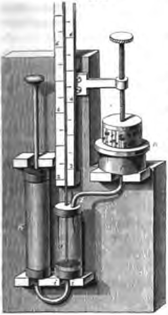
Wenn man nun den Versuch ganz in derselben Weise wiederholt, nachdem man irgend einen Körper in das obere Gefäß gebracht und es dann wieder durch die Platte luftdicht verschlossen hat, so wird man die Röhre weniger hoch emporheben dürfen, wenn die gehobene Quecksilbersäule wieder halb so hoch seyn soll als die Barometerhöhe, weil ja jetzt weniger Luft im Gefäße ist als vorher. Nehmen wir nun an, man habe die Röhre wirklich wieder so weit emporgezogen, daß die gehobene Quecksilbersäule wieder $^1/_2$ der Barometerhöhe betrage, und der Gipfel der Quecksilbersäule stehe nun bei *b*, so wird auch wieder die Hälfte der im Gefäße enthaltenen Luft in die Röhre getreten seyn, der mit Luft gefüllte Röhrentheil von oben bis *b* ist dem noch freien Raume des Gefäßes gleich; daraus ergiebt sich aber, daß der Inhalt des Röhrentheils zwischen *a* und *b* dem Volumen des in das obere Gefäß eingebrachten Körpers gleich ist.

Die Construction und Anwendung des Volumenometers von Kopp beruht auf denselben Principien wie die des Differenzialbarometers. Die Röhren *k* und *i* mit der Steigröhre, Fig. 163, entsprechen vollkommen den gleichbezeichneten Theilen in Fig. 161, enthalten ebenso Quecksilber, und wenn die übrigen Theile des Apparates, Fig. 163, fehlten, so hätte man eben ein Differenzialbarometer. Aus dem Gefäße *i* führt aber hier eine gebogene Röhre nach dem weiteren Glascylinder *r*, welche natürlich in *i* und *r* luftdicht münden muß. Der obere etwas breite Rand des Glascylinders *r* ist sorgfältig plan abgeschliffen, so daß man mit Hülfe von etwas Fett eine Glasplatte *n* luftdicht auffsetzen kann. Durch eine Schraube wird die Glasplatte auf den Rand von *r* aufgepreßt; der Druck dieser Schraube gegen die Glasplatte wird durch einen zwischen beide gelegten Korkstopfen vermittelt.

Wenn die Glasplatte *n* den Cylinder *r* luftdicht verschließt, so ist *r* eigentlich nichts als eine Erweiterung von *i*. Wenn man den Kolben in *k* so weit niederdrückt, daß eben das untere Ende *c* der Steigröhre von Quecksilber berührt wird, so ist in *l* und *r* ein bestimmtes Luftquantum abgeschlossen, und wenn man das Quecksilber weiter bis zur Drahtspitze *a* hin-

aufpreßt, so wird diese abgesperrte Luft comprimirt und in der Steigröhre eine dieser Compression entsprechende Quecksilbersäule gehoben.

Fig. 163.



Hätte man aber, bevor man die Glasplatte *n* auflegte, irgend einen Körper in den Cylinder *r* hineingelegt und dann dieselbe Operation wiederholt, so wäre, wenn das Quecksilber bei *c* steht, weniger Luft abgesperrt als vorher, und wenn nun das Quecksilber weiter bis *a* in die Höhe gepreßt wird, so ist diese geringere Luftmenge um dieselbe absolute Größe, nämlich um den Raum zwischen *c* und *a*, comprimirt worden; die abgesperrte Luft ist also jetzt stärker comprimirt als beim vorigen Versuche, in die Steigröhre muß also auch jetzt eine höhere Quecksilbersäule gehoben werden als vorher.

Da die Höhe der Quecksilbersäule, welche in der Steigröhre gehoben wird, von dem Volumen des Körpers abhängt, welchen man in den Cylinder *r* hineinlegt, so läßt sich auch aus der Höhe der gehobenen Quecksilbersäule das Volumen dieses Körpers ermitteln, wenn man alle hier influirenden Umstände gehörig in Rechnung bringt.

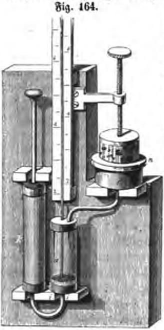
Wenn man pulverförmige oder flüssige Körper in den Cylinder *r* bringen will, so müssen sie in irgend einem Gefäße, welches man herausnehmen und hineinsetzen kann, enthalten seyn; man wählt dazu am besten ein Gefäß von Platin oder irgend einem andern nicht oxydirbaren Metalle, welches ungefähr die Gestalt von *r* selbst hat und auch nicht viel kleiner ist. Um das Volumen dieses Gefäßes nicht in Rechnung bringen zu müssen, wollen wir es als einen integrirenden Theil des Instrumentes ansehen.

Um vermittelst dieses Apparates leicht das Volumen der in den Cylinder *r* gebrachten Körper finden zu können, muß man das Volumen der Luft kennen, welches abgesperrt ist, wenn das Quecksilber eben bei *c* steht und sich in *r* das leere Platingefäß befindet; — dieses Volumen sey z. B. 15,07 Kubikcentimeter. Ferner muß das Volumen zwischen *c* und *b* bekannt seyn, um welches die Luft comprimirt wird; es sey 2,5 Kubikcentimeter.

Will man nun das Volumen irgend eines Körpers bestimmen, so hat man ihn in das Platingefäß zu legen und in *r* zu bringen, dann den Kolben von seiner höchsten Stellung aus niederzudrücken. In dem Moment,

in welchem die Oeffnung c durch das Quecksilber verschlossen wird, ist nun

Fig. 164.



ein Luftquantum x abgesperrt; drückt man den Kolben weiter nieder, bis das Quecksilber mit a in Berührung kommt, so ist das Luftvolumen x auf $x - 2,5$ K. C. comprimirt. Die dadurch in der Steigröhre gehobene Quecksilbersäule sey nun z. B. 90 Linien hoch, während der Barometerstand 336''' ist, so hat offenbar jetzt die comprimirte Luft einen Druck von $336 + 90 = 426'''$ auszuhalten, sie ist also im Verhältniß von 426 zu 336 comprimirt worden, und daraus ergiebt sich

$$426 : 336 = x : x - 2,5,$$

und aus dieser Gleichung findet man $x = 11,72$.

Nun weiß man aber, daß, wenn das Platingefäß leer wäre und das Quecksilber bei c stände, das abgesperrte Luftvolumen 15,07 K. C. betragen würde, folglich ist das Volumen des fraglichen Körpers $15,07 - 11,72 = 3,35$ Kubikcentimeter.

Setzen wir allgemein den Barometerstand gleich B, die in der Steigröhre beobachtete Quecksilberhöhe gleich h, das Volumen zwischen a und c gleich v, und setzen wir diese allgemeinen Werthe an die Stelle der entsprechenden Zahlenwerthe obiger Proportion, so ist

$$B + h : B = x : x - v \quad \ldots\ldots 1)$$

und aus dieser Proportion läßt sich x bestimmen. Ist aber x gefunden, so berechnet man leicht das Volumen R des fraglichen Körpers, denn es ist

$$R = V - x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

wo V das Volumen bezeichnet, welches abgesperrt ist, wenn sich in r nur das leere Platingefäß befindet und das Quecksilber eben die Oeffnung c verschließt; der Werth von V war in unserm speciellen Falle 15,07.

Die Werthe von V und v sind für ein und dasselbe Instrument constante Größen, welche aber natürlich von einem Instrumente zum andern variiren. Sie müssen für jedes Instrument mit möglichster Sorgfalt bestimmt werden.

Um die Constanten V und v zu bestimmen, verfährt man folgendermaßen. Man setzt das Platingefäß leer ein, treibt das Quecksilber bis a und beobachtet die Höhe der Quecksilbersäule in der Steigröhre. Sie betrage z. B. 65,5''', während der Barometerstand 336''' war, so hat man offenbar

$$v : V = 65,5 : 401,5.$$

Digitized by Google

Jetzt füllt man eine bestimmte Menge Wasser, etwa 4 Gramme, welche gerade 4 K. C. einnehmen, in das Platingefäß und wiederholt denselben Versuch. Natürlich ist jetzt die Quecksilbersäule in der Steigröhre höher; sie sey 95,5''', so hat man

$$v : V - 4 = 95{,}5 : 431{,}5;$$

aus den beiden Proportionen ergiebt sich v und V. Wenn man die Rechnung ausführt, findet man die Werthe der Constanten, so wie wir sie wirklich bei obigen Rechnungen zu Grunde legten.

Es hat wohl keine Schwierigkeit, nach diesem Beispiele den Werth von V und v zu berechnen, wenn man für den Barometerstand und die beiden Höhen der Säulen in der Steigröhre andere Werthe beobachtet hätte.

Eine zweite Drahtspitze b dient zu Controlversuchen. An der Steigröhre sind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen ist a, der der andern aber b. Die Höhe der Steigröhre beträgt etwa 16 Zoll.

Für solche Substanzen, welche bei höherm Drucke eine größere Quantität Luft absorbiren, wie dies z. B. bei der Kohle der Fall ist, läßt sich natürlich auch dieses Instrument nicht anwenden.

Hat man mit Hülfe des Kopp'schen Volumeters das Volumen und durch die Wage das absolute Gewicht des zu untersuchenden Körpers bestimmt, so ist sein specifisches Gewicht leicht zu berechnen.

Die folgende Tabelle enthält das specifische Gewicht einiger Körper, wie es Kopp mit Hülfe seines Instrumentes bestimmte.

Körper	Spec. Gewicht	Körper	Spec. Gewicht
Bimstein (gepulvert) . .	2,15	Holzfaser von Lindenholz	1,13
Asche von Buchenholz .	2,85	Holzfaser von Tannenholz	1,16
Stärkemehl	1,56	Holzfaser von Nußbaumholz	1,17
Flachs	1,45	Holzfaser von Birnbaumholz	1,23
Seide (rohe Coconfäden)	1,56	Holzfaser von Eichenholz	1,27
Baumwolle	1,27	Holzfaser von Buchenholz	1,29

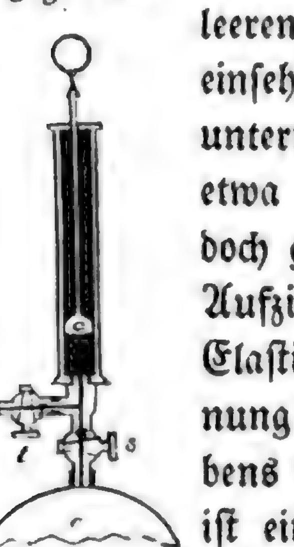
Um das specifische Gewicht der Holzfaser zu erhalten, war das Holz fein geraspelt und scharf getrocknet worden. Man sieht hier, daß das specifische Gewicht der Holzfaser weit größer ist als das eines massiven Holzstücks, daß also das Holzstück ein Aggregat von Holzfaser und Luft ist.

Die Luftpumpe. Zu den unentbehrlichsten und wichtigsten Instrumenten des Physikers gehört die Luftpumpe, welche seit ihrer Erfindung durch Otto von Guericke mancherlei Veränderungen und Verbesserungen erfahren hat. Wir wollen sie zunächst in einer möglichst einfachen Gestalt kennen lernen und deshalb die kleinen Luftpumpen betrachten, wie sie jetzt in allen chemischen Laboratorien gebraucht werden. 65

Denken wir uns einen hohlen Cylinder, welcher unten vollständig ver-

schlossen ist und auf dessen Boden ein Kolben *c* fest aufsitzt. Wenn nun der Kolben mit Gewalt in die Höhe gezogen wird, so bildet sich in der That unterhalb des Kolbens ein luftleerer Raum, vorausgesetzt, daß der Kolben luftdicht an die Wände des Cylinders anschließt. Mit diesem leeren Raume ist aber nichts anzufangen, weil man nicht hineinsehen und nichts hineinbringen kann. Wenn aber aus dem untern Theile des Cylinders ein Kanal nach einem Raume, etwa einem Ballon *e* führt, der zwar mit Luft gefüllt, aber doch gegen die äußere Luft völlig abgeschlossen ist, so wird beim Aufziehen des Kolbens ein Theil der Luft aus *e* vermöge ihrer Elasticität in den Cylinder treten, und somit eine Luftverdünnung in *e* entstehen. Damit aber beim Niedergang des Kolbens die Luft nicht wieder in den Raum *e* zurücktreten kann, ist ein Hahn *s* angebracht, mittelst dessen man nach Belieben die Verbindung zwischen *e* und dem Cylinder unterbrechen und wieder herstellen kann. Dieser Hahn *s* wird geschlossen, sobald der Kolben oben angekommen ist. Drückt man nun den Kolben nieder, so wird dabei nur die Luft im Cylinder comprimirt werden, wenn man ihr keinen Ausweg verschafft; diesen erhält man aber dadurch, daß man einen zweiten Hahn, *t*, öffnet. Wenn der Kolben unten angekommen ist, wird *t* wieder geschlossen, *s* geöffnet, und ein abermaliges Aufziehen des Kolbens bringt eine neue Verdünnung in *e* hervor. Durch öftere Wiederholung dieser Operationen kann man eine bedeutende Verdünnung in *e* hervorbringen.

Fig. 165.



In der eben angegebenen Form ist aber der Apparat in mancher Beziehung unbequem. Zunächst ist das fortwährende Oeffnen und Schließen von zwei Hähnen äußerst lästig. Der Hahn *t* aber läßt sich dadurch vermeiden, daß man im Kolben selbst ein Ventil anbringt, welches sich beim Aufziehen schließt und beim Niedergang öffnet. Der untere Theil des Kolbens besteht aus einer Messingplatte mit einer Schraube, welche in ein Stück Messing, *c c*, eingeschraubt wird. Die Schraube ist der Länge nach durchbohrt, und oben wird ein Stück Taffet, *r*, aufgebunden, welches die Oeffnung *o* bedeckt. In dem Messingstücke, in welches die Schraube eingeschraubt ist, befindet sich eine Oeffnung *b*. Beim Aufziehen des Kolbens drückt die Luft im obern Theile des Cylinders durch die Oeffnung *b* auf das Stück Taffet und preßt es fest auf die Oeffnung *o*; der Kolben wirkt also beim Aufziehen gerade so, als ob er massiv wäre; die Luft tritt also aus dem Raume *e* durch den geöffneten Hahn *s* in den untern Theil des Cylinders; wenn aber, nachdem der Hahn *s*

Fig. 166.

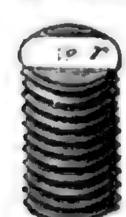
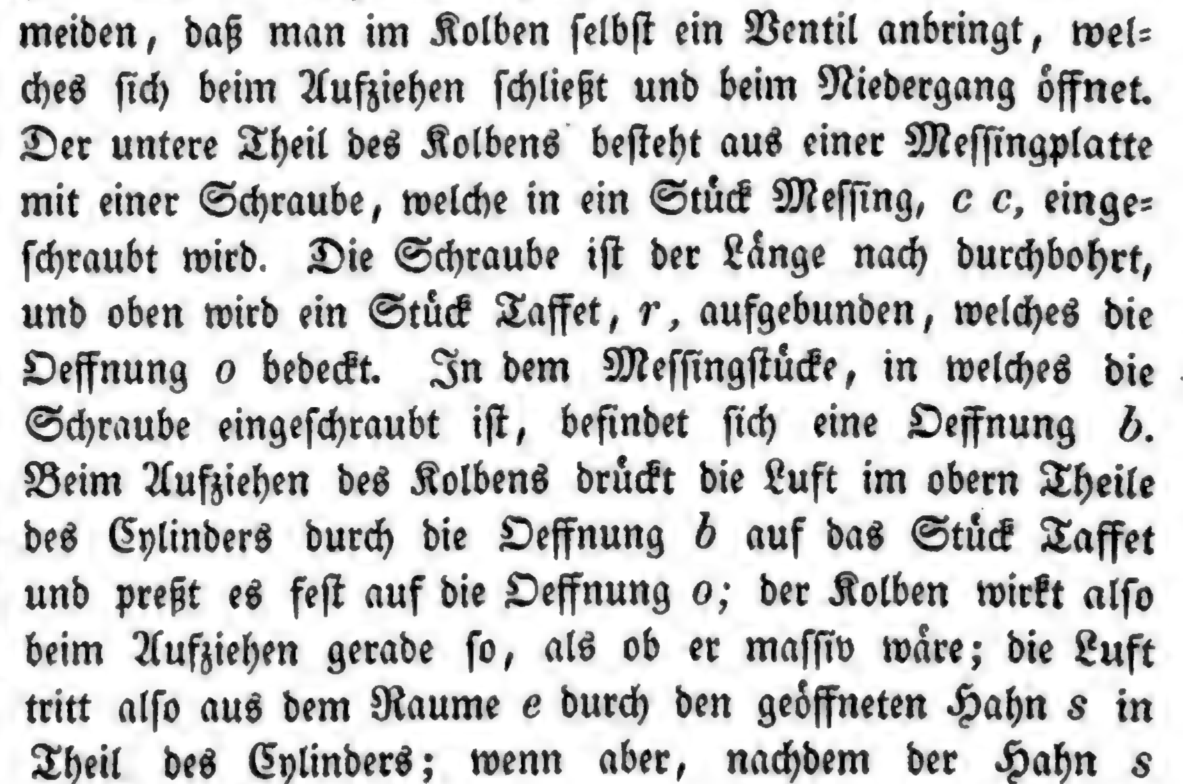


Fig. 167.



geschlossen ist, der Kolben wieder niedergedrückt wird, so wird die Luft im untern Theile des Cylinders comprimirt, sie hebt das Ventil *r* und entweicht durch die Oeffnung *b* im obern Theile des Cylinders.

Das Messingstück *c* steckt in einem Korke, welcher rund herum mit einem feinen Leder umgeben ist. Dieses Leder wird durch die Elasticität des Korkes an die Wände des Cylinders angepreßt.

Fig. 168.

Der Hahn *s* wird ebenfalls entbehrlich, wenn ein zweites Ventil da angebracht ist, wo der nach dem Cylinder führende Kanal in den Cylinder mündet. Dieses Ventil öffnet sich beim Aufziehen des Kolbens und schließt sich beim Niedergang.

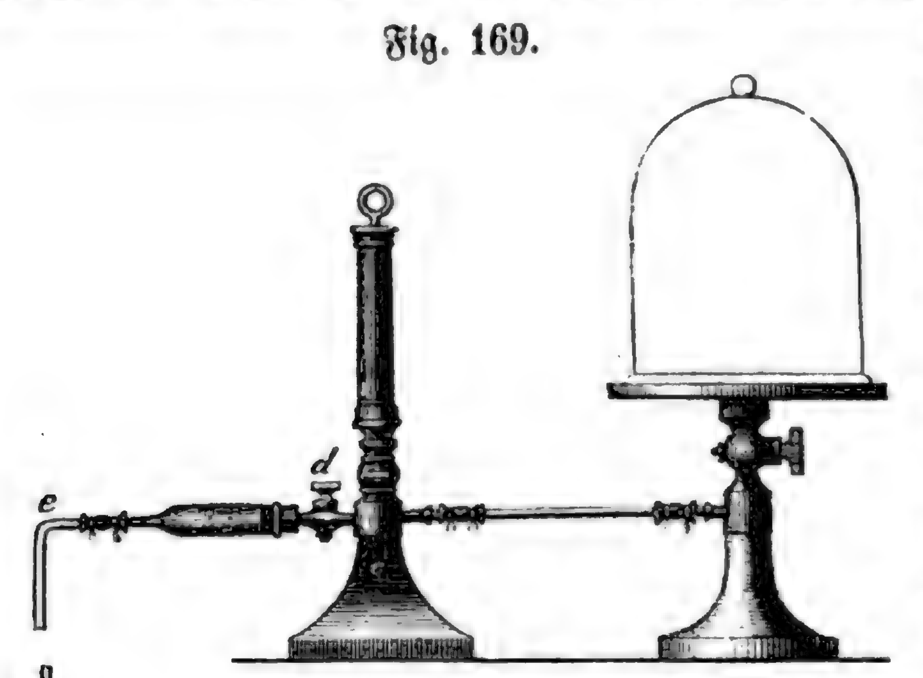
Die beistehende Figur zeigt eine nach Gay-Lussac's Angaben sehr zweckmäßig construirte kleine Handluftpumpe in $1/3$ der natürlichen Größe. Vom untern Ende des Cylinders geht der Kanal vertikal herunter bis auf einen horizontal laufenden Kanal *a b*. Der Hahn bei *d* sey geschlossen, bei *a* aber der Recipient angeschraubt, welcher luftleer gemacht werden soll, so wird beim Aufziehen des Kolbens ein Theil der Luft durch den erst wagerecht, dann vertikal gerichteten Kanal in den Cylinder treten und beim Niederdrücken des Kolbens durch das Kolbenventil entweichen. Wenn man die Luft wieder in den Recipienten hineinlassen will, so hat man nur den Hahn bei *d* zu öffnen.

Vermittelst der Schraube *f* wird die Luftpumpe auf einen Tisch oder auf ein an dem Tische befestigtes Brett angeschraubt, damit sie während des Gebrauchs gehörig feststeht.

Mit dem Namen des Recipienten bezeichnet man den Raum, welcher luftleer gemacht werden soll. Für die meisten Versuche mit der Luftpumpe ist die geeignetste Form des Recipienten eine Glasglocke, deren unterer etwas breiter Rand vollkommen eben abgeschliffen seyn muß, damit sie auf den ebenfalls ganz eben abgeschliffenen Teller so aufpaßt, daß zwischen dem Teller und der Glasglocke keine Luft eindringen kann. Ein vollkommner Verschluß ist jedoch nur dadurch hervorzubringen, daß man den Rand der Glasglocke, bevor man sie auf den Teller setzt, mit Talg beschmiert. In Fig. 169 sieht man, wie ein solcher Recipient mit der kleinen Luftpumpe in Verbindung gebracht wird. Von der Mitte des Tellers geht nämlich ein Kanal vertikal herunter und läuft dann durch eine kurze

horizontale Röhre weiter. An das Ende dieses kurzen horizontalen Röhrenstücks wird mit Hülfe eines Kautschuck-Röhrchens ein Glasrohr angesetzt, welches auf der andern Seite ebenfalls durch eine Kautschuck-Röhre an die Luftpumpe befestigt ist.

Fig. 169.



Den Grad der Luftverdünnung, welchen man durch Auspumpen hervorgebracht hat, kann man durch eine sogenannte Barometerprobe messen. Für die kleinen Handluftpumpen ist die Barometerprobe so eingerichtet, wie die Fig. 169 zeigt. Eine etwa 30 Zoll lange Glasröhre *e* taucht mit ihrem untern Ende in ein Gefäß voll Quecksilber; oben ist sie umgebogen und mittelst eines kurzen, weitern Röhrenstücks an die Pumpe befestigt. Wenn der Hahn *d* geöffnet ist, so steigt das Quecksilber in die Röhre, und zwar um so höher, je weiter die Verdünnung getrieben wird. Wenn es möglich wäre, einen ganz luftleeren Raum durch die Luftpumpe zu erzeugen, so würde die im Rohre *e* gehobene Quecksilbersäule der Barometerhöhe gleich seyn.

Mit gut construirten Luftpumpen dieser Art kann man die meisten Luftpumpenversuche anstellen, welche nicht einen gar zu großen Recipienten oder eine sehr rasche und vollständige Evacuirung erfordern. Deshalb sind diese Luftpumpen allen Lehranstalten zu empfehlen, deren Mittel zur Anschaffung einer gut gearbeiteten großen Luftpumpe nicht ausreichen, namentlich wenn sie vier-, fünf- bis sechsmal so groß ausgeführt sind, als Fig. 168 zeigt.

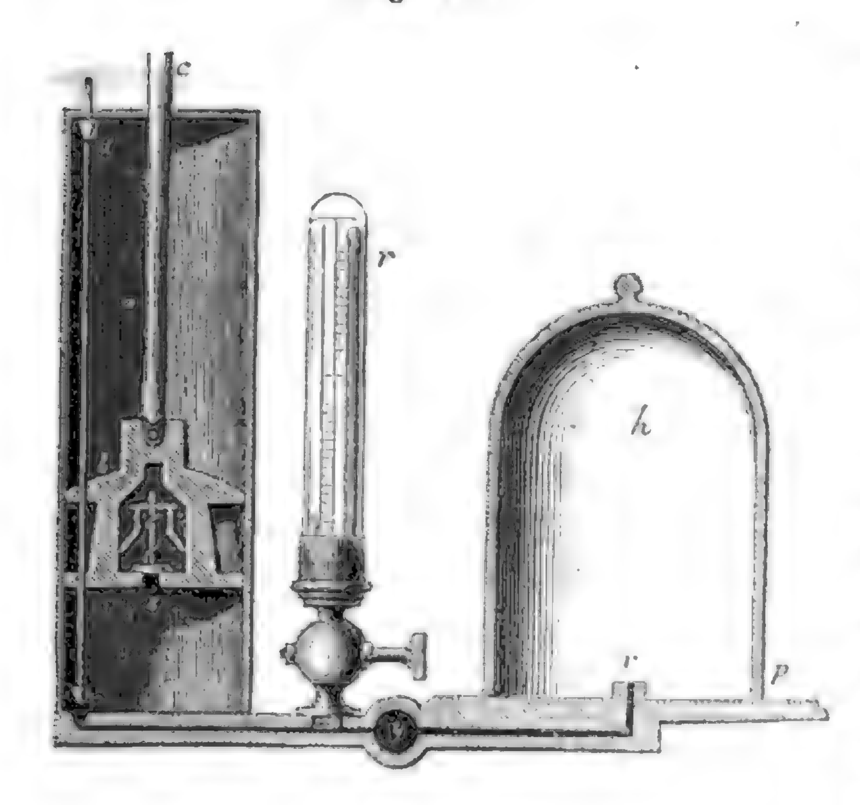
Diese kleinen Luftpumpen werden vorzüglich gut von verschiedenen Mechanikern in Berlin verfertigt.

Größere Luftpumpen hat man in sehr verschiedenen Formen construirt, obgleich bei allen dieselben Principien zu Grunde liegen, wie bei den oben beschriebenen kleinen Luftpumpen. Wir wollen hier eine der vorzüglichsten Einrichtungen näher betrachten.

In einem Cylinder *a*, Fig. 170, welcher sehr vollkommen gearbeitet seyn muß, bewegt sich der Kolben *b* mittelst der Stange *c*. In allen Stellungen muß er vollkommen luftdicht schließen, d. h. zwischen dem Kolben und dem Cylinder darf keine Luft entweichen.

Im Kolben befindet sich ein Ventil *s*, welches sehr leicht gehen muß und sich von unten nach oben öffnet. Es hebt sich, wenn der Druck von unten stärker ist als der von oben, außerdem aber bleibt es hermetisch verschlossen.

Fig. 170.



Die Stange *ed* ist das Ventil für den Cylinder. Wenn der Kolben gehoben wird, so wird die ganze Stange gehoben, bald aber stößt der Absatz *d* an die obere Platte des Cylinders, und der Kolben bewegt sich nun mit einiger Reibung längs der ganzen Stange hin. Sobald der Kolben niedergeht, wird der abgestumpfte Kegel *e* in die unter ihm befindliche conische Oeffnung gedrückt, so daß die obere Fläche des Kegels *e* mit dem Boden des Cylinders in eine Ebene zusammenfällt und der Kolben sich also vollkommen auf diesen Boden aufsetzen kann.

Von der erwähnten conischen Oeffnung geht ein Kanal bis *v*. Hier befindet sich eine Schraube, an welche man Ballons oder sonstige Recipienten, die man luftleer machen will, anschrauben kann.

Die Schraube *v* befindet sich in der Mitte des Tellers *p*, auf welchen man die Glocke *h* setzen kann.

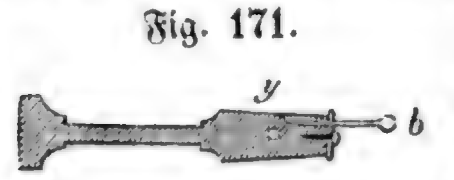
Nehmen wir an, der Kolben säße auf der untern Platte des Cylinders. Würde er nun gehoben, so entstände ein luftleerer Raum, wenn alle Ventile geschlossen blieben; aber das Ventil bei *e* wird geöffnet, und die Luft aus der Glocke strömt zum Theil in den Cylinder über. Dadurch aber ist auch die Luft in der Glocke und in dem Kanal der Glocke verdünnt, das Ventil *s* im Kolben muß also verschlossen bleiben. Beim Niedergang des Kolbens wird das Ventil bei *e* alsbald geschlossen, also der Luft im Cylinder der Rückweg nach der Glocke abgeschnitten. Die so abgeschlossene Luft muß durch das Ventil *s* vollständig entweichen, bis der Kolben auf dem Boden des Cylinders ankommt. Ein abermaliges Aufziehen des Kolbens bringt eine neue Verdünnung in der Glocke hervor. Man begreift wohl, daß man auf diese Weise niemals einen absolut luftleeren Raum unter der Glocke hervorbringen kann, wie lange man auch die erwähnte Operation fortsetzen mag, weil ja durch jeden neuen Kolbenzug die unter der Glocke vorhandene Luft nur von neuem verdünnt wird; man kann es jedoch

leicht dahin bringen, daß die noch übrige Luft nur noch eine Spannkraft von zwei Millimetern hat. Je nachdem das Volumen des Recipienten klein oder groß ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders, ist kürzere oder längere Zeit erforderlich, um einen bestimmten Grad von Verdünnung hervorzubringen.

Wenn gehörig ausgepumpt ist, so ist dem atmosphärischen Drucke, welcher auf den Kolben wirkt, durch keinen Gegendruck im Innern das Gleichgewicht gehalten. Um den Kolben zu heben, hat man eine Kraftanstrengung von 1,033ᵏ für jedes Quadratcentimeter seiner Oberfläche anzuwenden, und außerdem hat man noch die Reibung zu überwinden. Bei Luftpumpen mit zwei Cylindern hebt sich der Druck auf den einen Kolben gegen den Druck auf, welcher auf dem andern lastet, und so bleibt also nur noch die Reibung zu überwinden.

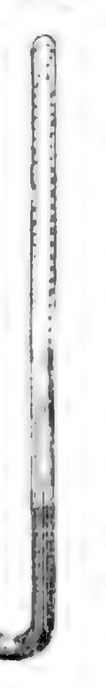
In dem Kanale, welcher den Recipienten mit dem Stiefel verbindet, ist ein sogenannter Wechselhahn, *y*, angebracht, d. h. ein Hahn, welcher zwei Oeffnungen hat, eine gewöhnliche gerad durchgehende Oeffnung, welche während des Auspumpens den Recipienten mit dem Stiefel verbindet, und eine Seitenöffnung, welche durch einen metallenen Stöpsel *b* verschlossen und dem Stiefel zugekehrt ist, wenn der Recipient abgesperrt bleiben soll. Will man wieder Luft in den Recipienten einlassen, so dreht man den Hahn so, daß die Seitenöffnung dem Recipienten zugekehrt ist, und zieht den Metallstöpsel heraus.

Fig. 171.



Bei diesen Luftpumpen ist die Barometerprobe in der Regel von etwas anderer Einrichtung als die vorher erwähnte. Gewöhnlich ist sie ein abgekürztes Barometer, welches in eine lange, enge Glocke *r*, Fig. 170, eingeschlossen ist, die mit dem Kanal der Maschine in Verbindung steht. Diese Verbindung kann mittelst eines Hahnes willkürlich unterbrochen und wieder hergestellt werden. Fig. 172 stellt eine isolirte Barometerprobe von 7 Zoll Länge dar. Das Quecksilber füllt den zugeschmolzenen Schenkel ganz aus und beginnt erst zu sinken, wenn der auf den offenen Schenkel wirkende Luftdruck bis auf $\frac{1}{4}$ Atmosphärendruck reducirt ist. Ist dieser Grad von Verdünnung erreicht, so giebt die Barometerprobe stets den Druck der Luft im Recipienten an, welcher der Differenz im Stande der beiden Quecksilberkuppen gleich ist. Sobald man wieder Luft zuläßt, treibt der Druck derselben das Quecksilber mit Gewalt in die verschlossene Röhre zurück; man muß deshalb das Einströmen mäßigen, damit der Gipfel der Glasröhre nicht durchgeschlagen wird.

Fig. 172.



Figur 173 stellt eine vollständige zweistiefelige Luftpumpe dar. Die beiden Kolbenstangen sind gezahnt und greifen in dasselbe Getriebe ein; wenn die eine steigt, geht die andere nieder, und diese alternirende Bewegung wird durch die Drehung einer Kurbel in alternirender Richtung hervorgebracht.

Fig. 173.

Wie vollkommen man auch alle Theile der Luftpumpe ausarbeiten mag, so ist es doch nicht möglich, den Kolben so zu machen, daß, wenn er auf dem Boden des Stiefels sitzt, sich nun gar kein Raum mehr zwischen dem Kolben und dem Stiefelboden befände. Ja, selbst wenn der Kolben absolut genau auf den Boden paßte, so ist noch ein namhafter Raum unmittelbar unter der untern Fläche des Kolbenventils. Wenn nun beim Niedergang des Kolbens das Kolbenventil sich hebt, um die zusammengepreßte Luft entweichen zu lassen, so bleibt immer noch in dem erwähnten schädlichen Raume etwas Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre zurück. Denken wir uns nun für einen Augenblick während des Aufsteigens des Stiefels den Recipienten abgeschlossen, so wird sich die Luft des schädlichen Raumes in dem ganzen Stiefelraume verbreiten, und ihre Dichtigkeit wird sich nun zur Dichtigkeit der atmosphärischen Luft gerade so verhalten, wie das Volumen des schädlichen Raumes zum Volumen des ganzen Stiefels. Wenn nun die im Recipienten zurückgebliebene Luft auch schon bis zu diesem Grade verdünnt ist, so ist klar, daß durchaus keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen kann, wenn auch eine Verbindung zwischen beiden besteht, und somit ist denn die Gränze der Luftverdünnung mittelst einer gewöhnlichen Luftpumpe gegeben. Hat man einmal diesen Punkt erreicht, so ist alles fernere Pumpen nutzlos, die Barometerprobe bleibt stationär.

Babinet hat eine sehr sinnreiche Verbesserung erdacht, vermittelst welcher man im Stande ist, die Luftverdünnung noch weit über diese Gränze hinauszutreiben. Der Hahn *r*, Fig. 174, welcher zwischen den beiden Stiefeln etwas unter ihrer Basis angebracht ist, hat vier Oeffnungen, *s, t, u, v*, Fig. 175 und 176. Die erste und zweite gehen durch, die Richtung der einen steht rechtwinklig auf der der andern, die dritte, *v*, parallel mit *s*, geht nur bis zur Mitte des Hahns und mündet in der Oeffnung *t*. Die vierte endlich, *u*, läuft parallel mit der Längenaxe des Hahns und geht ebenfalls bis auf die durchgehende Oeffnung *t*, sie ist also mit *t* und mit *v* in Verbindung. Am Boden des Pumpenstiefels *a*

beginnt mit dem Loche, in welches das conische Ventil paßt, ein gekrümmter Kanal, welcher bei *b* in die Löcher des Hahns *r* mündet; am Boden des Stiefels *a* beginnt ein zweiter Kanal, der bei *e* zum Hahn führt. Anfangs steht der Hahn so, daß die Oeffnung *s* vertikal steht, Fig. 175, und die Oeffnung *t* die Kanäle bei *b* und *c* verbindet. In dieser Stellung ist Alles gerade so, als ob der Hahn gar nicht vorhanden wäre. Diese Stellung behält er aber unverändert bei, bis die Barometerprobe stabil geworden ist. Nun wird der Hahn durch eine Viertelumdrehung so gestellt, daß die Oeffnung *s* die beiden Stiefel verbindet und der Stiefel *a* durch *v* mit dem Recipienten verbunden ist. Wenn nun der Kolben in dem Stiefel *d* auf dem Boden sitzt, so ist im schädlichen Raume dieses Kolbens Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre; beim Aufziehen des Kolbens kommt *a* mit *d* in Verbindung, während *a* durch den Verschluß seines Bodenventils vom Recipienten abgesperrt wird. Während der Kolben in *d* in die Höhe geht, verbreitet sich aber nicht nur die Luft des schädlichen Raumes in diesem Stiefel, sondern alle Luft im Stiefel *a* wird auch noch hinübergeschafft; wenn sich demnach beim abermaligen Niedergange des Kolbens das Bodenventil von *d* wieder schließt, so bleibt im schädlichen Raume von *a* Luft, welche bei weitem dünner ist als die atmosphärische; es entsteht also in *a* eine weit größere Verdünnung als vorher, und in *d* entweicht nun nochmals eine Portion Luft, welche ohne den Babinet'schen Hahn nicht hätte hinausgeschafft werden können. Ein abermaliger Auf- und Niedergang des Kolbens in *a* schafft wieder eine abermalige Luftportion fort, und so kann man nach mehrmaligem Kolbenspiele eine neue Gränze der Verdünnung erreichen, welche weit über die oben besprochene hinausgeht.

Fig. 174.

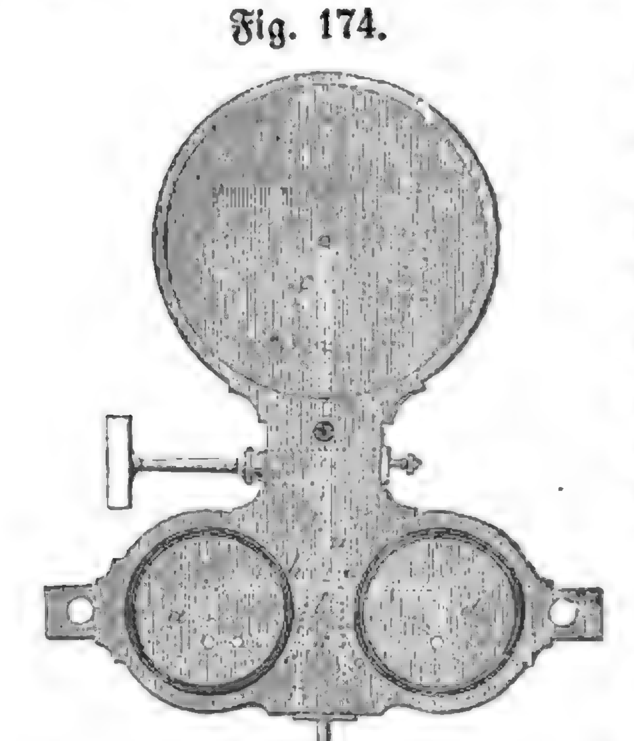


Fig. 175. Fig. 176.

Otto von Guericke machte mit seiner Maschine den merkwürdigen Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln, welcher darin bestand, eine Hohlkugel von Metall, deren Hälften nur einfach aufeinandergesetzt waren, luftleer zu machen. Ehe sie luftleer gemacht ist, sind die beiden Hälften leicht zu trennen, wenn aber im Innern keine Luft mehr vorhanden ist, um dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten, so halten

sie außerordentlich stark zusammen. Mag z. B. der Radius der Kugel nur 1 Decimeter seyn, so beträgt der Querschnitt der Kugel 314 Quadratcentimeter, und demnach ist der äußere Druck, welcher die Hälften zusammenpreßt, mehr als 314^k. Um den Contact vollständiger zu machen, werden die Ränder der Halbkugeln, welche auf einander gesetzt werden, mit Fett beschmiert, wie eine Glocke, bevor man sie auf den Teller setzt; ein Hahn, welcher während des Auspumpens geöffnet ist, wird, bevor man die zusammengedrückten Halbkugeln von der Luftpumpe abgeschraubt, geschlossen, um den Wiedereintritt der Luft zu verhindern.

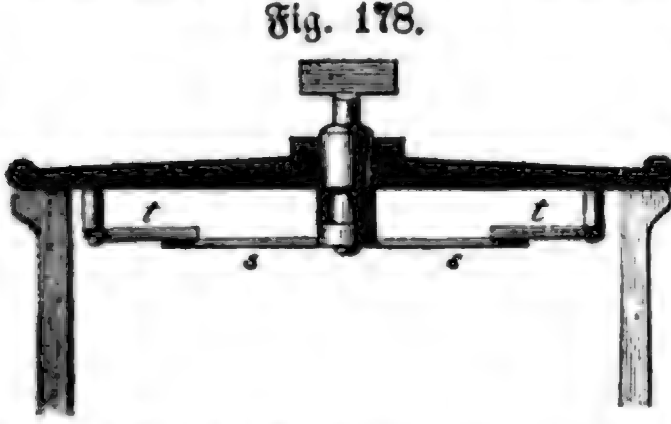
Fig. 177.

Man gebraucht die Luftpumpe zu mancherlei Versuchen. Man zeigt z. B., daß brennende Körper im luftleeren Raume verlöschen; daß der Rauch wie ein schwerer Körper zu Boden fällt; daß Luft im Wasser gleichsam aufgelöst ist; daß sich eine Luftschicht zwischen den Flüssigkeiten und den Wänden der Gefäße befindet, in welchen sie enthalten sind, denn diese Luftschicht zeigt sich durch eine Menge kleiner Bläschen, welche in dem Verhältniß wachsen, als der Luftdruck abnimmt. Mit Hülfe der Luftpumpe kann man kaltes Wasser zum Kochen bringen u. s. w.

Von einigen Versuchen mit der Luftpumpe war schon früher die Rede, von andern wird noch später die Rede seyn; es bleibt hier nur noch der Fallversuch im leeren Raume zu betrachten übrig, welcher schon oben erwähnt wurde.

Ein ungefähr ein Meter hoher Glascylinder, welcher etwa 12^{cm} Durchmesser hat und dessen oberer und unterer Rand sorgfältig abgeschliffen ist, wird auf den Teller der Luftpumpe gesetzt; die obere Oeffnung des Cylinders ist aber ebenfalls, wie beistehende Figur zeigt, durch eine Metallplatte verschlossen, welche vermittelst etwas Fett luftdicht auf dem abgeschliffenen Glasrande sitzt. Durch die Mitte dieser Platte geht ein luftdicht schließender Metallconus, ungefähr wie ein Hahn geformt, den man nach Belieben umdrehen kann. Mit diesem Metallconus drehen sich aber zwei an seinem untern Ende befestigte horizontale Stäbchen *s*. Auf jedem dieser Stäbchen ruht ein Metallplättchen *t*, welches mittelst eines horizontalen Stiftes, um den es sehr leicht drehbar seyn muß, am untern Ende eines von der Metallplatte herabragenden Stäbchens befestigt ist. Wenn die Stäbchen *s* so weit aus ihrer hier dargestellten Lage gedreht werden, daß die Plättchen *t* nicht mehr durch sie unterstützt sind, so klappen diese

Fig. 178.



um, und was man etwa daraufgelegt hatte, fällt herab. Es ist gut, wenn die beiden Teller *t* nicht gleichzeitig umklappen. Man legt dann auf jeden Teller ein Metallstück und eine kleine Flaumfeder. Läßt man nun den einen Teller umklappen, ehe man ausgepumpt hat, so fällt das Metallstück weit rascher als die Feder. Nun aber wird ausgepumpt, und wenn man nun das zweite Tellerchen umklappen läßt, so fällt die Feder eben so schnell wie das Metallstück.

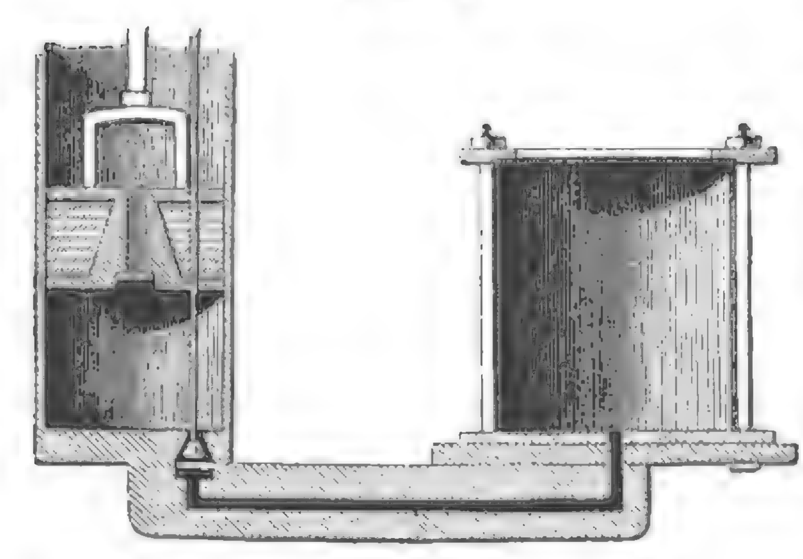


Fig. 179.

66 **Compressionspumpe.** Die Compressionspumpe dient dazu, die Luft zu verdichten. Sie unterscheidet sich von der Luftpumpe wesentlich dadurch, daß sich die Ventile nach entgegengesetzter Richtung öffnen und schließen, wie man aus Fig. 179 sieht. Wenn der Kolben niedergeht, so comprimirt er die Luft und treibt sie in den Recipienten; wenn er aufsteigt, so öffnet die äußere Luft das Kolbenventil und dringt in den Stiefel, während die comprimirte Luft im Recipienten das Bodenventil des Stiefels geschlossen hält. Ein abermaliges Niederdrücken des Kolbens öffnet wieder das Bodenventil und schließt das Kolbenventil, eine neue Portion Luft wird in den Recipienten gepreßt u. s. w.

Die Barometerprobe der Compressionsmaschine ist eine gerade, oben geschlossene Röhre, welche mit Luft gefüllt und mit ihrem untern offnen Ende in ein Gefäß mit Quecksilber eingetaucht ist. Beim Beginne des Versuchs steht die Luft in der Röhre unter dem Drucke einer Atmosphäre, wenn das Niveau des Quecksilbers in der Röhre und im Gefäß gleich hoch ist. Je mehr der Druck wächst, desto mehr steigt das Quecksilber in der Röhre. Aus der Höhe dieser Quecksilbersäule und der Compression der Luft in der Röhre kann man leicht den Verdichtungsgrad im Recipienten bestimmen.

Bei dieser Maschine muß der Recipient auf den Teller festgeschraubt seyn, weil ihn sonst die comprimirte Luft heben würde.

Man hat Compressionspumpen auch so eingerichtet, daß sie an Apparate geschraubt werden können, in welchen man die Luft comprimiren will. Sie haben nur einen Stiefel und einen Kolben ohne Ventil. An dem einen Ende des Stiefels wird das Reservoir angeschraubt, in welchem man die Luft comprimiren will; an diesem befindet sich auch ein Ventil, welches Luft in das Reservoir ein-, aber nicht austreten läßt. Um neue Luft in den Stiefel einzulassen, nachdem eine Portion in das Reservoir eingepreßt worden ist, hat der Stiefel entweder eine Seitenöffnung, wie

Fig. 180, oder ein Seitenventil, wie Figur 181. Letzteres ist besonders anzuwenden, wenn man ein bestimmtes Gas comprimiren will, denn man hat zu diesem Ende nur den Gasbehälter mit der Röhre des Seitenventils in Verbindung zu setzen.

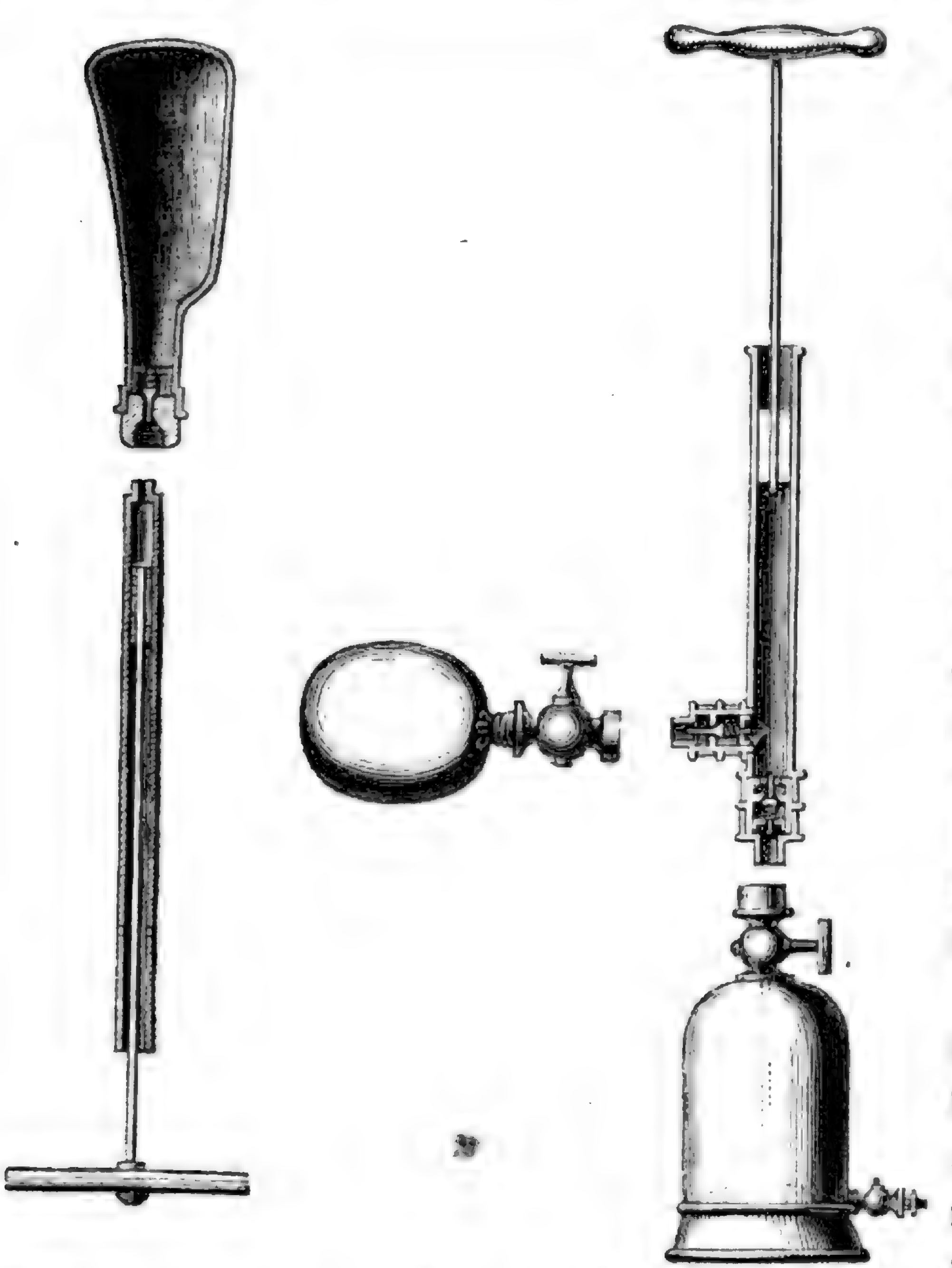


Fig. 180. Fig. 181.

Die erstere dieser beiden Compressionspumpen wird hauptsächlich angewandt, um eine Windbüchse zu laden, deren Einrichtung durch die folgenden Figuren klar wird. Wenn man mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft im Kolben der Windbüchse bis auf 8 oder 10 Atmosphären comprimirt hat, wird ein Lauf angeschraubt, welcher der Kugel die Richtung geben soll. Wenn

Fig. 182.

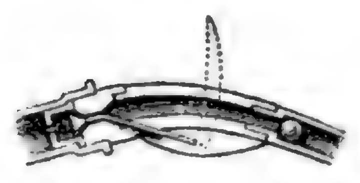
Fig. 183.


Fig. 184.

das Ventil, welches den Kolben verschließt, durch den Drücker geöffnet

wird, so entweicht ein Theil der eingeschlossenen Luft mit großer Gewalt und treibt die Kugel fort; das Ventil schließt sich aber augenblicklich wieder. Mit einer guten Windbüchse kann man eine Kugel mit eben so großer Geschwindigkeit fortschießen, wie mit einem Feuergewehre. Man kann, ohne von Neuem zu laden, mehrere Schüsse nach einander thun, und zwar um so mehr, je größer der Kolben ist.

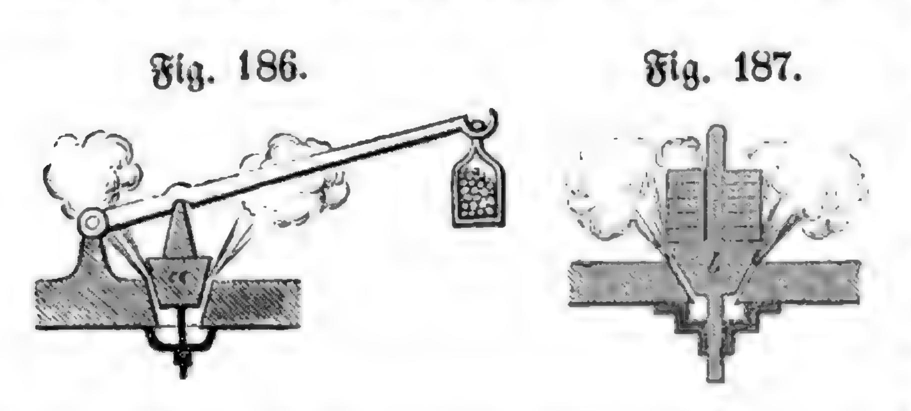
67 **Messung des Drucks der Gase, welche in verschiedenen Apparaten eingeschlossen sind.** Um den Druck der Gase zu messen, hat man zwei Mittel, nämlich Flüssigkeitssäulen oder Ventile. Apparate, um mit Hülfe von Flüssigkeitssäulen den Druck der Gase zu messen, nennt man Manometer. Die Barometerproben auf der Luftpumpe und der Compressionsmaschine sind Manometer.

Fig. 185.

Zu den Manometern gehören in gewisser Beziehung auch die Sicherheitsröhren, denn sie messen den Druck der Gase in den Apparaten, an welchen sie angebracht sind. Wenn ihre Tension dem Atmosphärendrucke gleich ist, so steht die Flüssigkeit in den beiden Schenkeln, Fig. 185, gleich hoch; ist dies nicht der Fall, so kann man aus der Differenz der Flüssigkeitssäulen in den beiden Schenkeln den Druck im Innern des abgesperrten Raumes bestimmen, wenn man die Dichtigkeit der Flüssigkeit in der Sicherheitsröhre kennt. Die Sicherheitsröhren sind von Welter erfunden worden; sie gewähren bei vielen chemischen Operationen außerordentliche Vortheile, indem sie sowohl Explosionen, als auch das Zurücksteigen der Sperrungsflüssigkeit verhindern.

In den Figuren 186 und 187 sind zwei Druckventile dargestellt. Wenn man das Gewicht kennt, welches ein solches Ventil belastet, und die Größe der Fläche des Ventils, welche den vertikalen Druck des Gases auszuhalten hat, so kann man die Tension des Gases in dem Augenblick berechnen, in welchem es im Stande ist, das Ventil zu heben. Betrüge z. B. die Belastung des Ventils 100^{k} und die Ventilfläche 25 Quadratcentimeter, so hat jeder Quadratcentimeter dieser Fläche 4^{k} zu tragen. Da nun der Druck der Atmosphäre auf jedes Quadratcentimeter 1,0325 ausmacht, so ist die Tension des Gases, welches dieses Ventil zu lüften vermag, gleich $\frac{4}{1,0325} = 3,87$ Atmosphären, wozu

Fig. 186. Fig. 187.

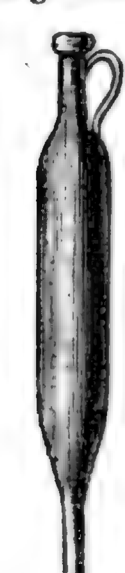


noch eine Atmosphäre wegen des Luftdrucks zu rechnen ist, welchen das Ventil noch außer seiner Belastung zu tragen hat. Dieses Mittel wird bei Flüssigkeiten wie bei Gasen angewendet; mit Hülfe desselben werden auch die Kessel, die Leitungsröhren und die Cylinder der Dampfmaschinen geprüft.

Durch den Druck der Atmosphäre, so wie durch die Wirkung der comprimirten Luft erklärt sich die Wirkung mehrerer Apparate und Instrumente, welche wir jetzt näher betrachten wollen.

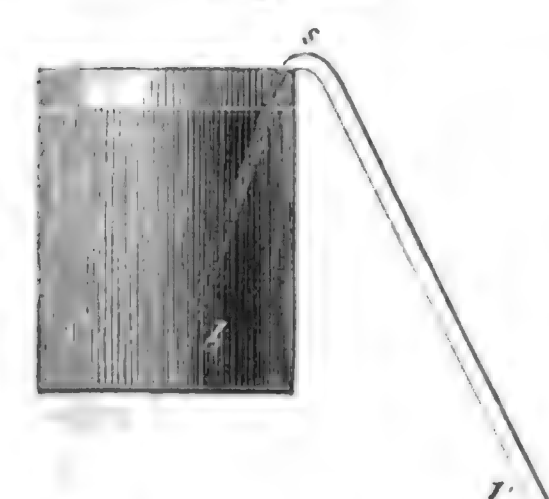
Der Heber. Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand recht gleichförmig ist (am besten ein geschliffenes Glas) ganz mit Wasser füllt, ein Papier darauf deckt und dann das Glas umkehrt, so läuft das Wasser nicht aus; der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck hindert das Herabfallen der Wassermasse. Das Papier ist nur deshalb nöthig, um das Glas umkehren zu können und um zu verhindern, daß das Wasser an den Seiten ausläuft und statt dessen Luftblasen in das Gefäß eindringen. Wenn die untere Oeffnung klein genug ist, um ein solches Auslaufen nicht befürchten zu müssen, wie dies beim Stechheber der Fall ist, so ist das Papier nicht mehr nöthig. Der Stechheber ist ein gewöhnlich röhrenförmiges Gefäß, Fig. 188, welches oben und unten etwas enger und an beiden Enden offen ist. Taucht man es, wenn beide Oeffnungen offen sind, ganz in eine Flüssigkeit, so füllt es sich mit derselben, und wenn man nun die obere Oeffnung mit dem Daumen verschließt, so kann man den Stechheber in die Höhe ziehen, ohne daß die in demselben enthaltene Flüssigkeit ausläuft. 68

Fig. 188.



Der Heber ist eine gekrümmte Röhre $b\ s\ b'$, deren Schenkel ungleiche Länge haben. Wenn der kürzere Schenkel in eine Flüssigkeit eingetaucht und die ganze Röhre mit derselben gefüllt ist, so läuft sie am Ende b' des längern Schenkels, welches tiefer liegt als b, fortwährend aus, man kann also mit Hülfe eines Hebers leicht ein Gefäß entleeren. Die Wirkung des Hebers ist leicht zu erklären. Auf der einen Seite hat die Wassersäule $s b'$, auf der andern die Wassersäule von s bis zum Spiegel der Flüssigkeit im Gefäße ein Bestreben, vermöge ihrer Schwere herabzufallen; der Schwere der in beiden Schenkeln befindlichen Wassersäulen wirkt aber auf beiden Seiten der Luftdruck entgegen, welcher auf der einen Seite gegen die Oeffnung b', auf der andern aber auf den Spiegel des Wassers

Fig. 189.



im Gefäß wirkt und dadurch die Bildung eines leeren Raumes im Innern der Röhre verhindert, welcher sich nothwendiger Weise bei *s* bilden würde, wenn die Wassersäulen auf beiden Seiten herabliefen. Da der Luftdruck auf der einen Seite so stark wirkt wie auf der andern, so würde vollkommenes Gleichgewicht stattfinden, wenn die Wassersäulen in beiden Schenkeln gleich hoch wären, wenn sich also die Oeffnung *b'* in der Höhe des Wasserspiegels im Gefäße befände; sobald aber *b'* tiefer liegt, erhält die Wassersäule im Schenkel *s b'* das Uebergewicht, und in dem Maaße, als hier das Wasser ausläuft, wird auf der andern Seite durch den Luftdruck von Neuem Wasser in die Röhre hineingetrieben, so daß das Ausfließen bei *b'* fortdauert, bis der Spiegel der Flüssigkeit im Gefäße auf die Höhe der Oeffnung *b'* gefallen oder die Oeffnung bei *b* frei geworden ist.

Fig. 190.

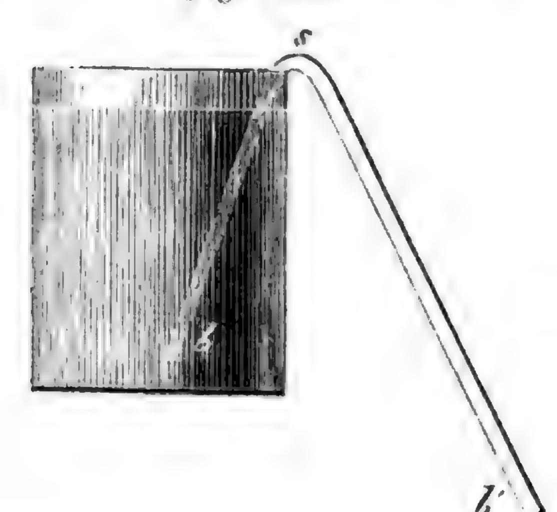
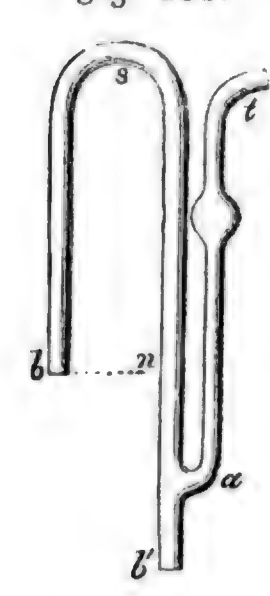
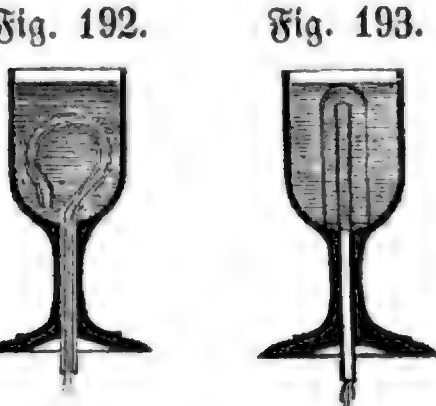


Fig. 191.



Um den Heber bequem zu füllen und in Wirksamkeit setzen zu können, wird eine Saugröhre *a t*, Fig. 191, angebracht. Einen gewöhnlichen Heber füllt man nämlich dadurch, daß man bei *b* saugt; dabei ist aber nicht zu vermeiden, daß man etwas von der Flüssigkeit in den Mund bekommt, was in manchen Fällen unangenehm, oft sogar gefährlich seyn kann, wie z. B., wenn man den Heber anwenden will, um ein Gefäß mit Schwefelsäure zu entleeren; in einem solchen Falle ist das Saugrohr unentbehrlich, denn wenn man die Röhre bei *b'* verschließt, so kann man durch Saugen bei *t* die ganzen Schenkel *s b'* füllen, ohne daß die Flüssigkeit an den Mund kommt. Das Auslaufen beginnt alsdann, sobald man das Röhrenende *b'* wieder öffnet. Eine auf dem Principe des Hebers beruhende Spielerei, welche unter dem Namen: »Becher des Tantalus« bekannt ist, sieht man Fig. 192 und Fig. 193.

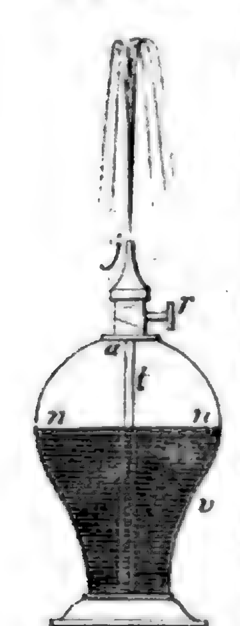
Fig. 192. Fig. 193.



69 **Der Heronsball.** Durch den Hals eines Gefäßes, welches nur zum Theil mit Wasser gefüllt ist, geht eine Röhre fast bis auf den Boden. Die Röhre endigt oben in eine Spitze mit feiner Oeffnung. Wenn die Luft im obern Theile des Gefäßes auf irgend eine Weise comprimirt worden ist, so treibt der Druck, den sie auf die Oberfläche des Wassers ausübt, dasselbe

aus der feinen Oeffnung in Gestalt eines aufsteigenden Strahles hervor.

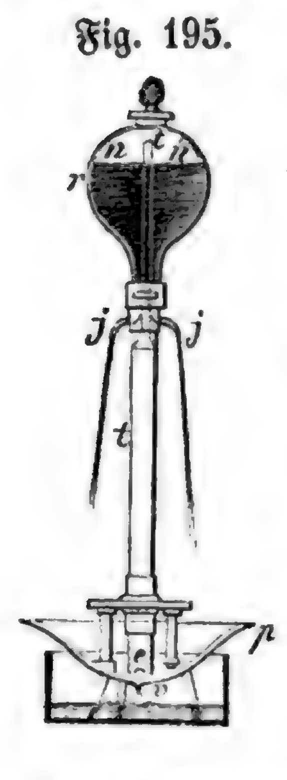
Fig. 194.



Man kann zum Gefäße ein Arzneiglas nehmen, welches durch einen Kork verschlossen ist, durch welchen eine zu einer feinen Spitze ausgezogene Glasröhre hindurchgeht. Wenn die Glasröhre wenig oder gar nicht in das Gefäß hineinragt, so hat man die sogenannten Spritzflaschen, mit welchen die Chemiker ihre Niederschläge auswaschen. Die Compression der Luft geschieht bei dieser Art von Heronsball mit Hülfe des Mundes, indem man die Luft durch die Röhre einbläs't. Wenn die im Apparate eingeschlossene Luft die Dichtigkeit der umgebenden Atmosphäre hat, und man denselben unter die Glocke der Luftpumpe setzt, so beginnt das Springen, sobald man evacuirt. Manchmal führt man diese Apparate in größerem Maaßstabe ganz in Metall aus. In diesem Falle ist im Halse ein Hahn *r* befestigt, über welchen die Ausflußspitze angeschraubt werden kann. Die Compression der Luft geschieht mittelst einer Compressionspumpe, welche man an der Stelle der Spitze aufschraubt. Wenn das Gefäß geladen ist, schließt man den Hahn, entfernt die Pumpe und schraubt die Spitze auf. Sobald nun der Hahn geöffnet wird, springt das Wasser hervor bis zu einer Höhe von 30, ja von 100 Fuß, wenn die Luft auf zwei oder auf 5 bis 6 Atmosphären comprimirt worden war.

Der intermittirende Brunnen, Fig. 195. *r* ist ein Wasser- 70

Fig. 195.



reservoir, *j j* sind Ausflußröhren, *t* ist eine Röhre, deren obere Oeffnung sich über das Niveau des Wassers in *r* erhebt. Das untere Ende der Röhre steht in einem Gefäß *p* und hat bei *e* einen Ausschnitt. Wenn diese Oeffnung bei *e* frei ist, so kann der atmosphärische Druck auf den Spiegel *n n'* wirken, und Wasser fließt alsdann bei *j* und *j'* aus. Dies Wasser, welches in das Becken *p* fällt, kann nicht eben so schnell durch die Oeffnung *v* abfließen. Die Oeffnung *e* wird durch Wasser verschlossen, und in Folge dessen muß das Ausfließen bei *j* und *j'* alsbald aufhören. Da nun kein neues Wasser in *p* zuläuft, wird auch bald alles Wasser durch *v* ablaufen können, die Oeffnung *e* wird wieder frei, und das Spiel beginnt von Neuem.

Der Heronsbrunnen. Der einfachste Heronsbrunnen, wie er sich aus 71
Glasröhren leicht machen läßt, ist Fig. 196 dargestellt; noch leichter läßt er sich aus Glasgefäßen und Röhren zusammensetzen, wie man Fig. 197 sieht. Die Wassersäule in der Röhre *a* comprimirt die Luft in *b*, diese comprimirte Luft drückt auf den Spiegel des Wassers in *c*, und in Folge dieses

Druckes muß das Wasser bei *d* hervorspringen. Ein etwas complicirterer Heronsbrunnen ist Fig. 198 dargestellt. Die Röhre *x* vertritt die Stelle

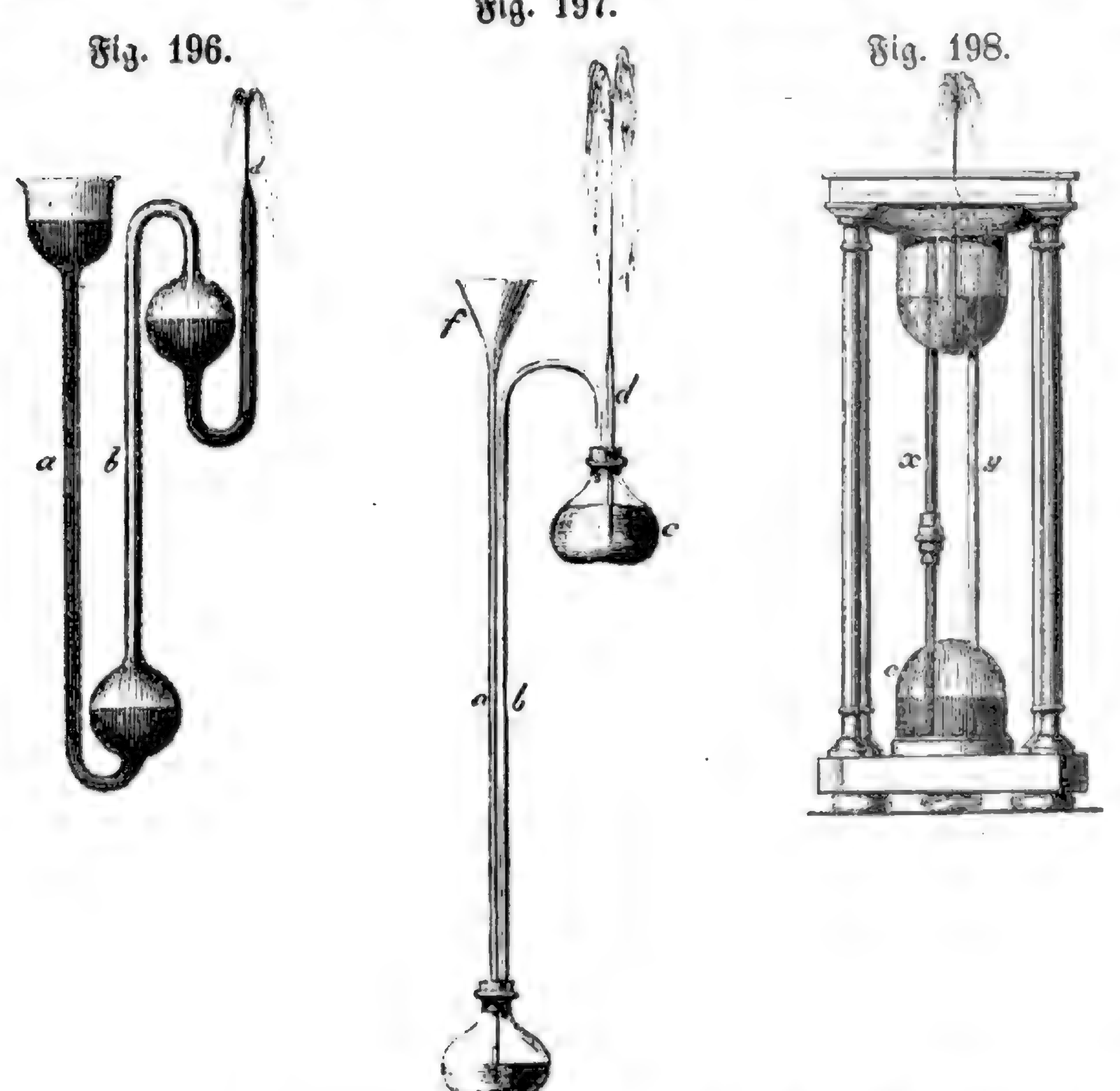
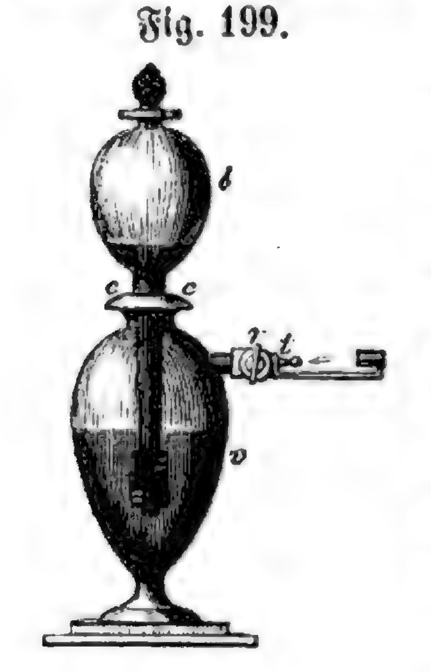


Fig. 196. Fig. 197. Fig. 198.

der Röhre *a*, *y* die von *b*, das Gefäß *z* die Stelle der Kugel *c*. Das Spiel dieses Apparates wird wohl aus der Figur ohne weitere Erklärung verständlich seyn.

72 **Die Wasserstoff-Zündmaschine.** Ein Ballon *b* mit langem Halse ist in ein weiteres Gefäß *v* hineingesteckt, berührt aber dessen Boden nicht; die Verbindung beider Gefäße bei *c c* muß hermetisch schließen. Am untern Ende des langen Halses hängt ein hohler Zinkcylinder *z z*. Das mit Schwefelsäure vermischte Wasser im Gefäße *v* wirkt auf das Zink ein, es bildet sich Wasserstoffgas, dessen Druck immer mehr die Flüssigkeit in den Ballon *b* zurücktreibt, bis das Zinkstück gar nicht mehr mit der Flüssigkeit in Berührung ist. Nun hört die Einwirkung der Säure auf das Zink auf. Sobald man den Hahn bei *r* öffnet, strömt das comprimirte Wasserstoffgas aus der feinen Spitze *t* und

Fig. 199.



entzündet sich, indem es ein Platinschwämmchen trifft. Bei unverändertem Principe ist die Gestalt dieser Platin-Zündmaschinen auf mannigfache Weise verändert worden.

Die Saug- und Hebepumpe. Diese Saug-Pumpe besteht aus 73
einem Saugrohre *a*, Fig. 200, einem Stiefel *b*, einem Kolben *p*, einem Steigrohre *s* und drei Ventilen, *r*, *t* und *l*, welche sich von unten nach oben öffnen. Das Ventil *r* befindet sich im Boden des Stiefels, das zweite *t* im Kolben und das letzte *l* am untern Ende der Steigröhre. Das Saugrohr taucht in das Wasser, welches man heben will, und die Kolbenstange geht luftdicht durch die Stopfbüchse *e*. Wenn zu Anfang der Bewegung der Kolben gehoben wird, schließt sich *t*; *r* und *l* aber öffnen sich; und zwar öffnet sich *l* durch die Verdichtung der Luft über dem Kolben, *r* durch die Verdünnung unter dem Kolben. Da sich nun der Luftdruck in der Saugröhre gleichzeitig vermindert, so steigt das Wasser in der Saugröhre in Folge des überwiegenden äußern Luftdruckes. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das untere Ventil. Die Luft im Stiefel unterhalb des Kolbens wird comprimirt und öffnet das Ventil *t* und gelangt so durch den Kolben hindurch in den obern Theil des Stiefels. Beim zweiten Hub des Kolbens steigt das Wasser wieder etwas höher im Saugrohre, und durch das Ventil *l* wird abermals eine Quantität Luft fortgeschafft. Endlich nach einer bestimmten Anzahl von Kolbenstößen steigt das Wasser selbst bis über das Ventil *r* und hebt das Ventil *t*. Alsbald ist nun alle Luft aus der Pumpe entfernt, und jedes Ventil wird nur noch durch das Wasser gehoben. Bei jedem Niedergange des Kolbens geht eine Quantität Wasser durch das Ventil *t* hindurch, und bei jedem Hub wird eine neue Quantität Wasser im Steigrohre und im Saugrohre gehoben. Die Kraftanstrengung, welche man machen muß, um den Kolben zu heben, muß eines Theils die Reibung überwinden, dann aber auch noch den Druck einer Wassersäule, deren Basis die Oberfläche des Kolbens und deren Höhe gleich ist der vertikalen Entfernung der Ausflußöffnung im Steigrohre vom Spiegel des Reservoirs, in welches das Saugrohr eintaucht.

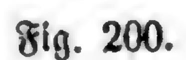
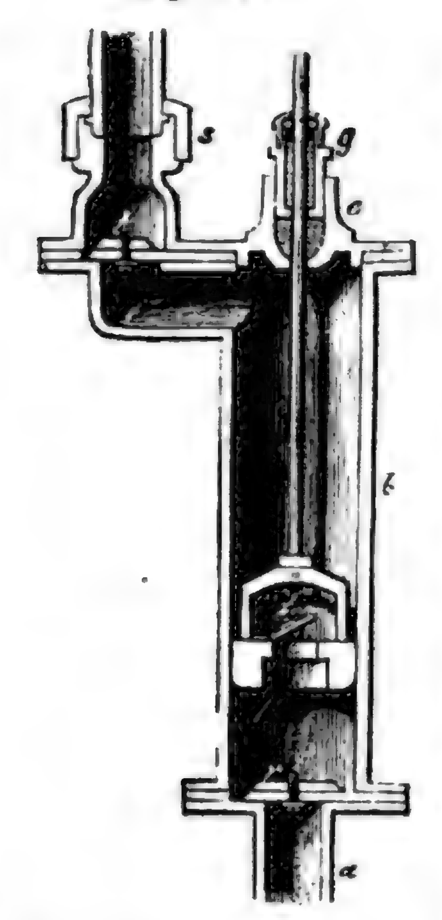


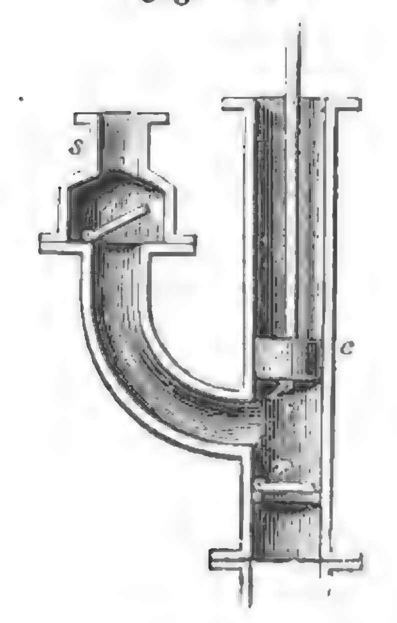
Fig. 200.



Wenn die Pumpe brauchbar seyn soll, so muß das Wasser das erste Ventil *r* erreichen können. Die Stellung dieses Ventils hängt demnach von dem Grade der Luftverdünnung ab, welche man zwischen den Ventilen

t und r hervorbringen kann. Wenn beim tiefsten Stande des Kolbens gar kein Raum zwischen r und t wäre, so könnte zwischen diesen beiden Ventilen ein absolut luftleerer Raum erzeugt werden, und das Ventil r dürfte 32 Fuß über dem Wasserspiegel des Reservoirs sich befinden. Da es aber unmöglich ist, einen schädlichen Raum unter dem Kolben ganz zu vermeiden, so darf auch das Ventil r nicht ganz 32′ über dem Spiegel des Reservoirs liegen. Man muß dafür sorgen, daß der schädliche Raum im Verhältniß zum Inhalte des Stiefels so klein als möglich ist. Wäre z. B. der schädliche Raum die Hälfte vom ganzen Inhalte des Stiefels (ohne den vom Kolben eingenommenen Raum), so könnte man die Luft zwischen t und r nur bis zur Hälfte des atmosphärischen Druckes verdünnen, und folglich dürfte das Ventil r nur 16 Fuß über dem Wasserspiegel des Reservoirs liegen.

Fig. 201.



Die Saug- und Druckpumpe, Fig. 201, besteht aus einem Saugrohre a, einem Steigrohre s, einem Pumpenstiefel c und einem massiven Kolben p; sie hat nur zwei Ventile, r und l. Beim Heben des Kolbens dringt Wasser durch das Ventil r, beim Niedergange des Kolbens wird r geschlossen und das gesaugte Wasser durch l in die Höhe gepreßt.

Fig. 202.

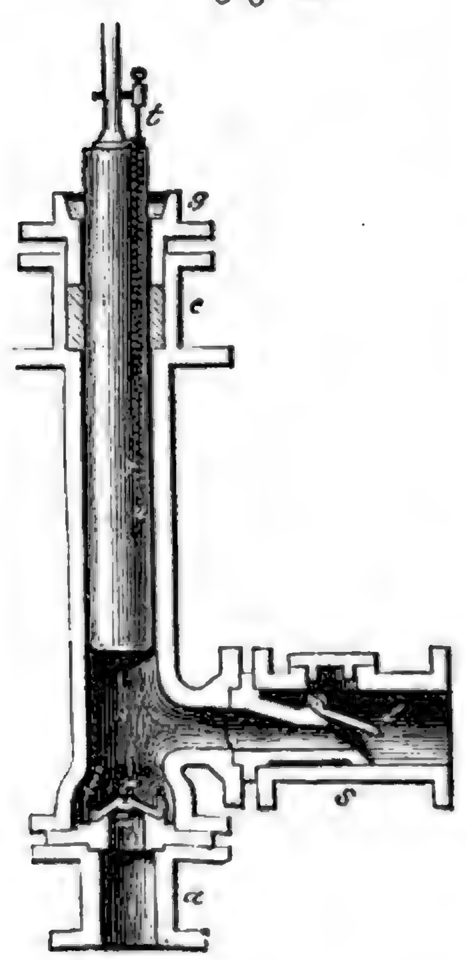


Fig. 202 stellt eine Druckpumpe dar, deren Construction besonders geeignet ist, um das Wasser auf eine bedeutende Höhe zu heben. Das Ventil bei r besteht aus zwei geeigneten Klappen, welche, wenn sie gehoben werden, bei i anschlagen, beim Niedergange des Kolbens aber auf das Prisma z gedrückt werden. Das Ventil bei l besteht aus einer Klappe, welche ebenfalls schräg steht. Ueber dieser Klappe ist eine Oeffnung in der Röhre, welche durch einen besondern Deckel verschlossen ist, den man wegnehmen kann, um das Ventil nachzusehen, oder im Nothfalle durch ein neues zu ersetzen.

Der Pumpenstiefel ist nicht vollkommen cylindrisch ausgebohrt, weil er vom Kolben nicht berührt wird. Der vollkommen cylindrische Kolben ist aus Metall verfertigt und geht luftdicht durch die Stopfbüchse e und die Schmierbüchse g.

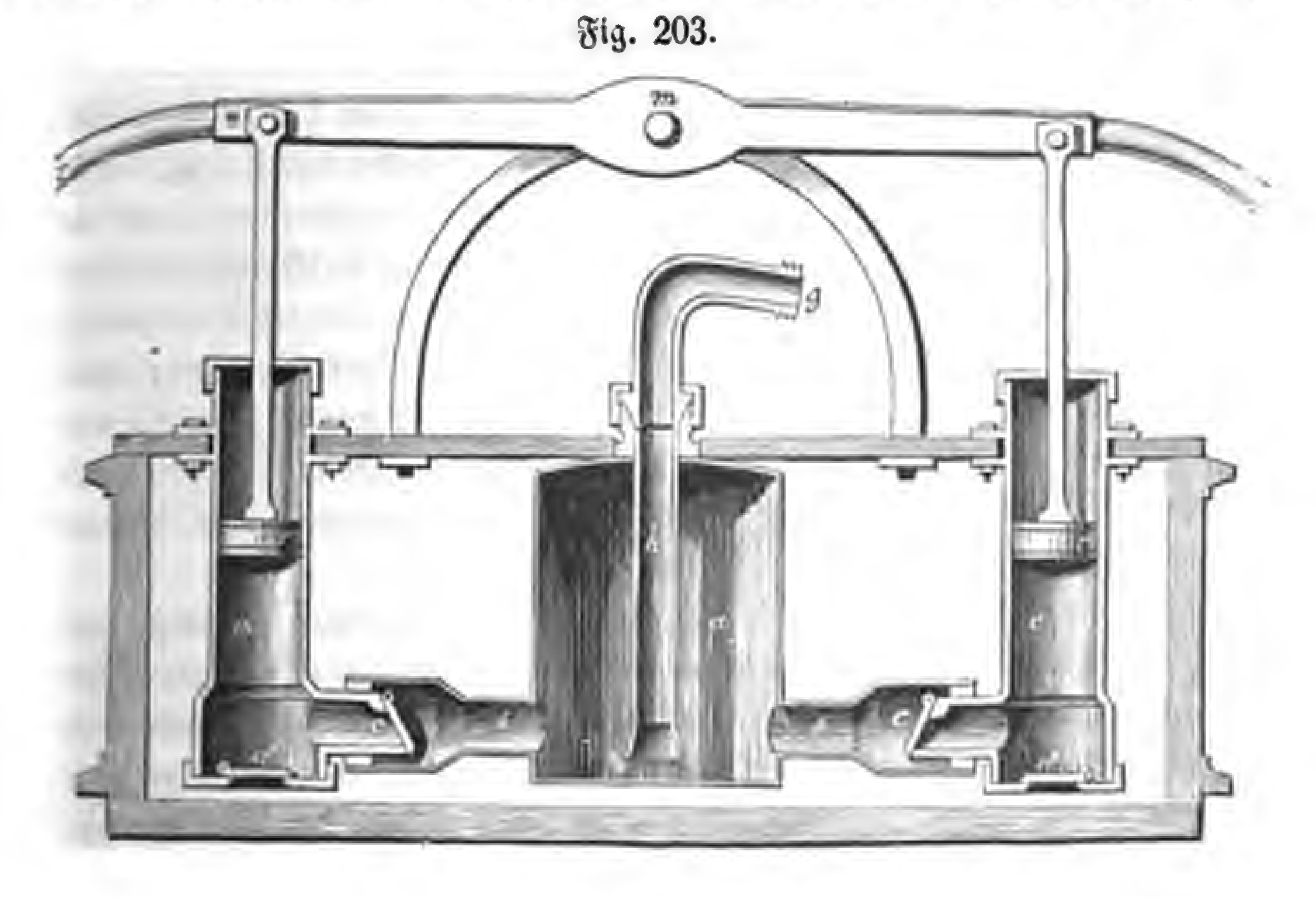
Das Wasser enthält stets etwas absorbirte

Luft, die während des Pumpens auch theilweise wieder frei wird und sich in dem Raume unter dem Kolben ansammelt. Bei solchen Druckpumpen, welche das Wasser nicht sehr hoch heben, bringt dies keinen sehr wesentlichen Nachtheil hervor, denn wenn der Kolben seine tiefste Stellung einnimmt, so hat die unter demselben abgesperrte Luft einen Druck auszuhalten, welcher nicht viel größer ist als der Druck einer Atmosphäre, so daß beim Aufziehen des Kolbens eine immer noch hinlänglich starke Luftverdünnung stattfindet, um das Wasser durch das Ventil *r* aufzusaugen. Wenn sich aber über dem Ventil bei *l* eine Wassersäule von bedeutender Höhe befindet, so hat beim Niedergange des Kolbens die abgesperrte Luft den Druck von mehreren Atmosphären auszuhalten, so daß sie, wenn sie sich beim Aufziehen des Kolbens wieder ausdehnen kann und den ganzen Stiefelraum ausfüllt, doch immer noch eine Dichtigkeit hat, welche der der freien atmosphärischen Luft so nahe kommt, daß kein Saugen mehr stattfinden kann. Durch diesen Umstand werden solche Druckpumpen bald ganz außer Wirksamkeit gesetzt, und man muß, um sie wieder brauchbar zu machen, dafür sorgen, daß die im Stiefel angehäufte Luft entfernt werden kann. Man kann dies auf zweierlei Weise erreichen, indem man entweder den Stiefel durchbohrt, oder eine Oeffnung, *t y v*, im Kolben anbringt; *t* ist eine Druckschraube, welche die Oeffnung verschließt.

Zu Marly befinden sich Pumpen dieser Art, welche mit einer seltenen Vollkommenheit construirt sind; sie heben das Wasser 500 F. über den Spiegel der Seine.

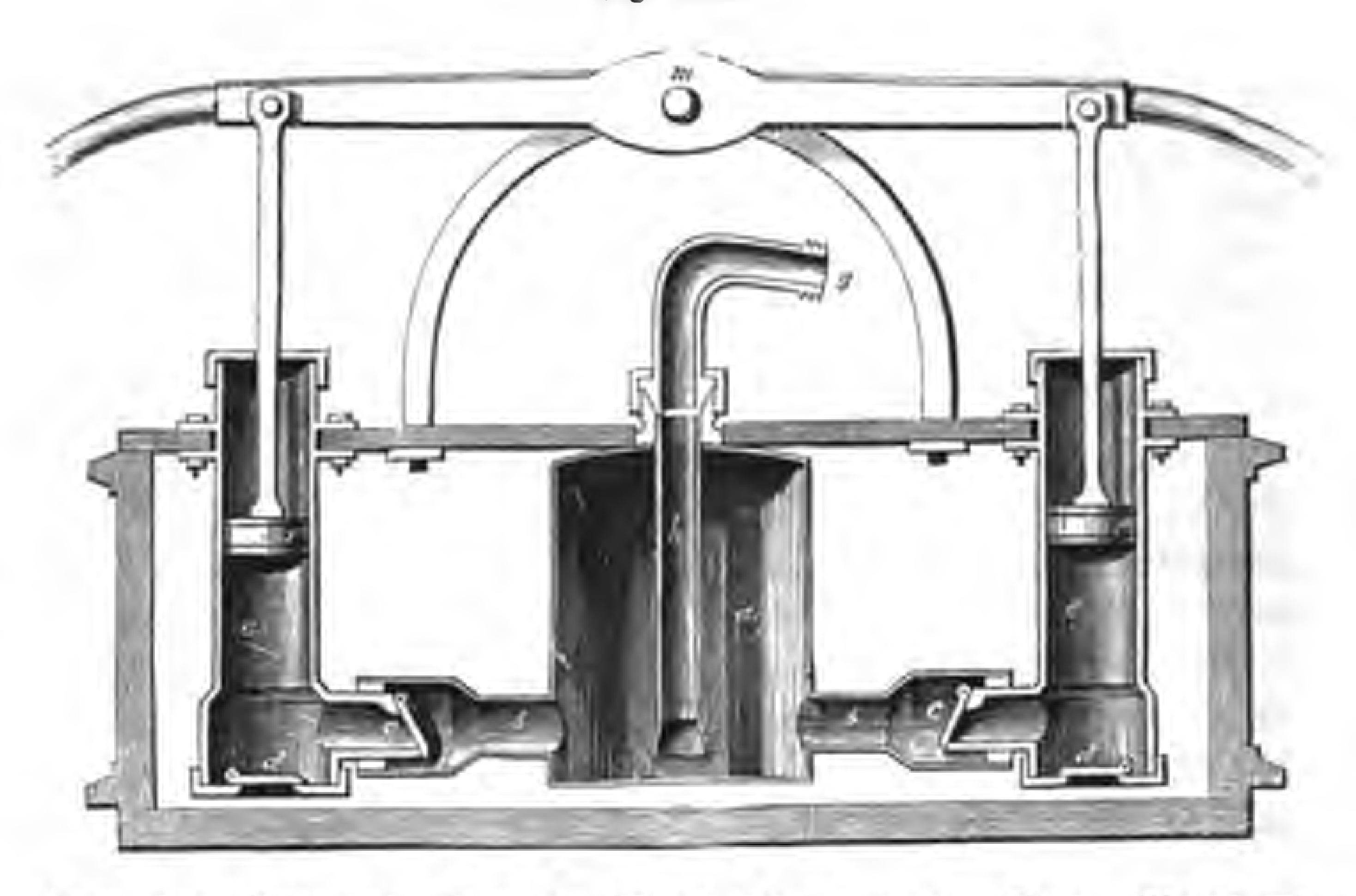
Die Feuerspritze. Fig. 203 ist eine Verbindung der Druckpumpe 74
mit dem Heronsball. Die Pumpenstiefel, von denen wir vor der Hand

Fig. 203.



nur den einen rechts betrachten wollen, stehen in einem mit Wasser gefüllten Kasten. Wenn der Kolben *f* aufgezogen wird, so hebt sich die Klappe *d*, und das Wasser dringt in den Stiefel *e*. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das Ventil *d*, die Klappe *c* wird geöffnet und das Wasser wird

Fig. 204.



durch das Gurgelrohr *b* in den Windkessel *a* gepreßt. Dieser Windkessel ist nichts Anderes als ein großer Heronsball; je mehr Wasser in den Windkessel gepumpt wird, desto mehr wird die Luft im obern Theile desselben comprimirt. Das Rohr *h* reicht fast bis auf den Boden des Windkessels; bei *g* wird eine Röhre mit enger Oeffnung, der Schwanenhals, angeschraubt. Durch den Druck, welchen die im Windkessel comprimirte Luft auf das Wasser in demselben fortwährend ausübt, wird ein starker Wasserstrahl aus der Oeffnung des Schwanenhalses hervorgetrieben. An einer Oeffnung, welche sich in der Wand des Windkessels nahe am Boden befindet, kann ein Schlauch mit einer metallenen Spitze angeschraubt werden, welche eine Oeffnung wie der Schwanenhals hat; auch dieser Schlauch liefert einen Wasserstrahl, den man leichter lenken und der Feuerstelle näher bringen kann als den Wasserstrahl des Schwanenhalses.

Der Auf- und Niedergang der Kolben wird durch einen Hebel bewerkstelligt, dessen Unterstützungspunkt *m* ist. An diesem Hebel sind die beiden Kolbenstangen so befestigt, daß der eine Kolben steigt, wenn der andere niedergeht, daß also ohne Unterbrechung dem Windkessel neues Wasser zugeführt wird.

Digitized by Google

Bei der **Priesterpumpe** ist der Kolben durch eine elastische Membrane 75
ersetzt, welche an ihrem Rande befestigt ist und in ihrer Mitte ein metallenes Ventil s' hat (Fig. 205). Wenn die Membrane durch die Stange t gehoben wird, so wird die Flüssigkeit durch das Ventil s hindurch aufgesaugt; wenn aber die Stange t niedergeht, so muß sich s schließen, s' aber muß sich öffnen, um die Flüssigkeit passiren zu lassen.

Fig. 205.

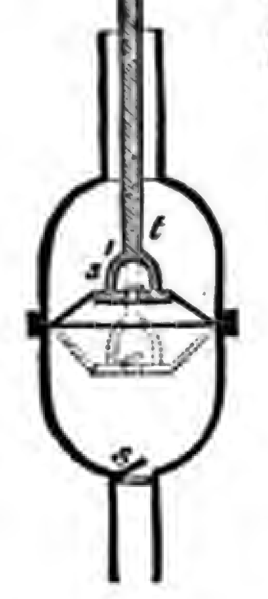
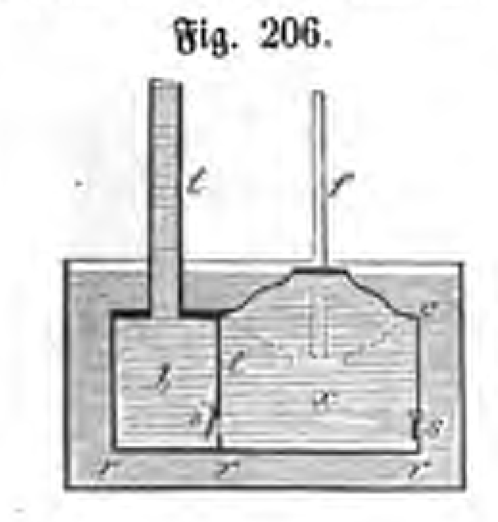


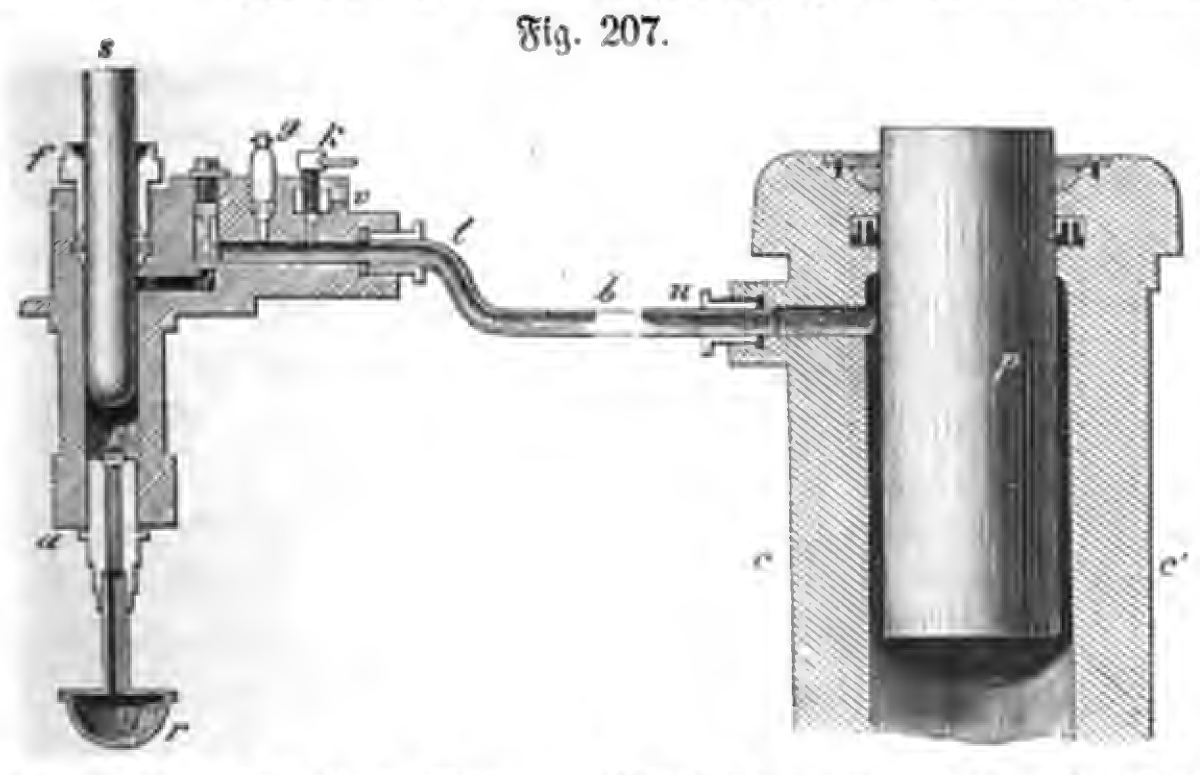
Fig. 206.



Eine nach diesem Princip construirte Pumpe ist es auch, welche das Oel in den Lampen von Gotten hebt (Fig. 206). Sobald die bewegliche Haut über dem Gefäße x durch die Stange f gehoben wird, dringt Oel durch das Ventil s ein; beim Niedergange der Stange wird s geschlossen und das Oel durch s' in das Gefäß b und die Steigröhre t gepreßt. Ein Uhrwerk setzt die Pumpe in Bewegung.

Die hydraulische Presse besteht aus zwei Haupttheilen, einer Saug- 76
und Druckpumpe, welche den Druck ausübt, und einem Kolben mit einer Platte, welche den Druck empfängt, um ihn auf den zu pressenden Körper zu übertragen. Fig. 207 ist ein Durchschnitt, Fig. 209 eine Totalansicht

Fig. 207.



der hydraulischen Presse in kleinerem Maaßstabe. Durch den Hebel l wird der Kolben s gehoben, das Wasser des Reservoirs b dringt durch das Sieb r, hebt das Ventil i und gelangt so unter den Kolben s. Wenn man den Hebel l niederdrückt, so geht auch der Kolben s nieder, das zurückgetriebene Wasser schließt das Ventil i, hebt das Ventil d und gelangt durch die

Digitized by Google

Röhre *t b u* in den Cylinder *c c'* der Presse; hier drückt es nun gegen den Kolben *p*, den es mit der Platte *p'* hebt, und so wird der zu pressende Körper zwischen *p* und der festen Platte *e* zusammengedrückt.

Wenn der Kolben *s* durch irgend eine Kraft niedergedrückt wird, so hat

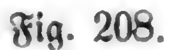


Fig. 208.

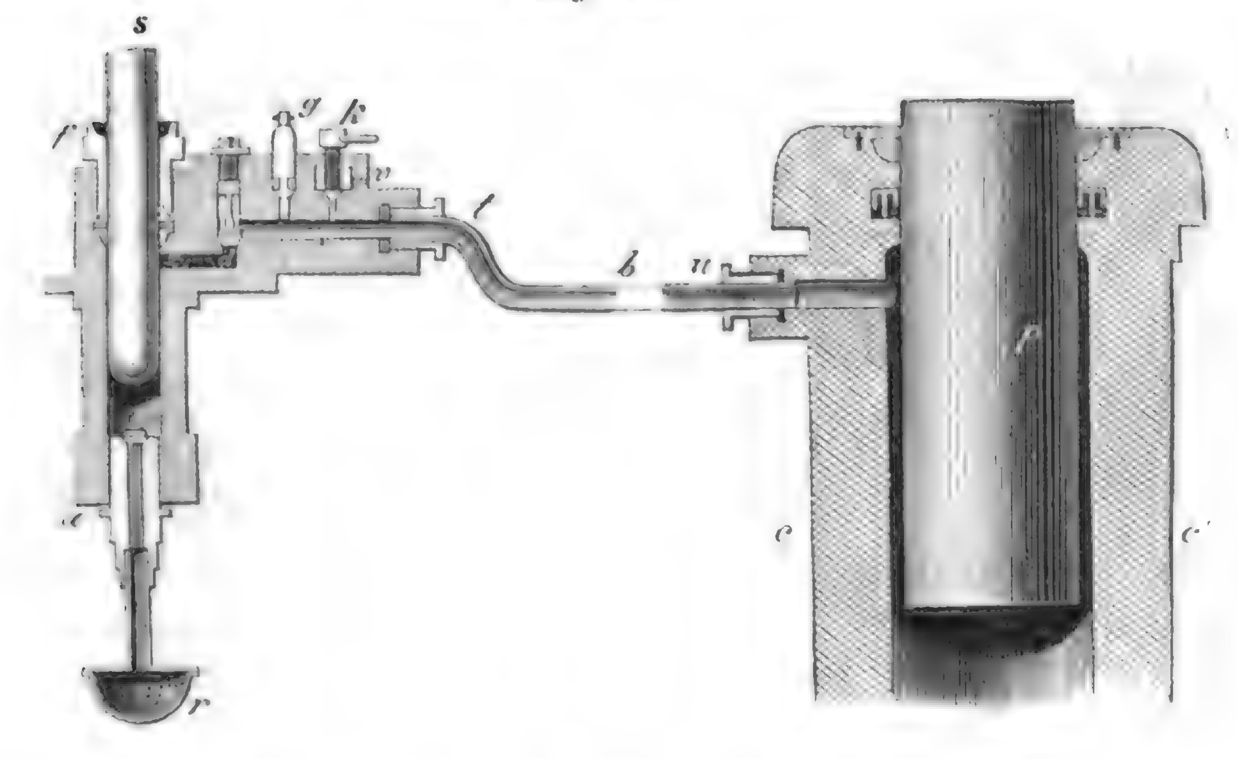
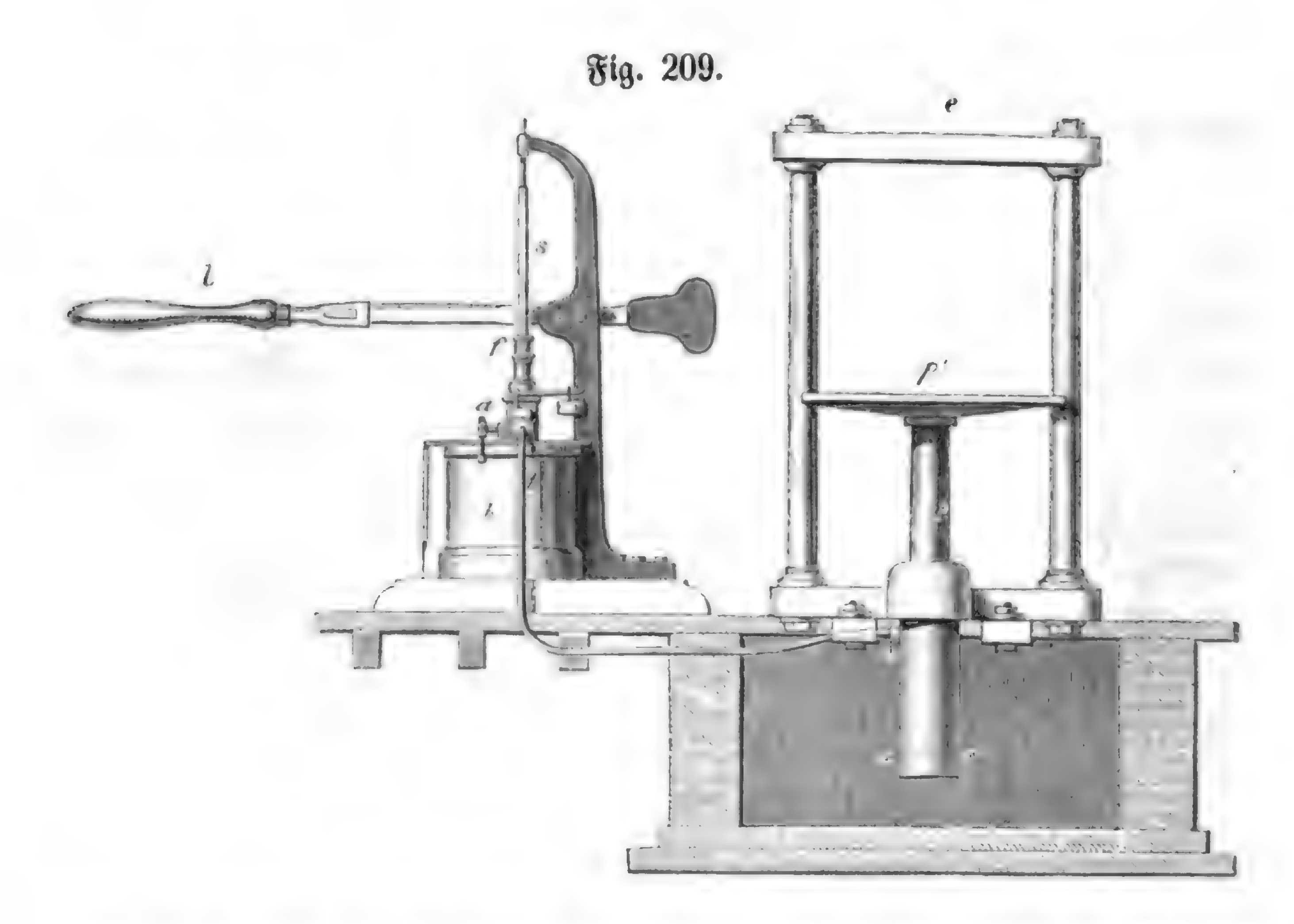


Fig. 209.



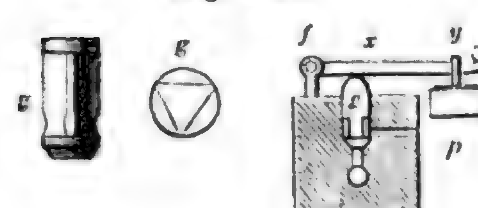
jeder Flächentheil der Gefäßwände, welcher dem Querschnitte des Kolbens gleich ist, einen gleichen Druck auszuhalten. Nun kann man aber die Unterfläche des Kolbens *p* als einen Theil der Gefäßwand betrachten; so viel=

mal also der Querschnitt des Kolbens *p* größer ist als der Querschnitt des Kolbens *s*, so vielmal wird auch die Kraft, mit welcher der Kolben *p* gehoben wird, größer seyn als die Kraft, mit welcher der kleine Kolben niedergedrückt wird.

Wenn der Querschnitt des Kolbens *s* $1/_{100}$ des Querschnitts von *p* ist, so wird *p* mit einer Kraft von 100^{kg} gehoben, wenn *s* durch eine Kraft von 1^{kg} niedergedrückt wird. Mit Hülfe des Hebels *l* kann aber ein Mensch leicht einen Druck von 300^{kg} auf den Kolben *s* ausüben und also auch den Kolben *p* mit einer Kraft von $30{,}000^{kg}$ heben.

Von der Kraft, welche am Hebel *l* angewendet wird, geht ein Theil durch Reibungswiderstände verloren, bevor sie sich bis zum Kolben *p* fortpflanzt; deshalb wird der Effect stets geringer seyn, als er nach den eben angeführten Betrachtungen seyn sollte. Die Größe der Kraft, welche sich wirklich bis zum Kolben *p* fortpflanzt, wird durch das Ventil *g*, Fig. 210, gemessen. Kennt man das Gewicht *p*, die Länge der Hebelarme *x f* und *y f* und die Größe der untern Fläche des Ventils *g*, gegen welche das Wasser drückt, so kann man leicht die Größe des Druckes berechnen, welche das Ventil in dem Moment erleidet, in welchem es den Hebel, Fig. 210, hebt.

Fig. 210.



Das Ventil *g* heißt Sicherheitsventil. Man regulirt nämlich das Gewicht am Hebel so, daß das Ventil sich heben muß, wenn die Größe des Druckes eine Gränze erreicht hat, welche nicht überschritten werden darf, ohne daß einzelne Maschinentheile durch den zu großen Druck Noth leiden.

Um das Entweichen der Flüssigkeit zu verhindern, muß der Kolben *s* mit ganz besonderer Sorgfalt eingepaßt werden. Die dazu dienenden Stücke sind Fig. 211 groß dargestellt. Die Hauptschwierigkeit bietet aber der Kolben *p* dar, diese Schwierigkeit hat Bramah durch eine sehr sinnreiche Einrichtung gehoben. Ein umgebogenes Leder, dessen Gestalt man deutlich aus Fig. 212 erkennt, ist in eine ringförmige Höhlung gelegt. Je mehr nun der Druck wächst, desto stärker wird auch das Leder gegen den Kolben *p* und die Wand der ringförmigen Höhlung gepreßt, und desto fester schließt es also auch.

Fig. 211.

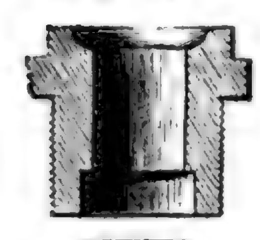
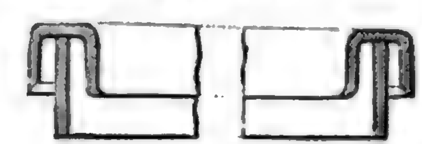


Fig. 212.



Es ist klar, daß auch an dieser Liederung noch ein Reibungswiderstand zu überwinden ist, daß also auch die Kraft nicht ganz zum Effect gelangt,

welcher wirklich schon bis zur Unterfläche des Kolbens p fortgepflanzt worden ist.

Wenn die Schraube k aufgeschraubt wird, so tritt das Wasser aus dem Cylinder c c' zurück und läuft durch die Oeffnung v aus.

77 **Der Luftballon.** Das Gesetz des Archimedes gilt ebenso für Gase wie für Flüssigkeiten. Ein Körper, welcher in ein Gas eingetaucht ist, verliert einen Theil seines Gewichtes, welcher dem Gewichte des verdrängten Gases gleich ist. Es beruht darauf das Steigen des Luftballons.

Die Brüder Montgolfier construirten zuerst einen großen Ballon von gefirnißtem Papier oder Taffet, welcher unten eine Oeffnung von einigen Quadratfußen hatte. In einiger Entfernung unter dieser Oeffnung war ein Korb von Metalldraht angehängt, welcher mit einem brennenden Stoffe gefüllt war. Durch die Verbrennung desselben wird eine Menge warmer, leichter Luft gebildet, welche aufsteigt und bald den ganzen Ballon anfüllt. Sobald die warme Luft im Ballon sammt der Hülle und Allem, was daran hängt, leichter ist als die verdrängte Luftmenge, muß der Ballon steigen; er nimmt den brennenden Körper, der ihm die Steigkraft verleiht, mit in die Höhe. Der Ballon muß so lange steigen, bis er in eine Höhe kommt, in welcher die Luft schon so verdünnt ist, daß das Gewicht des Ballons dem der verdrängten Luftmenge gleich ist. Der erste Luftballon dieser Art, welche man Montgolfieren nennt, stieg zu Anonay den 5. Juni 1783.

Charles, ein bekannter Physiker, Professor zu Paris, hatte den glücklichen Gedanken, statt der warmen Luft Wasserstoffgas anzuwenden, dessen außerordentliche Leichtigkeit Cavendish im Jahre 1766 bekannt gemacht hatte. Wasserstoffgas ist beinahe 14mal leichter als atmosphärische Luft. 1000 Kubikmeter Luft wiegen $1299{,}075^k$, während ein gleiches Volumen Wasserstoffgas nur $89{,}76^k$ wiegt. Die Differenz dieser Gewichte ist $1209{,}315^k$. 500 K. M. Wasserstoffgas können demnach noch eine Last von 604^k heben. Einen Ballon von dieser Größe ließ Charles anfertigen, und um das Vertrauen zu beweisen, welches seine Entdeckung einflößen mußte, unternahm er mit Robert die berühmte Reise, bei welcher er in einigen Minuten die Höhe von 2400 bis 3000 Fuß erreichte und in diesen Regionen der Atmosphäre in zwei Stunden einen Weg von 5 Meilen zurücklegte. Charles stieg in den Tuilerien auf. Die ganze Bevölkerung von Paris war in Bewegung. Alle öffentlichen Plätze, alle hochliegenden Orte waren mit Zuschauern bedeckt. Ein Kanonenschuß gab das Signal der Abfahrt, und bald sah man den Ballon sich wie ein Meteor am Horizont erheben. Hoch in den Lüften sah man noch die flatternden Fähnchen, von der Sonne beleuchtet, und die Schiffer, welche ruhig die Erde grüßten. Nie hat wohl ein physikalisches Experiment solche allgemeine Bewunderung erregt.

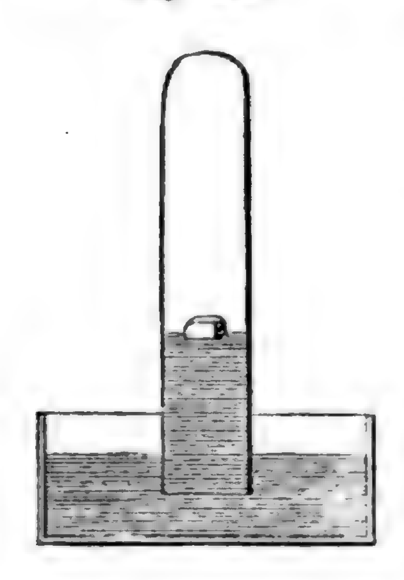
Es konnte nicht fehlen, daß Charles Nachahmer fand. Unter den zu wissenschaftlichen Zwecken unternommenen Luftfahrten zeichnen sich die im Jahre 1804 von Gay-Lussac und Biot unternommenen aus. Bei der ersten Fahrt erreichten die beiden Physiker eine Höhe von 4000 Metern. Die zweite Fahrt unternahm Gay-Lussac allein und erreichte eine Höhe von 7000 Metern, die größte Höhe, zu der je ein Mensch gelangt ist. Humboldt und Bompland sind am Chimborasso bis zu einer Höhe von 6100 Metern aufgestiegen. In einer solchen Höhe fühlte man eine empfindliche Kälte: Gay-Lussac's Thermometer zeigte — 10°, während am Boden eine Hitze von 30° war. Die Luft war so trocken, daß die hygroskopischen Körper rasch ihre Feuchtigkeit verloren; der Himmel erschien sehr dunkelblau. Nach einer Fahrt von 6 Stunden hatte Gay-Lussac in horizontaler Richtung einen Weg von 15 Meilen zurückgelegt und sank in der Nähe von Rouen langsam nieder. Wir werden später die Resultate mittheilen, mit welchen diese merkwürdige Reise die Wissenschaft bereichert hat.

Sechstes Kapitel.

Anziehung zwischen gasförmigen und festen, sowie zwischen gasförmigen und flüssigen Körpern.

Daß zwischen den Theilchen fester und gasförmiger Körper eine bedeu- 78
tende Anziehung stattfindet, geht am augenscheinlichsten aus folgendem Versuche hervor. Löscht man eine glühende Kohle unter Quecksilber ab, läßt man sie dann in einem Cylinder in die Höhe steigen, dessen oberer Theil mit Kohlensäure gefüllt ist, welche durch Quecksilber von der Verbindung mit der äußern Luft abgesperrt wird, und deren Volumen ungefähr 20mal so groß ist als das der Kohle, so wird in wenig Augenblicken die Kohlensäure von der Kohle dermaßen verdichtet, daß das Quecksilber im Cylinder bis obenhin steigt. Die ganze Masse der Kohlensäure, welche vorher den ganzen obern Theil des Cylinders erfüllte, ist jetzt durch die zwischen der Kohle und dem Gase stattfindende Anziehung in den Poren der Kohle verdichtet, das Gas ist absorbirt worden. Derselbe Versuch gelingt auch mit vielen anderen Gasen.

Fig. 213.



Wenn die Kohle längere Zeit an der Luft gelegen hat, so gelingt der Versuch nicht mehr ganz, was sehr begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß die Kohle atmosphärische Luft und den in der Luft verbreiteten Wasserdampf absorbirt, und daß dadurch natürlich ihre Absorptionsfähigkeit für andere Gase vermindert wird.

Wenn man eine Kohle, welche Gase absorbirt hat, unter die Luftpumpe bringt oder glüht, so läßt sie die absorbirten Gase wieder frei.

Die Absorption der Gase ist jederzeit von einer Wärmeentwicklung begleitet, die um so bedeutender ist, je heftiger die Absorption vor sich geht. Zur Pulverfabrikation wird die Kohle zu einem ungemein feinen Pulver zerrieben, welches die atmosphärische Luft mit solcher Begierde absorbirt, daß eine bedeutende Erhitzung der Masse stattfindet, welche oft bis zur Entzündung steigt.

Sauerstoffgas wird vom Platinschwamm (fein vertheiltes Platin) sehr stark absorbirt. Wenn Wasserstoffgas auf einen mit verdichtetem Sauerstoffgase gesättigten Platinschwamm strömt, so verbinden sich die Gase unter solcher Wärmeentwickelung, daß das Platin glühend wird und den Strom von Wasserstoffgas entzündet. Darauf gründet sich die Döbereiner'sche Zündmaschine.

Dadurch, daß sich der feste Körper in einem fein vertheilten Zustande befindet, wie dies beim Kohlenpulver und dem Platinschwamm der Fall ist, wird die Absorption bedeutend befördert, weil alsdann viele Berührungspunkte zwischen dem festen Körper und dem Gase vorhanden sind, doch ist dieser fein vertheilte poröse Zustand nicht durchaus nothwendig, um die Verdichtung der Gase zu bewirken, sie findet auch Statt, wenn der feste Körper eine vollkommen glatte, ja wenn er eine metallische Oberfläche hat, nur ist in diesem Falle die Verdichtung nicht so bedeutend. Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metallischer Oberfläche in ein Gemenge von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas bringt, so werden die beiden Gase so sehr verdichtet, daß sie sich allmälig zu Wasser verbinden.

Nicht Platin und Kohle allein zeigen dieses merkwürdige Verhalten gegen Gase, sondern mehr oder weniger alle festen Körper. Jeder feste Körper ist daher gleichsam mit einer verdichteten Atmosphäre von irgend einem Gase umgeben, welche sich oft nur sehr schwer von ihm trennen läßt, und mit welcher er sich, wenn man seine Oberfläche davon auch vollkommen befreit, nach einiger Zeit doch wieder umgiebt, wenn er in Berührung mit Gasen ist. So ist z. B. das Glas stets mit einer Hülle von verdichteter Luft umgeben, die man bei der Anfertigung von Barometern ja erst durch das Kochen des Quecksilbers in der Röhre entfernen kann. Gießt man Wasser in einen Glaskolben und bringt man dann denselben über Feuer, so sieht man bald, wie sich an dem Boden eine Menge kleiner Bläschen bilden, noch lange ehe das Kochen des Wassers beginnt. Es ist dies die vorher wegen

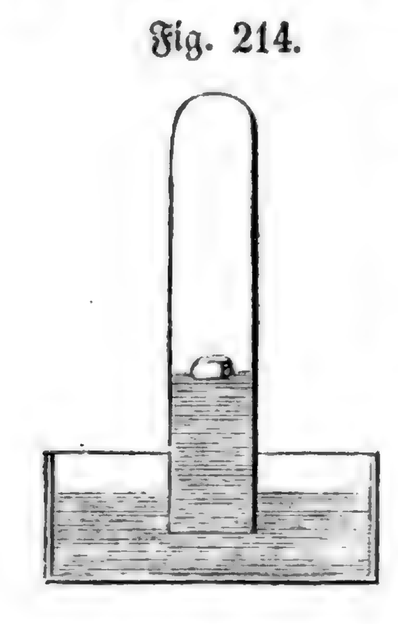
ihrer großen Verdichtung gar nicht wahrgenommene Luftschicht, die nun, durch die Wärme ausgedehnt, Bläschen bildet. Aehnliche Bläschen sieht man auch, wenn man das Gefäß mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und dann auspumpt.

Solche gasförmigen Körper, welche leicht in den flüssigen Zustand übergehen (Dämpfe), werden durch die Anziehung, welche feste Körper auf sie ausüben, flüssig gemacht. So zieht z. B. Chlorcalcium den Wasserdampf mit großer Begierde an, verdichtet ihn zu Wasser und zerfließt endlich in dem Wasser. Auch das Kochsalz zieht den Wasserdampf aus der Luft an und wird feucht; ebenso verhält sich die Pottasche und viele andere Körper.

Solche Körper, welche den Wasserdampf aus der Luft anziehen, heißen hygroskopische Körper; außer den schon angeführten ist auch Holz, Haare, Fischbein u. s. w. hygroskopisch.

Absorption der Gase durch Flüssigkeiten. Flüssigkeiten zeigen 79
gegen Gase ein ganz ähnliches Verhalten wie das, welches wir so eben bei den festen Körpern betrachtet haben. Man kann dies recht anschaulich machen, wenn man den oben (S. 165) angeführten Versuch in der Weise abändert, daß man die Kohlensäure durch Ammoniakgas ersetzt und statt der Kohle Wasser aufsteigen läßt. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser mit solcher Begierde absorbirt, daß alsbald alles Gas verschwunden ist und sich die ganze Röhre mit Flüssigkeit füllt.

Fig. 214.



Das Wasser absorbirt ein 700faches Volumen Ammoniakgas und ein 500faches Volumen Salzsäuregas.

Das Absorptionsvermögen der Flüssigkeiten hängt von der Temperatur und von dem Drucke ab. Bei niedriger Temperatur und unter einem starken Drucke absorbiren die Flüssigkeiten größere Mengen von Gasen als bei höherer Temperatur und unter geringerem Drucke.

Das Wasser enthält fast immer eine ziemlich bedeutende Menge absorbirter Luft und kann davon nur durch längeres Kochen befreit werden. Unter anderen Gasen wird auch Kohlensäure vom Wasser ziemlich stark absorbirt. (Sauerwasser, Bier, Champagner.)

Eine Reihe höchst interessanter, von Moser entdeckter Erscheinungen 80
findet durch die Molekularwirkungen zwischen festen und gasförmigen Körpern ihre Erklärung.

Wenn man auf eine Glastafel mit einem Holzstäbchen oder irgend einem andern Körper schreibt, so werden durch Behauchen die Charaktere deutlich

hervortreten. Jeder polirte Körper, Metalle, Harz, Holz u. s. w., zeigt dasselbe wie die Glastafel.

Auf eine jodirte Silberplatte wurde ein gravirter Metallstempel, eine vertieft geschnittene Achatplatte und ein Hornring gelegt. Als nachher die jodirte Platte den Quecksilberdämpfen ausgesetzt wurde, zeigte sich ein deutliches Bild aller Figuren des Steins, der Buchstaben des Metallstempels und des Ringes.

Eine jodirte Silberplatte ist zu diesen Versuchen nicht nöthig; wenn man einen Stempel auf irgend einer Metallplatte einige Zeit stehen läßt, so zeigt sich nachher beim Behauchen der Platte, oder noch besser, wenn man sie den Quecksilberdämpfen aussetzt, ein Bild des Stempels. Die Dämpfe schlagen sich bald vorzugsweise an denjenigen Stellen nieder, an welchen eine Berührung stattfand, bald an den nicht berührten Stellen.

Eine unmittelbare Berührung ist nicht einmal nöthig; wenn der Stempel in ganz geringer Entfernung über die Platte gehalten wird, so tritt das Bild gleichfalls hervor, sobald man die Platte behaucht oder den Quecksilberdämpfen aussetzt.

Diese Wirkungen haben allerdings viel Aehnlichkeit mit den Wirkungen des Lichts auf daguerrische Platten, und Moser sucht sie deshalb durch die Annahme zu erklären, das jeder Körper gewissermaaßen selbstleuchtend sey, daß er also Strahlen aussendet, welche auf andere Körper gerade so wirken wie die Lichtstrahlen, obgleich sie die Netzhaut im Auge nicht afficiren. Waidele erklärt dagegen diese Erscheinungen folgendermaaßen:

Im Allgemeinen ist jeder Körper von einer verdichteten Gasschicht eingehüllt; das absorbirte Gas bildet um seine Oberfläche eine Atmosphäre, wie die Luft um den Erdball. Wenn man einen Körper ausglüht, so wird er dadurch von den bereits absorbirten Gasen befreit; eine Silberplatte, welche mit frisch ausgeglühtem Trippel geputzt wird, erhält dadurch den höchsten Grad von Reinheit. Ein Körper, welcher frisch gereinigt ist, wird natürlich Dämpfe weit stärker an seiner Oberfläche verdichten können als ein solcher, welcher schon in eine Gasschicht eingehüllt ist.

Wenn nun ein Stempel auf eine Platte gesetzt wird, so werden sich im Allgemeinen die Oberflächen beider Körper nicht in einem gleichen Zustande der Reinheit befinden; an den Berührungsstellen geht also gewissermaaßen ein Austausch der Atmosphären vor sich. Die Platte wird an der Stelle, wo der Stempel lag, je nach den Umständen mehr oder weniger Gase verdichtet haben als an anderen Stellen, hier werden also auch die Dämpfe schwächer oder stärker condensirt werden.

Diese Erklärungsweise begründet Waidele durch viele Versuche, von denen wir nur die wichtigsten anführen wollen.

Auf die eine Hälfte einer mit frisch geglühtem Trippel geputzten Silber-

platte wurde frisch ausgeglühtes Kohlenpulver gestreut, auf die andere Hälfte solches Kohlenpulver, über welches ein Strom von Kohlensäure geleitet worden war. Nach 1 bis 2 Minuten wurde alles Kohlenpulver mit reiner Baumwolle von der Platte abgekehrt. Wenn man sie nun behauchte, so condensirte sich der Wasserdampf auf der Hälfte, auf welcher das kohlensäurehaltige Kohlenpulver gelegen hatte, mit bräunlicher, auf der andern Hälfte mit bläulicher Färbung. Den Quecksilberdämpfen ausgesetzt, condensirten sich dieselben nur auf der Hälfte der Platte, auf welcher das frisch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte.

Da, wo das frisch ausgeglühte Pulver gelegen hatte, ist die Oberfläche der Platte fast noch ganz rein, hier werden also die Wasserdämpfe sowohl als die Quecksilberdämpfe stärker verdichtet als da, wo die Platte durch die Berührung mit dem kohlensäurehaltigen Kohlenpulver schon mit einer dichten Atmosphäre von Kohlensäure bedeckt ist.

Wenn man auf eine frisch präparirte, also ganz reine Platte einen Stahlstempel auflegt, der längere Zeit in Kohlenpulver gelegen hatte, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so daß sich auf diesem Stahlstempel eine dichte Atmosphäre von Kohlensäure befindet, und den Stempel nach 10 Minuten wegnimmt, so erscheint sein Bild, wenn man die Platte den Quecksilberdämpfen aussetzt, die sich vorzugsweise da condensiren, wo Platte und Stempel nicht in unmittelbarer Berührung waren, denn hier konnte sich die Platte nicht so schnell mit einer Gasatmosphäre bedecken als da, wo sie mit einer dichten Atmosphäre des Stempels in Berührung war.

Wenn dagegen die Platte mit einer Gasatmosphäre versehen ist, und man einen frisch gereinigten Stempel aufsetzt, so werden nach Wegnahme desselben die Quecksilberdämpfe umgekehrt da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren.

Wenn Platte und Stempel ganz rein sind, oder wenn Platte und Stempel in Kohlenpulver gelegen haben, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so erhält man gar kein Bild des Stempels.

Moser hat ferner gefunden, daß wenn man auf irgend einen polirten Körper einen Papierschirm legt, in welchem beliebige Figuren ausgeschnitten sind, wenn man dann die Platte behaucht und das Wasser verdunsten läßt, so wird, nachdem man den Schirm weggenommen hat, bei einem abermaligen Behauchen die ausgeschnittene Figur wieder sichtbar werden, indem nun hier die Wasserdämpfe anders condensirt werden als an den Stellen, welche vorher nicht behaucht worden waren.

Wenn man mit einem Wassertropfen, welcher an einem Glasstabe hängt, über irgend eine polirte Platte hinfährt, ohne daß gerade Wasser auf der Platte hängen bleibt, so werden, wenn man nachher die Platte behaucht, die Züge sichtbar werden, in welchen der Tropfen über die Platte hingeführt wurde.

Moser erklärt diese Erscheinungen durch die Annahme eines latenten Lichtes, er nimmt nämlich an, daß Licht in ähnlicher Weise gebunden und wieder frei werden könne wie die Wärme. Wir können auf diese allerdings geistreich-, aber doch sehr gewagte Theorie hier nicht weiter eingehen. Auch diese Erscheinungen erklärt Waidele mit überraschender Einfachheit.

Wenn man einen Wassertropfen, welcher an einem Glasstäbchen hängt, über eine Platte hinführt, welche mit einer Gasatmosphäre bedeckt ist, so absorbirt er einen Theil des Gases, und folglich muß der Weg des Tropfens auf der Platte sichtbar werden, wenn man sie nachher anhaucht.

Wenn man auf eine nicht sehr sorgfältig gereinigte Platte ein Blatt Papier legt, aus welchem irgend eine Figur ausgeschnitten ist; wenn man dann die Platte behaucht, das Blatt wegnimmt und das Wasser verdampfen läßt, so nimmt dies verdampfende Wasser die Gasatmosphäre größtentheils mit weg, während sie an den nicht bethaut gewesenen Stellen bleibt; bei einem abermaligen Behauchen muß also natürlich hier der Wasserdampf stärker condensirt werden als auf der übrigen Platte. Was diese Ansicht unterstützt, ist der Umstand, daß das Bild der ausgeschnittenen Figur auf einer frisch und sorgfältig gereinigten Platte nie recht deutlich wird, während es sich auf solchen Platten, die man vorher absichtlich mit einer Atmosphäre von Kohlensäure oder Ammoniakgas versehen hat, am schönsten darstellt.

81 **Diffusion der Gase.** Flüssigkeiten, welche sich nicht chemisch mit einander verbinden, können wohl auf einige Augenblicke gemengt seyn; bald aber trennen sie sich, sie lagern sich nach der Ordnung ihrer Dichtigkeit über einander, wie z. B. das Oel auf dem Wasser schwimmt. Bei Gasen findet eine ganz gleichförmige Mengung Statt.

Diese Fundamentalwahrheit ist durch einen directen Versuch außer Zweifel gesetzt worden. Berthollet verband zwei Ballons, von denen der eine mit Wasserstoffgas, der andere mit Kohlensäuregas gefüllt war, durch eine Röhre, die mittelst eines Hahns gesperrt werden konnte. Nachdem der Apparat so aufgestellt war, daß der mit dem leichteren Wasserstoffgas gefüllte Ballon über dem andern stand, wurde der Hahn geöffnet. Nach einiger Zeit hatte sich die Hälfte des Wasserstoffgases trotz seiner Leichtigkeit in dem untern Ballon verbreitet, während die Hälfte des Kohlensäuregases in den obern Ballon hinaufgestiegen war.

Man kann den Versuch am einfachsten anstellen, wenn man zwei Glasgefäße, von denen das eine, *a*, mit Wasserstoffgas, das andere, *e*, mit Kohlensäure gefüllt ist, auf die Weise verbindet, wie man Fig. 215 sieht. Nach einiger Zeit findet man die Gase auf die angegebene Weise gemischt. Jedes Gas verbreitet sich also gleichförmig in dem ganzen Raume gerade so, als ob das andere gar nicht da wäre.

Was für die Mischung zweier Gase gilt, gilt auch für mehrere. Das allgemeine Princip, nach welchem die Mischung gasförmiger Körper vor sich geht, ist folgendes: Wenn man in einen und denselben Raum verschiedene Gase bringt, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, so verbreitet sich jedes gleichförmig durch den ganzen Raum.

Fig. 215.

Wenn zwei verschiedenartige Gase durch eine poröse Scheidewand getrennt sind, so geht der Austausch der Gase durch diese Scheidewand hindurch vor sich, und zwar bemerkt man hier eine ähnliche Erscheinung wie diejenige, welche wir bei den Flüssigkeiten unter dem Namen der Endosmose kennen gelernt haben; man findet nämlich, daß das Gas, welches sich auf der einen Seite der Scheidewand befindet, rascher durch die Scheidewand hindurchdringt, um sich jenseits zu verbreiten, als die Gasart auf der andern Seite.

Graham hat diese Erscheinung näher untersucht und sie mit dem Namen der Diffusion bezeichnet; man kann sie am einfachsten in folgender Weise beobachten. Man verschließt das eine Ende einer ungefähr 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll weiten Glasröhre mit einem Stopfen von Gyps, welcher die Gase sehr gut durchläßt, so lange er nicht feucht ist; diese Röhre wird nun über Quecksilber mit Wasserstoffgas gefüllt. Das Wasserstoffgas entweicht nun durch den Gypsstopfen, während umgekehrt atmosphärische Luft eindringt; allein die Menge des entweichenden Wasserstoffgases ist größer als die der eindringenden Luft, denn das Gasvolumen in der Röhre wird immer kleiner, das Quecksilber in der Röhre steigt immer mehr, und schon nach einigen Minuten steht es 2 Zoll hoch über dem Quecksilberspiegel in der Wanne.

Um das Gesetz der Diffusion zu ermitteln, muß man dadurch, daß man die Röhre allmälig tiefer und tiefer einsenkt, dafür sorgen, daß das Niveau des Quecksilbers in der Röhre stets dem äußeren gleich bleibt, weil ohne diese Vorsichtsmaaßregel mehr atmosphärische Luft eindringt, als wenn bloß eine Diffusionswirkung stattgefunden hätte.

Nach Graham's Versuchen verhalten sich die Geschwindigkeiten, womit die Gase die Scheidewand durchziehen, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichtigkeiten; wenn z. B. 1 Volumen Luft in die Röhre eintritt, so entweichen dagegen 3,83 Volumina Wasserstoffgas durch den Stopfen; nun ist aber das Wasserstoffgas 14,5mal leichter als die atmosphärische Luft, und 3,83 ist die Quadratwurzel von 14,5.

Dritter Abschnitt.

Von der Bewegung und den beschleunigenden Kräften.

Erstes Kapitel.

Verschiedene Arten der Bewegung.

82 **Ruhe und Bewegung.** Ein Körper, welcher seine Stellung gegen andere ändert, ist in Bewegung; er ist in Ruhe, wenn keine solche Veränderung mit ihm vorgeht. Alle Ruhe, alle Bewegung, welche wir beobachten, ist nur relativ, nicht absolut. Die Bäume sind in Ruhe in Beziehung auf die benachbarten Berge; die Bäume haben eine unveränderliche Stellung auf dem Erdboden; aber Bäume und Berge sind deshalb nicht in absoluter Ruhe; sie durchlaufen mit dem ganzen Erdballe, auf welchem sie fest stehen, die ungeheure Bahn unseres Planeten. Obgleich wir aber wissen, daß wir mit unserer Erde die Himmelsräume durchfliegen, indem sie sich um die Sonne dreht, so können wir doch über unsere absolute Bewegung nichts sagen, denn wir müßten wissen, ob die Sonne wirklich ein unbewegliches Centrum der Welt ist. Alles aber scheint anzudeuten, daß die Sonne selbst nur ein Planet ist, welcher um eine andere Sonne kreis't, die wohl wieder nicht fest ist, ohne daß wir im Stande sind, das Centrum aller Bewegungen zu bestimmen oder auch nur zu ahnen.

Wir haben bei der Bewegung zwei wesentliche Dinge zu betrachten, die Richtung und die Geschwindigkeit.

Wenn ein Körper sich stets nach derselben Richtung bewegt, so ist seine Bahn geradlinig, wenn sich aber die Richtung seiner Bewegung fortwährend ändert, so ist seine Bewegung krummlinig. Wenn man sich in dem Punkte der Curve, welchen der Körper in einem bestimmten Momente einnimmt, eine Tangente an die Curve gezogen denkt, so zeigt uns diese Tangente die Richtung, welche in diesem Augenblicke die Bewegung des Körpers hat.

Gleichförmige Bewegung. Ein Körper hat eine gleichförmige Bewegung, wenn er in gleichen Zeiten gleiche Räume zurücklegt. Wenn ein Körper, der sich in gerader Linie bewegt, in jeder Minute gleich viel, etwa 60 Fuß, fortschreitet, in jeder halben Minute 30, in jeder Sekunde 1 Fuß, so bewegt er sich gleichförmig. Weil die in gleichen Zeiten durchlaufenen Räume gleich sind, so folgt, daß das Verhältniß zwischen Zeit und Raum constant bleibt. Dieses Verhältniß nennt man die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung. Nimmt man die doppelte, dreifache Zeit, so ist auch der durchlaufene Raum der doppelte oder dreifache, das Verhältniß bleibt also dasselbe. Die Zahl, welche die Geschwindigkeit ausdrückt, hängt davon ab, welche Einheiten man für Raum und Zeit wählt. Wollte man die Geschwindigkeit nur durch eine Zahl ausdrücken, ohne anzugeben, welcher Einheiten man sich bedient, so würde die Geschwindigkeit noch durchaus unbestimmt seyn. Am einfachsten drückt man die Geschwindigkeit dadurch aus, daß man angiebt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit, etwa in einer Minute, einer Sekunde, bewegt. So geht z. B. ein erwachsener Mensch in der Regel mit einer Geschwindigkeit von 2,5 Fuß in der Sekunde. Ein gewöhnlicher Wind hat eine Geschwindigkeit von 60 Meter in der Minute, der Sturmwind aber 2700 Meter in der Minute. Die beiden letzten Geschwindigkeiten sind unter sich vergleichbar, weil sie in denselben Einheiten ausgedrückt sind; die Geschwindigkeit des Sturmwindes ist 45mal so groß als die des gewöhnlichen Windes. Wollte man die Geschwindigkeit des Menschen mit der des Sturmwindes vergleichen, so muß man sie erst auf gleiche Einheit reduciren. 83

Weil die Materie träg ist, muß sich ein Körper, welcher einmal eine gleichförmige Bewegung hat, fortwährend nach derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit bewegen, es müßte denn ferner noch eine zweite Kraft auf ihn wirken, welche entweder seine Richtung allein, oder seine Geschwindigkeit allein, oder auch Richtung und Geschwindigkeit zugleich ändert; denn durch sich selbst kann ein Körper in dieser Hinsicht nichts verändern, weder den Zustand der Ruhe, noch den der Bewegung. Auf diese Weise ist das Gesetz der Trägheit zu verstehen und nicht wie es sich die alten Philosophen dachten, welche behaupteten, daß die Materie eine vorherrschende Neigung zur Ruhe habe.

Wenn wir sehen, daß die Bewegung eines Körpers irgendwie verändert wird, daß seine Geschwindigkeit ab- oder zunimmt, daß die Bewegung ganz aufhört oder daß sie ihre Richtung ändert, so ist diese Veränderung jederzeit durch eine äußere Ursache veranlaßt. Ein Stein, den wir nach der Sonne werfen, müßte bis zu der Sonne fortfliegen, wenn er nicht durch den Widerstand der Luft und durch die Schwere, welche ihn nach der Erde zurückzieht, daran gehindert würde.

Digitized by Google

84 **Beschleunigte und verzögerte Bewegung.** Eine stetige Veränderung der Geschwindigkeit kann nur durch eine fortwährend wirkende Kraft hervorgebracht werden, eine solche Kraft aber nennt man eine beschleunigende oder eine verzögernde, je nachdem durch sie die Bewegung beschleunigt oder verzögert wird. Wenn in irgend einem Moment der veränderlichen Bewegung alle beschleunigenden oder verzögernden Kräfte zu wirken aufhörten, so würde von dem Augenblicke an die Bewegung eine gleichförmige seyn; die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung in einem gegebenen Augenblicke bestimmt man dadurch, daß man ausmittelt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit bewegen würde, wenn von dem fraglichen Momente an alle Beschleunigung und Verzögerung aufhörte.

Eine Bewegung heißt gleichförmig beschleunigt oder gleichförmig verzögert, wenn die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten gleichviel zu- oder abnimmt. Solche Bewegungen werden nun durch Kräfte hervorgebracht, welche fortwährend gleich stark wirken, wie dies bei der Schwere der Fall ist. Ein schwerer Körper fällt mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit.

Wenn man von der Voraussetzung ausgeht, daß die Intensität der Schwere an den verschiedenen Stellen, welche der fallende Körper durchläuft, dieselbe sey (und die Erfahrung berechtigt uns in der That zu dieser Annahme, wenigstens innerhalb gewisser Gränzen), so lassen sich alle Gesetze des freien Falls durch einfache Schlüsse entwickeln.

Da die Schwere in jedem Momente des Falles auf dieselbe Weise wirkt, so muß sie die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in gleichen Zeiten auch gleichviel vermehren, d. h. die Bewegung muß eine gleichförmig beschleunigte seyn. Wenn der fallende Körper während der ersten Fallsekunde eine Geschwindigkeit g erlangt, so muß er also nach 2, 3, 4 ... t Sekunden eine Geschwindigkeit $2g$, $3g$, $4g$ ... $t.g$ erlangt haben. Es läßt sich dies in Worten allgemein so ausdrücken: die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ist stets der verflossenen Fallzeit proportional; oder es ist

$$v = g.t$$

wenn v die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der Körper während einer Fallzeit von t Sekunden erlangt hat, g aber seine Geschwindigkeit am Ende der ersten Sekunde darstellt.

Welchen Raum muß aber demnach der Körper in einer, in 2, 3, 4 ....t Sekunden durchfallen? Zu Anfang der ersten Sekunde ist seine Geschwindigkeit gleich o, zu Ende derselben ist sie g. Da nun die Geschwindigkeit gleichförmig zunimmt, so muß der in einer Sekunde durchfallene Raum offenbar gerade eben so groß seyn, als ob sich der Körper während einer Sekunde mit einer Geschwindigkeit bewegt hätte, welche zwischen der

Anfangs- und Endgeschwindigkeit, also zwischen o und g in der Mitte liegt. Diese mittlere Geschwindigkeit aber ist $\frac{1}{2}g$, und ein Körper, der sich eine Sekunde lang mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt, durchläuft den Raum $\frac{1}{2}g$.

Eben so können wir durch Schlüsse den Fallraum finden, welchen der Körper in zwei Sekunden durchfällt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist o, die Endgeschwindigkeit $2\,g$, also ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{2g}{2}$, und ein Körper, welcher sich zwei Sekunden lang mit dieser Geschwindigkeit bewegt, durchläuft einen Raum $2 \,.\, 2\frac{g}{2}$.

In drei Sekunden durchfällt der Körper einen Raum $3 \,.\, 3\frac{g}{2}$, denn die Anfangsgeschwindigkeit ist o, die Endgeschwindigkeit $3\,g$, also die mittlere Geschwindigkeit $3\,\frac{g}{2}$, und mit dieser Geschwindigkeit muß ein Körper sich drei Sekunden lang gleichförmig bewegen, wenn er denselben Weg zurücklegen soll, den ein schwerer Körper in drei Sekunden durchfällt.

Wir wollen diese Schlußweise allgemein machen. Wenn ein Körper t Sekunden lang fällt, so muß er einen Weg zurücklegen, welcher demjenigen gleich ist, den er während derselben Zeit bei gleichförmiger Bewegung zurückgelegt hätte, wenn seine Geschwindigkeit das Mittel zwischen der Anfangsgeschwindigkeit o und der Endgeschwindigkeit $g \,.\, t$, also $\frac{g}{2} \,.\, t$ gewesen wäre. Ein Körper aber, welcher sich t Sekunden lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2}t$ bewegt, durchläuft einen Raum

$$s = \frac{g}{2} \,.\, t^2$$

das heißt in Worten: die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Ob aber die Voraussetzungen dieses Raisonnements wahr sind, ob die Schwere wirklich eine gleichförmig beschleunigende Kraft sey, darüber kann einzig und allein der Versuch Auskunft geben. Diese Frage kann aber nicht direct gelös't werden, weil die Geschwindigkeit, mit welcher die Körper fallen, so rasch zunimmt, daß es schon nach wenigen Augenblicken unmöglich ist, die in gegebenen Zeiten durchlaufenen Räume genau zu bestimmen. Was aber nicht durch directe Versuche gefunden werden kann, läßt sich durch indirecte Mittel bestimmen. Das einfachste Mittel ist Galiläi's schiefe Ebene, das genaueste aber die Atwood'sche Fallmaschine.

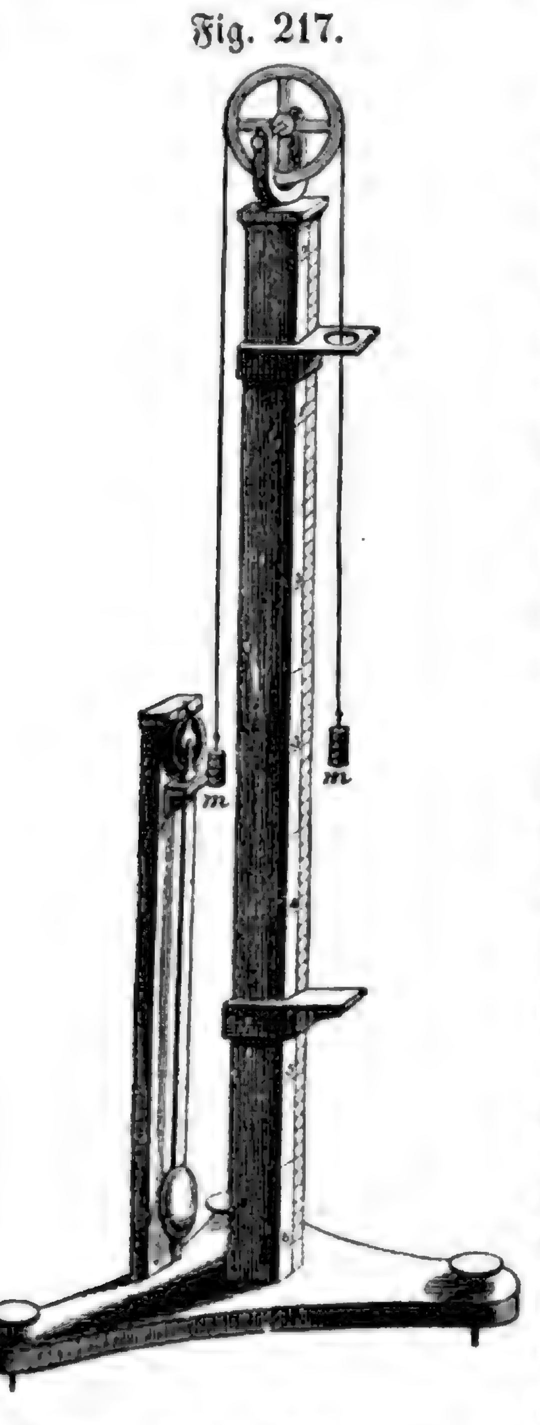
85 **Galiläi's schiefe Ebene.** Galiläi studirte zuerst die Fallgesetze, indem er leicht bewegliche Körper eine schiefe Ebene herunterrollen ließ. Zur Anstellung der Galiläi'schen Fallversuche bedient man sich am besten einer Rinne von Holz, etwa 10 bis 12 Fuß lang (Fig. 216), welche im Innern möglichst glatt polirt seyn muß und in Fuß und Zoll eingetheilt ist. Die Rinne wird durch Unterlagen schief gestellt, wie es die Figur zeigt. Wäre die Rinne vollkommen wagerecht gelegt worden, so würde eine darauf gelegte Kugel ruhig liegen bleiben, weil ihre Schwere durch den Widerstand der horizontalen Unterlage gänzlich aufgehoben wird. Wäre die Rinne vertikal gestellt, so würde die Kugel ganz frei mit der vollen Kraft ihrer Schwere herabfallen. Wird aber die Rinne geneigt, so wird die Kraft der Schwere in einem bestimmten Verhältnisse vermindert. Aus den Principien der Statik folgt, daß man die beschleunigende Kraft findet, welche die Kugel zur schiefen Ebene heruntertreibt, wenn man die beschleunigende Kraft der Schwere mit dem Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene multiplicirt. Welches aber auch das Verhältniß seyn mag, in welchem eine Kraft vermindert wird, mag man sie auf die Hälfte, den dritten, den vierten Theil ihrer ursprünglichen Größe reduciren, so ändert sich dadurch nur die absolute Größe der Bewegung, welche sie erzeugt, während das Verhältniß der in bestimmten Zeiten durchlaufenen Räume unverändert bleibt. Das Gesetz, welches wir aus den Versuchen auf der geneigten Ebene ableiten, ist demnach das wahre Gesetz der Schwere. Läßt man die Kugel in einem bestimmten Moment am obern Ende der Rinne los, bemerkt man sich die in einer, in zwei, in drei u. s. w. Sekunden durchlaufenen Räume, so findet man, die Räume verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, welche nöthig waren, um sie zu durchlaufen. Die Schwere ist demnach wirklich eine gleichförmig beschleunigende Kraft.

Fig. 216.

86 **Die Atwood'sche Fallmaschine** besteht im Wesentlichen in einer um eine horizontale Axe leicht drehbaren Rolle (Fig. 217), welche auf dem Gipfel einer ungefähr 7 pariser Fuß hohen vertikalen Säule befestigt ist. Ueber die Rolle ist eine Schnur geschlungen, an deren Enden gleiche Gewichte m hängen. Legt man auf der einen Seite ein Uebergewicht n auf, so wird das Gleichgewicht zerstört; die Gewichte m und n auf der einen Seite fallen, das Gewicht m auf der andern Seite wird gehoben. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese Bewegung vor sich geht, ist weit geringer als beim freien Falle, weil die bewegende Kraft, die Schwerkraft des Ueber-

gewichtes n, nicht allein die Masse n, sondern die Masse $2\,m + n$ in Bewegung zu setzen hat.

Fig. 217.



Wäre z. B. jedes der Gewichte m 7 Loth, n aber 1 Loth, so hätte das Uebergewicht von 1 Loth eine Masse von 15 Loth in Bewegung zu setzen; die Bewegung wird nach denselben Gesetzen vor sich gehen, wie beim freien Falle, nur mit dem einzigen Unterschiede, daß die Intensität der beschleunigenden Kraft hier 15mal kleiner ist. Wenn also ein freifallender Körper in der ersten Sekunde 15 Fuß durchfällt, so wird hier der Fallraum der ersten Sekunde nur 1 Fuß seyn.

Man sieht wohl ein, daß die Bewegung um so langsamer werden wird, je kleiner das Uebergewicht n im Verhältniß zu m ist, und man kann also durch zweckmäßige Veränderung von n die Bewegung so langsam machen als man will.

Um die Fallräume bequem messen zu können, ist die vertikale Säule eingetheilt. Der oberste Punkt der Theilung ist der Nullpunkt der Skala. Zwei Schieber, von denen der obere durchbrochen ist, können an jeder Stelle der Skala festgestellt werden.

Soweit ist die Kenntniß des Apparates nöthig, um den Zusammenhang der Versuche zu verstehen.

Zunächst läßt sich mit der Fallmaschine leicht darthun, daß sich die Fallräume wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten. Es sey n so gewählt, daß der Fallraum der ersten Sekunde 1 Zoll ist. Wenn das untere Ende des Gewichtes m, welches das Uebergewicht trägt, sich in der Höhe des Nullpunktes der Skala befindet, so wird eine Sekunde nach dem Beginn der Bewegung das Gewicht bei dem ersten nach dem Nullpunkt folgenden Theilstrich eintreffen.

Wenn der Fallraum der ersten Sekunde 1 Zoll ist, so muß in den zwei ersten Sekunden ein Weg von 4 Zoll zurückgelegt werden; wenn man also den untern Schieber 4 Zoll unter den Nullpunkt stellt, so wird das Gewicht, welches beim Punkte Null seine Bewegung begonnen hat, am Ende der zweiten Sekunde aufschlagen.

Wenn man die Bewegung stets in demselben Punkte, d. h. im Nullpunkte der Skala beginnen läßt, so hat man den Schieber 9, 16, 25, 36, 49, 64 Zoll unter diesem Punkte festzustellen, wenn das Gewicht nach 3, 4, 5, 6, 7, 8 Sekunden aufschlagen soll. Der Versuch bestätigt vollkommen das Gesetz, daß sich die Fallräume verhalten, wie die Quadrate der Fallzeiten.

Wir haben oben gezeigt, daß dieses Gesetz eine Folge der Annahme ist, daß die Geschwindigkeit der Fallzeit proportional wächst. Die Wahrheit der Folgerung beweis't uns indirect auch die Richtigkeit der Annahme. Direct läßt sich das Verhältniß zwischen Fallzeit und Geschwindigkeit des Körpers in irgend einem Moment weder beim freien Falle, noch bei der schiefen Ebene ausmitteln, denn dazu dürfte die Geschwindigkeit des Körpers von dem Augenblicke an nicht mehr wachsen, man müßte also plötzlich die Wirkung der Schwerkraft auf den Körper vernichten können. Mit Hülfe der Fallmaschine kann man in der That machen, daß die beschleunigende Kraft in irgend einem Momente zu wirken aufhört. Die beschleunigende Kraft ist ja nur die Schwere des Uebergewichtes n; wenn man nun diesem Uebergewichte n die beistehende Gestalt giebt, so kann man es an dem durchbrochenen Schieber in einem beliebigen Momente auffangen, während die Massen m ihren Weg von nun an mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortsetzen, da ja von dem Augenblicke an keine beschleunigende Kraft mehr auf sie wirkt. Wir können also mit Hülfe dieser Vorrichtung direct die Geschwindigkeit in irgend einem Momente durch den Weg bestimmen, der in der folgenden Sekunde zurückgelegt wird.

Fig. 218.

n

Wir haben oben gesehen, daß, wenn g die Geschwindigkeit des Körpers am Ende der ersten Fallsekunde ist, der Raum, den er in der ersten Sekunde zurücklegt, $\frac{1}{2}g$ sey. Wenn wir nun Alles so eingerichtet haben, daß in der ersten Sekunde 1 Zoll durchfallen wird, so muß demnach die Endgeschwindigkeit der ersten Sekunde 2 Zoll seyn, d. h. wenn am Ende der ersten Sekunde die beschleunigende Kraft zu wirken aufhört, so wird der Körper in der folgenden Sekunde den Weg von zwei Zoll mit gleichförmiger Geschwindigkeit zurücklegen.

Daß dieses Verhältniß zwischen Fallzeit und Geschwindigkeit wirklich stattfindet, läßt sich leicht folgendermaaßen nachweisen: Man stelle vor dem Beginn der Bewegung die Gewichte $m + n$ so, daß die untere Fläche von n in der Höhe des Nullpunkts der Skala steht; der durchbrochene Schieber wird so gestellt, daß seine obere Fläche bei 1 Zoll steht, der untere Schieber aber so, daß seine obere Fläche so tief unter 3 Zoll steht, als die Höhe des Gewichtes m beträgt. Läßt man in einem bestimmten Momente los, so wird nach einer Sekunde das Uebergewicht, nach zwei Sekunden das Ge-

wicht m selbst aufschlagen. Der obere Punkt des Gewichtes m hat also in der ersten Sekunde den Weg von 0 bis 1 mit beschleunigter Geschwindigkeit und in der zweiten Sekunde den Weg von 1 bis 3 mit gleichförmiger Geschwindigkeit zurückgelegt.

Daß die Geschwindigkeit nach Abnahme des Uebergewichtes wirklich gleichförmig ist, sieht man daraus, daß, wenn man, ohne sonst etwas zu ändern, den untern Schieber 2, 4, 6, 8, 10 Zoll tiefer stellt, der Aufschlag 1, 2, 3, 4, 5 Sekunden später erfolgt, daß also wirklich in jeder folgenden Sekunde ein Weg von 2 Zoll zurückgelegt wird.

Hätte man das Uebergewicht n so eingerichtet, daß in der ersten Sekunde 2, 3, 4 u. s. w. Zoll zurückgelegt worden wären, so würde in der zweiten Sekunde ein Weg von 4, 6, 8 Zoll zurückgelegt worden seyn, wenn man das Uebergewicht am Ende der ersten Sekunde wegnimmt.

Wir haben oben angenommen, daß, wenn die Geschwindigkeit am Ende der ersten Sekunde g ist, die Endgeschwindigkeit der 2., 3., 4. Sekunde $2g$, $3g$, $4g$ sey. Der Versuch bestätigt dies vollkommen. Nehmen wir wieder an, das Uebergewicht n sey so gewählt, daß in der ersten Sekunde 1 Zoll, in zwei Sekunden also 4 Zoll durchlaufen werden, so wird, wenn man das Uebergewicht am Ende der zweiten Sekunde auffängt, in jeder der folgenden Sekunden ein Weg von 4 Zoll durchlaufen werden; hätte man das Uebergewicht erst am Ende der dritten, vierten Sekunde aufgefangen, nachdem also ein Weg von 9, 16 Zoll durchfallen war, so würde die Bewegung mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit von 6, 8 Zoll fortgedauert haben.

Wir haben bisher die Reibung ganz unberücksichtigt gelassen und den Hergang der Sache betrachtet, wie er seyn würde, wenn keine Reibung stattfände. Um den Einfluß der Reibung so gering zu machen, daß er keine merkliche Verzögerung hervorbringt, wendet man sogenannte Frictionsrollen an, noch einfacher aber erreicht man diesen Zweck auf folgende Weise:

Wir werden später bei der Betrachtung der Reibungswiderstände am Haspel sehen, daß die Reibung gerade so wirkt, als ob die zu hebende Last um eine bestimmte Größe vermehrt worden wäre; wir können also auch in unserm Falle der Reibung dadurch das Gleichgewicht halten, daß wir auf derjenigen Seite, auf welcher der Niedergang stattfinden soll, ein Gewicht r auflegen, dessen Größe durch Versuche ausgemittelt werden muß. Ist das Gewicht r aufgelegt, so wird noch keine Bewegung erfolgen, setzt man aber das System etwa durch einen Anstoß nach der Seite des Uebergewichtes in Bewegung, so wird die Bewegung gleichförmig bleiben, weil ja der störende Einfluß der Reibung durch das Uebergewicht r neutralisirt ist; alle Bewegungen in der angedeuteten Richtung werden also gerade so stattfinden, als ob keine Reibung vorhanden wäre

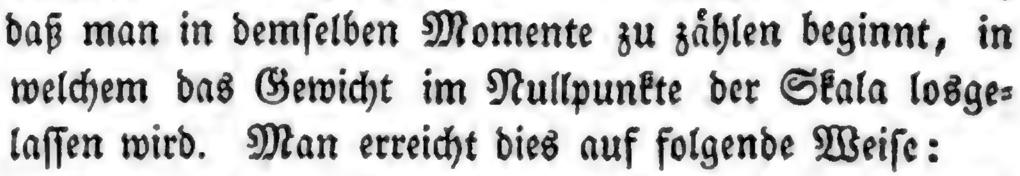
Sollen also alle Versuche vollkommen so ausfallen, wie oben gesagt wurde, so muß erst das der Reibung entsprechende Gewicht r aufgelegt werden, dieses Gewicht r hält alsdann der Reibung das Gleichgewicht, das System mag sich nun in Ruhe oder in Bewegung befinden. Durch ferneres Uebergewicht wird Bewegung hervorgebracht, und zwar eine beschleunigte Bewegung. Nimmt man in irgend einem Momente die beschleunigende Kraft weg, so bleibt von dem Augenblicke an die Geschwindigkeit gleichförmig, und zwar ist sie um so größer, je länger man das Uebergewicht n hat wirken lassen oder je größer dieses Uebergewicht war; jedenfalls wird ein kleineres Uebergewicht n dem Systeme dieselbe Geschwindigkeit ertheilen können wie ein größeres, wenn man es nur verhältnißmäßig länger aufliegen läßt.

Diese Betrachtungen lassen sich fast auf alle Maschinen anwenden. Die Arbeit aller Maschinen läßt sich mit der Hebung einer Last vergleichen, welche in der Regel mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehen soll. Um eine solche gleichförmige Geschwindigkeit zu erhalten, hat man gerade so viel Kraft nöthig, um der Last und der Reibung das Gleichgewicht zu halten. Nur im Beginne der Bewegung hat man einen Ueberschuß von Kraft so lange anzuwenden, bis man der Maschine die nöthige Geschwindigkeit ertheilt hat. Dieser Ueberschuß an Kraft ist dem Uebergewichte n zu vergleichen, welches durch den obern Schieber weggenommen wird, wenn die Bewegung eine bestimmte Geschwindigkeit erlangt hat.

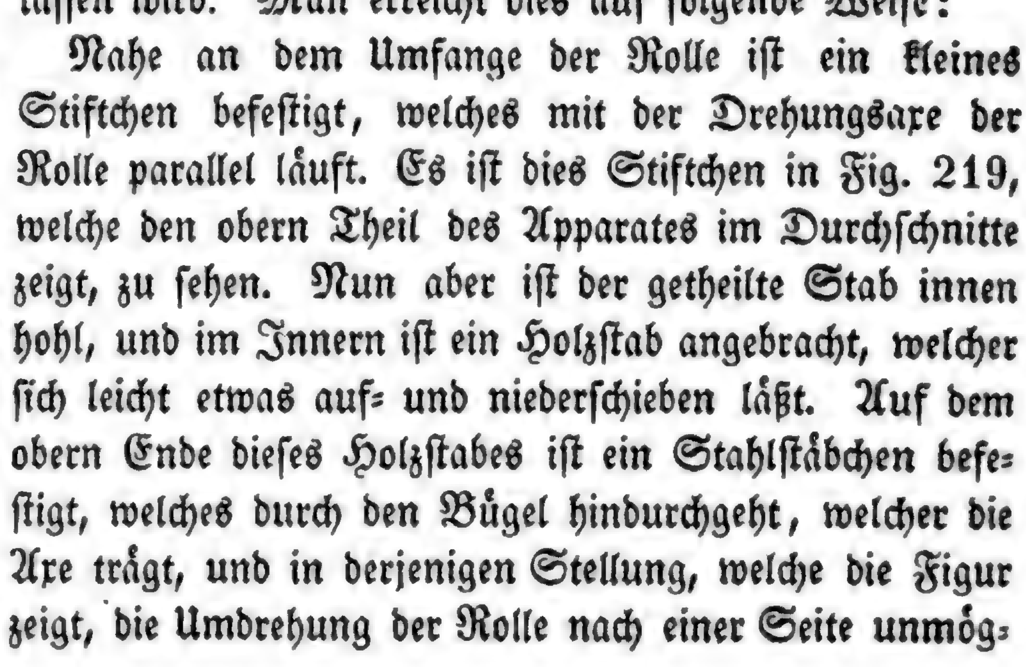
Betrachten wir jetzt die Einrichtung unserer Fallmaschine etwas näher.

Der getheilte Stab ist auf einer Brettplatte befestigt, durch welche drei Stellschrauben gehen, mit Hülfe deren man den Stab vollkommen vertikal stellen kann.

Mit dem Apparate ist ein Sekunden-Pendel in Verbindung, welches dazu dient, die Fallzeiten zu zählen. Von ganz besonderer Wichtigkeit ist es nun,

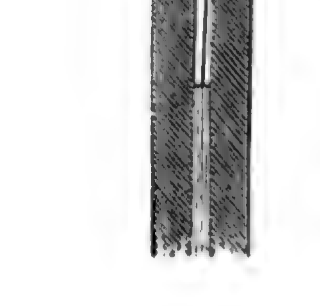


daß man in demselben Momente zu zählen beginnt, in welchem das Gewicht im Nullpunkte der Skala losgelassen wird. Man erreicht dies auf folgende Weise:



Nahe an dem Umfange der Rolle ist ein kleines Stiftchen befestigt, welches mit der Drehungsaxe der Rolle parallel läuft. Es ist dies Stiftchen in Fig. 219, welche den obern Theil des Apparates im Durchschnitte zeigt, zu sehen. Nun aber ist der getheilte Stab innen hohl, und im Innern ist ein Holzstab angebracht, welcher sich leicht etwas auf- und niederschieben läßt. Auf dem obern Ende dieses Holzstabes ist ein Stahlstäbchen befestigt, welches durch den Bügel hindurchgeht, welcher die Axe trägt, und in derjenigen Stellung, welche die Figur zeigt, die Umdrehung der Rolle nach einer Seite unmög-

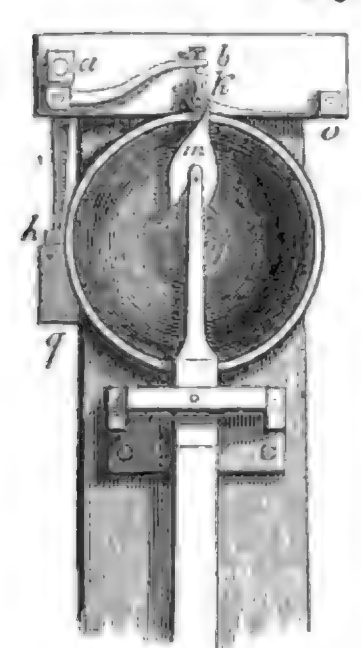
Fig. 219.

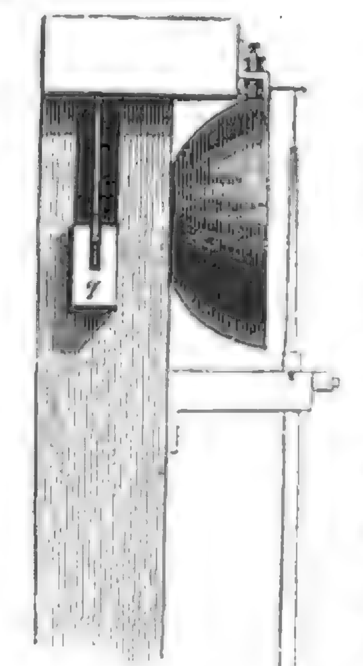


lich macht, indem das oben erwähnte Stiftchen an das Stahlstäbchen anstößt. Wenn das Stahlstäbchen niedergezogen wird, so beginnt in demselben Moment die Bewegung.

Mit dieser Vorrichtung steht das Pendel in Verbindung, und zwar auf folgende Weise. Dicht hinter dem obern Ende des Pendels befindet sich eine Glocke, auf welche bei jedem Niedergange des Pendels ein Hämmerchen *k* aufschlägt, wodurch die Pendelschläge sehr hörbar markirt werden. Am Hämmerchen befindet sich nämlich ein horizontaler Stift, an welchem eine am obern Ende der Pendelstange befestigte Metallplatte *m* bei jedem Niedergange des Pendels anschlägt; dadurch wird der Hammer gehoben, alsbald aber wieder durch eine in *o* befestigte Feder, an deren Ende er angebracht ist, niedergedrückt. Durch diese Anordnung ist nun das Pendel sehr bequem zum Zählen der Sekunden, allein das reicht nicht hin; der Moment, in welchem der Hammer zum ersten Male auf die Glocke aufschlägt, gleichsam der Nullpunkt der Zeitzählung, muß auch derselbe seyn, in welchem der fallende Körper den Nullpunkt der Skala verläßt.

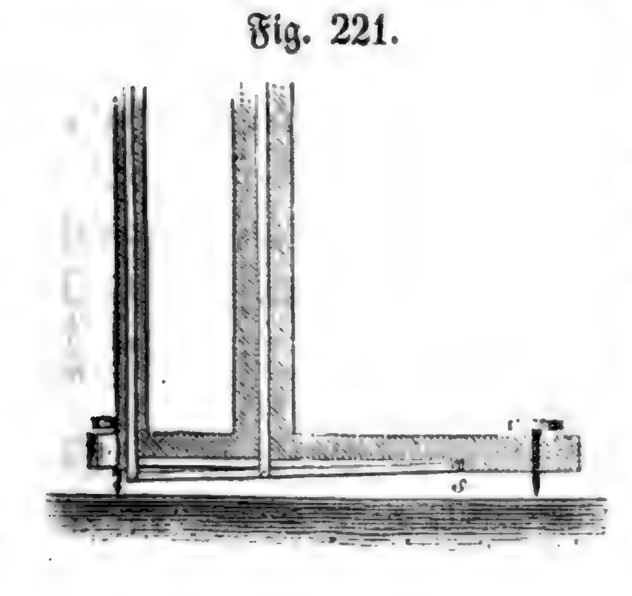
Fig. 220.





Unter der Fußplatte des Instrumentes befindet sich ein horizontaler Stab, welcher um einen festen Punkt *s*, Fig. 221, in vertikaler Ebene drehbar ist. Auf diesem horizontalen Stabe sind zwei vertikale befestigt, von denen der eine durch die Hauptsäule hindurchgeht und an dessen obern Ende sich das Metallstäbchen befindet, welches die Umdrehung der Rolle hindert; der andere vertikale Stab geht im Innern der Säule in die Höhe, welche die Pendelvorrichtung trägt. Das obere Ende des letzteren Stabes trägt ein Querstück *q*, Fig. 220, von Messing, welches aus der Säule hervorragt. In einem Einschnitte des Messingstückes *q* ist ein Stiftchen, mittelst dessen man es an dem Haken *h* einhängen kann. Um das Einhängen zu bewerkstelligen, muß man das Querstück *q* etwas heben, dadurch wird auch

Fig. 221.



der Stab in der Hauptsäule gehoben und in diejenige Stellung gebracht, welche die Umdrehung der Rolle hindert. Der Haken h und der Hebel $a\ b$ sind an einer und derselben horizontalen Axe befestigt, so daß die Drehung des einen auch den andern Hebelarm bewegt. Wenn man nun das Pendel aus seiner Ruhelage bewegt und losläßt, so wird bei der ersten Hebung des Hammers das Ende b des einen Hebelarms in die Höhe gestoßen, und dadurch wird also auch das am Haken h eingehängte Querstück q ausgelöſ't. Der Stab sowohl, an welchem q befestigt ist, als auch der Stab in der Hauptsäule fallen gleichzeitig durch ihr eigenes Gewicht nieder, und somit beginnt die Bewegung der Massen m in demselben Momente, in welchem der Hammer zum ersten Male auf die Glocke schlägt.

Beim freien Falle beträgt der Werth von g etwas über 30 Fuß. Weiter unten beim Pendel findet sich eine genauere Angabe jenes Werthes. Beim freien Falle müßte also, den eben bewiesenen Gesetzen zufolge, der Weg, der in der ersten Fallsekunde zurückgelegt wird, circa 15 par. Fuß, und in zwei, drei, vier Sekunden müßte der Fallraum also 60′, 135′, 240′ u. s. w. seyn.

Galiläi selbst machte Versuche über den freien Fall. Später wiederholten Riccioli und Grimaldi dieselben an dem Thurme Degli Asinelli in Bologna. Die genauesten Versuche darüber hat Dechalles angestellt. Die beobachteten Fallräume sind stets kleiner, als man nach der Theorie erwarten sollte. Diese Differenz rührt jedoch nur von dem Widerstande der Luft her, der im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wächst. Bei der Fallmaschine und der Fallrinne ist der Luftwiderstand ohne Einfluß.

Es ist häufig von Wichtigkeit, aus den gegebenen Fallhöhen unmittelbar die entsprechende Geschwindigkeit berechnen zu können. Eine Formel, nach welcher diese Rechnung auszuführen ist, ergiebt sich aus den Formeln $v = g \cdot t$ und $s = \frac{g}{2}t^2$. Durch Elimination von t findet man

$$v = \sqrt{2gs.}$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Fallräumen. Wäre z. B. ein Körper von einer Höhe von 100 Fuß herabgefallen, so ist nach dieser Formel seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2.30.100} = 77{,}4..$ Fuß (natürlich ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes).

87 Wenn ein Körper durch irgend einen Stoß vertikal in die Höhe geworfen wird, so wird er mit abnehmender Geschwindigkeit steigen, nach einiger Zeit hört seine aufwärts gerichtete Bewegung auf, und er beginnt zu fallen. Die Gesetze dieser Bewegung folgen unmittelbar aus dem Vorhergehenden.

Gesetzt, der Körper sey mit einer Geschwindigkeit von 150′ in die Höhe geworfen worden, so würde er, wenn die Schwere nicht wirkte, in jeder Sekunde 150′ steigen. Da die Schwere einem fallenden Körper in 1, 2,

3, 4, 5 u. s. w. Sekunden eine Geschwindigkeit von 30′, 60′, 90′, 120′, 150′ u. s. w. ertheilt, welche der Richtung unserer Bewegung entgegengesetzt ist, so ist klar, daß die Geschwindigkeit des steigenden Körpers am Ende der 1sten Sekunde 150 — 30 = 120′ ist; am Ende der 2ten Sekunde ist diese Geschwindigkeit 150 — 60 = 90′; am Ende der 3ten 150 — 90 = 60′; am Ende der 4ten 150 — 120 = 30′; am Ende der 5ten endlich 150 — 150 = 0, und nun beginnt also der Körper zu fallen. Wir haben hier das Beispiel einer gleichförmig verzögerten Bewegung, denn die Geschwindigkeit des steigenden Körpers nimmt in jeder Sekunde um gleich viel, nämlich um 30′, ab.

Stellen wir dies allgemeiner dar. Es sey n die Geschwindigkeit im Beginn des Steigens, so ist die Geschwindigkeit des Körpers nach t Sekunden

$$v = n - g\,t.$$

Das Steigen hört auf, wenn $n = g\,t$, d. h. wenn die in t Sekunden erlangte Fallgeschwindigkeit der Geschwindigkeit gleich ist, mit welcher der Körper zu steigen begonnen hat.

Die Zeit, welche der Körper braucht, um den Gipfel seiner Bahn zu erreichen, ist

$$t = \frac{n}{g}.$$

Suchen wir nun die Höhe zu bestimmen, welche der steigende Körper nach einer gegebenen Zeit erreicht hat. Bei dem oben gewählten Beispiele würde der Körper nach 1, 2, 3 u. s. w. Sekunden die Höhe von 150, 300, 450 u. s. w. Fußen erreicht haben, wenn die Schwere ihn nicht herabzöge. Wie wir aber gesehen haben, zieht ihn die Schwere in der 1sten Sekunde 15 Fuß herab, in 2 Sekunden 4 . 15 oder 60′, in 3 Sekunden 9 . 15 oder 135′. Seine Höhe am Ende der 1sten Sekunde ist also 150 — 15 = 135′; am Ende der 2ten, 3ten Sekunde ist seine Höhe 300 — 60 = 240′, 450 — 135 = 315′ u. s. w. Nach 5 Sekunden hätte er die Höhe von 750′ erreicht, ist aber durch die Wirkung der Schwere $15 \times 5^2 = 375'$ herabgezogen, er befindet sich also wirklich in einer Höhe von 750 — 375 = 375 Fuß, und nun beginnt er wieder zu fallen.

Betrachten wir die Sache allgemeiner. In t Sekunden würde der Körper vermöge seiner ursprünglichen Geschwindigkeit n zu der Höhe $n\,t$ steigen, er ist aber durch die Schwere um $\frac{g}{2}t^2$ herabgezogen worden, seine wirkliche Höhe ist demnach

$$h = n\,t - \frac{g}{2}t^2.$$

Da der Gipfel der Bahn erreicht wird, wenn $t = \frac{n}{g}$, so findet man die Höhe des Körpers in diesem Momente, wenn man in obiger Formel für h statt t diesen Werth setzt, man findet

$$h = \frac{n^2}{g} - \frac{g}{2}\,\frac{n^2}{g^2} = \frac{n^2}{g} - \frac{n^2}{2g} = \frac{n^2}{2g}$$

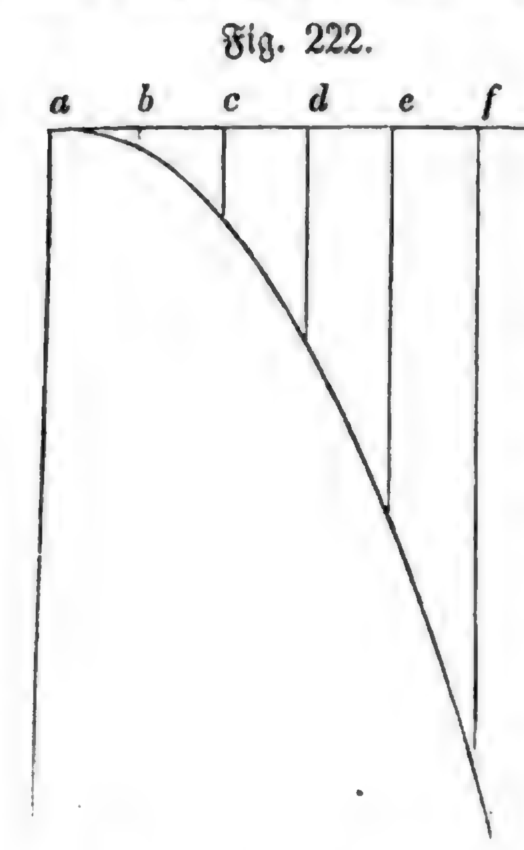
oder der Körper hat seinen höchsten Punkt erreicht, wenn die erreichte Höhe gerade so groß ist, wie der Raum, den in gleicher Zeit ein frei fallender Körper durchläuft.

Daraus geht hervor, daß der Körper zum Herabfallen genau eben so viel Zeit braucht als zum Steigen.

Suchen wir die Geschwindigkeit, mit welcher der herabfallende Körper wieder in dem Punkte ankommt, in welchem er die steigende Bewegung begann. Wir finden sie nach der Formel $v = g\,t$; da aber die Fallzeit $t = \frac{n}{g}$, so ergiebt sich $v = n$, d. h. der Körper kommt mit derselben Geschwindigkeit unten wieder an, mit der er zu steigen begann; oder um einen Körper bis zu einer Höhe h vertikal in die Höhe zu treiben, muß man ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilen, die gerade so groß ist als diejenige, welche er durch den freien Fall von der Höhe h herab erlangt.

88 **Wurfbewegung.** Wenn ein Körper in einer andern als in der vertikalen Richtung geworfen wird, so beschreibt er eine krumme Linie, deren Gestalt sich aus den Gesetzen des Falles leicht ableiten läßt. Nehmen wir den einfachsten Fall, nämlich den, daß der Körper durch irgend eine Kraft in horizontaler Richtung fortgestoßen worden sey. Wenn die Schwere nicht wäre, so würde er sich fortwährend in horizontaler Richtung bewegen, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Vermöge dieses Stoßes würde er in der ersten Sekunde den Weg $a\,b$, in der zweiten den gleich großen Weg $b\,c$ u. s. w. zurücklegen, er müßte sich also am Ende der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Sekunde in den Punkten b, c, d u. s. w. befinden. Durch die Schwere aber ist er gesunken. In der ersten Sekunde ist er um 15 Fuß gefallen, er wird sich also am Ende derselben nicht in b, sondern 15 Fuß unter b befinden. Am Ende der zweiten Sekunde ist er 60 Fuß unter c, am Ende der

Fig. 222.



dritten 135 Fuß unter d u. s. w. Die krumme Linie, welche der Körper auf diese Weise beschreibt, ist eine Parabel.

Wenn der Stoß in irgend einer andern Richtung stattfindet, so läßt sich die Bahn auf dieselbe Weise durch Construction ermitteln.

Die Bahn, welche ein geworfener Körper wirklich beschreibt, weicht wegen des Widerstandes der Luft von der rein parabolischen Gestalt ab.

Centralbewegung. Wir haben jetzt noch einen Fall der durch die 89
Schwere hervorgebrachten Bewegungen zu betrachten, nämlich den, daß wir die Richtung der Schwerkraft in verschiedenen Punkten dieser Bahn nicht mehr als einander parallel betrachten können. Solche Bewegungen beobachten wir am Monde, welcher um die Erde, bei den Planeten, welche um die Sonne kreisen.

Denken wir uns, daß der Punkt a (Fig. 223), welcher durch eine stetig wirkende Anziehungskraft nach dem Punkte m hingetrieben wird, beim Beginne seiner Bewegung durch irgend eine momentan wirkende Kraft einen Stoß in der Richtung $a\ b$ erhalten hätte, so wird er sich weder in der Richtung $a\ b$, noch in der Richtung $a\ c$ bewegen, sondern in einer andern $a\ d$, die sich nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ausmitteln läßt. Um die Betrachtung einfacher zu machen, wollen wir annehmen, daß die stets nach m gerichtete anziehende Kraft stoßweise in kleinen Intervallen wirke. Man wird sich bei dieser Betrachtungsweise um so weniger von der Wahrheit entfernen, je kleiner man sich diese Intervalle denkt.

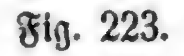
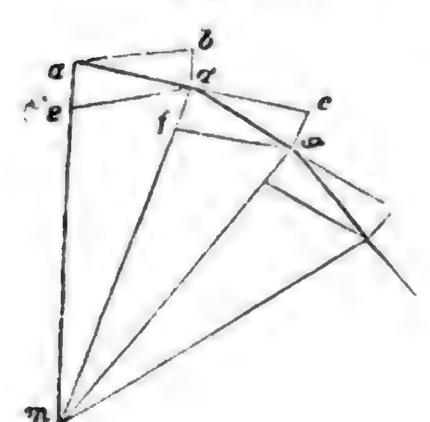


Fig. 223.



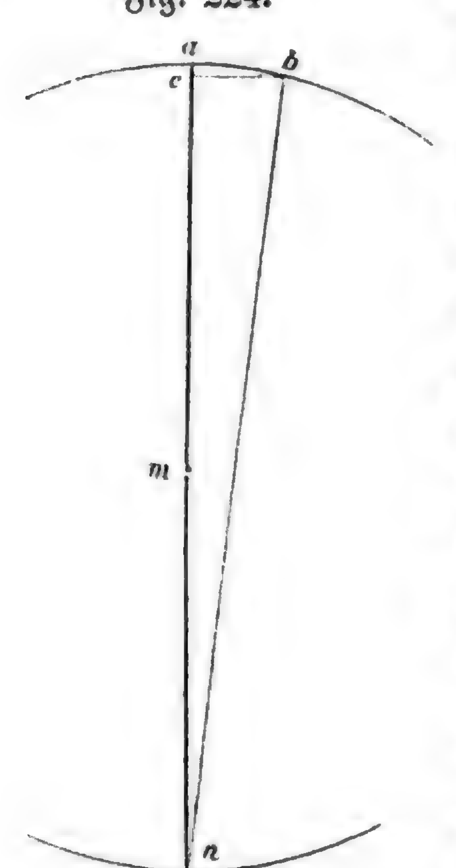
Wenn der seitwärts gerichtete Stoß für sich allein den materiellen Punkt in einem kleinen Zeittheilchen t von a nach b, die anziehende Kraft für sich allein wirkend, ihn in derselben Zeit nach c führen würde, so bewegt er sich unter Einwirkung beider Kräfte in dem Zeittheilchen t von a nach d. In d angekommen, würde er sich in der Richtung $d\ e$ weiter bewegen, und zwar würde in der Zeit t der Weg $d\ e$ gerade so groß seyn wie $a\ d$, wenn nicht die anziehende Kraft von neuem wirkte, und zwar so, als ob der Körper in d einen Stoß erhalten hätte, der ihn, für sich allein wirkend, in der Zeit t von d nach f geführt haben würde. Durch diese abermalige Einwirkung der anziehenden Kraft wird also der Körper wieder von der Richtung $d\ e$ abgelenkt und nach g geführt. Man begreift daraus leicht, daß, wenn der Körper in a einmal einen seitwärts gerichteten Stoß empfangen hat, die anziehende Kraft aber stoßweise in kleinen Intervallen wirkt, daß alsdann der Körper ein Polygon beschreiben muß, welches sich einer krummen Linie um so mehr nähert, je kleiner jene Intervalle ist. Wenn die anziehende

Kraft stetig wirkt, wie dies in der Natur wirklich der Fall ist, so ist die Bahn wirklich eine krumme Linie, deren Natur von dem Verhältniß der sie bedingenden Kräfte abhängt.

Die Kraft, welche den Körper stets nach dem Anziehungsmittelpunkte hintreibt, wird mit dem Namen Centripetalkraft bezeichnet. Wenn in irgend einem Momente der Centralbewegung die Centripetalkraft zu wirken aufhörte, so würde von dem Augenblicke an der Körper sich in der Richtung der Tangente fortbewegen, und zwar mit einer Kraft, welche den Namen Tangentialkraft führt.

Je nach dem Verhältniß zwischen Tangentialkraft und Centripetalkraft kann die Bahn ein Kreis, eine Ellipse u. s. w. seyn.

Fig. 224.



Suchen wir nun die Größe der Centripetalkraft zu bestimmen, welche den Mond bei seiner Bewegung um die Erde nach dem Mittelpunkte derselben hintreibt. — Der Umfang der Erde beträgt 40 Millionen Meter, da aber der Halbmesser der Mondsbahn 60 Erdhalbmessern gleich ist, so beträgt der Umfang der Mondsbahn 2400 Millionen Meter. Diesen Weg legt der Mond in 27 Tagen, 7 Stunden und 43 Minuten oder, was dasselbe ist, in 39343 Minuten zurück. In jeder Minute durchläuft er also einen Weg von $\frac{2400000000}{39343}$ oder 61000 Metern. Es sey Fig. 224 $a\ b$ das Bogenstück von 61000 Metern, welches der Mond in einer Minute durchläuft; so ist $a\ c$ der Weg, um welchen sich der Mond in einer Minute vermöge der Centripetalkraft der Erde nähern würde, wenn die Wirkung der Tangentialkraft plötzlich vernichtet werden könnte.

Die Größe dieses Weges $a\ c$ können wir berechnen, wenn wir den Bogen $a\ b$ für eine gerade Linie nehmen, von welcher er in der That nur unmerklich abweicht. $a\ b\ n$ ist ein rechtwinkliges Dreieck, $b\ c$ ein von der Spitze des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefälltes Perpendikel, und unter diesen Umständen ist, wie ein bekannter Satz der Geometrie lehrt, $a\ b$ die mittlere Proportionale zwischen $a\ c$ und $a\ n$, es ist also

$$a\ b^2 = a\ c \times a\ n$$

und daraus

$$a\ c = \frac{a\ b^2}{a\ n}.$$

Nun aber haben wir gesehen, daß $a\,b = 61000^m$ ist, $a\,n$ aber, der Durchmesser der Mondsbahn, beträgt 763950000^m. Setzt man diese Werthe für $a\,b$ und $a\,n$ in die letzte Gleichung, so kommt

$$a\,c = 4{,}87^m,$$

d. h. der Fallraum des Mondes gegen die Erde beträgt in einer Minute 4,87 Meter.

Welches ist aber die Kraft, welche diese Wirkung hervorbringt? Ist es dieselbe Kraft, welche macht, daß der Stein zur Erde fällt? Wenn wir annehmen, daß die Schwerkraft, welche wir auf der Oberfläche der Erde beobachten, auch noch über unsere Atmosphäre hin thätig sey, daß sie bis zum Monde hinwirke, so sehen wir wohl ein, daß ihre Intensität mit der Entfernung von der Erde abnehmen muß. Durch ein einfaches Raisonnement, welches wir in der Lehre vom Lichte näher betrachten werden, begreifen wir, daß die Intensität aller Wirkungen, welche von einem Punkte ausgehen, im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung steht. Demnach muß die Intensität der Schwerkraft in doppelter, dreifacher, vierfacher u. s. w. Entfernung vom Erdmittelpunkte, auch 4mal, 9mal, 16mal schwächer seyn. Am Monde ist sie also 60^2 oder 3600mal schwächer als auf der Erdoberfläche, weil ja der Mond 60mal so weit vom Mittelpunkte der Erde entfernt ist. Wenn demnach der Fallraum der ersten Sekunde auf der Erdoberfläche 4,9 Meter beträgt, so muß der Fallraum des Mondes gegen die Erde in einer Sekunde $\frac{4{,}9}{60^2}$ Meter, also in einer Minute, d. h. in 60 Sekunden $\frac{4{,}9}{60^2} \cdot 60^2 = 4{,}9$ Meter betragen. D. h. der Fallraum, welchen der Mond in einer Minute gegen die Erde fällt, muß so groß seyn, wie der Fallraum der ersten Fallsekunde auf der Oberfläche der Erde.

Vergleichen wir den eben berechneten Fallraum des Mondes gegen die Erde, 4,9 Meter in der Minute, mit dem oben aus den astronomischen Beobachtungen abgeleiteten, 4,87 Meter, so finden wir in der That nur eine sehr geringe Differenz, und selbst diese würde weggefallen seyn, wenn wir nicht der einfacheren Rechnung wegen nur angenäherte Werthe in Rechnung gebracht hätten. So haben wir bei der Umlaufszeit des Mondes die Sekunden ganz vernachlässigt und die Entfernung des Mondes von der Erde gleich 60 Erdhalbmessern angenommen, obgleich sie 60,16 Erdhalbmesser beträgt.

Auf dieselbe Weise erklärt sich die Bewegung der Planeten um die Sonne, und so ist es denn ein und dieselbe Kraft, welche den Stein zur Erde treibt und, durch alle Himmelsräume wirkend, die Harmonie unsers Planetensystems erhält. Wir verdanken die Kenntniß dieses großartigen

Naturgesetzes der allgemeinen Schwere dem Scharfsinne und dem ausdauernden Fleiße Newton's. Schon diese einzige Entdeckung würde hinreichen, ihm einen unsterblichen Ruhm zu sichern.

Newton hatte für den Erdhalbmesser und folglich auch für die Entfernung des Mondes (60 Erdhalbmesser) einen zu kleinen Werth in Rechnung gebracht und fand deshalb, von der Intensität der Schwerkraft auf der Erde ausgehend, die Intensität der Kraft, welche den Mond nach der Erde zieht, größer als sie wirklich ist. Nach seinen Rechnungen hätte der Fallraum $a\,c$ größer seyn müssen als der aus den astronomischen Beobachtungen abgeleitete. Der Unterschied war von der Art, daß, wenn man, in umgekehrter Ordnung schließend, aus der Mondsbewegung den Fall auf der Erdoberfläche ableitet und dabei die Dimensionen zu Grunde legt, wie sie Newton bei seinen ersten Rechnungen annahm, der Fallraum der ersten Sekunde nur 13 Fuß betragen müßte, statt daß er in der That 15 Fuß ist.

Diese Differenz war so groß, daß Newton selbst seine Theorie ganz aufgab, d. h. er gab die Idee auf, daß die Centripetalkraft, welche bei der Mondsbewegung thätig ist, mit der Schwerkraft identisch sey, oder daß sie im quadratischen Verhältniß mit der Entfernung abnehme.

Zwölf Jahre lang hatte er diesen Gegenstand völlig liegen gelassen, als er im Junius des Jahres 1682 Kunde von einer neuen in Frankreich durch Picard ausgeführten Gradmessung erhielt, nach welcher der Durchmesser der Erde größer und zwar um $1/7$ größer seyn mußte, als man nach den früheren weniger genauen Messungen angenommen hatte. Alsbald nahm er seine alten Rechnungen wieder vor und hatte nun die Freude, seine schon aufgegebene Theorie vollständig bestätigt zu sehen.

Die Resultate seiner mühevollen Forschungen über die Centralbewegungen der Himmelskörper legte Newton in seinem klassischen Werke »Principia philosophiae naturalis mathematica« nieder.

Auf demselben Wege, auf welchem wir die Größe der Centripetalkraft bei der Mondsbewegung entwickelt haben, läßt sich auch ein allgemeiner Ausdruck für diese Kraft entwickeln. Nehmen wir als Maaß der Centripetalkraft den Weg $a\,c$, um welchen der Körper bei seiner Centralbewegung in der Zeiteinheit gegen den Anziehungsmittelpunkt hingetrieben wird, und bezeichnen wir denselben mit p, so ist, wie oben entwickelt wurde, $p = \frac{a\,b^2}{a\,n}$. Nun ist aber der Bogen $a\,b$ derjenige, welchen der Körper in der Zeiteinheit wirklich durchläuft, es ist also $a\,b = \frac{2\,\pi\,r}{t}$, wenn r den Radius der kreisförmigen Bahn und t die Umlaufszeit bezeichnet. Ferner ist $a\,n$ der Durchmesser dieser Bahn, also gleich $2\,r$. Setzen wir diese Werthe von $a\,b$ und $a\,n$ in den obigen Werth von p, so kommt

Fig. 225.

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2}.$$

Das heißt: wenn zwei Körper sich in verschiedenen Kreisen und mit verschiedener Umlaufszeit bewegen, so *verhalten sich die Centripetalkräfte wie die Halbmesser der beschriebenen Kreise und umgekehrt wie die Quadrate der Umlaufszeiten.*

Wenden wir dies auf die Bewegung zweier Planeten an, welche in ungleichen Entfernungen r und R die Sonne umkreisen. Es sey die Umlaufszeit des einen t, die des andern T, so ist die Centripetalkraft für den einen

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2},$$

für den andern

$$P = \frac{2\pi^2 R}{T^2}.$$

Nun aber verhalten sich ja, nach dem Gesetze der allgemeinen Schwere, die Schwerkräfte, durch welche die Planeten nach der Sonne angezogen werden, umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von derselben, also

$$p : P = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{R^2}$$

und wenn wir für p und P die obigen Werthe setzen

$$\frac{2\pi^2 r}{t^2} : \frac{2\pi^2 R}{T^2} = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{R^2}$$

und daraus ergiebt sich

$$R^3 : r^3 = T^2 : t^2,$$

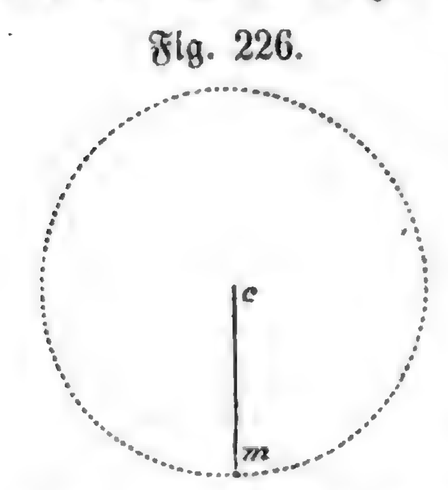
das heißt, *für zwei verschiedene Planeten verhalten sich die dritten Potenzen der Halbmesser ihrer Bahn wie die Quadrate ihrer Umlaufszeiten.*

Dies wichtige Gesetz der Planetenbewegung, welches wir hier aus mechanischen Gesetzen entwickelt haben, hatte *Keppler* schon früher aus astronomischen Beobachtungen abgeleitet; es ist unter dem Namen des *dritten Keppler'schen Gesetzes* bekannt.

Wenn eine kleine Kugel, die wir uns als eine gewichtslose Masse denken wollen, am Ende einer Schnur in m befestigt um den Punkt c umgedreht

wird, so daß die Kugel einen Kreis um den Mittelpunkt *c* beschreibt, so wird die Schnur fortwährend eine Spannung auszuhalten haben, welche mit der Schnelligkeit der Umdrehung wächst. Wenn in irgend einem Momente die Schnur durchschnitten würde, so würde die Kugel nicht mehr im Kreise sich fortbewegen, sondern sich vermöge ihrer Trägheit in tangentialer Richtung von ihrer früheren Bahn entfernen.

Fig. 226.



Die Ursache der Spannung, welche die Schnur erleidet, nennt man Centrifugalkraft, Fliehkraft, Schwungkraft. Da aber hier der Widerstand der Schnur denselben Effect hervorbringt, wie die oben bei der freien Centralbewegung betrachtete Centripetalkraft, so ist klar, daß die Centrifugalkraft der Centripetalkraft gleich und entgegengesetzt ist und daß von der Centrifugalkraft Alles gilt, was von der Centripetalkraft gesagt wurde, d. h. die Schwungkraft wächst im Verhältniß der Halbmesser der Bahnen und im umgekehrten der Quadrate der Umlaufszeiten. Daß die Spannung des Fadens, daß also die Schwungkraft auch der rotirenden Masse proportional sey, versteht sich von selbst.

Schwungkraft tritt überall da auf, wo eine Rotation um eine feste Axe stattfindet und die einzelnen Theilchen auf irgend eine Weise verhindert sind, sich von jener Axe zu entfernen. Eine solche Schwungkraft muß also auch bei der Rotation der Erde um ihre Axe erzeugt werden. Da die Umlaufszeit für alle Punkte auf der Erde gleich groß ist, aber die verschiedenen Punkte nicht gleich weit von der Umdrehungsaxe entfernt sind, so ist klar, daß nicht überall auf der Erdoberfläche jene Schwungkraft gleich sey, sondern sich verhalte wie die Entfernungen von der Erdaxe; sie ist also gleich Null an den Polen und erreicht ihr Maximum an dem Aequator.

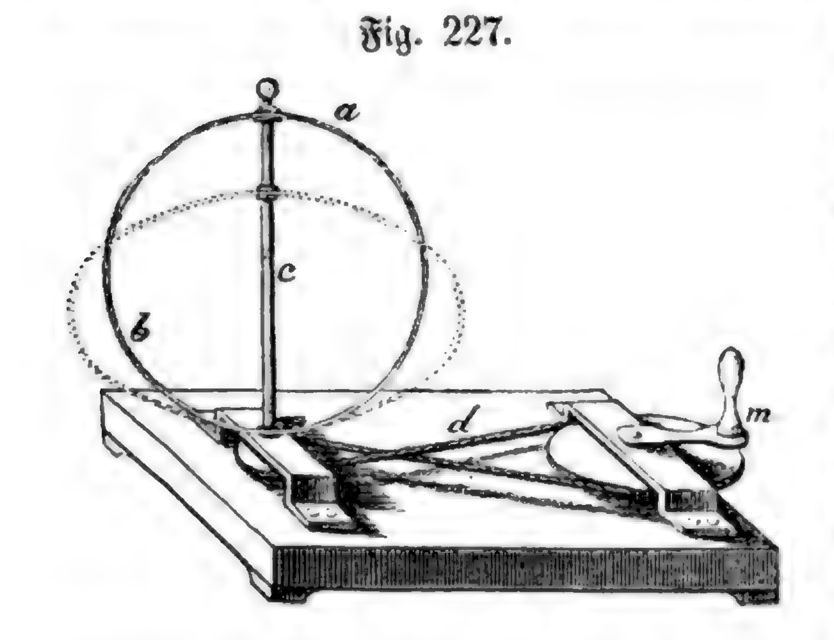
Diese Schwungkraft, welche am Aequator am größten ist und nach den Polen hin abnimmt, wirkt der Schwere entgegen, sie vermindert gleichsam die Intensität der Schwere. Es läßt sich leicht berechnen, wie groß die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde um ihre Axe seyn müßte, wenn die dadurch erzeugte Schwungkraft am Aequator die Wirkung der Schwere daselbst vollständig aufheben sollte.

Um Versuche über die Schwungkraft anzustellen, eignet sich besonders der Fig. 227 abgebildete Apparat. Wir wollen jedoch hier nur einen Versuch anführen, welcher uns die Abplattung der Erde erklärt.

Mit Hülfe der Kurbel *m* wird die unter ihr befindliche horizontale Scheibe umgedreht. Die Drehung dieser Scheibe pflanzt sich vermittelst einer Schnur *d* auf eine andere Scheibe von kleinerem Halbmesser fort.

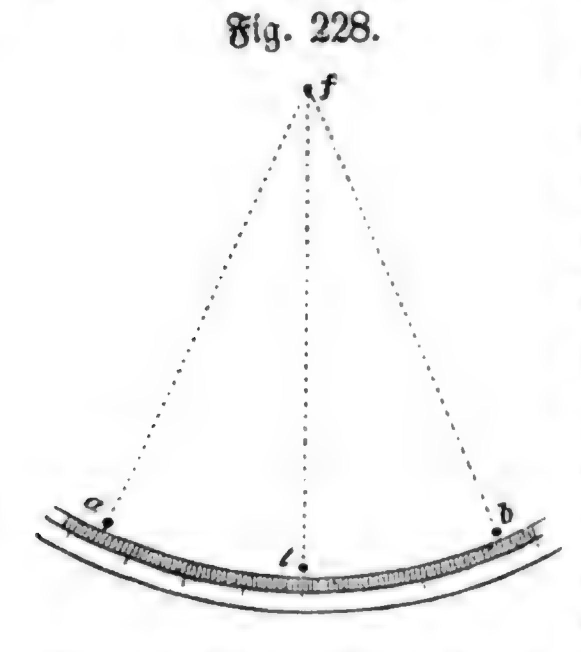
Begreiflicher Weise muß die kleine Scheibe in gleichen Zeiten immer mehr Umdrehungen machen als die große, und zwar in demselben Verhältniß, in welchem die Halbmesser der Scheiben stehen. Mit der kleinen Scheibe dreht sich die auf ihrer Mitte befestigte vertikale Axe *c*. Eine Feder *a b*, welche am untern Ende der Axe befestigt ist, deren oberes Ende aber sich frei auf und ab bewegen läßt und die im Zustande der Ruhe eine kreisförmige Gestalt hat, wird bei rascher Umdrehung eine elliptische Gestalt annehmen, weil die Schwungkraft für diejenigen Punkte der Feder am größten ist, welche am weitesten von der Axe entfernt sind.

Fig. 227.



Vom Pendel. Das gewöhnliche Pendel (Fig. 228) besteht aus einer 90
schweren Kugel, welche am Ende eines biegsamen Fadens aufgehängt ist. Bringt man die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage, d. h. bringt man das Pendel aus seiner vertikalen Stellung, so macht es, wenn man es losläßt, ohne ihm irgend einen Anstoß zu geben, Schwingungen, welche fortwährend in derselben Vertikalebene bleiben. Bringt man z. B. das Pendel in die Lage *f a*, so beschreibt die Kugel den Bogen *a l*, in *l* kommt sie mit solcher Geschwindigkeit an, daß sie auf der andern Seite bis *b* steigt, d. h. zu der Höhe des Punktes *a*; vom Punkte *b* geht die Kugel abermals zurück, durchläuft in umgekehrter Richtung wieder den Bogen *b l a* und setzt auf dieselbe Weise seine Schwingungen fort. Beim Niedergange des Pendels nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, beim Aufsteigen nimmt sie ab, in dem Momente also, in welchem das Pendel die Gleichgewichtslage passirt, hat es seine größte Geschwindigkeit.

Fig. 228.



Der Winkel *afl* heißt Ausschlagswinkel oder auch nur Ausschlag.

Die Bewegung von *a* bis *b* oder von *b* bis *a* heißt eine Oscillation; von *a* bis *l* ist eine halbe niedergehende, von *l* bis *b* eine halbe aufsteigende Oscillation.

Die Amplitude einer Oscillation ist die in Graden, Minuten und Sekunden ausgedrückte Größe des Bogens *a b*.

Die Dauer einer Oscillation ist die Zeit, welche das Pendel nöthig hat, um diesen Bogen zu durchlaufen.

Nach dem ersten Anblicke sollte man aus den Versuchen schließen, daß die Bewegung eines Pendels immer fortdauern müßte, denn wenn es von *a* ausgehend auf der andern Seite zu einer gleichen Höhe *b* ansteigt, so muß es von *b* ausgehend auch wieder bis *a* steigen, und es wird so denselben Weg zum zweiten, zum dritten Male u. s. w. bis ins Unendliche machen müssen.

Dieser Schluß würde ganz richtig seyn, wenn *b* wirklich absolut gleiche Höhe mit *a* hätte; aber die Reibung am Aufhängepunkte *f*, der Widerstand der Luft, welche die Kugel vor sich wegtreiben muß, machen es unmöglich, daß die Kugel genau wieder bis zu der Höhe steigt, von welcher sie herabfiel. Die Differenz wird freilich erst nach einer Reihe von Schwingungen merklich, und statt sich zu verwundern, daß die Bewegung nicht ewig fortdauert, muß man sich vielmehr wundern, daß sie so lange dauert, denn ein Pendel kann, ohne still zu stehen, stundenlang fortschwingen.

Das Pendel ist eins der einfachsten, aber auch eins der wichtigsten Instrumente der Physik, wie es sich noch im Laufe dieses Kapitels zeigen wird.

91 **Gesetze der Pendelschwingungen.** Die Gesetze der Pendelschwingungen sind folgende:

1) Die Dauer kleiner Oscillationen eines und desselben Pendels ist von ihrer Amplitude unabhängig, d. h. sie sind isochron. Wenn z. B. ein Pendel mit einer Amplitude von 4^0—5^0 schwingt, so ist die Schwingungsdauer gerade so groß, als ob die Amplitude nur 1^0, oder nur eine Minute betrüge.

2) Die Dauer der Oscillationen ist vom Gewichte der Kugel und von der Natur ihrer Substanz unabhängig.

3) Die Schwingungsdauer zweier ungleich langen Pendel verhält sich wie die Quadratwurzel aus den Pendellängen.

Diese Gesetze ergeben sich aus dem, was oben über den Fall auf der schiefen Ebene gesagt wurde, denn der Bogen, welchen die Pendelkugel durchläuft, ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Neigung gegen die Horizontale sich continuirlich ändert.

Das erste dieser Gesetze läßt sich folgendermaßen entwickeln: Der halbe Ausschlagswinkel *a b c* eines Pendels sey mit *v* bezeichnet, so ist klar, daß die beschleunigende Kraft, welche in dem Moment auf die Kugel wirkt, in welchem sie von *c* herabzufallen beginnt, $g \sin. v$ ist, denn im ersten Augenblicke wird die Bewegung ganz dieselbe seyn, als ob die Kugel von einer schiefen Ebene herabfiele, welche mit der horizontalen einen Winkel *v* macht. Wäre der Ausschlagswinkel nur halb so groß, wäre also c' der höchste

Punkt des Pendelbogens gewesen, so würde die beschleunigende Kraft beim Beginne des Niederganges offenbar nur $g \cdot \sin. \frac{1}{2} v$ gewesen seyn.

Fig. 229.

Wenn der Winkel v nicht groß ist, so ist $\sin. v$ bis auf eine verschwindende Größe gleich dem doppelten von $\sin. \frac{1}{2} v$; wenn die Pendelkugel also von dem Punkte c herabfällt, so ist die beschleunigende Kraft, welche im ersten Moment die Bewegung bewirkt, doppelt so groß, als wenn die Pendelkugel in c' ihren Niedergang begonnen hätte, der Bogen $c\,d$, den wir so klein annehmen wollen, daß wir ihn als geradlinig betrachten können, und der Bogen $c'\,d'$, welcher nur halb so groß ist, werden also in gleichen Zeiten durchlaufen, wenn die Bewegung einmal in c, ein andermal in c' beginnt.

Denken wir uns an einer Axe zwei gleiche Pendel aufgehängt, das eine bis c, das andere bis c' gehoben und gleichzeitig losgelassen, so werden sie gleichzeitig in den Punkten d und d' ankommen. Die beschleunigende Kraft in d ist aber doppelt so groß als in d', außerdem aber langt das eine Pendel in d mit einer Geschwindigkeit an, welche doppelt so groß als diejenige ist, mit welcher das andere den Punkt d' passirt, und daraus folgt denn, daß auch in dem nächsten kleinen Zeittheilchen das eine Pendel einen doppelt so großen Weg zurücklegt als das andere. Auf diese Weise fortschließend, findet man endlich, daß beide Pendel gleichzeitig in a ankommen müssen.

Diese Schlußweise läßt sich auch noch anwenden, wenn das Verhältniß der Ausschlagswinkel nicht gerade das von 1 zu 2, sondern ein anderes ist, weil für kleine Ausschlagswinkel die beschleunigende Kraft stets der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist; und so läßt sich allgemein zeigen, daß bis zu einer gewissen Gränze hin die Schwingungsdauer von der Größe der Ausschlagswinkel nicht abhängt.

Um dies Gesetz durch den Versuch zu bestätigen, muß man die Zeit genau bestimmen, welche nöthig ist, damit ein Pendel mehrere hundert Schwingungen macht. Macht man diese Beobachtung zu Anfang der Bewegung, wenn die Amplitude 4 — 5° ist, später, wenn sie nur noch 2 — 3° beträgt, und zuletzt, wenn die Oscillationen so klein geworden sind, daß man sie mit der Lupe beobachten muß, so findet man, daß die Oscillationen in diesen drei Stadien wirklich isochron sind.

Das Gesetz des Isochronismus gehört zu den ersten Entdeckungen Galiläi's. Man erzählt, daß er, noch sehr jung, in dem Dome zu

Pisa zufällig die Schwingungen einer am Gewölbe aufgehängten Lampe wahrnahm und daß ihm die periodische Wiederkehr dieser Bewegungen und die Gleichheit ihrer Dauer auffiel. Mehr bedurfte es nicht, um sein Genie zu wecken, und so wurde die Beobachtung eines Kindes die Quelle großer Entdeckungen.

Das zweite Gesetz ist sehr leicht durch den Versuch nachzuweisen.

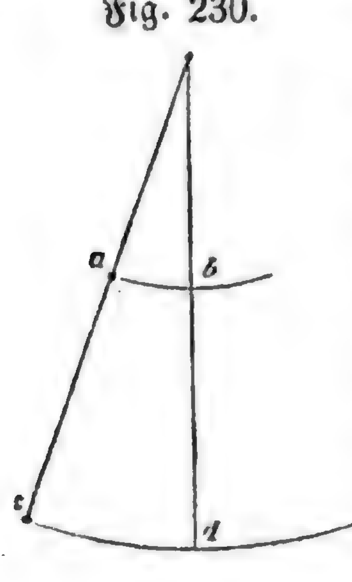
Man macht mehrere Pendel von gleicher Länge, die Kugel des einen von Metall, die des andern von Wachs, die des dritten von Holz u. s. w., und man wird finden, daß sie alle gleiche Schwingungsdauer haben.

Wenn die Schwere ein Pendel oscilliren macht, so wirkt sie auf jedes Atom der Materie, aus welcher die Kugel besteht; jedes Atom der Kugel wird durch seine eigene Schwere getrieben, und folglich kann auch eine Vermehrung der Atome keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit der Oscillationen haben. Könnte man ein einziges Atom Eisen an einem gewichtlosen Faden aufhängen, so muß es gerade so schnell oscilliren, als ob man ihrer zwei, drei, vier oder eine Kugel von Eisen anhängt. Die Schwere könnte aber auf ein Wachsmolekül anders wirken als auf ein Eisenmolekül. Daß dies nicht der Fall ist, daß die Schwere auf ein Molekül von Eisen nicht anders wirkt als auf ein Molekül von Gold, Platin, Wachs u. s. w., beweis't uns dieser Versuch mit dem Pendel. Der oben erwähnte Fallversuch im luftleeren Raume ist nur ein roher Versuch, weil wir hier nur die Wirkung der Schwere während einer außerordentlich kurzen Zeit beobachten können. Das Pendel aber macht es möglich, die Wirkung der Schwere auf verschiedene Körper ganze Stunden lang zu beobachten.

Von den Gesetzen des Falles auf der schiefen Ebene ausgehend, gelangt man durch folgende Schlußweise zu dem oben angeführten dritten Gesetze der Pendelschwingungen.

Man denke sich den Schwingungsbogen $a\,b$ eines Pendels in so viel gleiche Theile getheilt, daß man jedes dieser Bogentheilchen als geradlinig betrachten kann. Wenn nun der Ausschlagswinkel eines längeren Pendels eben so groß ist, so muß sich der Schwingungsbogen $c\,d$ zum Schwingungsbogen $a\,b$ verhalten wie die Pendellängen. Denken wir uns den Bogen $d\,c$ in eben so viel gleiche Theile getheilt wie den Bogen $a\,b$, so werden auch die einzelnen Theile im Verhältniß der Pendellängen stehen. Wenn also das eine Pendel 4mal so lang ist als das andere, so werden auch jene Unterabtheilungen des Bogens $d\,c$ 4mal so groß seyn als die entsprechenden Theile des Bogens $a\,b$. Der Winkel, welchen das oberste, das 2te, 3te u. s. w. Bogentheilchen von $a\,b$ mit der Hori-

Fig. 230.

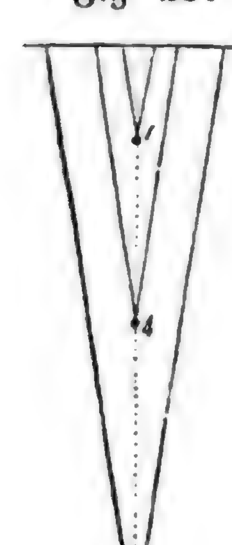


zontalen macht, ist gleich dem Winkel, welchen das 1ste, 2te, 3te u. s. w. Bogentheilchen von $c\ d$ mit derselben macht, auf den entsprechenden Theilen von $a\ b$ und $c\ d$ ist demnach auch die beschleunigende Kraft dieselbe.

Wenn aber verschiedene Wege mit gleicher beschleunigender Kraft durchlaufen werden, so lehrt uns die Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, daß sich die Fallzeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Fallräume; wenn also jedes der Theilchen von $c\ d$ 2=, 3=, 4=, $n$mal so groß ist als das entsprechende Theilchen von $a\ b$, so wird die Zeit, in welcher ein Theilchen von $c\ d$ durchfallen wird, auch $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{n}$mal so groß seyn als die, in welcher das entsprechende Theilchen von $a\ b$ durchlaufen wird. Da dies aber für alle Theilchen gilt, so gilt es auch für ihre Summe, was denn mit anderen Worten heißt, die Schwingungsdauer ist der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional.

Um die Richtigkeit des dritten Gesetzes durch den Versuch nachzuweisen, nehme man drei Pendel von verschiedener Länge. Wenn sich z. B. die Pendellängen wie die Zahlen 1, 4, 9 verhalten, so verhalten sich die entsprechenden Schwingungszeiten wie die Zahlen 1, 2, 3. Am bequemsten hängt man zu diesem Versuche die Kugeln an einem doppelten Faden auf, wie beistehende Figur zeigt. Während ein Pendel, dessen Länge 4 Fuß ist, eine Oscillation macht, macht das viermal kürzere Pendel zwei Oscillationen; und während ein Pendel von 1 Fuß Länge dreimal hin und her geht, macht ein 9 Fuß langes nur einen Hin= und Hergang.

Fig. 231.



Die eben besprochenen Gesetze sind von der Intensität der Schwere ganz unabhängig. Wenn die Schwerkraft auch hundertmal stärker oder schwächer wirkte, so würden kleine Schwingungen eines und desselben Pendels doch isochron bleiben, und die Schwingungszeiten verschieden langer Pendel würden sich noch immer wie die Quadratwurzeln ihrer Länge verhalten. *Die absolute Dauer der Oscillationen ändert sich aber mit der Intensität der Schwerkraft.* Dasselbe Pendel wird schneller oscilliren müssen, wenn die Intensität der Schwerkraft wächst, und langsamer, wenn sie abnimmt. 92

Die Relation zwischen der Schwingungsdauer, der Pendellänge und der Intensität der Schwere kann nur mit Hülfe der höheren Mathematik entwickelt werden, weil es sich darum handelt, die Summe der Zeittheilchen auszumitteln, in welchen die unendlich kleinen Bogentheilchen der Reihe nach durchfallen werden. Wir wollen hier nur die Formel hinsetzen, welche diese Relation ausdrückt.

Es sey l die Länge des Pendels,

π das Peripherieverhältniß 3,1415926,

g die Intensität der Schwere, d. h. die Geschwindigkeit, welche der Körper am Ende der ersten Sekunde des freien Falles erlangt hat,

t endlich die Fallzeit in Sekunden ausgedrückt, so ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

und daraus

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

Die Größen l und g müssen in einem und demselben Längenmaaße ausgedrückt seyn.

Um die Intensität der Schwere zu bestimmen, läßt man also nur ein Pendel schwingen, man mißt seine Länge und beobachtet seine Schwingungsdauer, und aus diesen Angaben läßt sich dann der verlangte Werth von g berechnen.

93 **Schwingungspunkt.** Diese Formel gilt aber nur für ein einfaches Pendel, welches man auch ein ideales Pendel nennt. Ein solches Pendel kann man sich wohl vorstellen, aber nicht construiren, denn es müßte aus einem einfachen Faden ohne alles Gewicht bestehen, und an seinem Ende dürfte sich nur ein schwerer Punkt befinden.

Fig. 232.

Jedes Pendel, welches diesen beiden Forderungen nicht entspricht, ist ein zusammengesetztes Pendel. Ein gewichtloser und unbiegsamer Faden also, an welchem sich nur zwei schwere Moleküle m und n befinden, würde demnach schon ein zusammengesetztes Pendel seyn. Das Molekül m, welches dem Aufhängepunkte näher ist als n, hat ein Bestreben schneller zu schwingen; weil aber die beiden Moleküle verbunden sind, so wird m die Bewegung von n beschleunigen, und umgekehrt wird n die Bewegung von m verzögern, die Schwingungen werden deshalb mit einer Geschwindigkeit vor sich gehen, welche zwischen den Geschwindigkeiten liegt, mit welchen jedes der Moleküle m und n für sich allein schwingen würde. Sie sind gleich den Schwingungen eines einfachen Pendels, welches länger als fm und kürzer als fn ist. Eben so verhält es sich mit jedem materiellen Pendel. Diejenigen Theile des Pendels nämlich, welche dem Schwingungsmittelpunkte am nächsten liegen, sind in ihrer Bewegung durch die entfernteren verzögert, die entfernteren aber durch die näheren beschleunigt. Es muß demnach auch in jedem zusammen-

gesetzten Pendel einen Punkt geben, welcher durch die übrige Masse des Pendels weder beschleunigt noch verzögert ist, welcher gerade so schnell schwingt wie ein einfaches Pendel, dessen Länge seiner Entfernung vom Aufhängepunkte gleich ist. Dieser Punkt heißt Schwingungspunkt, centrum oscillationis. Wenn man von der Länge eines zusammengesetzten Pendels spricht, so versteht man darunter die Entfernung dieses Punktes vom Aufhängepunkte oder, was dasselbe ist, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Da man zu Versuchen nur zusammengesetzte Pendel anwenden kann, so stellen sich der Bestimmung der Intensität der Schwere zwei große Schwierigkeiten in den Weg, erstens nämlich die Schwierigkeit, die Schwingungsdauer mit hinlänglicher Genauigkeit zu bestimmen, und zweitens, die Bestimmung der Länge eines einfachen Pendels, welches eben so schnell schwingen würde als das zur Beobachtung angewandte zusammengesetzte.

Am meisten nähert sich dem einfachen Pendel ein solches, welches aus 94
einem möglichst dünnen Faden besteht, an dessen unterm Ende eine Kugel oder ein Doppelkegel hängt. Für den Faden hat man feine Metalldrähte oder Aloefaden genommen; der letzteren namentlich bedienten sich die französischen Akademiker bei ihren Versuchen unter dem Aequator und Zach in Gotha. Die angehängte Masse muß aus einer Substanz von möglichst großem specifischen Gewichte gefertigt seyn. Man hat dazu Blei, Messing, Silber oder Platin angewandt.

Der Leser wird etwas weiter unten (S. 207) eine Betrachtung finden, aus welcher hervorgeht, daß der Schwingungspunkt eines solchen Pendels nur um eine kaum meßbare Größe unter dem Schwerpunkte der angehängten Masse liegt und daß die Entfernung dieser beiden Punkte um so kleiner wird, je länger man das Pendel macht. Bei sehr langen Pendeln dieser Art darf man deshalb ohne merklichen Fehler den Schwerpunkt der Kugel für den Schwingungspunkt und also die Entfernung dieses Schwerpunktes vom Aufhängepunkte als die wahre Länge des Pendels annehmen.

Borda wandte zu seinen Versuchen ein solches Pendel von 12 pariser Fuß, also 144 pariser Zoll, an. Gesetzt, dieses Pendel habe in einer Stunde 1876 Schwingungen gemacht, so kann man daraus leicht die Länge des Sekundenpendels berechnen, denn dieses muß in der Stunde 3600 Schwingungen machen. Die Schwingungsdauer des Borda'schen Pendels verhält sich also zu der des Sekundenpendels wie 3600 zu 1876. Da sich nun aber die Pendellängen wie die Quadrate der Schwingungszeiten verhalten, so findet man die Länge des Sekundenpendels aus der Proportion

$$3600^2 : 1876^2 = 144 : x,$$

woraus sich 39,14 Zoll für die Länge des Sekundenpendels ergiebt.

39,104

Borda stellte seine Versuche, welche in der That die ersten wahrhaft genauen Pendelbeobachtungen waren, im Jahre 1790 auf der Sternwarte von Paris an. Biot, Bouvard und Mathieu haben diese Versuche im Jahre 1808 wiederholt. Sie wandten Borda's Verfahren und einen ähnlichen Apparat an. Humboldt und Arago haben im Jahre 1818 Borda's Resultate durch ein anderes Verfahren bestätigt. Nach allen diesen Beobachtungen ist die Länge des Sekundenpendels für Paris

$$993{,}8666^{mm}.$$

Das Sekundenpendel ist also nur um 6,1334 Millimeter kürzer als ein Meter. Setzt man in der Formel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ für t den Werth 1 und $l = 993{,}8666$, so findet man die beschleunigende Kraft der Schwere

$$g = 9{,}8088^{m}.$$

95 **Quantität der Bewegung.** Die meisten Kräfte, welche die Körper in Bewegung setzen, wirken direct nur auf einen kleinen Theil der Moleküle, aus welchen die Körper bestehen. Wenn man eine Billardkugel anstößt, so berührt man nur wenige Punkte der Oberfläche. Wenn der Wind ein Schiff treibt, so drückt er nur gegen die Segel, und wenn das Pulver eine Kugel fortschleudert, so berühren und drücken die Gase, welche durch ihr Freiwerden den Impuls geben, nur gegen die halbe Oberfläche der Kugel. Dessenungeachtet bewegen sich alle Theile des Körpers, sowohl die direct getroffenen wie die anderen. Die Bewegung muß sich demnach auf alle Moleküle gleichmäßig vertheilen, damit keins voraneilt und keins zurückbleibt. Diejenigen, welche direct gestoßen sind, treiben die benachbarten fort, diese die folgenden u. s. w., bis endlich die ganze Masse in Bewegung kommt. Damit die Bewegung von einem Molekül zum andern übergehe und sich über die ganze Masse verbreite, ist eine bestimmte kurze Zeit erforderlich, die jedoch nicht unendlich klein ist.

Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, wenn sich die Bewegung über alle Theile seiner Masse vertheilt hat, und sich alle mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit bewegen, so hat die Kraft ihre Wirkung gethan, sie ist gleichsam in den Körper übergegangen und hat sich in demselben verbreitet.

Wenn also ein Körper durch die Hand, durch eine losgeschnellte Feder, durch einen raschen Stoß oder eine plötzliche Explosion fortgeschleudert worden ist, so bewegt er sich fort, ohne daß die Kraft noch weiter auf ihn wirkt. Wenn ihm auf seiner Bahn nichts entgegenwirkte, weder Luft, noch Wasser, noch ein anderer Körper, und wenn durchaus keine andere Kraft mehr auf ihn einwirkte, so würde er sich nach der Richtung des ersten Impulses mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen; nach einem Jahrhundert noch

so, wie nach der ersten Sekunde. Man kann sagen, die Thätigkeit einer solchen Kraft ist momentan, aber ihre Wirkung dauert ewig.

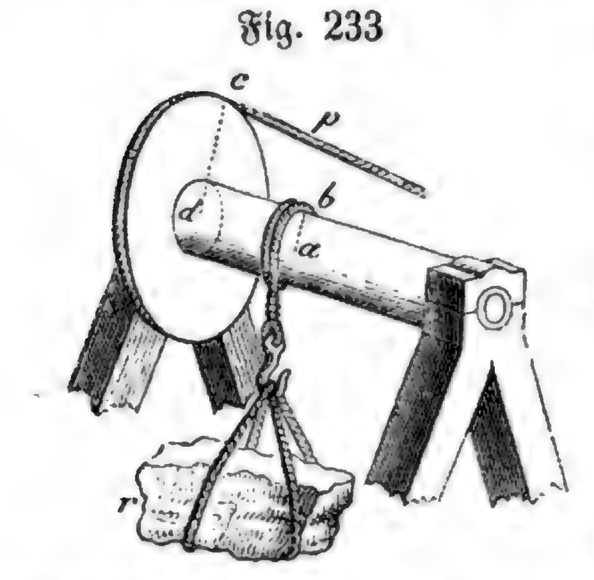
So nimmt also der Körper gewissermaßen die Kraft in sich auf, welche auf ihn gewirkt hat, und man begreift demnach sehr wohl, daß dieselbe Kraft, auf verschiedene Körper wirkend, sehr verschiedene Bewegungen hervorbringen muß. Eine Pulverladung, welche eine Flintenkugel forttreibt, würde eine Bombe kaum heben, und ein Bogen, welcher einen leichten Pfeil weithin schnellt, würde nicht im Stande seyn, einen schwereren ebenso schnell fortzutreiben. Man sagt gewöhnlich, daß dieser Unterschied von der Schwere der Körper herrühre; es ist dies aber eine unrichtige Aussage, denn man könnte daraus folgern, daß, wenn die Körper aufhörten, schwer zu seyn, dieselbe Kraft alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit bewegen würde, was durchaus nicht der Fall ist. Denken wir uns für einen Moment die Körper ohne Schwere, nehmen wir an, daß weder Luft, noch ein anderes Bewegungshinderniß vorhanden sey, so würde die Flintenkugel doch schneller fortgetrieben als die Bombe, weil dieselbe Kraft eine um so geringere Geschwindigkeit hervorbringen kann, je mehr Materie bewegt werden soll. Es ist eines der Grundprincipien der Mechanik, daß dieselbe Kraft, auf verschiedene Körper wirkend, ihnen Geschwindigkeiten mittheilt, welche sich umgekehrt wie ihre Massen, d. h. umgekehrt wie die Quantitäten der Materie, verhalten, aus welchen sie bestehen. Wenn also dieselbe Kraft nach einander Bleikugeln fortschleuderte, deren Volumina und mithin auch deren Massen sich verhalten wie die Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w., so würde sie ihnen die Geschwindigkeiten 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. mittheilen, so daß eine 10mal größere Masse auch nur $\frac{1}{10}$ der Geschwindigkeit erhielte u. s. w. Multiplicirt man eine jede dieser Massen mit ihrer Geschwindigkeit, so erhält man stets dasselbe Produkt; für die erste $1 \times 1 = 1$, für die zweite $2 \times \frac{1}{2} = 1$ u. s. w. Dieses Produkt, welches man erhält, wenn man die Masse eines Körpers mit seiner Geschwindigkeit multiplicirt, heißt Quantität der Bewegung. Dieselbe Kraft bringt auch stets dieselbe Quantität der Bewegung hervor, auf welchen Körper sie auch wirken mag.

Wenn man sich von der Wirkungsweise der verschiedenen Maschinen eine klare Vorstellung machen will, so muß man die Bewegungsquantität, welche die angewandte Kraft unmittelbar hervorzubringen im Stande ist, mit dem Effect vergleichen, welchen man durch Vermittelung der Maschine erhält. Es wäre ein grober Irrthum, wenn man eine Maschine als eine Quelle von Kraft betrachten, wenn man glauben wollte, daß durch Maschinen die Quantität der Bewegung vermehrt werden könnte. Durch Maschinen wird nur die Art der Bewegung verwandelt,

ohne daß die Quantität der Bewegung auch nur im mindesten vermehrt wird.

An einem Seile z. B., welches um eine einfache Rolle geschlungen ist, läßt sich bequem eine Last von 25 Pfunden um $2\frac{1}{2}$ Fuß in der Sekunde heben. Wäre aber das Seil, an welchem der Arbeiter zieht, um ein Rad, Fig. 223, die Last aber um eine Welle von 4mal kleinerm Durchmesser geschlungen, so würde man zwar mit derselben Kraftanstrengung eine vierfache Last, jedoch auch mit viermal geringerer Geschwindigkeit heben können. Untersuchen wir die Wirkungsweise anderer Maschinen, der Schraube, des Flaschenzugs der verschiedenen Räderwerke, so werden wir stets zu demselben Resultate gelangen, daß, was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, auf der andern Seite an Geschwindigkeit verloren geht, daß also die Quantität der Bewegung durch Maschinen durchaus nicht vermehrt wird.

Fig. 233



96 Wenn ein bewegter Körper gegen einen ruhenden, aber frei beweglichen anstößt, so wird er diesem einen Theil seiner Bewegung mittheilen, und zwar wird durch diesen Stoß die Quantität der Bewegung nicht geändert; und wenn nicht der stoßende Körper in Folge der Elasticität zurückspringt und wenn der Stoß ein centraler war, werden sich nach dem Stoße beide Körper mit gleicher Geschwindigkeit nach derselben Richtung fortbewegen. Wenn die Masse des ruhenden Körpers der des stoßenden gleich ist, so wird die Geschwindigkeit nach dem Stoße offenbar die Hälfte werden, weil die bewegte Masse verdoppelt ist. Man sieht leicht, daß, um das Verhältniß der Geschwindigkeit vor dem Stoße zur Geschwindigkeit nach dem Stoße zu finden, man nur die Masse des bewegten Körpers durch die Summe der Massen des bewegten und des ruhenden zu dividiren braucht. Wenn z. B. eine Flintenkugel von $\frac{1}{20}$ Pfd. mit einer Geschwindigkeit von 1300 Fuß in der Sekunde eine ruhende freibewegliche, etwa an einer langen Schnur aufgehängte Kugel von 48 Pfd. trifft, so verhält sich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße zu 1300 wie $\frac{1}{20}$ zu $48 + \frac{1}{20}$ oder wie 1 zu 961, d. h. sie ist nur noch $\frac{1300}{961}$, d. h. ohngefähr $1\frac{1}{3}$ Fuß in der Sekunde.

Wenn jene Flintenkugel gegen einen großen Steinblock oder gegen einen Felsen anschlägt, so muß sie ihm auch eine Bewegung mittheilen, nur wird die Geschwindigkeit sehr klein ausfallen, denn wenn z. B. der Steinblock 500 Pfund schwer wäre, so würde die gemeinschaftliche Geschwindigkeit

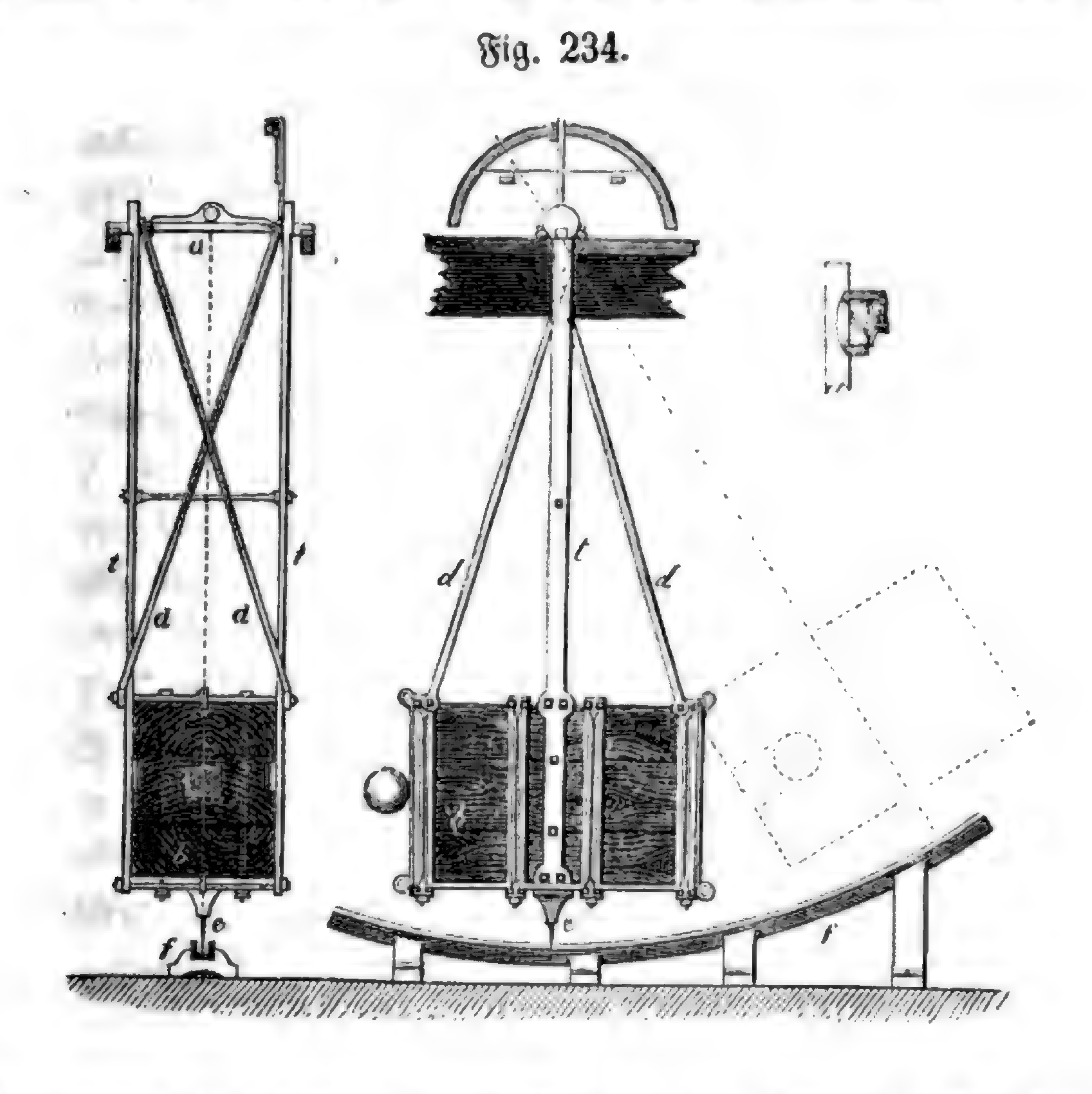
nach dem Stoße, wie man leicht berechnen kann, nur 1 Zoll in der Sekunde seyn. Die Reibung wird aber bald diese Bewegung aufheben, welche sich nach und nach allen benachbarten Körpern und endlich der ganzen Erdmasse mittheilt und dadurch völlig verschwinden wird.

Die Bewegung theilt sich also anderen Körpern mit, aber sie verliert sich nicht. Wenn sie gleichsam zu verlöschen scheint, so liegt der Grund davon nur darin, daß sie sich nach und nach anderen Körpern mittheilt und endlich durch große Vertheilung unmerklich wird. Es ist Bewegung nöthig, um Bewegung zu zerstören; Widerstände vertheilen sie nur, ohne sie aufzuheben.

Auf diesen Principien beruht die Messung von großen Geschwindigkeiten mittelst des ballistischen Pendels, welches Fig. 234 dargestellt ist.

Ein mit Eisen beschlagener Holzblock von bedeutendem Gewichte ist an

Fig. 234.



einer Axe *a* durch die beiden geraden Stangen *t* und die vier schrägen *d* aufgehängt. Eine Spitze *e* durchläuft die kreisförmige Rinne *f* und zeichnet ihre Spur in weiches Wachs. Aus der Länge dieser Spur beurtheilt man die Größe der Ausweichung des Pendels, wenn eine Kugel es von vorn in der Richtung des Schwerpunkts trifft. Das Pendel ist 3 bis 4 Meter lang und sein Totalgewicht beträgt 4000 Klgr. Dieser bedeutenden Masse theilt die Kugel ihre Bewegung mit, und wenn man mit Hülfe des Ausschlags, welchen das Pendel macht, die Geschwindigkeit berechnen kann, die

ihm mitgetheilt wurde, so ist es leicht, daraus die Geschwindigkeit der Kugel in dem Momente abzuleiten, in welchem sie das Pendel getroffen hat.

Man beobachtet häufig bei der Mittheilung der Bewegung eigenthümliche Erscheinungen, welche von dem Aggregatzustande der Körper und der Geschwindigkeit abhängen, mit welcher sich die Bewegung im Innern einer Masse von Molekül zu Molekül fortpflanzen kann. So ist es bekannt, daß eine Flintenkugel ein rundes Loch in eine Fensterscheibe schlägt, ohne daß sie zerbricht. Das Pulver theilt nämlich der Kugel eine solche Geschwindigkeit mit, daß die Glasmoleküle, welche sie trifft, rasch fortgerissen werden, ehe sie noch diese Bewegung auf die zur Seite liegenden Moleküle fortpflanzen konnten.

Die Bewegung, welche durch eine Explosion hervorgebracht wird, sey es nun eine Explosion des Pulvers, des Dampfes oder der comprimirten Luft, pflanzt sich gleichmäßig nach allen Richtungen fort. Die Wände der Kanone verhindern eine Expansion nach der Seite, die ganze Wirkung findet deshalb in der Längenachse des Geschützes Statt, in dieser Richtung bringt jedoch die Explosion zwei Bewegungen in entgegengesetzter Richtung hervor, d. h. einerseits wird die Kugel fortgeschleudert, andrerseits wird das ganze Geschütz zurückgestoßen. Diese beiden Bewegungen sind auch der Quantität nach völlig gleich, die Kugel bewegt sich schneller, weil sie ungleich weniger Masse hat als das Geschütz, dessen Bewegung auch bald durch Widerstände aufgehoben wird.

97 **Von den Trägheitsmomenten.** In Fig. 235 stelle a eine träge Masse vor, welche an einer um den Punkt c drehbaren Stange befestigt ist, deren Masse wir vor der Hand unberücksichtigt lassen wollen. Nehmen wir des leichteren Ueberblicks wegen an, die Masse a sey 1 Pfund, der Stab sey horizontal und um eine verticale, in unserer Figur zum Punkt verkürzten Axe drehbar. Wenn nun in der Richtung des Pfeils n ein Stoß gegen die Masse a ausgeübt wird, so wird die Masse a offenbar in eine rotirende Bewegung gerathen, deren Geschwindigkeit von der Masse a und von der Stärke des Stoßes abhängt. Nehmen wir an, der Stoß sey von der Art gewesen, daß die 1 Pfund schwere Masse a in einer Sekunde von a nach b getrieben würde.

Fig. 235.

Denken wir uns nun die träge Masse von a weggebracht und in der halben Entfernung vom Drehpunkte, also in d befestigt, so wird derselbe Stoß, in der Richtung des Pfeils m gegen die träge Masse von 1 Pfund wirkend, ihr nun eine solche Bewegung mittheilen, daß sie in einer Sekunde den Bogen $d\,f$ durchläuft, dessen Länge dem Bogen $a\,b$ völlig gleich ist.

Der Winkel, um welchen im letzteren Falle die Stange gedreht worden ist, ist aber offenbar doppelt so groß als der Winkel, um welchen sie im ersten Falle gedreht worden war, oder mit anderen Worten, die Winkelgeschwindigkeit ist im letzteren Falle doppelt so groß als im ersten. Um im zweiten Falle gleiche Winkelgeschwindigkeit wie im ersten hervorzubringen, hätte man entweder den in der Richtung des Pfeils m wirkenden Stoß halb so stark oder die in d angebrachte träge Masse doppelt so groß, also gleich 2 Pfund, machen müssen.

Es sey nun in d wirklich eine Masse von 2 Pfund befestigt, der Stoß aber soll bei unveränderter Stärke nicht direct gegen d wirken, sondern in a gegen die feste Stange treffen, so wird der in a angebrachte Stoß offenbar ebenso wirken, als ob man in d einen Stoß von doppelter Stärke angebracht hätte, d. h. er wird die zweipfündige Masse in 1 Sekunde von d nach f treiben; sollte aber die Winkelgeschwindigkeit unverändert bleiben, so müßte man bei unveränderter Stärke des in a wirkenden Stoßes die Masse in d abermals verdoppeln, also die Masse gleich 4 Pfund machen.

Wenn also bei a ein Stoß gegen die Stange ausgeübt wird, so muß die Umdrehung mit gleicher Winkelgeschwindigkeit erfolgen, es mag nun bei a eine träge Masse von 1 Pfund oder bei d eine träge Masse von 4 Pfund angebracht seyn, die Winkelgeschwindigkeit würde auch bei übrigens gleichen Umständen unverändert bleiben, wenn man eine Masse von 9 Pfund dem Umdrehungspunkte 3mal näher brächte.

Was hier von einem Stoße gesagt wurde, bleibt auch noch wahr, wenn statt desselben eine continuirlich wirkende beschleunigende Kraft an einem Hebelarm angreift und eine an demselben befindliche träge Masse umdreht. Wenn bei unveränderter Stärke und bei unverändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft die träge Masse in verschiedenen Entfernungen vom Drehpunkte angebracht wird, so müssen sich die trägen Massen umgekehrt verhalten wie die Quadrate der Entfernungen, wenn die Winkelgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben soll.

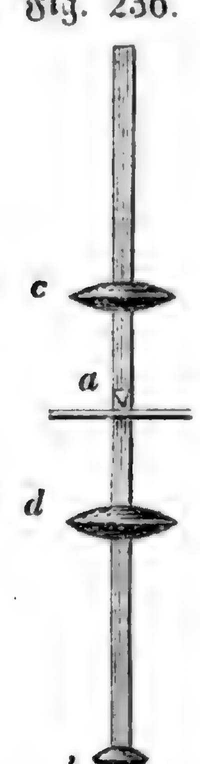
Das Produkt, welches man erhält, wenn man die träge Masse mit dem Quadrate ihrer Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt, wird das Trägheitsmoment derselben genannt; es ist die träge Masse, welche man statt der gegebenen in der Entfernung 1 vom Drehpunkte anbringen müßte, wenn bei ungeänderter Größe und bei ungeändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft durch diese Vertauschung die Winkelgeschwindigkeit nicht verändert werden soll.

Das eben entwickelte Gesetz gilt, es mag nun die beschleunigende Kraft eine ganze Umdrehung oder eine hin- und hergehende Bewegung hervorbringen, wie wir sie bei einem Pendel beobachten; eine Pendelvorrichtung ist

aber besonders bequem, um die Richtigkeit unseres Gesetzes durch den Versuch zu prüfen.

Die Fig. 236 stellt einen geraden eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte mit einer Schneide versehen ist, wie die, welche den Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine Bleilinse, z. B. jede 2 Pfund schwer, befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage aufsetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichts, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit dem Drehpunkte zusammen; sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist nun das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge $a\ b$, denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des unteren Bleigewichtes, diese hat aber nicht allein ihre eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern sie hat auch noch die Massen der Linsen bei c und d zu bewegen.

Fig. 236.



Nimmt man nun, nachdem man die Schwingungszeit dieses Pendels beobachtet hat, die 2 Linsen bei c und d weg und bringt man 2 Decimeter weit von der Schneide, Linsen von $1/2$ Pfund, also 4mal leichtere an, so wird durch diese Vertauschung die Schwingungszeit durchaus nicht geändert; sie bleibt auch unverändert, wenn man 3 Decimeter über und unter dem Drehpunkte $2/9$ Pfund schwere Linsen anbringt, während natürlich die Linse n, welche hier allein als beschleunigende Kraft wirkt, stets an derselben Stelle angebracht ist.

Um das Trägheitsmoment eines Körpers zu bestimmen, welcher um eine Axe gedreht werden soll, muß man sich denselben in lauter kleine Theilchen zerlegt denken und für jedes Theilchen das Trägheitsmoment berechnen, indem man die Masse eines solchen mit dem Quadrate seiner Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt; die Summe aller einzelnen so berechneten Trägheitsmomente ist das Trägheitsmoment des Körpers. Soll das Trägheitsmoment eines Körpers auf diese Weise genau gefunden werden, so muß man sich den Körper in unendlich kleine Theilchen zerlegt denken, deren Summation ohne höhere Rechnung nicht ausführbar ist.

98 **Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel.** Wenn an einer gewichtlosen Stange in einer Entfernung r vom Aufhängepunkte eine träge Masse m angebracht ist, so bringt sie dieselbe Schwingungsgeschwindigkeit hervor, als ob man statt derselben

bei unverändertem Angriffspunkte und unveränderter Größe der beschleunigenden Kraft in der Entfernung 1 vom Drehpunkte eine träge Masse $m r^2$ angebracht hätte. Statt der in der Entfernung r vom Drehpunkte angreifenden Schwerkraft der Masse m könnte man aber, ohne die Schwingungsgeschwindigkeit zu ändern, in der Entfernung 1 die beschleunigende Kraft $m\, r$ wirken lassen.

Die Schwingungsgeschwindigkeit eines Pendels, welches aus einer gewichtlosen Stange besteht, an welcher in der Entfernung r vom Drehpunkte eine Masse m hängt, würde also derselbe bleiben, wenn man statt derselben in der Entfernung 1 die träge Masse $m\, r^2$ anbrächte und auf dieselbe die beschleunigende Kraft $m\, r$ wirken ließe.

Hinge also 5 Decimeter unter der Schneide des gewichtlosen Stabes eine Linse von 100 Gramm, so würden die Schwingungen ebenso schnell seyn, als ob 1 Decimeter vom Schwerpunkte eine träge Masse von $5^2 \times 100$, also 2500 Gramm, angebracht wäre und auf diese die beschleunigende Kraft der Schwere von 5.100, also 500 Gramm wirkte.

Dies läßt sich nun durch den Versuch wirklich nachweisen, nur kann man keine gewichtlose Stange anwenden und muß sich mit einer Stange begnügen, deren Gewicht gegen das der angehängten Linsen vernachlässigt werden darf.

Wenn man in gleichen Entfernungen über und unter dem Drehpunkte eines Stabes Gewichte anbringt, von denen das untere das schwerere ist, so ist die träge zu bewegende Masse gleich der Summe, die beschleunigende Kraft aber gleich den Differenzen der beiden Gewichte.

Hätte man also 1 Decimeter unter dem Drehpunkte eine Linse von 1500, ebenso weit über dem Drehpunkte eine Linse von 1000 Gramm angebracht, so würde die in der Entfernung 1 vom Drehpunkte befindliche zu bewegende träge Masse 2500 Gramm, die auf dieselbe wirkende beschleunigende Kraft aber 1500 — 1000, also 500 Gramm seyn.

Wenn man an der Stange, Fig. 236, 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 1500 Gramm, 1 Decimeter über der Schneide eine ähnliche von 1000 Gramm anbringt, so schwingt der Apparat ebenso schnell, als ob nur eine Linse von 100 Gramm in einer Entfernung von 5 Decimeter unter der Schneide angebracht wäre, oder wie ein einfaches Pendel von 5 Decimeter Länge.

Wenn über und unter dem Drehpunkte, um die Längeneinheit von demselben entfernt, zwei Massen angebracht sind, deren Summe S und deren Differenz D ist, so ist die Schwingungsgeschwindigkeit dieselbe, als ob man eine einzige Masse m in der Entfernung r so angehängt hätte, daß $m\, r^2 = S$ und $m\, r = D$; da nun aber $\frac{m\, r^2}{m\, r} = r$, so ist auch $\frac{S}{D} = r$, d. h.

mit Worten, man findet die Länge des einfachen gleich schnell schwingenden Pendels, wenn man die Summen der beiden Massen durch ihre Differenz dividirt.

Hätte man 1 Decimeter über der Schneide eine Linse von 300, 1 Decimeter unter derselben eine Linse von 700 Gramm angebracht, so schwingt der Apparat so schnell, wie ein einfaches Pendel, dessen Länge $\frac{1000}{400} = 2{,}5$ Decimeter beträgt.

Nach diesen Betrachtungen können wir die Lage des Schwingungspunktes für ein aus zwei schweren Punkten zusammengesetztes Pendel berechnen. An einer unbeugsamen schweren Linie seyen bei a und b, die Massen m und m', angebracht, so ist das Trägheitsmoment der ersteren $m' r'^2$, das der anderen $m r^2$, wenn wir mit r' und r die Entfernungen der Punkte a und b vom Drehpunkte bezeichnen, die statischen Momente der in den Punkten a und b hängenden Massen aber sind $m' r'$ und $m\, r$. Die Summe der Trägheitsmomente ist also $m\, r^2 + m' r'^2$, die Summe der statischen Momente ist $m\, r + m' r'$.

Fig. 237.

Brächte man nun in der Entfernung 1 über und unter dem Drehpunkte eines unbeugsamen gewichtlosen Stabes zwei Massen, deren Summe $S = m r^2 + m' r'^2$, deren Differenz D aber gleich $m r + m' r'$ ist, so würde ein solcher Apparat ebenso schnell schwingen wie das Pendel Fig. 237; nach den obigen Entwickelungen aber ist die Länge eines einfachen gleich schnell schwingenden Pendels

$$\frac{S}{D} = \frac{m r^2 + m' r'^2}{m r + m' r'}.$$

Diese Betrachtung läßt sich auf ein aus 3, 4, 5 . . . . . unendlich vielen materiellen Punkten zusammengesetztes Pendel ausdehnen, und man kommt so zu dem wichtigen Satze: »Man findet in einem zusammengesetzten Pendel die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte durch die Summe ihrer statischen Momente dividirt. Diese Entfernung ist also stets durch einen Ausdruck von der Form

$$x = \frac{m r^2 + m' r'^2 + m'' r''^2 + }{m r + m' r' + m'' r'' + }$$

gegeben. Was die Ausführung dieser Rechnung betrifft, so ist sie für einen

wirklichen Körper ohne Integralrechnung nicht wohl mit voller Genauigkeit möglich, weil es sich um die Summation unendlich vieler kleiner Theilchen handelt.

Mit Hülfe dieser Betrachtung können wir nachweisen, daß der Schwingungspunkt einer Kugel, welche an einem langen Faden aufgehängt ist, nicht weit von ihrem Mittelpunkte liegen kann. Wäre die eine Hälfte der Kugelmasse in ihrem obersten, die andere Hälfte in ihrem untersten Punkte vereinigt, so könnten wir leicht die Lage des Schwingungspunktes berechnen. Es sey z. B. der Durchmesser der Kugel 1^{cm}, ihr oberster Punkt 100, ihr unterster also 101^{cm} vom Aufhängepunkte entfernt, so wäre die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte $x = \frac{100^2 + 101^2}{100 + 101} = 100{,}50248^{cm}$. Die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Aufhängepunkte ist aber 100,5, der berechnete Schwingungspunkt liegt also $0{,}00248^{cm}$ oder $0{,}0248^{mm}$ tiefer als der Mittelpunkt.

Wir haben aber diese Berechnung auf die Annahme gestützt, daß die eine Hälfte der Kugelmasse in dem obersten, die andere Hälfte in dem tiefsten Punkte vereinigt wäre. Der wirkliche Schwingungspunkt liegt aber offenbar noch nicht so tief als der nach dieser Annahme berechnete: er liegt also bei weitem noch nicht $0{,}0248^{mm}$ unter dem Mittelpunkte der Kugel.

Fig. 238.

a

t

w

b

Das Reversionspendel. Um die wahre Länge des Sekundenpendels zu ermitteln, hat man außer dem schon oben (S. 197) angegebenen Verfahren noch ein anderes äußerst sinnreiches in Anwendung gebracht. Es wurde zuerst von Bohnenberger angegeben und später von Kater in England in Anwendung gebracht, der jedoch Bohnenberger's Vorschlag nicht kannte. 99

Die beistehende Figur stellt ein Pendel dar, wie es Kater zu seinen Versuchen anwandte. Es ist aus einem möglichst genau gearbeiteten Metallstabe gemacht, in welchem zwei Schneiden a und b so angebracht sind, daß es, in a aufgehängt, gerade so schnell schwingt, als wenn man es umkehrt und um die Schneide b schwingen läßt. Es ist dies der Fall, wenn die zweite Schneide sich genau im Schwingungspunkte b des um a schwingenden Pendels befindet.

Wenn die Schneiden schon gleich zu Anfange in dem Stabe befestigt sind, so kann man es durch Verschieben der Laufgewichte v und w leicht dahin bringen, daß die eine Schneide wirklich der

Schwingungspunkt des Pendels wird, wenn es um die andere schwingt; daß also die Schwingungsdauer gleich bleibt, man mag das Pendel um die eine oder die andere Schneide schwingen lassen.

Die Schärfe der Schneide ruht während der Schwingungen auf Platten von Stahl oder Agat.

Ein solches Pendel heißt Reversionspendel. Die Entfernung der beiden Schneiden eines Reversionspendels ist genau die Länge des einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Suchen wir die Wahrheit dieses Satzes wenigstens für einen speciellen Fall darzuthun.

Denken wir uns ein Pendel, welches aus zwei gleichen, in den Entfernungen 80^{cm} und 120^{cm} vom Drehpunkte befestigten Massen m besteht, so ist die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer

$$\frac{m.120^2 + m.80^2}{m.120 + m.80} = \frac{12^2 + 8^2}{12 + 8} = 104^{cm}.$$

Es läßt sich dies leicht durch den Versuch bestätigen, wenn man an einem Faden zwei gleiche Kugeln in der erwähnten Weise aufhängt und die Schwingungen dieses Pendels mit denen eines 104^{cm} langen einfachen Pendels vergleicht.

Der Schwingungspunkt unseres aus zwei Kugeln zusammengesetzten Pendels ist demnach 16^{cm} weit von der unteren, 24^{cm} weit von der oberen Kugel entfernt.

Denken wir uns nun dieses Pendel so umgekehrt, daß dieser Schwingungspunkt zum Aufhängepunkte wird, so haben wir ein aus zwei gleichen Massen bestehendes Pendel, von denen die eine 24^{cm} unter, die andere 16^{cm} über dem Aufhängepunkte sich befindet. Nach den obigen Betrachtungen ist es leicht, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer zu berechnen, sie ist

$$\frac{24^2 + 16^2}{24 + 16} = \frac{832}{8} = 104^{cm}.$$

Der vorige Aufhängepunkt ist also bei dieser Umkehrung wirklich zum Schwingungspunkte geworden.

Will man dies durch den Versuch bestätigen, so darf man natürlich nicht ein Pendel anwenden, welches aus zwei an einem Faden aufgehängten Kugeln, sondern ein solches, welches aus einem festen Stabe besteht, der jedoch im Vergleich zu den daran befestigten Massen sehr leicht seyn muß.

Ein zu diesen Versuchen construirtes Pendel ist Fig. 239 abgebildet und kann recht wohl nach folgenden Dimensionen gemacht werden. Der im Centimeter getheilte Holzstab ist etwa 1^{cm} dick und 2^{cm} breit. Es sind auf

demselben zwei Schneiden bei *a* und *b* eingelassen, die gerade 104^{cm} von einander entfernt sind. Zwei Linsen von Blei, deren jede ungefähr 4 Pfund wiegt (eine muß natürlich genau so schwer seyn wie die andere), sind auf Hülsen von Holz befestigt, die man auf dem Stabe verschieben und durch Schrauben an jeder Stelle des Stabes feststellen kann. Die eine Linse stellt man so, daß ihre Schärfe gerade 80, die andere so, daß ihre Schärfe 120 Centimeter von der Schneide *a* entfernt ist. Wäre der Stab gewichtlos und die Linsen schwere Punkte, so wäre der Schwingungspunkt genau bei *b*, d. h. 104^{cm} von *a*. Obgleich nun diese Bedingungen nicht ganz erfüllt sind, so liegt doch der Schwingungspunkt unseres Pendels so nahe bei *b*, daß die Differenz kaum merklich ist, denn das Gewicht des Stabes ist klein im Vergleiche zur Masse der Linsen, und der Fehler, der daraus entsteht, daß man die Masse jeder Linse in ihrem Schwerpunkte vereinigt denkt, ist auch unbedeutend, wenn die Höhe derselben nicht zu groß ist.

Fig. 239.

In *a* aufgehängt, macht dieses Pendel 59 Schwingungen in 1 Minute; ebenso viel Schwingungen macht es aber in 1 Minute, wenn man es umkehrt und um *b* schwingen läßt.

Mit Hülfe höherer Rechnung läßt sich nachweisen, daß der Schwingungspunkt eines jeden physischen Pendels diese Eigenschaft haben muß, die wir für ein aus zwei materiellen Punkten bestehendes dargethan haben.

Einheit des Längenmaaßes. Kater stellte seine Versuche mit dem 100
Reversionspendel besonders deshalb mit so großer Genauigkeit an, weil man beabsichtigte, in England ein neues Maaßsystem einzuführen, dessen Einheit die Länge des Londoner Sekundenpendels seyn sollte.

Fast sämmtliche Längeneinheiten sind den Dimensionen des menschlichen Körpers entnommen, und ihre ursprüngliche Bestimmung hing deshalb von manchen Zufälligkeiten ab. Man kam deshalb auf die Idee, eine unveränderliche Größe der Natur zur Einheit zu nehmen. Schon Huyghens schlug dazu die Länge des Sekundenpendels vor.

Zur Zeit der französischen Revolution, als man ein neues Maaßsystem in Frankreich einführen wollte, nahm man die Idee wieder auf, allein die zur Bestimmung des neuen Systems niedergesetzte Commission, bestehend aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet, wandte gegen diese Einheit ein, daß sie ein fremdes Element, nämlich die Zeit, enthielte und entschied sich dahin, die Längeneinheit von der unveränderlichen Länge eines Erdmeridians abzuleiten.

Zu diesem Zwecke wurde durch genaue Gradmessungen die Länge des Erdmeridians ermittelt, und der 40 Millionste Theil desselben, also der 10

Millionste Theil eines Erdmeridian-Quadranten zur Längeneinheit gewählt. Diese Einheit wurde Meter genannt. Das Meter wurde in 10 Decimeter, 100 Centimeter und 1000 Millimeter getheilt.

Nach dem Längenmaaße wurde nun das Flächenmaaß, das Körpermaaß und das Gleichgewichtsmaaß bestimmt.

Das Metermaaß ist unter allen Maaßsystemen das einzige, welches wissenschaftlich begründet ist. Die einfachen Beziehungen zwischen dem Längenmaaße, dem Körpermaaße und dem Gewichte machen es in mancher Hinsicht empfehlenswerth. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen bedient man sich auch jetzt fast überall dieses Maaßes.

Durch Vergleichung mit dem Meter sind nun aber auch alle anderen Maaße fest bestimmt. So ist z. B.

1 pariser Fuß . . . . = $324{,}839^{mm}$,
1 preußischer oder rheinl. Fuß . = $313{,}853^{mm}$;

demnach ist

1 pariser Zoll . . . = $27{,}070^{mm}$,
1 rheinl. Zoll . . . = $26{,}154^{mm}$.

101 **Variationen der Schwingungen eines Pendels.** Kurz nachdem Galiläi die Grundgesetze des Pendels entdeckt hatte, machte sich Huyghens durch seine trefflichen Arbeiten über das Pendel um die Wissenschaft sehr verdient. Er bestimmte zuerst genau den Schwingungspunkt des physischen Pendels, wandte das Pendel an, um den Gang der Uhren zu reguliren und machte somit zuerst eine genaue Zeitmessung möglich. Dieser ausgezeichnete Gelehrte war jedoch der Meinung, daß ein Pendel an allen Orten der Erde gleich schnell oscilliren müsse, was Newton bestritt. Im Jahre 1672 machte der französische Astronom Richer eine Reise nach Cayenne, welches nur 5 Grad nördlich vom Aequator liegt. Als er hier seine Pendeluhr aufstellte, fand er, daß sie täglich $2\frac{1}{2}$ Minuten nachging; er mußte das Pendel nahe um $\frac{5}{4}$ Linien verkürzen, um den Gang gehörig zu reguliren. Er konnte dies um so weniger einer Störung der Uhr während der Reise zuschreiben, da die Uhr, nach Paris zurückgebracht, 148 Sekunden täglich vorging, und das Pendel deshalb wieder verlängert werden mußte.

Es war somit erwiesen, daß ein und dasselbe Pendel an verschiedenen Orten der Erde nicht gleich schnelle Schwingungen macht. Man stellte später die genauesten Beobachtungen an verschiedenen Orten an und bestimmte für jeden derselben die Länge des Sekundenpendels. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe solcher von Sabine gemachten Bestimmungen.

Orte	Breite	Höhe des Beobachtungsortes über dem Meeresspiegel	Länge des Sekundenpendels in pariser Zollen
St. Thomas	0° 24′ 41″ .	6 Meter	39,021
Maranham	2° 31′ 43″ S.	23 »	39,012
Ascension	7° 55′ 48″ S.	5 »	39,024
Sierra Leona	8° 29′ 28″ N.	55 »	39,019
Trinidad	10° 38′ 56″ N.	6 »	39,019
Bahia	12° 59′ 21″ S.	65 »	39,024
Jamaika	17° 56′ 7″ N.	3 »	39,035
New York	40° 42′ 43″ N.	20 »	39,101
London	51° 31′ 8″ N.	28 »	39,139
Drontheim	63° 25′ 54″ N.	37 »	39,174
Hammerfest	70° 40′ 5″ N.	9 »	39,195
Grönland	74° 32′ 19″ N.	9 »	39,203
Spitzbergen . . .	79° 49′ 58″ N.	6 »	39,215

Das Pariser Sekundenpendel würde, an jene Orte gebracht, entweder voraneilen oder zurückbleiben, und zwar täglich um so viel Schwingungen als in der folgenden Tabelle angegeben ist.

St. Thomas	— 120
Maranham	— 129
Ascension	— 116
Sierra Leona	— 121
Trinidad	— 122
Bahia	— 116
Jamaika	— 104
New York	— 30
London	+ 11
Drontheim	+ 50
Hammerfest	+ 73
Grönland	+ 82
Spitzbergen	+ 94

Es bedeutet hier + ein Voraneilen, — ein Zurückbleiben.

Gestalt der Erde. Es ist bekannt, daß die höchsten Gebirge im Ver- 102
gleich zur ganzen Erde doch nur sehr geringe Erhebungen bilden, ungefähr so wie Sandkörner, welche man auf eine Kugel von 1^m Radius streut. Eben so scheint es sich mit den tiefsten Stellen des Meeres zu verhalten. Diese

verhältnißmäßig unbedeutenden Abweichungen abgerechnet, ist die Gestalt der Erde regelmäßig, wenigstens können wir sie in unseren Rechnungen als regelmäßig annehmen. Früher hielt man die Erde für eine Kugel, jetzt aber wissen wir, daß sie an den Polen abgeplattet ist. Wir wollen versuchen, die Mittel, wie man diese Abplattung messen konnte, und die Ursachen derselben im Allgemeinen anzugeben.

Wenn die ganze Erde eine feste Masse wäre, so könnte sie jede beliebige Gestalt haben; wenn sie aber ganz mit Flüssigkeit überdeckt wäre, so müßte sie nothwendig sphäroidisch seyn; weil die durch die Axendrehung erzeugte Schwungkraft an dem Aequator stärker auf die flüssigen Theilchen wirkt als an den Polen, müssen sie sich an dem Aequator also weiter vom Mittelpunkte der Erde entfernen, und daher die Abplattung an den Polen.

Nach allen Beobachtungen ist nun die Normaloberfläche der Continente unseres Erdballs auf dieselbe Weise abgeplattet wie die Oberfläche der Meere, und daraus kann man den Schluß ziehen, daß die ganze Erde früher in flüssigem Zustande war und daß sie schon dieselbe Axendrehung hatte wie jetzt, bevor sie erstarrte.

Um sich eine Idee zu machen, wie es möglich ist, die Abplattung der Erde durch geodätische Messungen nachzuweisen, wollen wir uns irgend zwei entfernte Orte denken. Nehmen wir z. B. Dünkirchen und Formentera, welche beide auf dem Meridian von Paris liegen. Aus der Beobachtung des Himmels ergiebt sich, daß Dünkirchen 12° 22′ 14″ nördlich von Formentera liegt, und nach der trigonometrischen Messung ist die Entfernung beider Orte 1374438,72 Meter. Man kann danach leicht die Länge eines Meridiangrades berechnen. Wenn nun die Erde genau kugelförmig wäre, so müßte die Länge eines Meridiangrades überall gleich seyn.

Man hat mit der größten Sorgfalt Gradmessungen in verschiedenen Breiten angestellt. Die wichtigsten dieser Gradmessungen sind in Peru von Bouguer und Condamine, in Indien von Lambton, auf dem Cap der guten Hoffnung von Lacaille, in Pensylvanien von Mason und Dixen, in Italien von Lemaire und Boscovich, in Frankreich von Delambre und Mechain, an den Küsten des mittelländischen Meeres von Arago und Biot, in England nahe bei Greenwich von Roy, Delambre und Mechain, in Schweden von Melanderhielm ausgeführt. Aus allen diesen Messungen läßt sich das Resultat ziehen, daß die Länge eines Erdgrades um so kleiner wird, je mehr man sich von den Polen dem Aequator nähert; daß also die Krümmung der Erde in der Richtung des Meridians am Aequator bedeutender ist als an den Polen, oder mit anderen Worten, daß die Erde an den Polen abgeplattet ist. Berechnet man nach jenen Messungen die Länge eines Erdhalbmessers für verschiedene Breiten, so findet man

den Radius des Aequators . . . = 6376984^{m}
den Radius eines Pols . . . . . = 6356324^{m}
Differenz . . . . = 20660^{m}

Der mittlere Erdhalbmesser entspricht einer Breite von 45^{0}, er beträgt 6366745^{m}.

Betrachten wir nun die oben angeführten Pendelversuche, welche an verschiedenen Orten angestellt worden, so finden wir, daß die Gestalt der Erde in einer sehr wesentlichen Relation zur Dauer der Oscillationen des Pendels steht. Das Sekundenpendel wird um so kürzer, je näher der Beobachtungsort dem Aequator liegt; das Sekundenpendel von Paris schwingt unter dem Aequator langsamer, es macht in einem Tage 126 Schwingungen weniger. Die Intensität der Schwere nimmt also mit der geographischen Breite zu, und da der Erdhalbmesser in höheren Breiten kleiner wird, so folgt aus allen diesen Beobachtungen, daß die Intensität der Schwere abnimmt, wenn man sich von dem Mittelpunkte der Erde entfernt. Dies bestätigen auch die Pendelversuche, welche man in gleichen Breiten, aber in verschiedenen Höhen über dem Niveau des Meeres anstellt. 103

Dies bestätigt im Allgemeinen die Richtung der Gesetze der allgemeinen Schwere, wie sie Newton aufstellte. Nach der Newton'schen Theorie zieht jedes Massentheilchen das andere an; die Kraft, welche den Stein zur Erde zieht, ist die Resultirende aller Anziehungen, welche die einzelnen Moleküle des Erdballs auf den Stein ausüben. Die Intensität dieser anziehenden Kraft nimmt aber ab, wenn man sich von dem Mittelpunkte der Anziehung entfernt, und zwar nimmt die Anziehung in dem Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung vom Anziehungsmittelpunkte zunimmt. Nach diesem Gesetze abnehmend wirkt aber die Schwere fort bis in die unendlichen Räume des Himmels, der Mond wird durch diese Anziehung in seiner Bahn um die Erde erhalten, und ebenso bestimmt die Anziehung, welche zwischen der Masse der Sonne und derjenigen der Planeten stattfindet, die Bahnen derselben.

Aus zwei Gründen muß die Intensität der Schwere am Aequator geringer seyn als an den Polen. Erstens ist der Aequator weiter vom Mittelpunkte der Erde und dann wirkt auch die durch die Axenumdrehung der Erde erzeugte Schwungkraft der Schwere um so stärker entgegen, je mehr man sich dem Aequator nähert.

Wenn man berücksichtigt, wie die Schwungkraft nach dem Aequator hin zunimmt, und wie man sich gleichzeitig mehr vom Mittelpunkte der Erde entfernt, so kann man vom Pariser Sekundenpendel ausgehend die Länge des Sekundenpendels für alle Orte der Erde berechnen. In der That ist das auf diese Weise berechnete Sekundenpendel dem an jedem Orte durch Versuche bestimmten fast gleich; jedoch finden nach den genauesten Beob-

achtungen noch kleine Differenzen Statt, wie man aus der folgenden Tabelle sieht. Diese Tabelle giebt an, um wieviel Schwingungen das berechnete Pendel dem durch Beobachtungen bestimmten täglich voraneilt oder gegen dasselbe zurückbleibt.

St. Thomas	+ 3,64
Maranham	— 6,18
Ascension	+ 3,16
Sierra Leona	— 1,73
Trinidad	— 5,98
Bahia	— 3,28
Jamaika	— 1,42
New York	— 0,63
London	— 0,43
Drontheim	— 2,72
Hammerfest	— 0,03
Grönland	+ 0,5
Spitzbergen	+ 4,19.

Diese Abweichungen zeigen an, daß der Boden einen wesentlichen Einfluß auf die Pendelschwingungen ausübt. Es geht daraus hervor, daß, obgleich die verschieden dichten Massen, welche die feste Erdkruste im Allgemeinen bilden, gleichförmig vertheilt sind, doch an einigen Stellen mehr dichte, an anderen hingegen weniger dichte Stoffe angehäuft sind, welche die Intensität der Schwere an diesen Stellen vermehren oder vermindern. Diese lokale Heterogenität übt auch einen wesentlichen Einfluß auf das Niveau der Meere aus.

104 Die Kraft, welche einen Stein zur Erde zieht, ist die Resultirende aller Anziehungen, welche sämmtliche Moleküle des Erdballs auf den Stein ausüben; kurz jedes Molekul der ponderabeln Materie wird von allen anderen angezogen. Man sollte demnach wohl vermuthen, daß Gebirge einen wesentlichen Einfluß auf die in ihrer Nähe befindlichen Körper ausüben müßten; warum z. B. fällt ein Stein, den man an dem Abhange eines Berges herabfallen läßt, nicht nach der Mitte des Gebirges hin? ja man könnte sich wundern, daß nicht die Mauern eines Gebäudes schon eine solche Wirkung ausüben. Wenn man aber bedenkt, daß das größte Gebirge doch nur ein Sandkorn im Vergleich gegen die Erde ist, so findet man dies sehr begreiflich. Gebirge können im günstigsten Falle einen Körper nur äußerst wenig von der Normalrichtung des freien Falles ablenken, wenn aber eine solche Ablenkung stattfindet, so liegt darin ein neuer Beweis dafür, daß die Schwere eine allgemeine Kraft ist, welche auf alle Materie wirkt.

Bouguer war der Erste, welcher die Idee hatte, in der Anziehung der

Gebirge einen Beweis für die allgemeine Anziehung der Materie zu suchen. Wenn sie wirken, so müssen sie auch das Bleiloth ablenken. Aber wie erkennt man eine Ablenkung des Bleilothes? Dieselbe Ursache, welche seine Richtung ändert, verändert auch die Richtung der freien Oberfläche der Gewässer, kurz auf der Erde werden wir keinen Anhaltspunkt für eine solche Vergleichung finden. Wir müssen also zu den Gestirnen unsere Zuflucht nehmen, und am Himmel müssen wir eine feste Richtung suchen. An den Abhängen des Chimborasso stellte Bouguer seine Beobachtungen an, bei welchen er mit außerordentlichen Schwierigkeiten zu kämpfen hatte. Er fand in der That eine Ablenkung des Bleilothes von 7″ bis 8″. Jene vulkanischen Gebirge haben in ihrem Inneren unstreitig große Höhlungen, welche die Anziehung bedeutend vermindern.

Seit Bouguer wurden diese Versuche an verschiedenen Orten wiederholt. Maskelyne wiederholte sie im Jahre 1772 mit großer Sorgfalt am Fuße der Shehallien in Schottland und fand eine Ablenkung von 54″. Es ist dadurch unwiderleglich dargethan, daß die Gebirge wirklich das Bleiloth ablenken und daß die Größe der Ablenkung von ihrem Volumen und der Natur der Substanzen abhängt, aus welchen sie bestehen. Maskelyne hatte diese Versuche angestellt, um daraus ein Verhältniß der Masse der ganzen Erde zur Masse des Gebirges abzuleiten. Er berechnete auf diese Weise, daß die mittlere Dichtigkeit der Erde 4,56 sey.

Im Jahre 1824 machte Carlini ähnliche Versuche am Mont Cenis und gelangte fast zu demselben Resultate.

Endlich verdanken wir Cavendish noch eine andere Bestimmungsmethode der mittleren Dichtigkeit der Erde. Sein Apparat scheint der genaueste zu seyn, den man zu dieser Untersuchung nur anwenden kann. Die erste Idee seiner Construction verdanken wir Michell, einem Mitgliede der königlichen Societät zu London. Michell, welcher die Zeit nicht hatte, die Versuche anzustellen und sein nahes Ende erwartete, vermachte ihn Wollaston, Professor in Cambridge, und dieser schenkte ihn Cavendish, welcher schon zu den ersten Physikern Englands gezählt wurde.

Die Idee, welche diesem Apparate zu Grunde liegt, ist folgende: Eine große Kugel von Metall, welche etwa 20 Fuß Durchmesser hat, würde nicht im Stande seyn, das Bleiloth abzulenken, da ja ganze Gebirge dies kaum bewirken. Wenn man aber anstatt des vertikalen Fadens einen horizontalen Hebel, welcher genau ins Gleichgewicht gebracht und sehr leicht beweglich ist, der Kugel in der Horizontalebene ihres Mittelpunktes nähert, so würde die Anziehung der Kugel den Hebel drehen, da ja ihre Wirkung der Wirkung der Schwere durchaus nicht entgegengesetzt ist. Dieser horizontale Hebel würde also eine Art Pendel bilden, welches durch die Anziehung der Kugel in Schwingungen versetzt wird, gerade so wie ein gewöhnliches

Pendel in Folge der Wirkung der Erde oscillirt. Brächte man nun an beiden Enden des Hebels solche Kugeln an, so würde der Effect verdoppelt. Wenn also nur der Hebel hinlänglich leicht beweglich ist und die Kugeln groß genug sind, so kann man auf diese Weise jedenfalls die gegenseitige Anziehung der Materie nachweisen und im Kleinen an den Metallkugeln dasselbe darstellen, was auf der Erdkugel im Großen vor sich geht.

Fig. 240.

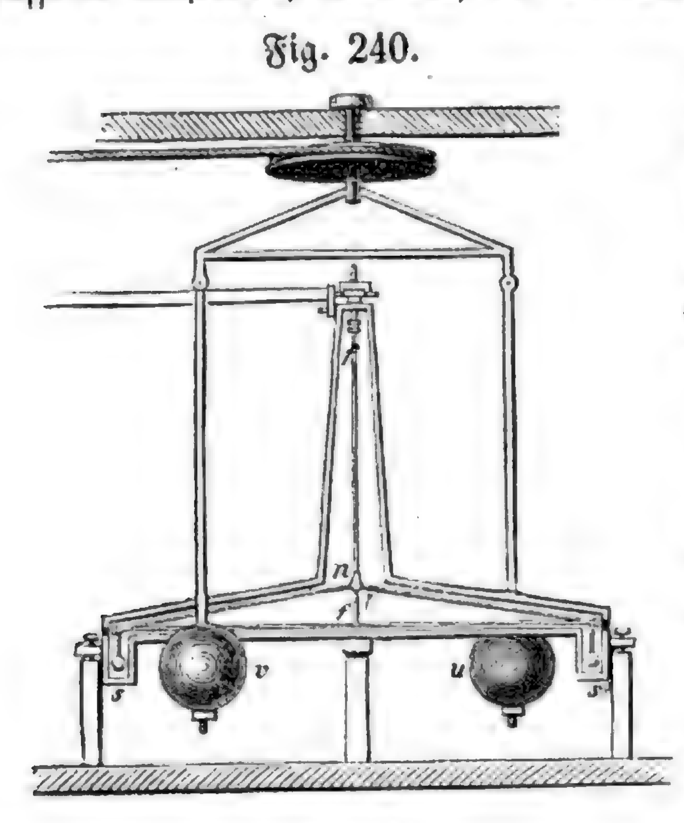
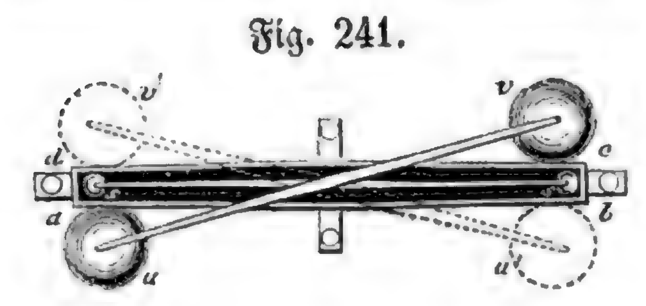


Fig. 241.



Der Apparat von Cavendish ist in Fig. 240 und Fig. 241 dargestellt. Fig. 241 ist der Grundriß. *u* und *v* sind die beiden Metallkugeln. Jede derselben wog 157,925[kg]. *a b c d* stellt den Durchschnitt eines Kastens dar, in welchem der bewegliche Hebel eingeschlossen ist, um ihn vollständig gegen die Einwirkung von Luftströmungen zu schützen. *s* und *s'* sind zwei kleine Kugeln, welche an den Enden des Hebels aufgehängt sind.

Fig. 240 stellt den Aufriß dar; dieselben Buchstaben bezeichnen dieselben Dinge. Hier sieht man, wie die kleinen Kugeln an einem Silberfaden aufgehängt sind, welcher durch die Enden des Hebels hindurchgehend in *n* an dem vertikalen Silberdrahte *f f'* befestigt ist, welcher stark genug ist, um den Hebel sammt den kleinen Kugeln zu tragen.

Der Widerstand dieses Drahtes gegen eine Drehung ist die einzige Kraft, welche den Oscillationen des Hebels entgegenwirkt. Die beiden Massen *u* und *v* selbst sind an Eisenstangen aufgehängt, sie sind um eine feste vertikale Axe drehbar, welche mit der Richtung von *f f'* zusammenfällt, und können nach und nach aus der Stellung *u v* in die Lage *u' v'* gebracht werden. Diese Drehung wird von außen her bewerkstelligt. Der ganze Apparat ist in eine Kammer ohne Fenster und Thüren eingeschlossen, welche durch eine kleine Oeffnung mittelst einer Lampe erleuchtet wird, die sich außerhalb der Wände befindet, damit die innere Luft nicht erwärmt wird. Die Bewegungen werden durch ein Fernrohr beobachtet.

Wenn Alles in Ruhe ist und wenn die Massen sich in derjenigen Stellung befinden, in welcher sie gar nicht wirken, d. h. wenn die Verbindungslinie der beiden Kugeln rechtwinklig zu dem beweglichen Hebel ist, werden

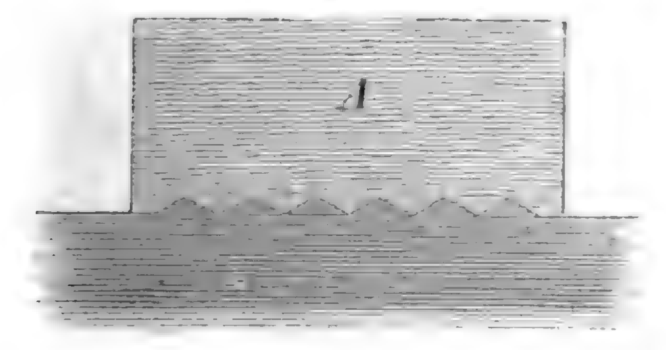
sie in die Lage der Figur 241 gebracht. Alsbald beginnt der Hebel sich zu drehen, weil jede der beiden Kugeln *s* und *s'* angezogen wird; weil die Drehung des Silberdrahtes *ff'* dieser Bewegung entgegenwirkt, so oscillirt der Hebel um eine bestimmte Gleichgewichtslage, deren Dauer man beobachten muß. Man weiß also nun, nachdem man die Resultate in Beziehung auf die Torsion des Drahtes corrigirt hat, was für Oscillationen eine Bleimasse von 157,925$^{\text{kg}}$ an einem Pendel von bekannter Länge in einer bekannten Entfernung hervorbringen kann. Aus der Vergleichung dieser Oscillationen mit den Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels läßt sich nun auch ein Schluß auf die Kräfte machen, welche diese Oscillationen hervorbringen und danach auch die mittlere Dichtigkeit der Erde bestimmen.

Hindernisse der Bewegung. Ein schon mehrfach besprochener Wi- 105
derstand, welcher fast auf alle Bewegungen einen bedeutenden Einfluß ausübt, ist die Reibung. Um eine nur etwas große Last auf einer horizontalen Ebene fortzuschleifen, ist ein bedeutender Kraftaufwand nöthig, welcher lediglich von den Reibungswiderständen herrührt. Wäre die Ebene sowohl, auf welcher die Last fortgeschleift werden soll, als auch die Unterflächen der Last selbst absolut hart und glatt (was in der Natur nie der Fall ist), so könnte die kleinste Kraft die größte Last in Bewegung setzen, und einmal angestoßen müßte sich die Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der horizontalen Ebene fortbewegen.

Die Reibung rührt ohnstreitig daher, daß die Erhabenheiten einer jeden der über einander hingleitenden Flächen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun Bewegung stattfinden soll, so müssen entweder die hervorragenden Theilchen von der Masse ihres Körpers abgerissen, oder der eine Körper muß fortwährend über die Unebenheiten hinweggehoben werden. Ersteres findet Statt, wenn reibende Flächen sehr rauh sind, oder wenn es auch nur eine derselben ist. Wenn jedoch die reibenden Flächen möglichst geglättet sind, so findet fast ausschließlich die zuletzt erwähnte Wirkungsweise Statt.

Die beistehende Figur 242 soll dazu dienen, die Art und Weise zu versinnlichen, wie Widerstand der Bewegung entsteht, wenn ein Körper über kleine Unebenheiten hinweggehoben werden muß. Das Heben des Körpers *A* geschieht dadurch, daß die tiefsten Punkte der Hervorragungen von *A* auf den Gipfel der Unebenheiten der Unterlage hinaufgezogen werden müssen, von wo sie alsbald wieder heruntergleiten, worauf dann dieselbe

Fig. 242.



Hebung und Senkung wieder stattfindet. Der Widerstand, welcher sich hier der Bewegung *A* entgegensetzt, ist also kein anderer als der, welcher überwunden werden müßte, um ihn auf einer absolut glatten schiefen Ebene hinaufzuziehen.

Wenn diese Ansicht von der Reibung richtig ist, so müssen sich die daraus abgeleiteten Gesetze durch den Versuch bestätigen lassen.

Um die Reibung zu überwinden, muß man, gerade wie wenn man den Körper eine schiefe Ebene hinaufziehen will, eine Kraft anwenden, welche einem aliquoten Theile der Last gleich ist. Die Zahl, welche das Verhältniß dieser Kraft zur Last angiebt, heißt **Reibungscoëfficient.** Er hängt natürlich von der Eigenthümlichkeit der reibenden Flächen ab und kann nur durch den Versuch bestimmt werden. Wollte man z. B. auf einer horizontalen Unterlage von Eisen, etwa auf einer Eisenbahn, eine Last von 1 Centner fortschleifen, so würde, wenn die Unterfläche der Schleife ebenfalls aus Eisen besteht, eine Kraft von 27,7 Pfunden nöthig seyn, d. h. derselbe Kraftaufwand, als ob man 27,7 Pfund vertikal heben wollte. Wenn sich Eisen auf Eisen reibt, so beträgt also der Reibungswiderstand 27,7 Procent, der Reibungscoëfficient ist also für diesen Fall 0,277. Um die Reibungscoëfficienten für verschiedene Körper zu ermitteln, kann man eine Vorrichtung, wie Fig. 12, anwenden. Das Brett *R S* bringt man in die horizontale Lage. Gesetzt, dieses Brett sey von Eichenholz; man lege einen Klotz von Eichenholz darauf, dessen untere Fläche ebenfalls wohl geglättet seyn muß, welcher 1000 Gramm wiegt; an diesem Klotze ist eine Schnur befestigt, welche, wie bei den Versuchen über die schiefe Ebene, um eine Rolle geschlungen ist und eine leichte Schale trägt. Das Gewicht der Schale wird nicht im Stande seyn, Bewegung hervorzubringen; man muß Gewichte auflegen, und erst, wenn das Gewicht der Schale und der Gewichte zusammen 418 Gramm beträgt, wird die Bewegung eben beginnen. Es ergiebt sich aus diesem Versuche der Reibungscoëfficient für Eichen auf Eichen 0,418.

Aendert man die Substanz des in Bewegung zu setzenden Körpers sowohl als die Unterlage, so kann man die Reibungscoëfficienten für verschiedene Körper ausmitteln. Die folgende Tabelle enthält einige der in der Praxis wichtigsten Reibungscoëfficienten.

Eisen auf Eisen	0,277
Eisen auf Messing	0,263
Eisen auf Kupfer	0,170
Eichen auf Eichen	{0,418 = {0,273 +
Eichen auf Kiefern	0,667
Kiefern auf Kiefern	0,562.

Digitized by Google

Durch eine zweckmäßige Schmiere kann der Reibungswiderstand noch verringert werden. Für Metalle ist Oel, für Holz hingegen Talg das beste Schmiermittel.

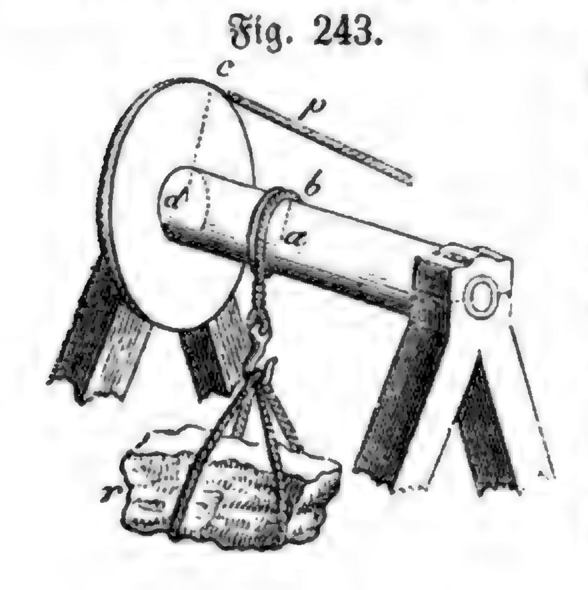
Bei Hölzern ist es nicht gleichgültig, wie die Fasern laufen; die Reibung ist nämlich bei gekreuzten Fasern (+) viel geringer als bei parallelen (=).

Aus dem bisher Gesagten ergiebt sich unmittelbar, daß die Reibung stets der Last proportional ist. Hätte man bei dem oben beschriebenen Versuche einen Eichenklotz von 2000 Grammen angewendet, so hätte man 836 Gramm an die Schnur hängen müssen, um die Reibung zu überwinden.

Die Größe der reibenden Flächen kann nach den entwickelten Ansichten keinen Einfluß auf die Größe der Reibung haben. Auch dies läßt sich durch den Versuch bestätigen. Gesetzt, der Eichenklotz habe Seitenflächen von verschiedener Größe, so wird man keinen Unterschied im Resultate finden, man mag den Klotz mit der einen oder mit der andern Fläche auflegen.

Die eben besprochene Art der Reibung wird mit dem Namen der gleitenden Reibung bezeichnet, um sie von der wälzenden Reibung zu unterscheiden, die wir gleich näher betrachten werden. Gleitende Reibung findet unter andern auch überall da Statt, wo Zapfen in ihren Pfannen gedreht werden; um in diesem Falle den Effect der Reibung bequemer in Rechnung bringen zu können, braucht man nur zu bedenken, daß sie gerade so wirkt wie ein entsprechendes Gewicht, welches an einer um dieselbe Axe geschlungenen Schnur hängt. Untersuchen wir z. B. den Effect der Reibung an dem schon öfter betrachteten Haspel. Das Gewicht des Wellbaumes selbst mit Allem, was daran befestigt ist, betrage 75 Pfd., der zu hebende Stein wiege 100 Pfd., also die am Umfange des Rades wirkende Kraft 25 Pfd., so ist der Gesammtdruck, welchen die Zapfenlagen auszuhalten haben, 75 + 100 + 25 = 200 Pfd. Wenn die Zapfenlager von Messing, die Zapfen aber von Eisen sind, so beträgt der Reibungswiderstand, welcher am Umfange der Zapfen wirkt, 26,3 Procent, der Effect der Reibung ist also derselbe, als ob man statt ihrer um den Zapfen eine Schnur in derselben Richtung geschlungen hätte, wie das Seil, welches die Last trägt, und an dieser Schnur ein Gewicht 200 × 0,263 oder 52,6 Pfd. angehängt hätte, oder als wenn die am Umfange des Wellbaums wirkende Last um $\frac{52,6}{5}$ oder 10,5 Pfd. größer gewesen wäre, vorausgesetzt nämlich,

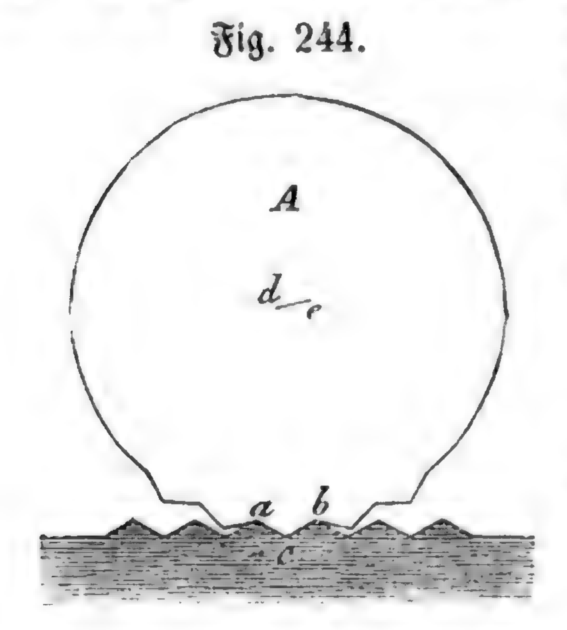
Fig. 243.



daß der Durchmesser der Zapfen $1/5$ vom Durchmesser des Wellbaumes ist. Es werden also bei diesem Haspel circa 10 Procent der angewendeten Kraft für die Ueberwindung der Reibungswiderstände verzehrt.

Es bleibt jetzt noch die wälzende Reibung zu betrachten. **Wälzende Reibung** findet da Statt, wo ein runder Körper, etwa eine Kugel, ein Cylinder, über die Unterlage hinwegrollt. Es kommt dabei die Unterlage stets mit neuen Punkten des rollenden Körpers in Berührung. Der hierbei entstehende Widerstand ist bei weitem geringer als der Widerstand der gleitenden Reibung, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt. Sollte der runde Körper *A* über seine Unterlage fortgeschleift werden, so müßte man zunächst damit beginnen, ihn zur kleinen schiefen Ebene *c b* hinaufzuziehen, sein Schwerpunkt würde dabei um ebenso viel gehoben werden, als *c* unter *b* liegt. Bei einem Fortrollen des Körpers *A* aber wird er sich um den Punkt *b* drehen, wobei sein Schwerpunkt nur von *d* bis *e* gehoben wird. Der Höhenunterschied zwischen *d* und *e* ist aber bei weitem kleiner als die Höhendifferenz von *c* und *b*. Denken wir uns um den Mittelpunkt *d* einen Kreisbogen durch die Punkte *a* und *b* gezogen, so wird der tiefste Punkt dieses Bogens ebenso tief unter *b* liegen als *d* unter *e*. Da aber der tiefste Punkt des Bogens *a b* noch immer hoch über *c* liegt, so übersieht man leicht, daß bei der wälzenden Reibung die alternirende Hebung und Senkung des Schwerpunktes weit geringer ist als bei der gleitenden. Man übersieht aber auch, daß hier der Reibungswiderstand wesentlich vom Halbmesser des sich wälzenden Körpers abhängt. Je größer dieser Halbmesser ist, um so geringer ist der Widerstand. Im Uebrigen ist auch hier der Widerstand der Last proportional.

Fig. 244.



Bei einem Wagenrade findet wälzende Reibung am Umfange des Rades, gleitende Reibung aber an den Axen Statt. Beide Widerstände werden um so geringer, je größer der Durchmesser der Räder ist.

Bei der gleitenden Reibung sowohl als bei der wälzenden ist übrigens auch noch die Adhäsion von bedeutendem Einflusse.

Zweites Kapitel.

Principien der Hydrodynamik.

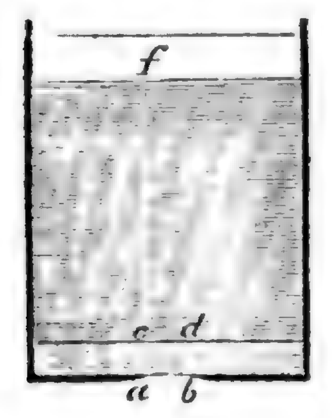
Die Hydrodynamik betrachtet in möglichster Allgemeinheit die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten und bildet also eine der wichtigsten Branchen der rationellen Mechanik. Wir müssen uns hier beschränken, die Grundsätze der Hydrodynamik zu entwickeln, so weit sie sich experimentell beweisen und durch einfache Betrachtungen ableiten lassen. 106

Toricelli's Theorem. Wenn man in die Seitenwand oder in den Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten, oben offenen Gefäßes eine Oeffnung macht, welche im Vergleich mit den Dimensionen des Gefäßes klein ist, so strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit aus, welche um so größer ist, je tiefer sich die Oeffnung unter dem Spiegel der Flüssigkeit befindet. Der Zusammenhang zwischen Ausflußgeschwindigkeit und Druckhöhe läßt sich am einfachsten auf folgende Weise ausdrücken: Die Ausflußgeschwindigkeit ist gerade so groß wie die Geschwindigkeit, welche ein freifallender Körper erlangen würde, wenn er von dem Spiegel der Flüssigkeit bis zur Ausflußöffnung herabfiele.

Dieser Satz ist unter dem Namen des Toricelli'schen Theorems bekannt. Er läßt sich durch folgendes Raisonnement ableiten.

Wenn die Flüssigkeitsschicht $abcd$, Fig. 245, welche sich unmittelbar über der Oeffnung ab befindet, frei herabfiele, ohne durch die über ihr lastende Flüssigkeit beschleunigt zu seyn, so würde sie die Oeffnung mit derjenigen Geschwindigkeit verlassen, welche der Höhe ac entspricht, die wir mit h bezeichnen wollen. Diese Geschwindigkeit ist $c = \sqrt{2gh}$ (S. 182). Nun aber ist die ausströmende Schicht nicht bloß durch ihre eigene Schwere beschleunigt, sondern durch die Schwere der ganzen auf ihr lastenden Flüssigkeit. Die beschleunigende Kraft der Schwere g verhält sich demnach zur beschleunigenden Kraft g', welche die flüssigen Theilchen wirklich austreibt, wie ac zu af oder wie h zu s, wenn die Druckhöhe mit s bezeichnet wird, d. h.

Fig. 245.



$$h : s = g : g',$$

und also ist die auf die ausfließende flüssige Schicht wirkende beschleunigende

Kraft $g' = \frac{g}{h} s$. Wenn aber die beschleunigende Kraft, welche auf die ausfließende Schicht wirkt, nicht g, sondern g' ist, so ist auch die Ausflußgeschwindigkeit $c' = \sqrt{2 g' h}$, und wenn wir in diesen Werth von c' den eben abgeleiteten Werth von g' setzen, so erhalten wir für die Ausflußgeschwindigkeit den Werth

$$c' = \sqrt{2 g s}.$$

Dies ist aber dieselbe Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er eine Höhe s frei durchfällt.

Aus diesem Satze folgt unmittelbar:

1) Die Ausflußgeschwindigkeit hängt nur von der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau, aber nicht von der Natur der Flüssigkeit ab. Bei gleichen Druckhöhen muß also Wasser und Quecksilber gleich schnell ausfließen. Jede Quecksilberschicht wird zwar durch einen Druck ausgetrieben, welcher 13,6mal so groß ist als beim Wasser, dagegen ist aber auch die Masse eines Quecksilbertheilchens, welches ausfließt, 13,6mal größer als die eines gleich großen Wassertheilchens.

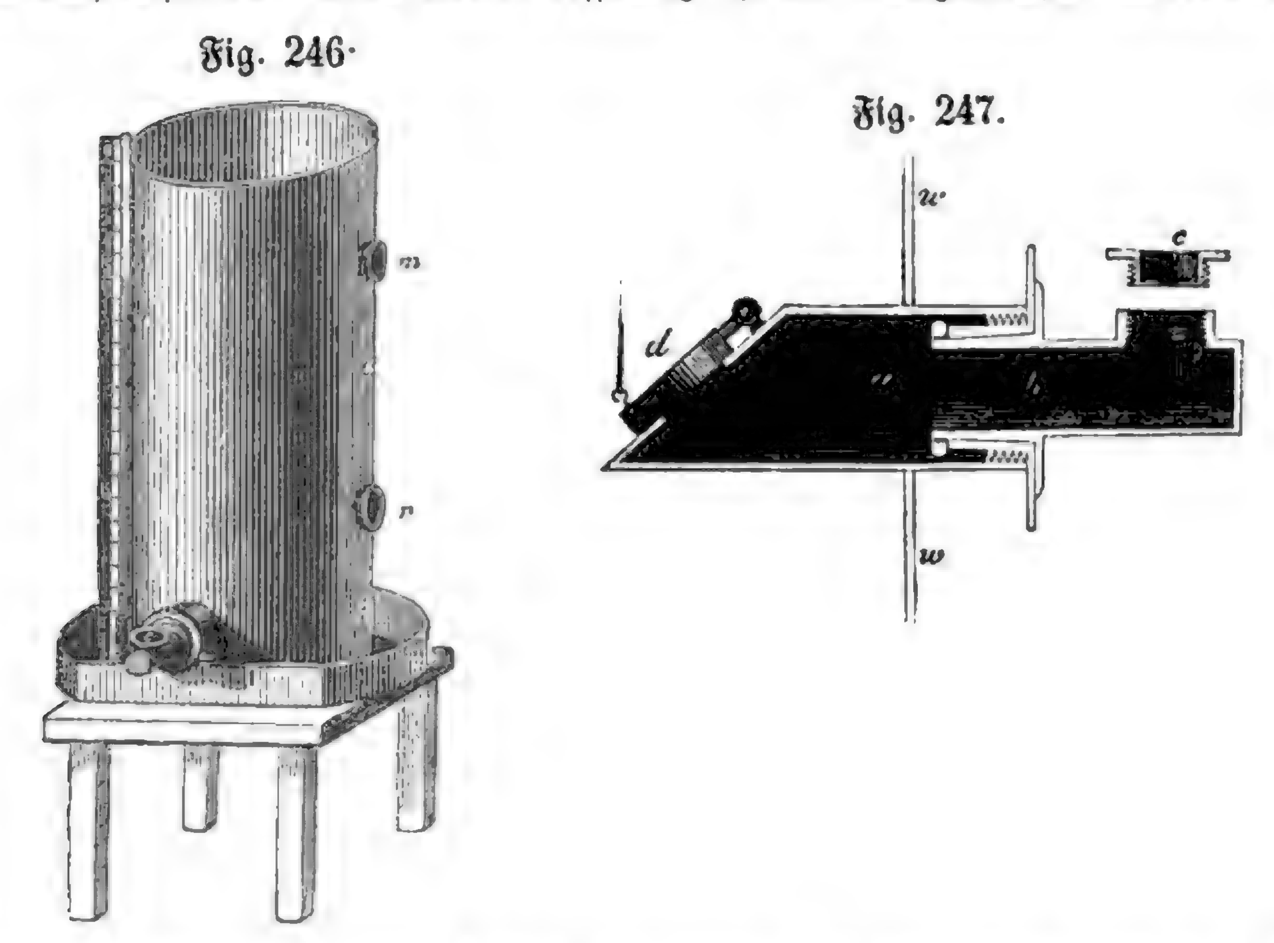
2) Die Ausflußgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen. Aus einer Oeffnung, welche 100^{cm} unter dem Wasserspiegel liegt, muß also das Wasser mit 10mal größerer Schnelligkeit ausfließen als aus einer andern, welche nur 1 Centimeter unter dem Niveau liegt.

107 Um das Toricelli'sche Gesetz durch das Experiment zu prüfen, wendet man Gefäße an, deren Rauminhalt bedeutend ist im Vergleiche zu der Größe der Oeffnung. Die Oeffnungen selbst müssen in ganz dünne Metallblättchen gemacht seyn, welche man in die Seitenwand oder in den Boden des Gefäßes einsetzen kann; denn wenn die Oeffnungen sich in einer dicken Wand befänden, so würde die Ausflußgeschwindigkeit zu sehr durch die Reibung an den Wänden der Oeffnung vermindert werden. Besonders zweckmäßig zu Versuchen über den Ausfluß von Flüssigkeiten ist der Fig. 246 abgebildete Apparat.

Das Reservoir besteht aus einem cylindrischen Blechgefäße, welches ungefähr 75^{cm} hoch ist und 30^{cm} Durchmesser hat; mit dem Gefäße communicirt eine Glasröhre, in welcher die Flüssigkeit so hoch steht als im Gefäße selbst. Die Höhe des Wasserstandes kann man an einem getheilten Stabe ablesen, welcher sich dicht neben der Glasröhre befindet. Die Abtheilungen des Stabes in der Figur stellen großh. hess. Zolle dar, deren 4 gleich 0,1 Metern sind. In der Seitenwand des Gefäßes befinden sich zwei Oeffnungen, m und n, die oberste derselben liegt 10^{cm} (4 hess. Zoll), die untere 40^{cm} unter dem Nullpunkte der Scala. Eine dritte Oeffnung befindet sich

im Boden des Gefäßes. Damit durch diese Oeffnung das Wasser abfließen kann, muß sich in der Mitte des Tischchens, auf welchem der Apparat steht, ein Loch befinden. Eine vierte Oeffnung ist bei *c* angebracht. Diese Oeffnung befindet sich in einer kurzen horizontalen Röhre, welche um ihre Axe drehbar ist, so daß man dem ausfließenden Strahle jede beliebige Neigung gegen die Horizontale geben kann.

Fig. 246. Fig. 247.



Die Einrichtung dieses zuletzt besprochenen Theiles an unserm Apparate ist aus Fig. 247 deutlicher zu ersehen. Durch die Gefäßwand *w* geht eine 5 bis 6 Centimeter weite Röhre *a* hindurch, welche mit einer am Rande getheilten Scheibe endigt. In der Röhre *a* steckt eine zweite, etwas engere, *b*, welche um ihre Axe drehbar ist. In der Seitenwand dieser Röhre *b* wird die dünne Metallplatte mit der Ausflußöffnung *c* eingeschraubt. Je nachdem man nun die Röhre *b* dreht, kann man machen, daß die Oeffnung vertikal nach oben oder nach unten, daß sie horizontal gerichtet ist, oder daß sie jede beliebige Zwischenlage hat; die am Ende der Röhre *a* angebrachte getheilte Scheibe dient dazu, um die Stellung der Ausflußöffnung stets genau angeben zu können.

Der Ausfluß bei *m* und *n*, Fig. 246, geschieht ebenfalls durch Oeffnungen in dünnen Metallplatten, welche ebenso angeschraubt werden wie die Oeffnung bei *c*.

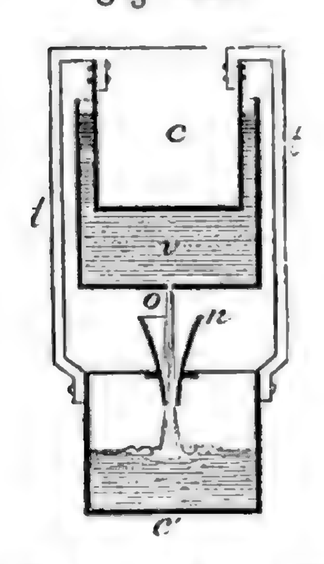
Durch die Klappe *d* kann der Zufluß des Wassers zur Oeffnung *c* nach Belieben unterbrochen und wieder hergestellt werden. Auf ähnliche Weise ist auch durch Klappen das Wasser von den Oeffnungen bei *m* und *n*, Fig. 246, so wie von der Oeffnung im Boden abgehalten. Jede dieser Klappen

kann durch eine Schnur gehoben werden, wenn das Wasser durch die ihr entsprechende Oeffnung ausfließen soll.

Wenn man Ausflußversuche bei unveränderter Druckhöhe anstellen will, so muß man dafür sorgen, daß oben stets so viel Wasser in das Reservoir zufließen kann, als durch die Ausflußöffnung abfließt. Man erreicht dies am einfachsten dadurch, daß man aus einem zweiten Gefäße Wasser in das Reservoir zufließen läßt und den Zufluß durch einen Hahn regulirt.

Es sind hier noch einige Einrichtungen zu erwähnen, welche dazu dienen, eine constante Druckhöhe zu erhalten.

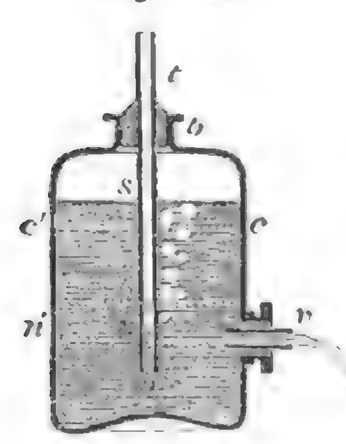
Fig. 248.



Der Schwimmer von Prony ist in Fig. 248 dargestellt. Im Ausflußgefäße v schwimmt ein Kasten c, an welchem vermittelst der Stäbe t ein zweiter Kasten c' hängt, der sich unter der Oeffnung von v befindet. Alles Wasser, welches aus v fließt, gelangt durch den Trichter n in das untere Gefäß c'. Bei diesem Arrangement bleibt das Niveau in v unverändert, denn wenn aus dem Gefäße v etwa 10 Liter ausfließen, so wird der Kasten c' um 10 Kilogramme schwerer, und der Kasten c muß demnach gerade um so viel tiefer einsinken, daß er genau den Raum des ausgeflossenen Wassers wieder einnimmt.

Das Mariotte'sche Gefäß. Eine Röhre t, Fig. 249, welche durch den den Hals eines Gefäßes verschließenden Kork hindurchgeht, kann nach Belieben in die Höhe gezogen und niedergedrückt werden. Wenn das untere Ende dieser Röhre tiefer ist als die Ausflußöffnung v, wenn es sich

Fig. 249.

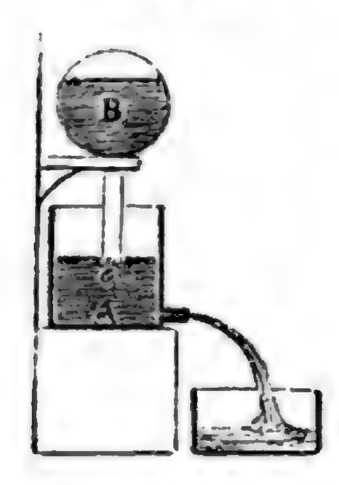


etwa in p befindet, und wenn die Röhre bis zu derselben Höhe mit Wasser gefüllt ist wie das Gefäß, so fließt das Wasser bei v aus, dabei aber sinkt das Wasser in der Röhre sehr rasch bis zu dem Punkte n, welcher mit v in gleicher Höhe liegt. Von diesem Augenblicke an hört der Ausfluß auf, vorausgesetzt, daß die Oeffnung v nicht so groß ist, daß hier Luftblasen eindringen können. Der Grund ist leicht einzusehen; der Druck der atmosphärischen Luft, welche bei n auf das Wasser im Gefäße drückt, hält der über n befindlichen Wassermasse und der Spannkraft der im oberen Theile des Gefäßes sich befindenden, etwas verdünnten Luft das Gleichgewicht. Zieht man nun die Röhre in die Höhe, so daß sich ihr unteres Ende bei h befindet, so beginnt augenblicklich der Ausfluß wieder, und zwar mit einer constanten Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe $n\ h$ entspricht, denn dem Drucke der ganzen Wassermasse, welche sich über h befindet, wird durch den

Druck der Luft das Gleichgewicht gehalten. Während das Wasser bei *v* ausfließt, steigen von *h* beständig Luftblasen durch das Wasser in den oberen Theil des Gefäßes. Sobald das Niveau des Wassers im Gefäße bis *h* gesunken ist, hört die Beständigkeit der Ausflußgeschwindigkeit auf, sie nimmt von diesem Augenblicke an fortwährend ab.

Auf demselben Principe beruht die Einrichtung des Fig. 250 dargestellten Apparates. Aus dem Gefäße *B* kann nur dann Wasser ausfließen, wenn bei *o* Luftblasen eindringen können. Die Oeffnung *o* aber ist gerade im Niveau des im Gefäße *A* befindlichen Wassers. Sobald nur etwas Wasser aus *A* fließt, wird die Oeffnung *o* von Wasser frei, es können Luftblasen in das Gefäß *B* eindringen, und also wird der Verlust an Wasser augenblicklich wieder ersetzt. Zuviel Wasser kann aber aus *B* nicht zufließen, weil aller Zufluß sogleich wieder aufhört, wenn die Oeffnung *o* wieder durch Wasser verschlossen ist.

Fig. 250.



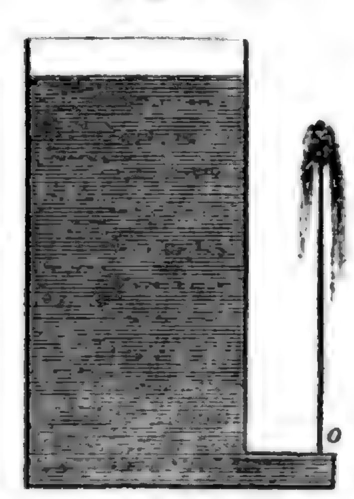
Eine dieser ähnliche Vorrichtung wird häufig angewandt, um das Oel in Lampen auf constantem Niveau zu erhalten.

Gehen wir nun zur experimentellen Prüfung des Toricelli'schen Ausflußgesetzes über.

Um die Ausflußgeschwindigkeit durch den Versuch zu bestimmen, ist es 108
am einfachsten, einen vertikal aufsteigenden oder einen in horizontaler Richtung aus dem Gefäße hervorspringenden Strahl zu beobachten. Wir wollen zuerst den aufwärts steigenden Strahl betrachten.

Wenn das Wasser aus der Oeffnung *o*, Fig. 251, mit derselben Geschwindigkeit hervorspringt, als ob es vom Wasserspiegel im Gefäße bis zur Höhe der Oeffnung *o* herabgefallen wäre, so muß der Wasserstrahl auch wieder bis zur Höhe des Spiegels steigen. Man kann den Versuch sehr leicht mit Hülfe des Apparates Fig. 253 anstellen, wenn man das Wasser aus der Oeffnung *c* fließen läßt; man wird aber dabei finden, daß der aufsteigende Wasserstrahl bei weitem nicht die Höhe erreicht, welche man hätte erwarten sollen.

Fig. 251.



Daß der Wasserstrahl die theoretische Höhe nicht erreicht, daran sind jedoch nur die Bewegungshindernisse Schuld; den wesentlichsten Einfluß übt das vom Gipfel wieder herabfallende Wasser aus, indem es das freie Aufsteigen des nachfolgenden Wassers hindert; deshalb steigt auch der Strahl augenblicklich höher, sobald man die Ausflußöffnung so wendet, daß der

ausfließende Strahl einen ganz kleinen Winkel mit der Vertikalen macht, daß also das Wasser neben dem aufsteigenden Strahle herabfällt. In diesem Falle kann unter günstigen Umständen, d. h. wenn möglichst wenig Reibung stattfindet, der Strahl eine Höhe erreichen, welche 0,9 der Druckhöhe ist. Daß die theoretische Höhe nicht ganz erreicht wird, daran ist die unvermeidliche Reibung an den Wänden und der Luftwiderstand Schuld.

Ein in horizontaler Richtung ausfließender Wasserstrahl beschreibt eine Parabel, deren Gestalt von der Ausflußgeschwindigkeit abhängt. Gesetzt, die Oeffnung *a*, Fig. 252, befände sich $0{,}1^m$ unter dem Wasserspiegel, so ist nach dem Toricelli'schen Gesetze die Ausflußgeschwindigkeit $\sqrt{2 . 9{,}8 . 0{,}1} = 1{,}4^m$. Wenn also ein Wassertheilchen in irgend einem Momente die Oeffnung verläßt, so wird es nach einer Sekunde $1{,}4^m$ weit von der vertikalen Gefäßwand, in $^2/_{10}$ Sekunden also schon $0{,}28^m$ weit von derselben entfernt seyn. In 0,2 Sekunden fällt das Wasser aber $0{,}196^m$ herab (man findet dies, wenn man für 1 den Werth 0,2 in die Gleichung $s = \frac{g}{2} t^2$ setzt); wenn man demnach von der Oeffnung *a* vertikal herunter die Länge $a\,b = 0{,}196^m$ abmißt, so muß eine von *b* aus horizontal nach dem Wasserstrahle gezogene Linie *b c* denselben in einer Entfernung von $0{,}28^m$ treffen. Beim Versuche wird man freilich wegen der Reibung *b c* etwas kleiner finden als $0{,}28^m$.

Fig. 252.

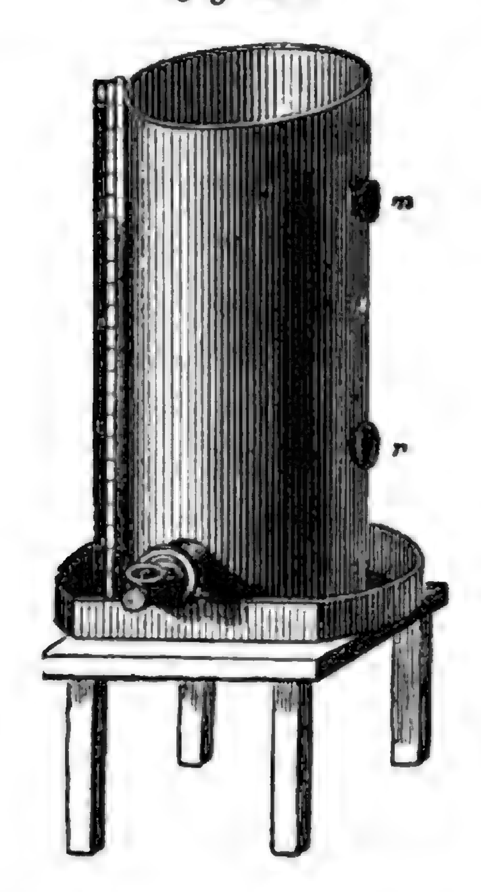
Wenn man auf einem etwas großen Papiere die parabolische Bahn des Strahles nach der theoretischen Ausflußgeschwindigkeit construirt, so kann man die construirte Bahn mit der wirklichen sehr gut vergleichen, wenn man das Papier dicht hinter den ausfließenden Strahl hält.

Aus einer zweiten Oeffnung *d*, Fig. 252, welche 40^{cm} unter dem Wasserspiegel liegt, muß nach der Theorie der Strahl mit einer Geschwindigkeit ausfließen, welche doppelt so groß ist als die Ausflußgeschwindigkeit bei *a*; wenn man also von *d* aus 196^{mm} herunter mißt und dann eine horizontale Linie nach dem Strahle gezogen denkt, so muß sie denselben in einer Entfernung von $0{,}56^m$ treffen.

Die hier angedeuteten Versuche lassen sich sehr gut mit dem Apparate

Fig. 253 anstellen. Man hat das Behälter nur so weit mit Wasser zu füllen, daß das Niveau mit dem Nullpunkte des getheilten Stabes zusammenfällt; alsdann ist die eine Seitenöffnung 10, die andere 40 Centimeter unter dem Wasserspiegel, wie wir bei der Berechnung der obigen speciellen Fälle angenommen hatten.

Fig. 253.



Die Wassermenge, welche aus einer 109
Oeffnung in einer gegebenen Zeit hervorspringt, hängt offenbar von der Größe der Oeffnung und der Ausflußgeschwindigkeit ab. Wenn alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passirten, welche, nach dem Toricelli'schen Theorem, der Druckhöhe entspricht, so würde die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge einen Cylinder bilden, dessen Basis gleich der Oeffnung und dessen Höhe gleich dem Wege ist, den ein Wassertheilchen vermöge seiner Geschwindigkeit in einer Sekunde zurücklegt. Dieser Weg ist aber die Ausflußgeschwindigkeit selbst, also $\sqrt{2gs}$, und wenn wir also den Flächeninhalt der Oeffnung mit f bezeichnen, so ist die Ausflußmenge in einer Sekunde

$$m = f . \sqrt{2gs}.$$

Nehmen wir an, die Oeffnungen, welche bei m und n, Fig. 253, angeschraubt worden sind, seyen kreisförmig; der Durchmesser des Kreises sey 5^{mm}, so ist der Flächeninhalt der Oeffnung $f = 19{,}625$ Quadrat^{mm} oder $0{,}19625$ Quadrat^{cm}; wenn die Druckhöhe 10^{cm} ist, so ist, wie wir schon berechnet haben, die Ausflußgeschwindigkeit $1{,}4^{m} = 140^{cm}$, also

$$m = 0{,}19625 \times 140 = 27{,}475 \text{ Kub.-Cent.}$$

In einer Minute müßten also 1648,5 Kub.-Cent. oder 148,5 Kub.-C. mehr als $1^1/_2$ Liter ausfließen.

Eine gleich große Oeffnung, welche 40^{cm} unter dem Wasserspiegel liegt, müßte in einer Minute doppelt so viel, also 3 Liter und 297 Kub.-Cent. Wasser geben.

Stellt man den Versuch an, so findet man, daß die obere Oeffnung nur ungefähr 1 Liter und 55 Kub.-Cent., die untere aber nur 2 Liter und 110 Kub.-Cent. giebt.

Diese Differenz zwischen der sogenannten theoretischen und der beobachteten Ausflußmenge beweis't unwiderleglich, daß nicht alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passiren, welche der Druckhöhe entspricht.

In der That haben im Querschnitte der Oeffnung nur die in der Mitte sich befindenden Wasserfäden diese Geschwindigkeit, während sie für die mehr nach dem Rande der Oeffnung hin ausfließenden geringer ist, wie dies auch nothwendig nach der folgenden Betrachtung seyn muß.

In einem weiten Gefäße mit enger Oeffnung kann die ganze flüssige Masse, mit Ausnahme der in der Nähe der Oeffnung befindlichen Theile, als ruhend betrachtet werden. Die nach einander ausströmenden Schichten beginnen also ihre Bewegung nicht zu gleicher Zeit, die vordersten haben bereits das Maximum der Geschwindigkeit erreicht, während die hintersten erst ihre Bewegung beginnen. Es würde dies ein Zerreißen der auf einander folgenden Schichten zur Folge haben, wenn sich leere Räume bilden könnten. Weil dies aber nicht möglich ist, so ziehen sich die einzelnen Schichten mehr in die Länge, während ihr Durchmesser abnimmt; in dem Maße aber der Querschnitt dieser Schichten sich vermindert, müssen andere Wassertheilchen von den Seiten zufließen; da diese aber ihre Bewegung rechtwinklig gegen die Oeffnung erst später beginnen, so ist klar, daß sie mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung selbst ankommen als die centralen Wasserfäden.

Während also der Kern des ausfließenden Strahls in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verläßt, die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit hat, ist er von Wasserfäden umgeben, deren Geschwindigkeit um so geringer ist, je näher sie dem Rande der Oeffnung sind; und daraus folgt denn, daß die Ausflußmenge geringer seyn muß, als wenn alle Theilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit des Kernstrahls verließen.

Die wahre Ausflußmenge beträgt ungefähr 64 Procent der sogenannten theoretischen. Die Differenz nimmt etwas zu, wenn die Druckhöhe wächst.

110 **Constitution des ausfließenden Strahls.** Gleich nachdem der flüssige Strahl die Oeffnung verlassen hat, beobachtet man eine auffallende Veränderung desselben; er zieht sich nämlich rasch zusammen; in einer Entfernung von der Oeffnung, welche dem Durchmesser der Oeffnung gleich ist, beträgt der Flächeninhalt des Querschnitts des Strahls nur noch $^2/_3$ vom Flächeninhalte der Oeffnung selbst, so daß also an dieser Stelle der Durchmesser des Strahles ungefähr 0,8 vom Durchmesser der Oeffnung ist.

Dieses Zusammenziehen des Strahles wird mit dem Namen der contractio venae bezeichnet.

Man glaubte früher, daß von der bezeichneten Stelle an der Strahl sich wieder ausbreite; Savart hat aber gezeigt, daß ein solches Contractionsmaximum nur bei aufwärts gerichteten Strahlen stattfinde; bei anderen Strahlen nimmt die Zusammenziehung fortwährend, wenn auch kaum merklich, zu.

Druckhöhe entspricht, so muß der Rest als hydrostatischer Druck auf die Röhrenwände wirken. Der Druck, den die Wände auszuhalten haben, ist jedoch nicht an allen Stellen der Röhre gleich, er ist um so geringer, je mehr man sich der Ausflußöffnung c nähert.

Wenn die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit bei c aus der Röhre hervortritt, $\frac{m}{n}$ von derjenigen ist, welche der Druckhöhe entspricht, so haben die Röhrenwände da, wo die Röhre in das Reservoir mündet, einen Druck von $1 - \frac{m}{n}$ auszuhalten. Gesetzt z. B., die Ausflußgeschwindigkeit bei c wäre $^2/_5$ der theoretischen, so ist der Druck, den die Seitenwände bei a auszuhalten haben, $^3/_5$ des Drucks, welcher der Druckhöhe im Reservoir zukommt.

Wenn man bei a eine Oeffnung machte und eine vertikal nach oben gerichtete Röhre einsetzte, so würde in derselben das Wasser bis zu einer Höhe steigen, welche dem Drucke der Röhrenwände an dieser Stelle entspricht; für unser Beispiel würde die Höhe der Wassersäule $a\,d$ $^3/_5$ der Druckhöhe im Reservoir seyn.

Dieser Druck nun, welchen die Röhrenwände bei a auszuhalten haben, welcher den Verlust an Bewegung repräsentirt, ist gerade nöthig, um die Reibungswiderstände in dem ganzen Röhrenstücke von a bis c zu überwinden. Wenn b in der Mitte zwischen a und c liegt, so ist auf dem Wege von b bis c nur noch halb so viel Reibung zu überwinden, als von a bis c, in b wird deshalb auch der hydrostatische Druck, den die Wände auszuhalten haben, nur noch halb so groß seyn, als bei a; in einer bei b angebrachten Röhre wird deshalb auch das Wasser bis zu einer Höhe $b\,e$ steigen, welche nur $^1/_2$ $a\,d$ ist.

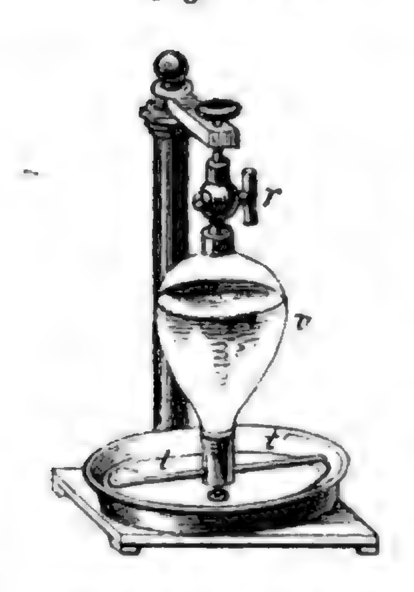
Wenn man überhaupt an irgend einer Stelle von $a\,c$ eine solche vertikale Röhre einsetzte, so würde das Wasser in derselben so hoch steigen, daß der Gipfel der Wassersäule auf die gerade Linie $d\,c$ fällt.

In manchen Fällen kann der Druck, den die Röhrenwände von innen auszuhalten haben, kleiner seyn, als der von außen auf sie wirkende Luftdruck; es ist dies überall da der Fall, wo die Bedingungen erfüllt sind, unter welchen das Phänomen des Saugens stattfinden kann.

Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird. 113 Denken wir uns ein Gefäß, welches mit Wasser gefüllt ist, so bleibt Alles in Ruhe, weil jeder Seitendruck durch einen vollkommen gleichen, aber entgegengesetzten aufgehoben wird. Wenn man aber die Wand an irgend einer Stelle durchbohrt, so daß das Wasser hervorspringt, so ist der Druck an dieser Stelle offenbar weggenommen, während das der Oeffnung diametral gegenüberliegende Wandstück noch gerade so stark

gedrückt wird als vorher. Der Druck auf diejenige Gefäßwand, in welcher sich die Oeffnung befindet, ist also geringer als der Druck, welchen die gegenüberstehende Wand aushält, mithin wird das ganze Gefäß sich in einer Richtung bewegen müssen, welche der Richtung des ausfließenden Wasserstrahls entgegengesetzt ist, wenn diese Bewegung nicht durch Reibung oder auf irgend eine andere Weise verhindert wird. Es ist dies dem Rückstoße der Geschütze zu vergleichen. Man kann die beim Ausfließen des Wassers wirkende Reaction durch einen Apparat anschaulich machen, welcher unter dem Namen des Segner'schen Wasserrades bekannt ist. Es besteht aus einem um eine vertikale Axe drehbaren Gefäße *v*, an dessen oberem Ende sich ein Hahn *r* befindet, den man nur zu öffnen braucht, um den Apparat in Bewegung zu setzen. In der That wird durch die Reaction der Wasserstrahlen, welche am Ende der horizontalen, am Ende gebogenen Röhren *t* und *t'* tangential zu dem durch das Ende der Röhren beschriebenen Kreise ausströmen, dem Apparate eine schnelle Rotationsbewegung mitgetheilt.

Fig. 263.



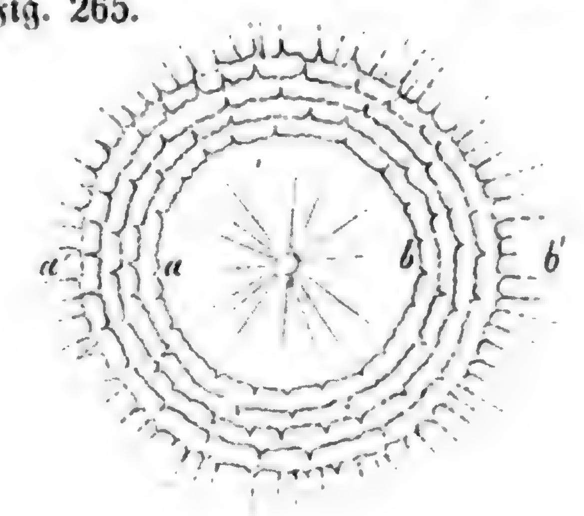
114 **Vom Stoße des Wassers.** Eine höchst interessante Reihe von Erscheinungen beobachtet man, wenn man einen flüssigen Strahl gegen einen festen Körper stoßen läßt. Sie wurden zuerst von Savart näher untersucht, hier können wir sie nur ganz kurz anführen.

Eine Röhre von 2^m Höhe und 0,1 Durchmesser ist vertikal aufgestellt und an ihrem untern Ende eine dünne Wand befestigt, in welcher sich eine kreisrunde Oeffnung von 10 bis 12^{mm} Durchmesser befindet, durch welche das Wasser, welches sich in der Röhre befindet, ausfließt. Anstatt aber den Strahl frei fallen zu lassen, wird er von einer Metallscheibe aufgefangen, welche 27^{mm} Durchmesser hat, wohl polirt ist, und deren Mittelpunkt genau unter der Mitte der Oeffnung steht.

Nachdem der flüssige Strahl die Scheibe getroffen hat, breitet er sich aus und nimmt eine Gestalt an, wie sie Fig. 264 im Aufrisse und Fig. 265

Fig. 264.

Fig. 265.



im Grundrisse dargestellt ist. Bei abnehmender Druckhöhe geht diese Gestalt des Phänomens allmälig in die Fig. 266 und Fig. 267 abgebildete über.

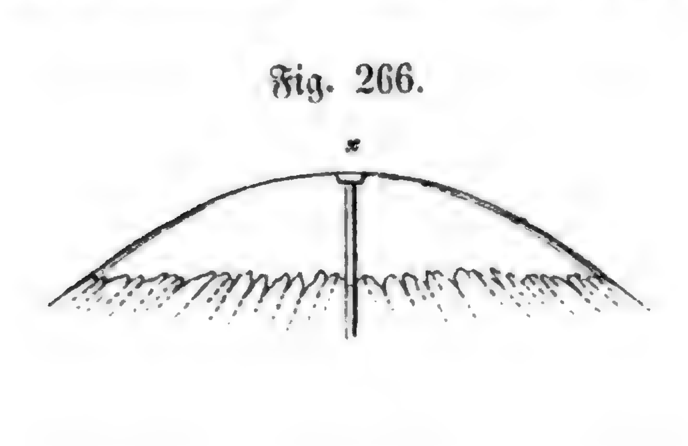


Fig. 266.

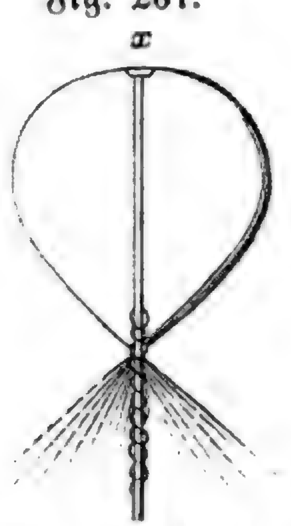


Fig. 267.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn aufwärts gerichtete oder horizontale Strahlen eine solche Scheibe treffen; ebenso, wenn zwei horizontale Strahlen, in entgegengesetzter Richtung sich bewegend, mit gleicher oder ungleicher Geschwindigkeit gegen einander stoßen.

Vertikale Wasserräder. Wenn Wasser fortwährend von einem 115
höher gelegenen zu einem tiefer gelegenen Orte herabfließt, so kann man ein solches Wassergefälle als eine bewegende Kraft anwenden.

Wenn während der Zeiteinheit, also während einer Sekunde, eine Wassermasse, deren Gewicht M ist, von einer Höhe h herabfließt oder fällt, so ist Mh die Bewegungsquantität oder das mechanische Moment dieser Wassermasse. Auf welche Weise man nun auch die Bewegung des Wassers auf einen andern Körper übertragen mag, so kann doch der Effect das mechanische Moment des Gefälles niemals übertreffen, d. h. man kann durch die Gefälle höchstens eine der in der Zeiteinheit herabfließenden Wassermasse gleiche Last auf gleiche Höhe heben, oder irgend eine andere dieser gleiche Wirkung hervorbringen.

Wenn z. B. von einer Höhe von 24 Fuß in jeder Sekunde eine Wassermasse von 800 Pf. herabfällt, so ist das absolute Maximum des Effectes dieses Gefälles 19200, d. h. es könnte durch dieses Gefälle, wenn alle Kraft vollständig zur Wirkung käme, wenn nichts durch Reibung und andere Widerstände verloren ginge, eine Wirkung hervorgebracht werden, welche der Hebung einer Last von 19200 Pf. in einer Sekunde 1 Fuß hoch gleichzusetzen ist.

Nimmt man nun an, daß ein Pferd, mit mittlerer Kraft und mittlerer Geschwindigkeit arbeitend, in einer Sekunde eine Last von 100 Pfund 4 Fuß hoch heben kann, so wäre das absolute Maximum des Effectes jenes Gefälles 48 Pferdekräften gleichzusetzen.

Wir wollen im Folgenden das absolute Maximum des Effectes eines Gefälles mit E bezeichnen.

Um das mechanische Moment eines Wassergefälles zu benutzen, wendet man meistens Wasserräder, d. h. Räder an, an deren Umfange das Wasser durch Druck oder Stoß wirkt.

Die gewöhnlichen Wasserräder drehen sich in vertikaler Ebene um eine horizontale Axe. Man unterscheidet drei Hauptarten vertikaler Wasserräder, unterschlächtige, oberschlächtige und mittelschlächtige.

Bei den unterschlächtigen Rädern stehen die Schaufeln rechtwinklig auf dem Umfange des Rades. Die untersten Schaufeln sind in das Wasser eingetaucht, welches mit einer Geschwindigkeit fortfließt, welche von der Höhe des Gefälles abhängt.

Das fließende Wasser setzt nun auch das Rad in Bewegung und theilt ihm eine Geschwindigkeit mit, welche nach Umständen bald größer, bald kleiner sein wird.

Wenn der Stoß des Wassers dem Rade eine Geschwindigkeit mittheilen soll, welche derjenigen gleich ist, mit welcher das Wasser fließen würde, wenn das Rad gar nicht da wäre, so darf das Rad dieser Bewegung gar keinen Widerstand entgegensetzen, es darf also gar nicht belastet seyn, mithin kann es in diesem Falle gar keine mechanische Wirkung hervorbringen, der Effect ist gleich Null.

Andererseits könnte man das Rad so stark durch ein Gegengewicht belasten, daß der Stoß des Wassers es gar nicht in Bewegung setzt, daß das Wasser des Gefälles nur einen statischen Druck ausübt, welcher jenem das Gleichgewicht hält. In diesem Falle ist der Effect abermals Null. Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß, wenn das Rad eine Arbeit vollbringen soll, es mit einer Geschwindigkeit sich bewegen muß, welche geringer ist, als die des frei fließenden Wassers; Theorie und Erfahrung zeigen, daß man die vortheilhafteste Wirkung erhält, wenn die Geschwindigkeit des Rades halb so groß ist als die Geschwindigkeit, welche der Höhe des Gefälles entspricht.

Daraus geht hervor, daß bei einem gewöhnlichen unterschlächtigen Rade nur die Hälfte des mechanischen Momentes des Gefälles zur Wirkung kommt, indem das Wasser noch mit der Hälfte der Geschwindigkeit abfließt, mit welcher es vor dem Rade ankam; der Effect eines solchen Rades kann also den Werth $\frac{1}{2}E$ nie übersteigen.

Allein selbst diese Wirkung kann in der Praxis nicht erreicht werden, weil immer ein Theil der Kraft durch Adhäsion des Wassers an den Wänden des Gerinnes, durch Reibungswiderstände u. s. w. verloren geht. Sorgfältig angestellte Versuche ergaben für unterschlächtige Räder, welche sich in einem Gerinne bewegen, so daß kein seitliches Abfließen des Wassers stattfinden kann, den Werth

$$e = 0{,}3\,E.$$

Bei freihängenden Rädern aber, wie man sie an Schiffsmühlen anbringt, wo das Wasser seitlich abfließen kann, ist der Effect noch weit mehr vom absoluten Maximum entfernt.

Die unterschlächtigen Räder werden da angewendet, wo man über ein Gefälle von ziemlich bedeutender Wassermenge, aber geringer Fallhöhe zu disponiren hat.

Weil durch die eben betrachteten unterschlächtigen Räder bei dem rechtwinkligen Stoße des Wassers gegen die Schaufeln das mechanische Moment des Gefälles so sehr schlecht benutzt wird, hat Poncelet ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln construirt, dessen Effect dem absoluten Maximum weit näher kommt.

Wenn das Wasser ganz ohne Stoß auf das Rad kommen soll, so müßten die Schaufeln am Radumfange mit der Richtung der Tangente zusammenfallen; wollte man aber die Schaufeln wirklich so construiren, daß dieser Bedingung Genüge geleistet wird, so wäre der Austritt des Wassers aus dem Rade gehemmt; auch darf das Wasser seine Geschwindigkeit doch nicht vollständig an das Rad abtreten, weil ihm sonst keine Geschwindigkeit zum Abflusse mehr bliebe. Somit ist auch beim Poncelet'schen Rade ein gewisser Verlust, die Widerstände ungerechnet, unvermeidlich.

Solche Räder mit krummen Schaufeln sollen einen Effect geben, welcher $^2/_3$ bis $^3/_4$ des absoluten Maximums ist. Der größere Effect der Poncelet'schen Räder erklärt sich dadurch, daß das Wasser, indem es auf der krummen Schaufel hinaufsteigt, seine Geschwindigkeit verliert und größtentheils an das Rad abgiebt.

Die oberschlächtigen Räder werden bei höheren Gefällen von geringerer Wassermasse, bei kleineren Gebirgsbächen angewendet. Das Wasser füllt, von oben auf das Rad laufend, die Zellen auf der einen Seite des Rades, welches eben durch dieses Uebergewicht umgedreht wird. Nahe am untern Ende des Rades läuft das Wasser aus den Zellen wieder aus. Bei oberschlächtigen Rädern geht ebenfalls ein Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren, weil die Zellen das Wasser nicht bis zum tiefsten Punkte des Rades behalten können, sondern schon früher auszugießen beginnen. Ein gut gebautes oberschlächtiges Rad soll einen Effect hervorbringen, welcher 75 Procent des absoluten Maximums beträgt, vorausgesetzt, daß es sich langsam umdreht, denn bei rascher Umdrehung bleibt das Wasser in den Zellen in Folge der Centrifugalkraft nicht horizontal, sondern es steigt nach außen, so daß es noch früher aus den Zellen herausfällt.

Das mittelschlächtige Rad bildet eine Art Mittelgattung zwischen dem unterschlächtigen und oberschlächtigen.

116 **Horizontale Wasserräder.** Schon früher hatte man versucht, horizontale Wasserräder zu construiren, allein durch Fourneyron sind sie erst in neuerer Zeit in die Praxis eingeführt worden. Die Fourneyron'schen horizontalen Wasserräder sind unter dem Namen der Turbinen bekannt.

Fig. 268 stellt eine für ein hohes Gefälle construirte Turbine dar.

Fig. 268.

Die ganze Wassermasse des Gefälles ist in einem weiten gußeisernen Rohre angesammelt, aus welchem es in ein gußeisernes Behälter durch die Oeffnung o eintritt. Durch die Mitte des Reservoirs geht eine hohle Röhre, welche den oberen Deckel mit dem Boden verbindet. Dieser hori-

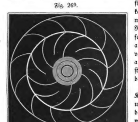
Digitized by Google

zontale Boden stößt aber nicht an die vertikalen Wände des Gefäßes an, sondern es befindet sich zwischen ihm und den Seitenwänden ein ringförmiger Zwischenraum, aus welchem das Wasser in horizontaler Richtung herausströmt.

Dieses hier ausströmende Wasser setzt nun das horizontale Rad, dessen Schaufeln vertikal stehen, in Bewegung; *a a* ist die vertikale Axe, um welche sich das Rad dreht; sie geht durch die Hülse hindurch, welche, Boden und Deckel des Reservoirs verbindet. An dieser Axe ist der Teller *b b* befestigt, welcher, der Oeffnung des Reservoirs gegenüber, den Radkranz mit den Schaufeln trägt.

Die Schaufeln sind gekrümmt, wie man im Grundrisse, Fig. 269, sieht; um aber zu bewirken, daß das Wasser in möglichst vortheilhafter Richtung gegen die Schaufeln des Rades stößt, sind auf dem Teller des Reservoirs Leitkurven von Blech aufgesetzt, welche dem ausströmenden Wasser eine bestimmte Richtung geben. Die vortheilhafteste Krümmung der Schaufeln und Leitkurven näher zu betrachten, würde uns zu weit führen.

Fig. 269.



Gut construirte Fourneyron'sche Turbinen sollen einen Effect geben, welcher 75 Procent des absoluten Maximums beträgt. Gabiat hat die Turbinen durch Weglassung der Leitkurven vereinfacht und dadurch nur noch 5 Procent des absoluten Maximums verloren, so daß seine Turbinen noch 70 Procent Effect geben sollen.

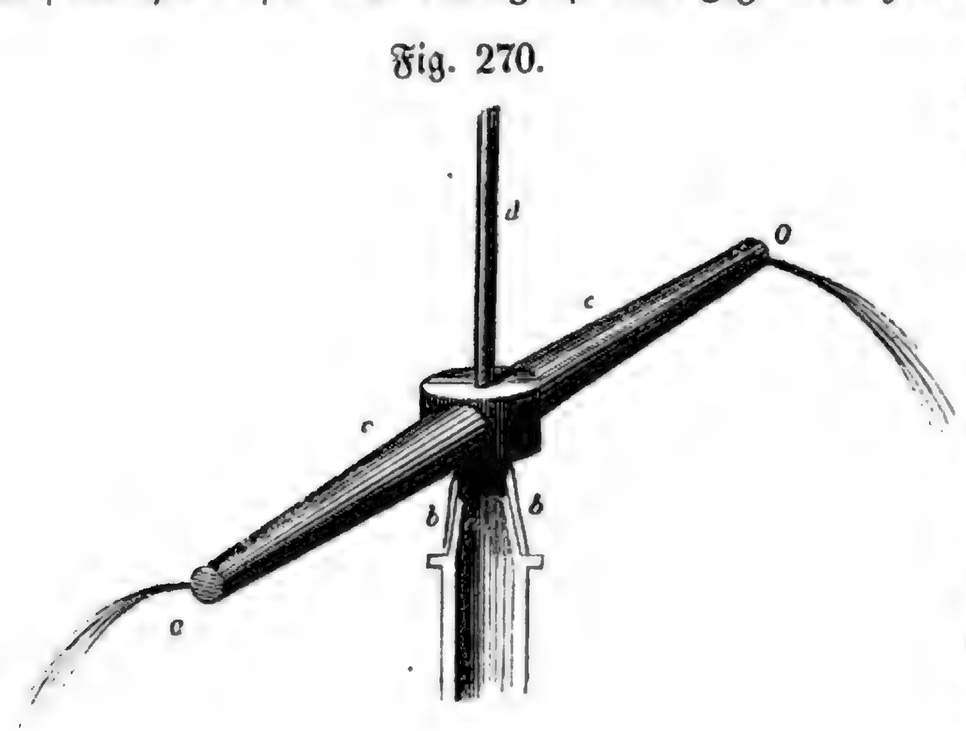
Die Turbinen erweisen sich bei sehr hohen Gefällen, welche keine vertikalen Räder mehr zulassen, besonders zweckmäßig.

Schon früher hatte man versucht, das Segner'sche Wasserrad auch im Großen auszuführen, um Maschinen durch dasselbe zu treiben, doch ohne Erfolg; man erhielt immer nur einen sehr geringen Effect. Der Grund davon, daß diese Versuche so ungünstig ausfielen, lag keineswegs darin, daß die hier thätige, bewegende Kraft zu gering war, sondern daß der untere der beiden Zapfen, um welche sich der Apparat dreht, das ganze Gewicht einer großen Wassermasse zu tragen hat, in Folge

dessen ein unverhältnißmäßig großer Reibungswiderstand zu überwinden ist.

Diesen Uebelstand hat der Bauinspector Althans in Sayn auf eine äußerst sinnreiche Weise gehoben, indem er nämlich das Wasser nicht von oben, sondern von unten in die horizontalen Arme einströmen läßt. Das Wesentliche dieser Anordnung ist aus Fig. 270 zu ersehen. Das Reservoir wird durch eine gußeiserne Röhrenleitung gebildet, welche unten horizontal umgebogen ist und mit einem vertikal in die Höhe gehenden Röhrenstücke *a* endet. Aus der Oeffnung bei *a* strömt das Wasser in die Hülse *b*, welche auf dem Röhrenende *a* so sitzt, daß sie um dasselbe, wie um einen Zapfen, sich drehen kann. Durch die Hülse *b* gelangt das Wasser in die horizontalen Arme *c* und strömt durch die Oeffnungen bei *o* aus. Die Bewegung des Rades wird durch die Axe *d* fortgepflanzt.

Fig. 270.

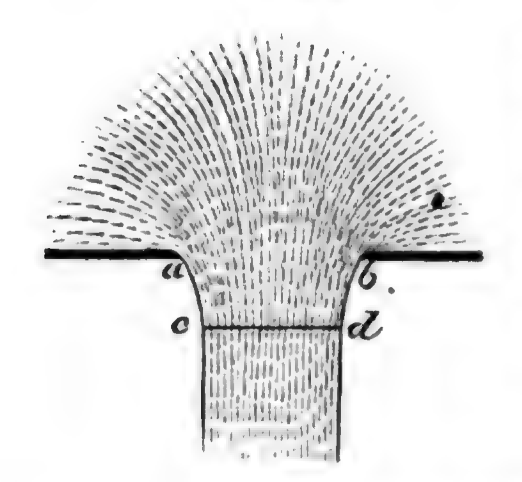


Jedenfalls ist die Reibung, welche ein solches Rad bei seiner Umdrehung um den Zapfen *a* zu überwinden hat, äußerst gering, denn das Gewicht des Rades, mit Allem, was daran befestigt ist, wird fast vollständig durch den Druck der Wassersäule getragen, so daß der Zapfen *a* fast gar keinen Druck auszuhalten hat.

In der Praxis hat sich diese Einrichtung trefflich bewährt. Ein Wasserrad dieser Art befindet sich zu Vallendar, $^1/_2$ Meile unterhalb Coblenz, wo es eine Lohmühle treibt. Der Durchmesser dieses Rades beträgt 24 rheinl. Fuß; die Höhe der Wassersäule in der Röhrenleitung, welche $1^1/_2$ bis 2 Fuß Durchmesser hat, ist 96′. Die Ausflußöffnungen können nach Bedürfniß größer oder kleiner gemacht werden, je nachdem die Quelle reichlicher oder weniger reichlich Wasser giebt. Das Rad macht ohne Last 90 bis 120 Umdrehungen in einer Minute, mit Last aber nur 30 bis 40. Die Menge des ausfließenden Wassers beträgt 18 bis 20 Kubikfuß in der Minute. Es wäre wohl kaum auf eine andere Weise möglich gewesen, mit der geringen Wassermenge dieses Gefälles eine Maschine zu treiben.

Die Fig. 254 stellt diese Contraction des Strahles dar; die Entfernung der Stelle *c d*, von welcher an die fernere Zusammenziehung fast unmerklich ist, von der Oeffnung *a b* ist etwas größer als der Halbmesser der Oeffnung selbst. *c d* ist ungefähr $^8/_{10}$ der Länge *a b*.

Fig. 254.



Die Ursache der contractio venae ist wohl keine andere als die, welche schon im Innern des Gefäßes den Seitenzufluß der Wassertheilchen veranlaßt.

Verfolgen wir den flüssigen Strahl auf seinem Laufe weiter, so finden wir, daß er aus zwei wohl zu unterscheidenden Theilen besteht; der eine Theil, welcher der Oeffnung zunächst liegt, ist ruhig und durchsichtig wie ein massiver Glasstab, der andere entferntere Theil erscheint zerrissen und aus einer Reihe getrennter Tropfen bestehend.

F. 255. Fig. 256.

Figur 255 stellt einen flüssigen, von oben nach unten gerichteten Strahl dar, wie er dem Auge erscheint; *a n* ist der klare Theil; in *n* beginnt der gestörte Theil des Strahles, welcher abwechselnd aus Bäuchen und Knoten besteht. Fig. 256 stellt den Strahl dar, wie er nach S a v a r t's Untersuchungen wirklich ist. Der ganze gestörte Theil ist aus einer Reihe von Tropfen zusammengesetzt. Die Bäuche bestehen aus breiten, in horizontaler Richtung ausgedehnten Tropfen, die Knoten aber aus solchen, welche in verticaler Richtung verlängert sind. Da aber die Knoten und Bäuche eine fixe Stellung haben, so muß ein und derselbe Tropfen abwechselnd breit und lang werden, je nachdem er sich an der Stelle eines Bauches oder Knotens befindet; jeder Tropfen muß also in regelmäßigen Perioden aus einer Gestalt in die andere übergehen. Alle Tropfen scheinen gleiche Größe zu haben und denselben Veränderungen unterworfen zu seyn. Zwischen je zwei dieser Tropfen scheint noch ein weit kleinerer sich zu befinden, wodurch die Bäuche ein röhrenartiges Ansehen erhalten.

Die Gegenwart der Luft hat auf die Form und die Dimensionen des Strahls keinen Einfluß.

Wenn die Oeffnungen nicht kreisförmig sind, so erleidet der Strahl sehr merkwürdige Formveränderungen. Ein Strahl z. B., welcher aus einer quadratischen Oeffnung in

horizontaler Richtung hervorspringt, hat in verschiedenen Entfernungen von der Oeffnung die Querschnitte, Fig. 257, 258 und 259. Es rührt dies gewiß größtentheils daher, daß die Stelle, bis zu welcher hin die starke Contraction stattfindet, nicht für alle Theilchen in gleicher Entfernung von der Oeffnung liegt, weil ja der Durchmesser der Oeffnung nicht nach allen Richtungen gleich ist.

Fig. 257. Fig. 258. Fig. 259.

111 **Einfluß der Ansatzröhren auf die Ausflußmenge.** Wenn der Ausfluß nicht durch Oeffnungen geschieht, welche in eine dünne Wand gemacht sind, sondern durch kurze Röhren, so finden merkwürdige Modificationen Statt, die wir jetzt näher betrachten wollen.

Wenn eine Ansatzröhre genau die Gestalt des freien Strahles von der Oeffnung bis zu der Stelle, bis zu welcher er sich stark zusammenzieht und auch gerade die Länge von der Oeffnung bis zu dieser Stelle hat, so übt sie gar keinen Einfluß auf die Ausflußmenge aus.

Durch cylindrische Ansatzröhren fließt der Strahl entweder frei durch, wie durch eine Oeffnung von gleichem Durchmesser, und in diesem Falle übt die Röhre keinen Einfluß aus, oder das Wasser hängt sich an die Wände der Röhre, so daß die Flüssigkeit die ganze Röhre ausfüllt und ein Strahl vom Durchmesser der Röhre ausfließt; in diesem Falle veranlaßt die Ansatzröhre eine Vermehrung der Ausflußmenge. Während eine Oeffnung in dünner Wand 0,64 der theoretischen Ausflußmenge giebt, erhält man durch eine solche cylindrische Ansatzröhre von gleichem Durchmesser 84 Procent, vorausgesetzt, daß die Länge der Röhre ihrem vierfachen Durchmesser gleich ist. Bei geringer Druckhöhe ist der Strahl stets anhängend, bei großer Druckhöhe hingegen ist er frei. Bei mittlerem Drucke kann man ihn nach Belieben bald frei, bald anhängend machen; ein geringes Hinderniß stellt das Anhängen her, und oft reicht ein ganz schwacher Stoß hin, um den Strahl wieder frei zu machen.

Ein conisches Ansatzrohr wirkt, im Falle es voll ausfließt, wie ein cylindrisches, nur bewirkt es eine noch größere Vermehrung der Ausflußmenge.

Die Ausflußgeschwindigkeit wird durch cylindrische oder conische Ansatzröhren in demselbem Verhältnisse vermindert, in welchem die Ausflußmenge vermehrt wird.

Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die Adhäsion des Wassers an die Röhrenwände ist keine beschleunigende Kraft, sie kann die Quantität der Bewegung nicht vermehren. Bezeichnen wir mit M die Ausflußmenge durch

eine Oeffnung in dünner Wand, durch v die entsprechende Geschwindigkeit, so stellt das Produkt $M\,v$ die Bewegungsquantität dar. Wenn nun die Ausflußmenge M vermehrt, wenn sie M' wird, so muß die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit v' so viel kleiner seyn, daß

$$M\,v = M'\,v',$$

denn wenn dies nicht der Fall wäre, so müßte eine Veränderung in der Bewegungsquantität vorgegangen seyn.

Es ist jetzt noch zu untersuchen, wie es kommt, daß Ansatzröhren die Ausflußmenge auf die erwähnte Weise vermehren und die Ausflußgeschwindigkeit dagegen vermindern.

Indem das Wasser in das Ansatzrohr einströmt, erleidet es eine Contraction, wie wenn es aus einer Oeffnung in dünner Wand ausflösse; weiterhin aber, sobald einmal die Röhrenwände benetzt sind, bewirkt die Adhäsion an die Röhrenwände, daß sich die Ansatzröhre vollständig ausfüllt, und somit ist der Querschnitt des Strahles durch das Ansatzrohr vergrößert, er ist beim Austritte aus dem Rohre größer als an der Stelle der Contraction, wie man dies in Fig. 260 sieht. Daß eine solche Contraction in der Röhre wirklich stattfinden muß, geht daraus hervor, daß, wenn man dem Ansatzrohe die Gestalt des contrahirten Strahles giebt, wie in Figur 261, der Ausfluß vollkommen so stattfindet, als ob das Ansatzrohr ganz cylindrisch wäre.

Fig. 260.

Fig. 261.

Wenn nun die Wassertheilchen, den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllend, dieselbe mit der Geschwindigkeit verließen, mit welcher sie die Stelle der größten Contraction passiren, so müßte nothwendig ein Zerreißen der auf einander folgenden Wasserschichten eintreten. Die Trennung der Wassertheilchen, also die Bildung von leeren Räumen, wird aber durch den Druck der Luft verhindert, welche den Einfluß der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigt, dagegen aber auch den Ausfluß aus demselben verzögert. Durch den Druck der Luft werden die ausfließenden Wassertheilchen so viel zurückgehalten, daß dadurch ein voller Ausfluß möglich wird.

Daß der Luftdruck hier wirklich diese Rolle spielt, geht ganz vorzüglich daraus hervor, daß, wenn das Wasser in einen luftleeren Raum ausfließt, die Ausflußmenge durch Ansatzröhren nicht vermehrt wird.

Macht man in die Seitenwand der Ansatzröhre ein Loch, so wird durch diese Oeffnung Luft eingesaugt, und der Strahl hört auf continuirlich zu seyn.

Wenn in diese Seitenöffnung eine gebogene Röhre $x\,y$, Fig. 260, eingesetzt wird, deren unteres Ende in ein Gefäß mit Wasser mündet, so wird

durch das Bestreben des Wassers, in der Ansatzröhre einen luftleeren Raum zu bilden, das Wasser in der Röhre $x\ y$ in die Höhe gesaugt. Dieses Phänomen des Saugens beweis't ebenfalls den Einfluß des Luftdrucks auf die so eben betrachteten Erscheinungen. Da eine conische Ansatzröhre eine noch größere Ausflußmenge giebt als eine cylindrische, so muß sie auch ein stärkeres Saugen erzeugen, d. h. es wird in der Röhre $x\ y$ unter übrigens gleichen Umständen durch ein conisches Ansatzrohr die aufgesaugte Wassersäule zu einer größeren Höhe gehoben als durch ein cylindrisches.

112 **Seitendruck bewegter Flüssigkeiten.** Wenn aus irgend einem Reservoir das Wasser durch Röhren abfließt, würden die Seitenwände der Röhren gar keinen Druck auszuhalten haben, wenn keine Reibungswiderstände zu überwinden wären, die unter Umständen sehr bedeutend wirken können, so daß der größte Theil des hydrostatischen Druckes zur Ueberwindung dieser Widerstände verloren geht und der Bewegung nicht zu Gute kommt.

Man schraube statt der Platte mit der Oeffnung *c*, Fig. 253, einen Kork an den Apparat, in welchem eine etwa drei Fuß lange Glasröhre steckt, und gebe dieser Röhre eine horizontale Stellung, so wird das Wasser am Ende der Röhre weit langsamer ausfließen, als wenn der Ausfluß durch die Oeffnung *c* stattgefunden hätte.

Wendet man mehrere gleich lange Röhren von verschiedenem Durchmesser zu diesem Versuche an, so sieht man, wie die Ausflußgeschwindigkeit abnimmt, wenn die Röhren enger werden.

Gesetzt, man habe gefunden, daß die Ausflußgeschwindigkeit für eine dieser Röhren nur halb so groß sey, als man nach der Größe der Druckhöhe hätte erwarten sollen, so ist die Hälfte des ganzen Druckes zur Ueberwindung der Reibung nöthig, und nur die andere Hälfte kommt der Bewegung zu gut.

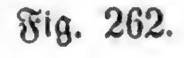
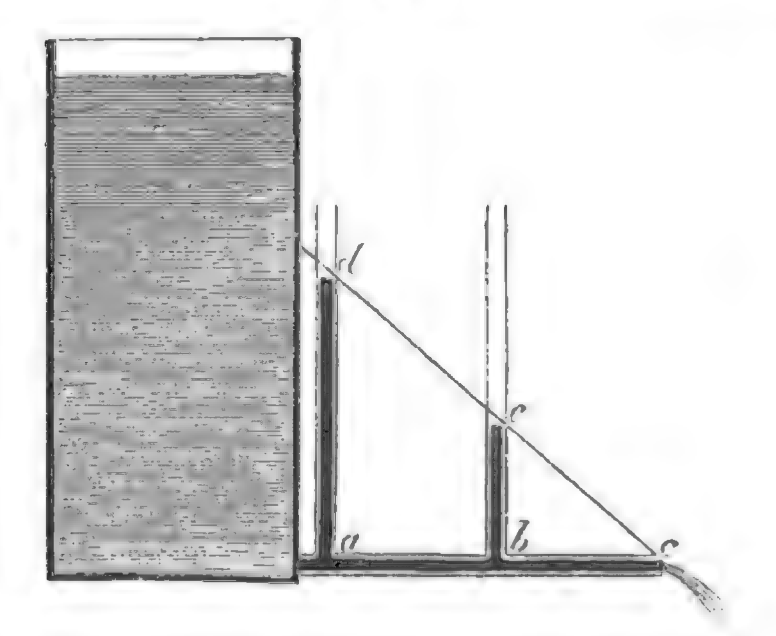


Fig. 262.

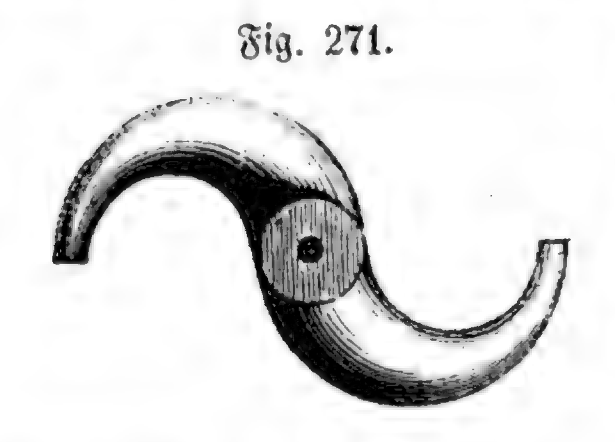


Wenn in der Röhre *a c*, Fig. 262, das Wasser sich mit der Geschwindigkeit bewegte, welche der Druckhöhe im Reservoir entspricht, so hätten die Röhrenwände, wie schon bemerkt, gar keinen Druck auszuhalten; wenn aber das Wasser im Behälter in der Röhre eine Bewegung hervorbringt, welche nur einem Theile der

Ganz in der Nähe von Vallendar befindet sich ein zweites Reactionsrad, welches nur 6′ Durchmesser, aber vier Arme hat, welche so geformt sind, daß je zwei einander gegenüberstehende ein S bilden und das Wasser an der Spitze der gekrümmten Arme ausfließt. Die Wassersäule, welche dieses Rad treibt, ist 120′ hoch.

Bei der Einrichtung Fig. 270 muß aus ähnlichen Gründen, wie bei dem unterschlächtigen Rade, mit flachen Schaufeln ein großer Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren gehen, denn wenn das Wasser seine Geschwindigkeit vollständig an das Rad abtreten und aus den Oeffnungen ohne Geschwindigkeit abfallen, wenn also das Rad mit einer der Fallhöhe entsprechenden Geschwindigkeit rotiren soll, so ist der Druck gegen die Rückwand, also auch der mechanische Effect, Null; das Wasser muß also noch einen Theil seiner Geschwindigkeit behalten. Auch hier läßt sich durch Krümmung der Arme, deren Gestalt ungefähr die in Fig. 271 verzeichnete ist, viel gewinnen. Das Wasser tritt, durch das Rohr strömend und gegen die gekrümmten Wände drückend, seine Geschwindigkeit nach und nach an das Rad ab, so daß es an der Oeffnung fast ohne Geschwindigkeit abfällt.

Fig. 271.



In Schottland sind solche Reactionsturbinen sehr verbreitet, weshalb sie auch schottische Turbinen genannt werden.

Die Wassersäulenmaschine. Bei der Wassersäulenmaschine theilt 117
die wirkende Wassersäule, das Aufschlagwasser, gegen einen in einem Cylinder beweglichen Kolben drückend, demselben eine hin- und hergehende Bewegung mit, die dann von dem Kolben aus weiter fortgepflanzt wird.

In der Regel werden die Wassersäulenmaschinen angewendet, um Wasser auf eine bedeutende Höhe zu heben. So wird z. B. die Salzsoole von Reichenhall in Oberbaiern auf Umwegen 30 Stunden weit nach Rosenheim geleitet, um hier, sowie auch an einigen Zwischenorten, z. B. in Trauenstein, versotten zu werden. Auf diesem Wege befinden sich 9, sämmtlich von Reichenbach construirte Wassersäulenmaschinen, welche die Soole über Berge heben. Obgleich alle Wassersäulenmaschinen auf demselben Principe beruhen, so ist ihre Ausführung doch in mannigfacher Hinsicht verschieden; wir wollen hier eine der einfachsten Einrichtungen, nämlich die der Wassersäulenmaschine am Nesselgraben (eine jener 9 Maschinen) etwas näher betrachten.

Die Röhre *A* führt das Aufschlagwasser der Maschine zu; es tritt abwechselnd unten und dann wieder oben in den Cylinder *B* ein und treibt dadurch den Kolben *C* abwechselnd auf und nieder.

Um diese Abwechselung im Eintreten des Wassers hervorzubringen, ist eine Vorrichtung angebracht, welche der Steuerung bei Dampfmaschinen ganz ähnlich ist. In dem Cylinder d bewegen sich drei mit einander verbundene Kolben; die beiden unteren sind gleich; der obere hat einen kleineren Querschnitt.

Bei der in der Zeichnung dargestellten Stellung der Kolben tritt das Aufschlagwasser durch die Röhre e in den großen Cylinder und treibt den Kolben C in die Höhe. Das Wasser, welches sich über C befindet, fließt durch die Röhre f in die Röhre d und von da durch die Röhre g ab.

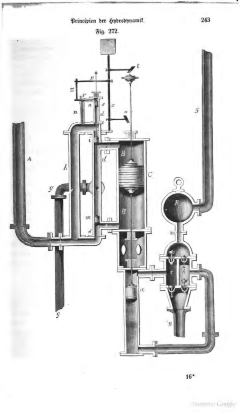
Wenn der Kolben C oben angekommen ist, müssen die Kolben in die Röhre d verstellt werden, so daß nun das Aufschlagwasser von oben in den großen Cylinder eintreten kann; dies geschieht dadurch, daß das Kolbensystem in der Röhre d so weit niedergeht, daß der Kolben i unter die Röhre f, der Kolben m unter e zu stehen kommt; alsdann tritt das Aufschlagwasser aus der Röhre A durch h und f in den oberen Theil des Cylinders B, treibt den Kolben C nieder, während das unter C befindliche Wasser durch e in die Röhre d tritt und aus dieser durch die Röhre g abfließt.

Das Auf- und Niedergehen des Kolbensystems in der Röhre d wird folgendermaßen bewerkstelligt. Die Röhre h ist durch die Röhre n mit dem oberen Ende der Röhre d in Verbindung; an dem Knie der Röhre n ist aber ein Hahn r angebracht, der je nach seiner Stellung bald den obern Theil der Röhre d mit h in Verbindung setzt, bald aber diese Verbindung abschneidet und den oberen Theil der Röhre d mit der äußeren Luft in Verbindung setzt. Nehmen wir nun an, der Hahn stehe so, daß das Aufschlagwasser von h durch den Hahn in den oberen Theil von d dringen kann, so ist der Kolben s oben und unten durch gleiche Wasserkraft gedrückt; außerdem drückt das Wasser oben auf den Kolben i, unten gegen den Kolben m, das Kolbensystem ist von unten und oben gleichem Wasserdrucke ausgesetzt und geht durch sein eigenes Gewicht nieder.

Wenn das Kolbensystem in die Höhe gehen soll, so wird der Hahn r so verstellt, daß die Verbindung zwischen h und dem oberen Theile von d unterbrochen wird. Nun wirkt von oben kein Wasserdruck auf s, das über s befindliche Wasser entweicht durch den Hahn aus der Maschine. Der Wasserdruck von oben gegen i wird durch den Wasserdruck von unten gegen m aufgehoben, der Druck des Wassers von unten gegen s, welchem kein Wasserdruck entgegenwirkt, hebt das ganze Kolbensystem in die Höhe.

Die Verstellung des Hahns wird durch die Maschine selbst bewerkstelligt. Am oberen Ende der am Kolben C befestigten Kolbenstange ist eine runde Scheibe angebracht, welche beim Aufgange des Kolbens gegen die schiefe Fläche t, beim Niedergange gegen die schiefe Fläche u stößt, diese

Fig. 272.



Digitized by Google

seitwärts schiebt und dadurch eine Drehung um die Axe x bewerkstelligt. An der Axe x ist aber der Hebelarm y befestigt, der Hebelarm y bewirkt eine Drehung des Hebelarms z und durch diesen eine Drehung des Hahns.

Betrachten wir nun weiter, wie die Bewegung des Kolbens c fortgepflanzt und verwendet wird.

Mit dem Kolben C ist vermittelst einer durch eine Stopfbüchse gehenden Stange der Kolben a in Verbindung, welcher einen weit kleineren Durchmesser hat als C; der Auf- und Niedergang des Kolbens C bewirkt also einen Auf- und Niedergang des Kolbens a; wenn aber a in die Höhe geht, so entsteht in der Kammer b eine Verdünnung, das untere Ventil öffnet sich, und es wird durch die Saugröhre N Wasser in die Kammer b gehoben. Durch den Aufgang des Kolbens a wird aber das Wasser in die Kammer c hineingepreßt, das untere Ventil schließt, das obere öffnet sich, das Wasser wird also durch den Kolben in das Reservoir R und aus diesem in die Steigröhre S gehoben.

Beim Niedergange des Kolbens schließen sich die Ventile, die jetzt offen waren, und umgekehrt; es wird Wasser in die Kammer c gesaugt, aus b aber in das Reservoir und die Steigröhre gehoben.

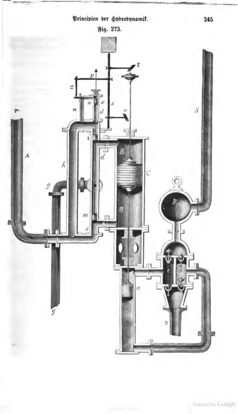
Wenn der Querschnitt des Kolbens C 2-, 3-, 4mal größer ist als der des Kolbens a, so kann man (die Reibungs- und sonstige Widerstände unberücksichtigt) eine Wassersäule heben, welche 2-, 3-, 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers.

Bei der eben betrachteten Wassersäulenmaschine beträgt die Höhe des Aufschlagwassers 140'; sie hebt die Salzsoole auf eine Höhe von 346'; diese Salzwassersäule aber entspricht einer Süßwassersäule von 397'; der Durchmesser des Kolbens C ist $20\frac{1}{2}$, der des Kolbens a 10 Zoll, der größere Kolben hat also einen fast 4mal größeren Querschnitt. Daß die gehobene Wassersäule nicht 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers, also nicht 560' beträgt, rührt daher, daß eine bedeutende Kraft zur Ueberwindung der Reibungs- und sonstigen Widerstände nöthig ist. Diese Maschine giebt also ungefähr 70 Procent des absoluten Maximums, denn 397 verhält sich zu 560 nahe, wie 70 zu 100.

Die Wassersäulenmaschine zu Ilsang, ebenfalls zwischen Reichenhall und Rosenheim, die aber etwas anders construirt ist, hebt die Soole auf eine Höhe von 1218', was der Hebung einer Säule von süßem Wasser auf die Höhe von 1460 Fuß gleich ist. Der Durchmesser des größeren Kolbens ist 25'' 8''', der des kleineren 11'' $3\frac{1}{4}$'''.

Bei der Umwandlung der auf- und niedergehenden Bewegung des Kolbens in eine gleichförmig rotirende, wie dies bei der Dampfmaschine der

Fig. 273.



Digitized by Google

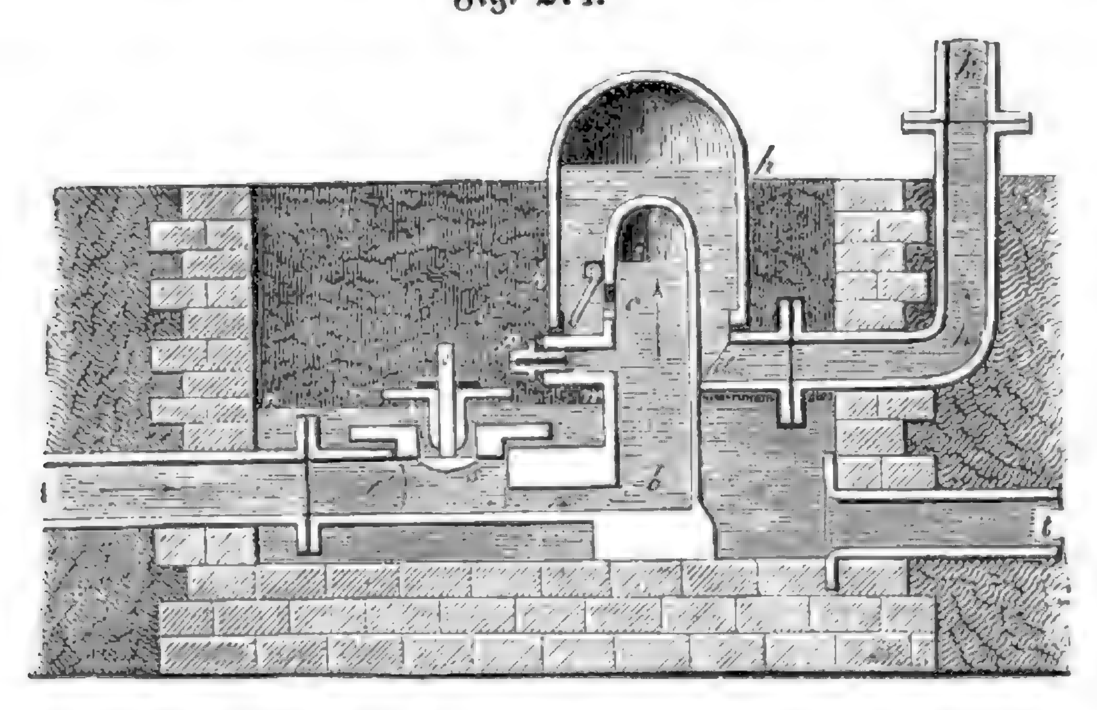
Fall ist, stößt man bei der Wassersäulenmaschine auf große Schwierigkeiten, weil das Wasser nicht elastisch ist wie der Dampf. Doch hat Reichenbach bei einer kleinen zu Toskana aufgestellten Maschine auch diese Schwierigkeit durch eine sinnreiche Einrichtung der Steuerungskolben überwunden; wir können aber hier nicht weiter auf diesen Gegenstand eingehen.

118 **Der hydraulische Widder** wurde 1797 von Montgolfier, dem Erfinder des Luftballons, erfunden, und ist eben so wichtig wegen des Princips, auf welchem er beruht, als auch wegen seiner Anwendung. Versuchen wir zuerst das Princip dieser Maschine deutlich zu machen. Denken wir uns, daß einige Theilchen eines Körpers (mag er nun fest oder flüssig seyn), der sich mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt, plötzlich angehalten werden, so werden die übrigen nicht direct angehaltenen Theilchen des Körpers auf die ersteren verschiedene Wirkungen ausüben. Die vorderen Theilchen streben die angehaltenen entweder nachzuziehen, oder sie trennen sich von ihnen; die hinteren, welche ihre Bewegung gleichfalls forsetzen wollen, werden gegen die angehaltenen drücken. Wenn z. B. ein Pfeil, welcher sich schnell bewegt, in der Mitte seiner Bewegung angehalten würde, so würde der vordere Theil durch sein Bestreben, den übrigen Theil nachzuziehen, in seiner ganzen Länge eine Spannung aushalten müssen, welche unter Umständen stark genug seyn kann, um ein Abreißen zu veranlassen. Der hintere Theil des Pfeils hingegen würde ein Bestreben haben, den angehaltenen Theil weiter zu treiben und würde deshalb in seiner ganzen Länge einen durch die nachfolgenden Theilchen veranlaßten Druck auszuhalten haben. Eben so, wenn eine Wassersäule sich in einer Röhre bewegt und plötzlich durch irgend ein Hinderniß aufgehalten wird, so wird dieses Hinderniß wegen der erlangten Geschwindigkeit des Wassers einen Druck aushalten müssen, und dieser Druck pflanzt sich durch die ganze Wassersäule fort. Während dieser Zeit, welche sehr kurz ist, haben auch die Röhrenwände einen Druck auszuhalten, welcher von der Geschwindigkeit der aufgehaltenen Wassersäule abhängt.

Es sey $l\,l'$ eine Röhre, in welcher sich das Wasser einer Quelle mit einer Geschwindigkeit bewegt, welche von der Druckhöhe abhängt. Das Wasser würde zur Oeffnung v ausfließen, wenn kein Hinderniß da wäre, und würde bis zum Niveau $n\,n'$ steigen, welches das Niveau der Quelle ist. Am Ende der Röhre aber sind mehrere Stücke angebracht, welche den Kopf des Widders bilden. s ist ein Ventil, dessen Dichtigkeit doppelt so groß ist als die des Wassers; das Wasser kann es durch seine Geschwindigkeit heben und so die Oeffnung v verschließen. Wenn das Ventil s geschlossen ist, so dringt das Wasser durch die Röhre z in den gußeisernen Behälter $b\,b'$, aus dem es durch Aufheben der Klappe c in

die große gußeiserne Glocke $h\,h'$ tritt, um endlich in die Steigröhre $d\,e\,k$ zu gelangen. Hier würde es jedoch nur bis zur Höhe der Quelle steigen,

Fig. 274.



wenn es nicht eine bewegende Kraft hätte, die es höher treibt. Diese bewegende Kraft entwickelt sich auf folgende Weise. Das Wasser der Quelle, welches mit seiner natürlichen Geschwindigkeit bei v ausströmt, hebt das Ventil s und verschließt die Oeffnung v. Dadurch wird plötzlich die Bewegung des Wassers gehemmt, in Folge dessen entsteht ein Druck auf alle Röhrenwände, wodurch das Wasser in den Windkessel $h\,h'$ mit einer Kraft gepreßt wird, welche größer ist als die, welche der Druckhöhe allein zukommt. Die Dauer dieses Ansteigens wird etwas durch die elastische Reaction aller Theile des Apparates verlängert; alsbald aber schließt sich die Klappe c, und das Ventil s fällt durch sein Gewicht nieder. Diese Reihe von Wirkungen, welche rasch auf einander folgen, nennt man einen Stoß des Widders. Sobald der natürliche Ausfluß des Wassers wieder begonnen hat, nimmt seine Geschwindigkeit rasch wieder zu, das Ventil s wird von Neuem geschlossen und so weiter.

Drittes Kapitel.

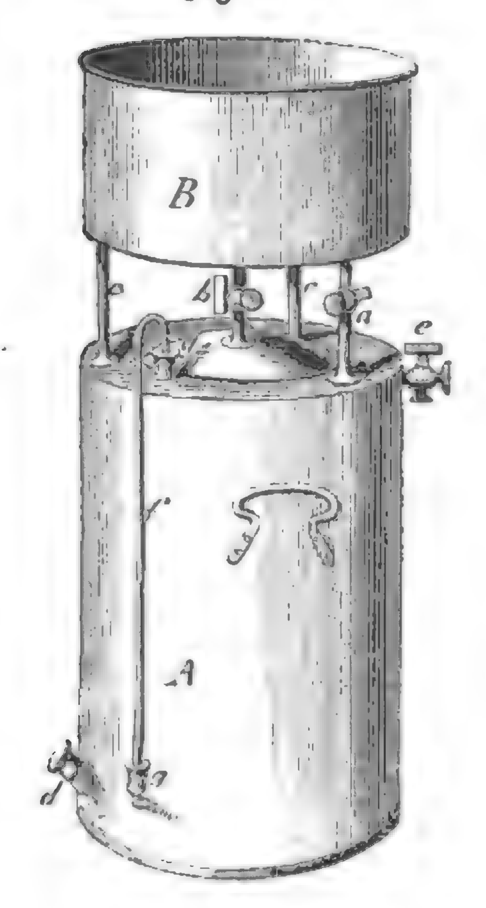
Bewegung der Gase.

Wenn ein Gas in einem Gefäße eingeschlossen ist, in welchem sich irgend 119
eine Oeffnung befindet, so wird es durch diese Oeffnung ausströmen, sobald das Gas im Gefäße stärker comprimirt ist als die Luft in dem Raume, in welchen die Oeffnung führt. Die Gesetze des Ausflusses der Gase durch

Oeffnungen in dünnen Wänden, durch kurze Ansatzröhren, durch Leitungsröhren, sind denjenigen ganz analog, welche wir schon bei tropfbar flüssigen Körpern kennen gelernt haben. Apparate, welche dazu dienen, ein constantes Ausströmen von Gasen zu unterhalten, nennt man Gasometer.

In chemischen Laboratorien werden gewöhnlich Gasometer angewandt, wie sie Fig. 275 zeigt. *AB* ist ein Cylinder von lackirtem Blech, welcher ungefähr 16 — 18 Zoll hoch ist und 10 — 12 Zoll Durchmesser hat, und dessen oberer Deckel etwas nach oben gewölbt ist. Auf diesem Deckel ruht auf drei Stützen ein zweiter, oben offener Cylinder, der aber nur $\frac{1}{3}$ so hoch ist. Der obere Cylinder ist mit dem unteren durch zwei Röhren verbunden, von denen die eine, *h*, gerade in der Mitte des Deckels sich befindet. Sie darf durchaus nicht in den untern Cylinder hineinragen. Eine zweite Verbindungsröhre *a* geht fast auf den Boden des untern Cylinders. In jeder dieser Röhren befindet sich ein Hahn, vermittelst dessen man nach Belieben die Verbindung der beiden Cylinder herstellen und unterbrechen kann. Bei *e* befindet sich eine kurze horizontale Röhre, welche ebenfalls durch einen Hahn verschlossen werden kann, und an welcher vorn ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, um andere Röhren und Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden des untern Cylinders befindet sich bei *d* eine aufwärts stehende Oeffnung, welche mittelst einer Schraube oder eines Korkes verschlossen werden kann.

Fig. 275.



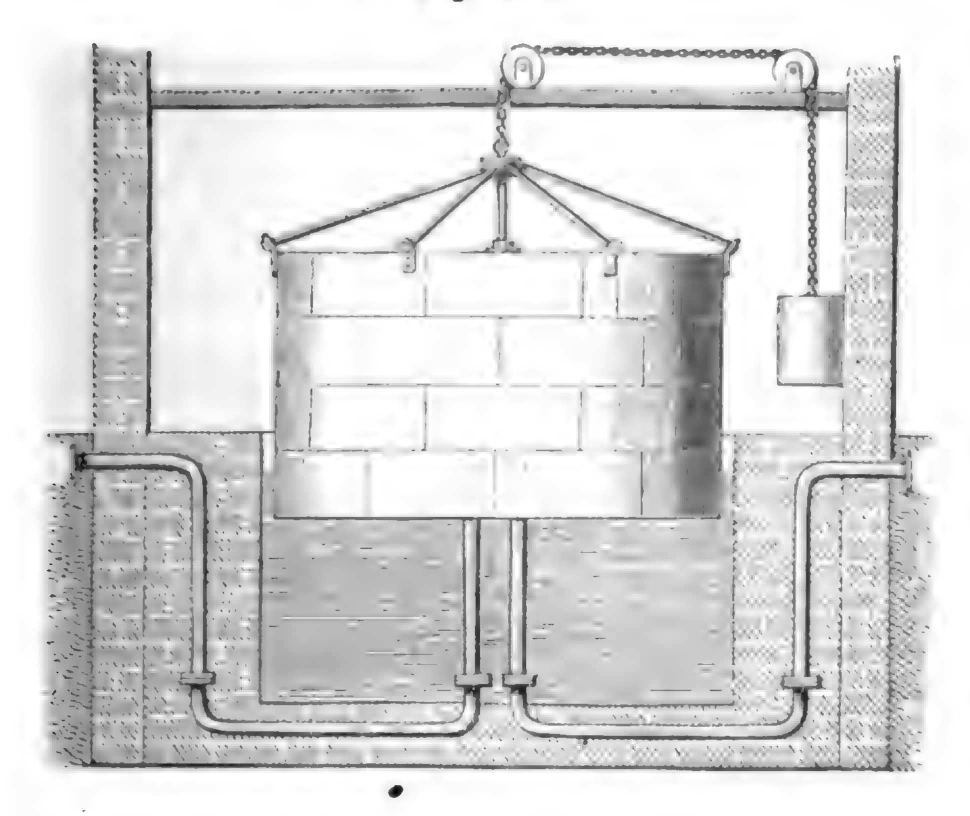
Wenn man den untern Cylinder mit einem Gase füllen will, füllt man ihn erst mit Wasser, und zwar auf folgende Weise. Die Oeffnung bei *d* wird verschlossen, die drei Hähne geöffnet und dann in das obere Gefäß Wasser gegossen. Das Wasser fließt in den untern Cylinder, und wenn dieser so weit gefüllt ist, daß Wasser bei *c* auszufließen beginnt, schließt man den Hahn bei *e*. Der Rest von Luft, welcher nun noch im Cylinder sich befindet, entweicht durch das Rohr *h*. Ist der untere Cylinder auf diese Weise mit Wasser gefüllt, so werden die Hähne der Verbindungsröhren geschlossen und die

Schraube oder der Kork bei *d* weggenommen. Wasser kann hier nicht ausfließen, weil keine Luftblasen eindringen können. Wenn man aber bei *d* ein Gasleitungsrohr einsteckt, so wird neben diesem Rohre das Wasser ausfließen, während aus demselben fortwährend Gasblasen in den obern Theil des Behälters aufsteigen. Auf diese Weise füllt sich der untere Cylinder mehr und mehr mit Gas. Wie weit der Cylinder mit Gas gefüllt ist, sieht man an dem Glasrohre *f*, welches mit dem Gefäße oben und unten in Verbindung steht, so daß das Wasser in diesem Glasrohre so hoch steht wie im Cylinder.

Nachdem das ganze Reservoir mit Gas gefüllt ist, wird die Oeffnung bei *d* verschlossen und der Hahn der Verbindungsröhre *a* geöffnet. Sobald nun der Hahn *e* geöffnet wird, strömt das Gas hier mit einer dem Drucke der Wassersäule in der Röhre *a* entsprechenden Geschwindigkeit aus.

Die großen Gasometer, welche man zur Gasbeleuchtung anwendet, sind nach einem andern Principe construirt; ein oben verschlossener Cylinder, Fig. 276, taucht in ein großes mit Wasser gefülltes Reservoir. Dieser Cylinder besteht aus Blech und hat z. B. 10 Meter im Durchmesser, enthält 100 Kubikmeter Gas und wiegt, wie wir annehmen wollen, 10,000 Kilogr. Er sinkt nicht in Wasser unter, weil er mit Gas gefüllt ist, sein ganzes Gewicht aber drückt auf dieses Gas und erhält es unter einem Drucke, welcher größer ist als der Druck der Atmosphäre. Nach unserer Annahme beträgt dieser Ueberschuß des Druckes 10,000^{kg} auf eine Kreisfläche von 10 Meter Durchmesser, was ungefähr dem Drucke einer Wassersäule von 13 Centimetern gleichkommt; außerhalb muß also das Wasser 13^{cm} höher stehen als im Cylinder.

Fig. 276.

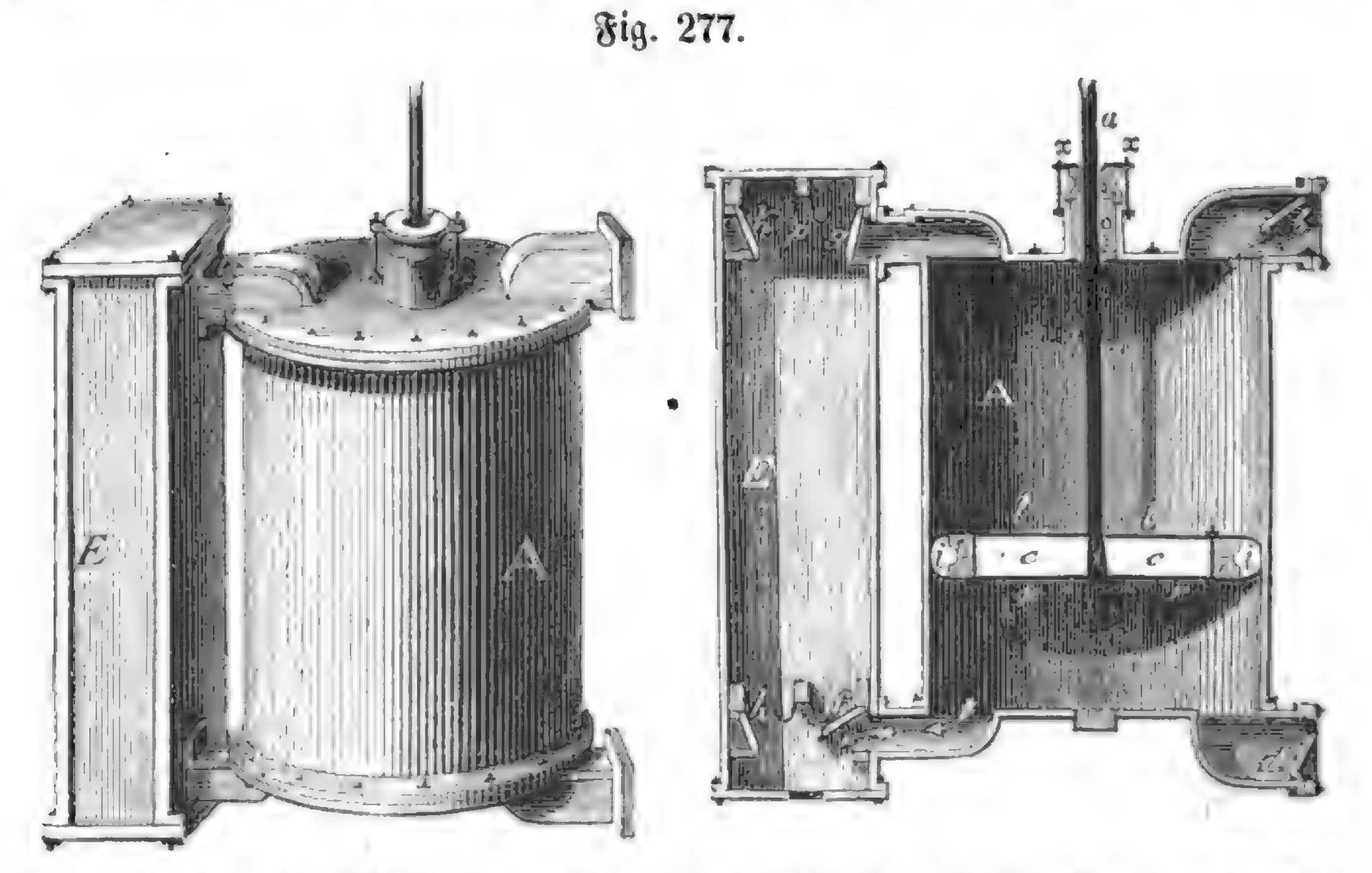


Von unten aufsteigend ragt nun eine Röhre in den Cylinder hinein, so daß ihr oberes offenes Ende über dem Wasserspiegel sich befindet; diese

Röhre vertheilt sich in einer Menge engerer Röhren, die zu den einzelnen Gasschnäbeln führen, aus denen dann das Gas mit einer Geschwindigkeit ausströmt, welche dem Drucke im Gasometer entspricht. Diese Geschwindigkeit ist constant, weil das Gasometer, wenn es auch tiefer ins Wasser einsinkt, doch nur wenig von seinem Gewichte verliert, indem hier nur die Wand des Gasometers in Betracht kommt. Der Druck auf das Gas wird durch ein Gegengewicht gemäßigt und regelmäßiger gemacht. Um das Gasometer zu füllen, wird ein im Vertheilungsrohre befindlicher Hahn geschlossen, dagegen aber der Hahn eines andern Rohrs geöffnet, welches das Innere des Gasometers mit dem Apparate verbindet, in welchem das Gas bereitet wird.

120 **Gebläse.** Bei Hohöfen und Schmiedefeuern wendet man Gebläse von verschiedener Einrichtung an. Die zweckmäßigste, jetzt fast allgemein eingeführte Art ist das Cylindergebläse, welches Fig. 277 abgebildet ist. In

Fig. 277.



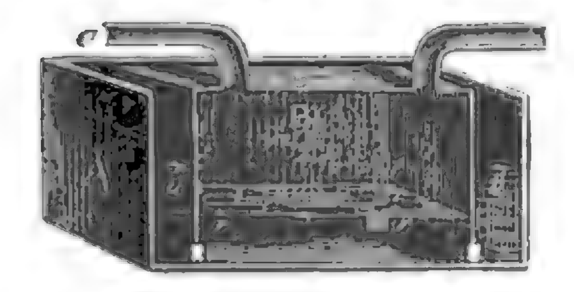
einem wohl ausgebohrten gußeisernen Cylinder *A*, in welchem ein Kolben *C*, an den Wänden luftdicht schließend, auf und nieder bewegt werden kann, geht die Kolbenstange *a* luftdicht durch die in der Mitte des obern Deckels befindliche Stopfbüchse. Durch die Oeffnung bei *b* communicirt der obere, durch die Oeffnung bei *d* der untere Theil des Cylinders mit der freien Luft; die Oeffnungen bei *g* und *f* aber verbinden den Cylinder mit einem viereckigen Kasten *E*. Bei *b* und *d* befinden sich Klappen, die sich nach innen, bei *g* und *f* aber solche, die sich nach außen öffnen. Wenn nun der Kolben niedergeht, schließt sich die Klappe bei *d*, die bei *f* aber öffnet sich, und alle Luft aus dem untern Theile des Cylinders wird in den Raum *E* getrieben. Unterdessen aber ist die Klappe bei *g* geschlossen,

durch die Klappe bei b aber dringt Luft von außen her in den obern Theil des Cylinders. Wenn der Kolben wieder in die Höhe geht, schließt sich b, und alle Luft, die beim Niedergange des Kolbens hier eingedrungen war, wird durch die Oeffnung bei g in den Kasten E geschafft, während f geschlossen ist und sich der untere Theil des Cylinders wieder durch die geöffnete Klappe d mit Luft füllt. Die in E comprimirte Luft strömt durch ein bei m angebrachtes Rohr nach dem Feuerraume.

Die Geschwindigkeit des Kolbens ist am größten, wenn er die Mitte des Cylinders passirt, sie nimmt um so mehr ab, je mehr er sich der obern oder untern Gränze seines Weges nähert. Daraus geht hervor, daß der Wind, welchen ein solcher Cylinder liefert, nicht gleichmäßig bei m ausströmt. Da aber für die meisten Schmelzprocesse ein gleichmäßiger Windstrom nöthig ist, so muß man dafür sorgen ihn zu reguliren. Man erreicht dies entweder dadurch, daß man an demselben Windkasten E drei Cylinder anbringt, deren Kolben nicht gleichzeitig die Mitte ihres Weges passiren; oder auch dadurch, daß man die Luft aus E erst in einen Behälter treten läßt, dessen Rauminhalt sehr groß ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders. Je größer dieser Luftbehälter ist, welcher den Namen Regulator führt, desto weniger Einfluß hat die Unregelmäßigkeit der Kolbenbewegung auf die Gleichmäßigkeit des aus dem Regulator austretenden Luftstromes.

Als Regulator bei Gebläsen wendet man entweder einen aus Eisenblech luftdicht zusammengenieteten Ballon, dessen Inhalt 40- bis 50mal so groß ist als der des Cylinders, oder den Fig. 278 abgebildeten Wasserregulator an, der seinem Wesen nach ganz mit dem Gasometer übereinkommt, wie er zur Gasbeleuchtung angewendet wird. In den Kasten B, welcher aus luftdicht zusammengeschraubten eisernen Platten besteht, und dessen Inhalt den des Cylinders weit übertrifft, strömt durch das Rohr D vom Cylinder her die Luft ein, durch das Rohr C aber wieder aus. Die Luft im Kasten B ist unten durch Wasser gesperrt, dessen Niveau $r\,r$ im Kasten nothwendig tiefer steht als der Spiegel $v\,v$ außerhalb. Von der Differenz der Höhen der Wasserspiegel hängt der Grad der Compression der Luft in B und also auch die Geschwindigkeit des Ausflusses durch das Rohr C ab.

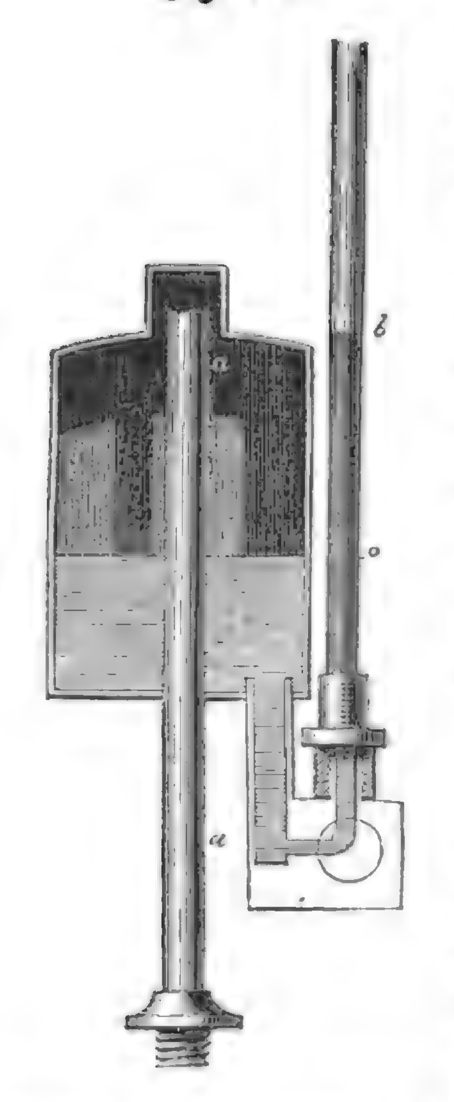
Fig. 278.



Um den Druck der Luft in den verschiedenen Theilen des Gebläseapparates zu bestimmen, bedient man sich eines Manometers, welches für diesen besondern Fall den Namen eines Windmessers führt. Ein sehr practisch

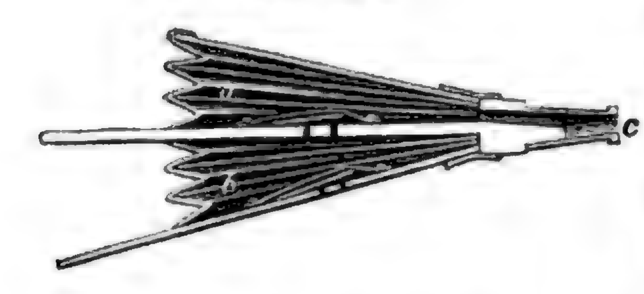
construirter Windmesser ist Fig. 279 im Durchschnitte dargestellt. Ein von allen Seiten luftdicht verschlossener Blechkasten ist zum Theil mit Wasser gefüllt. Durch den Boden des Kastens geht eine Röhre *a*, welche unten ein Schraubengewinde hat, damit man sie auf den Gebläseapparat schrauben kann. Durch diese Röhre communicirt der Apparat mit dem obern Theile des Blechkastens, und in diesem obern Theile des Blechkastens wird also die Luft gerade so stark comprimirt seyn, wie in dem Theile des Gebläseapparates, auf welchen der Windmesser aufgeschraubt ist. Mit dem untern Theile des Blechkastens communicirt aber eine getheilte Glasröhre *b*. Das Wasser wird durch eine Oeffnung im Deckel des Blechkastens eingegossen, und zwar gerade so viel, daß das Wasser in der Röhre genau am Nullpunkte der Theilung steht; alsdann wird diese Oeffnung durch einen Korkstopfen luftdicht verschlossen. Sobald nun die Luft im obern Theile des Blechkastens comprimirt wird, steigt das Wasser in der Röhre, ohne daß im Kasten ein merkliches Sinken des Wasserspiegels stattfindet; die Erhebung der Wassersäule über den Nullpunkt des Glasrohrs giebt demnach den Druck an, welchen die Luft im Innern des Apparates auszuhalten hat. Vermittelst des Hahnes kann man die Verbindung des Blechkastens mit dem Glasrohre nach Belieben unterbrechen.

Fig. 279.



Der Blasbalg in seiner einfachsten Gestalt ist wohl hinlänglich bekannt. Mit einem einfachen Blasbalge kann man aber keinen continuirlichen Luftstrom erzeugen, wie dies in Schmieden, in chemischen Laboratorien u. s. f. nöthig ist; man wendet in diesem Falle zusammengesetzte Blasbälge an, welche construirt sind, wie Fig. 280 zeigt. Wenn die obere Abtheilung *a* eines solchen Blasbalges mit Luft gefüllt ist, die durch Gewichte, welche auf dem obern Deckel liegen, comprimirt wird, so kann sie nur durch die Oeffnung bei *c* entweichen, denn das Ventil zwischen *a* und *b* schließt sich, sobald die Luft in *a* stärker comprimirt ist als in *b*. Wenn die untere Platte des Raumes *b* hebt, so wird die Luft in *b* comprimirt, sie hebt das nach *a* führende Ventil

Fig. 280.



und dringt in den obern Raum. Beim Niedergange der untersten Platte schließt sich das Ventil zwischen a und b wieder, das Ventil, welches aus b in die freie Luft führt, öffnet sich, und b füllt sich von Neuem mit Luft, welche abermals in den obern Raum geschafft wird. Man begreift leicht, daß das Ausströmen der Luft aus a durch die Oeffnung c nicht unterbrochen wird, während b von Neuem sich mit Luft füllt.

Gesetze des Ausströmens der Gase. Für die Ausflußgeschwindigkeit der Gase gelten dieselben Gesetze wie bei Flüssigkeiten, d. h. die Ausflußgeschwindigkeit ist (Seite 222) 121

$$c = \sqrt{2\, g s},$$

wenn s die Druckhöhe bezeichnet. Hier aber ist s eine Größe, die nicht direct durch die Beobachtung gegeben ist, wie bei tropfbar-flüssigen Körpern. Für diese bezeichnet s die Höhe der Flüssigkeitssäule, deren Druck den Ausfluß bewirkt, und welche von derselben Natur und Dichtigkeit ist wie die ausströmende Flüssigkeit. Gase, welche in einem Gefäße enthalten sind, sind aber nie durch eine Luftsäule von gleichmäßiger Dichtigkeit und wohlbegränzter Höhe comprimirt, denn selbst wenn das Gas nur durch den Druck der Atmosphäre comprimirt wäre, ist die Luftsäule, welche diesen Druck hervorbringt, weder von gleichförmiger Dichtigkeit, noch von meßbarer Höhe, also selbst in diesem Falle kann s nicht direct aus der Beobachtung entnommen werden. Gewöhnlich aber mißt man den Druck, welcher die Luft aus einem Reservoir austreibt, durch die Höhe einer Wasser- oder Quecksilbersäule, welche man an einem Manometer beobachtet. Der Werth von s, welcher in den oben angegebenen Werth der Ausflußgeschwindigkeit gesetzt werden muß, ist also jederzeit aus den beobachteten Umständen zu berechnen.

Der einfachste Fall, der hier in Betrachtung kommen kann, ist der, daß Luft von atmosphärischer Pressung in einen luftleeren Raum einströmt. Der mittlere atmosphärische Druck hält einer Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern das Gleichgewicht. Die Dichtigkeit der Luft aber, welche diesen mittleren Druck auszuhalten hat, ist 770 mal weniger dicht als Wasser; eine Luftsäule also, welche durchweg diese Dichtigkeit hat, müßte eine Höhe von $770 \times 10{,}4 = 8008$ Metern haben, wenn sie dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht halten soll; für diesen Fall also wäre $s = 8008^m$, und also $c = \sqrt{2 . 9{,}8 . 8008} = 396^m$.

Wenn die Luft aus einem Reservoir, in welchem sie nur durch den Druck einer halben Atmosphäre comprimirt ist, in einen leeren Raum ausströmt, so wird die Ausflußgeschwindigkeit gerade so groß seyn wie im vorigen Falle, nämlich 396^m. Der Grund davon ist leicht einzusehen, denn obgleich hier der Ausfluß nur durch einen halb so großen Druck hervorgebracht wird wie vorher, so ist auch die ausfließende Luft nur halb so

dicht. Ueberhaupt ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft in einen leeren Raum einströmt, stets dieselbe, der Druck, welcher das Einströmen bedingt, mag seyn, welcher er will.

Wenn die Ausströmung in einen Raum stattfindet, der bereits Luft, wiewohl von geringerer Spannung, enthält, so ist das Bestreben, zu entweichen, begreiflicherweise nur von der Differenz beider Spannungen abhängig. Bezeichnen wir den Unterschied beider Spannungen als eine Luftsäule von der Höhe H und der Dichtigkeit der stärker comprimirten Luft, so ist die Ausflußgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2\,g\,H}.$$

Wir wollen versuchen, den Werth von H für den Fall zu bestimmen, daß aus einem Reservoir stärker comprimirte Luft in die atmosphärische Luft ausströmt. Die Compression der Luft im Reservoir sey durch eine Wassersäule gemessen, deren Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Diese Höhe h giebt den Unterschied der Spannung der innern und äußern Luft an, und es ist nur auszumitteln, wie hoch eine Luftsäule von der Dichtigkeit der Luft im Reservoir seyn müßte, um einer Wassersäule von der Höhe h das Gleichgewicht zu halten. Hätten wir mit Luft von mittlerer atmosphärischer Pressung zu thun, so könnte man für die Wassersäule von der Höhe h eine Luftsäule von der Höhe $770\,h$ substituiren. Um derselben Wassersäule das Gleichgewicht zu halten, haben wir aber eine Luftsäule von geringerer Höhe nöthig, wenn die Luft dichter ist, und zwar steht die erforderliche Höhe in umgekehrtem Verhältnisse zur Dichtigkeit der Luft.

Die atmosphärische Luft von mittlerer Pressung, welche 770mal leichter ist als Wasser, ist gleichsam durch eine Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern, welche Höhe mit b bezeichnet seyn mag, comprimirt, während die Luft in unserm Reservoir den Druck einer Wassersäule von der Höhe $b' + h$ auszuhalten hat, wenn b' die Höhe einer Wassersäule bezeichnet, welche dem gerade stattfindenden Barometerstande entspricht. Die Dichtigkeit der Luft von mittlerer Pressung verhält sich demnach zur Dichtigkeit der Luft in unserm Reservoir, wie $b : b' + h$; die Luft im Reservoir ist also $\frac{b' + h}{b}$mal dichter als die Luft von mittlerer atmosphärischer Pressung; statt einer Luftsäule von der Höhe $770\,h$ dieser dünnern Luft haben wir also auch eine Säule von der Höhe $\frac{770 . h . b}{b' + h}$ jener dichteren Luft zu setzen, und dieser Werth $\frac{770 . h . b}{b' + h}$ ist es, den wir für H in die obige Gleichung setzen müssen; denn eine Luftsäule von der Höhe $\frac{770\,b . h}{b' + h}$ und der Dichtigkeit der Luft im Reservoir würde der Wassersäule von der

Höhe h vollkommen das Gleichgewicht halten. Die Ausflußgeschwindigkeit für unsern Fall ist also

$$c = \sqrt{2g \frac{770\, b \,.\, h}{b' + h}}.$$

Die Ausflußmenge in einer Sekunde würde man erhalten, wenn man den Querschnitt der Oeffnung f mit diesem Werthe von c multiplicirt, vorausgesetzt, daß in jedem Punkte des Querschnittes die ausströmenden Lufttheilchen mit dieser Geschwindigkeit passiren. Die Ausflußmenge in t Sekunden würde demnach seyn

$$M = f \,.\, t \sqrt{2g \frac{770\, b \,.\, h}{b' + h}}.$$

Die Erfahrung aber zeigt, wie wir dies ja auch schon bei tropfbar-flüssigen Körpern gesehen haben, daß die wirkliche Ausflußmenge geringer ist als die theoretische; und zwar hat man die theoretische Ausflußmenge mit einem bestimmten Factor μ zu multipliciren, um die wirkliche zu erhalten.

Für Wasser ist bekanntlich dieser Factor 0,64 und ist fast ganz unabhängig von der Druckhöhe, indem er nur sehr unbedeutend wächst, wenn die Druckhöhe abnimmt. Für Gase aber ist der Werth von μ sehr veränderlich. Nach Schmidt, welcher diesen Gegenstand zuerst einer genauern Untersuchung unterworfen hat, ist μ bei einer Druckhöhe von 3 Fuß (Wasser) gleich 0,52. Nach d'Aubuisson's Versuchen ist, innerhalb der Druckhöhen von 0,1 bis 0,5 Fuß, der Werth von $\mu = 0{,}65$ zu setzen. Solche Verschiedenheiten können nicht wohl von Beobachtungsfehlern herrühren und beweisen unzweifelhaft eine Veränderlichkeit von μ.

Eine sehr genaue Reihe von Versuchen hat Koch über diesen Gegenstand angestellt. Er hat gefunden, daß, wenn die Druckhöhe von 6 Fuß bis 0,15 Fuß abnimmt, der Werth von μ von 0,5 bis auf 0,6 wächst. **Buff** hat gezeigt, daß, wenn man

$$\mu = 0{,}626\,(1 - 0{,}789 \sqrt{h})$$

setzt, wo h, wie bisher, die Druckhöhe bezeichnet, die nach dieser Formel berechneten Werthe sehr gut mit den Koch'schen Beobachtungen übereinstimmen, daß also diese Formel das empirische Gesetz für die Veränderlichkeit des Ausflußcoëfficienten μ ist. Später hat Buff hierüber selbst genaue Versuche bei geringem Drucke, wie er besonders in der Praxis vorkommt, angestellt, welche gleichfalls die Veränderlichkeit des Coëfficienten μ in der erwähnten Weise bestätigen.

Die Differenz zwischen der theoretischen und wirklichen Ausflußmenge hat hier einen ganz analogen Grund, wie bei den tropfbar-flüssigen Körpern, und es läßt sich daraus schließen, daß auch hier eine contractio venae stattfinden muß, obgleich wir sie nicht unmittelbar beobachten können.

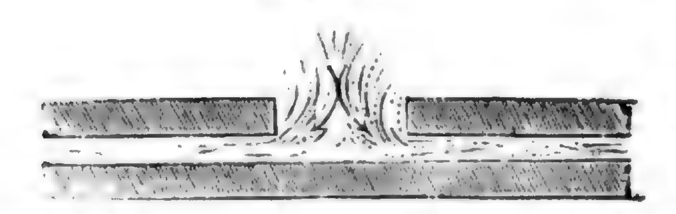
Cylindrische Ansatzröhren eben so wie conische, mag nun die weite Oeff-

nung nach innen oder nach außen gekehrt seyn, vermehren die Ausflußmenge der Gase.

122 **Seitendruck der Gase beim Ausströmen.** Wenn sich Luft durch Röhrenleitungen bewegt, so ist ein Reibungswiderstand zu überwinden, und dazu wird ein Theil der Spannung des comprimirten Gases verwendet werden, also für die Bewegung verloren gehen. Der Druck, den die Röhrenwände von der Tension der durchströmenden Luft auszuhalten haben, nimmt um so mehr ab, je mehr man sich der Mündung des Rohres nähert, wie man sich durch Manometer überzeugt, welche an verschiedenen Stellen des Rohres angebracht werden. Es ist dies ganz den Erscheinungen analog, welche man bei der Bewegung von Flüssigkeiten durch Röhrenleitungen beobachtet. Ueber den Reibungswiderstand, welcher bei der Bewegung der Luft durch Röhren überwunden werden muß, sind besonders von d'Aubuisson und Buff Versuche angestellt worden.

Das Phänomen des Saugens findet bei der Bewegung der Gase auf eine ganz analoge Weise, wie bei dem Ausströmen von Flüssigkeiten Statt. Clement und Desormes haben eine äußerst interessante, hierher gehörige Erscheinung beschrieben (Fig. 281).

Fig. 281.



Wenn man in die obere Wand eines Reservoirs, welches comprimirte Luft enthält, eine Oeffnung von 1 bis 2 Zoll Durchmesser macht, so entweicht die Luft mit großer Gewalt. Wenn man der Oeffnung eine Scheibe von Holz oder Metall nähert, welche 7 bis 8 Zoll Durchmesser hat, so wird sie, nachdem der erste Widerstand überwunden ist, nicht mehr abgestoßen; sie oscillirt lebhaft, indem sie in sehr kurzen Zwischenräumen sich der Oeffnung bald nähert, bald von ihr entfernt. Die Luft entweicht dabei mit großem Geräusch zwischen der Scheibe und der Wand. Wenn man versucht, die Scheibe wegzunehmen, so muß man große Kraft anwenden, wie wenn sie auf die Wand festgeleimt wäre. Clement und Desormes erklärten dies Phänomen ganz richtig. Der Luftstrahl, welcher die Oeffnung verläßt, muß sich in eine dünne Schicht zwischen der Scheibe und der Wand ausbreiten (Fig. 281). Bei unveränderter Dicke muß sie sich nun um so mehr ausbreiten, je mehr sie sich dem Rande der Scheibe nähert; sie befindet sich also in demselben Falle wie ein flüssiger Strahl, welcher die immer wachsenden Querschnitte eines conischen Ansatzrohres ausfüllen soll. Zwischen der Scheibe und der Wand bildet sich ein luftverdünnter Raum, in Folge dessen die atmosphärische Luft, von unten gegen die Scheibe drückend, sie an die Wand anpreßt.

Man kann diesen Versuch auch im Kleinen anstellen, wenn man Luft mit dem Munde durch eine Röhre bläs't, welche mit einer ebenen Scheibe

endigt. Wenn man der Oeffnung der Röhre, welche sich in der Mitte der daran befestigten Scheibe befindet, während des Durchblasens ein Kartenblatt nähert, so beobachtet man auch hier die erwähnte Erscheinung.

Die einfachste Art, diesen Versuch anzustellen, hat Faraday angegeben. Man schließe die Finger der offenen Hand fest an einander, so wird doch noch von Gelenk zu Gelenk ein spaltartiger Zwischenraum bleiben. Während man nun die Hand auf diese Weise horizontal hält, so daß die Fläche abwärts gekehrt ist, applicire man die Lippen dem Intervall zwischen dem Zeige- und Mittelfinger, nahe an ihren Wurzeln, und blase möglichst stark. Bringt man nun ein Stück Papier von 3 bis 4 Quadratzoll an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchgeht, so wird es weder durch diesen Luftstrom fortgeblasen, noch fällt es durch sein Gewicht herab, was aber sogleich geschieht, sobald man mit Blasen aufhört.

Vierter Abschnitt.

Akustik.

Erstes Kapitel.

Gesetze der Wellenbewegung im Allgemeinen und der Schallwellen insbesondere.

123 Wenn ein Pendel aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht wird und dann sich selbst überlassen bleibt, so wird es zunächst durch die Schwere seiner Gleichgewichtslage wieder zugeführt, in derselben angelangt, kann es aber nicht in Ruhe bleiben, weil es mit einer Geschwindigkeit ankommt, die es über die Gleichgewichtslage hinaustreibt, und so macht denn das Pendel eine Reihe von Schwingungen, deren Gesetze wir schon oben betrachtet haben.

Bei der Bewegung des Pendels bleibt die gegenseitige Lage der Theilchen desselben unverändert. Wenn aber die gegenseitige Lage der einzelnen Theilchen eines Körpers durch irgend eine äußere Ursache gestört wird, so werden dieselben, wenn irgend Kräfte vorhanden sind, welche die ursprüngliche Gleichgewichtslage wieder herzustellen streben, ebenfalls in eine oscillatorische Bewegung gerathen, welche sich von der Pendelbewegung wesentlich dadurch unterscheidet, daß sich die gegenseitige Lage der Partikelchen mit jedem Momente ändert; man hat also hier nicht allein die Oscillationsbewegung eines einzelnen Theilchens, sondern auch die Veränderungen in der gegenseitigen Lage der Theilchen zu betrachten.

Die Oscillationsbewegung der einzelnen Theilchen eines Köpers kann von der Art seyn, daß alle Theilchen gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die Gränzen ihrer Oscillationsamplituden erreichen und dann gleichzeitig ihren Rückweg wieder beginnen. Von dieser Art sind die Vibrationen eines an einem Ende eingeklemmten Stahlstreifens, Fig. 282, einer zwischen zwei

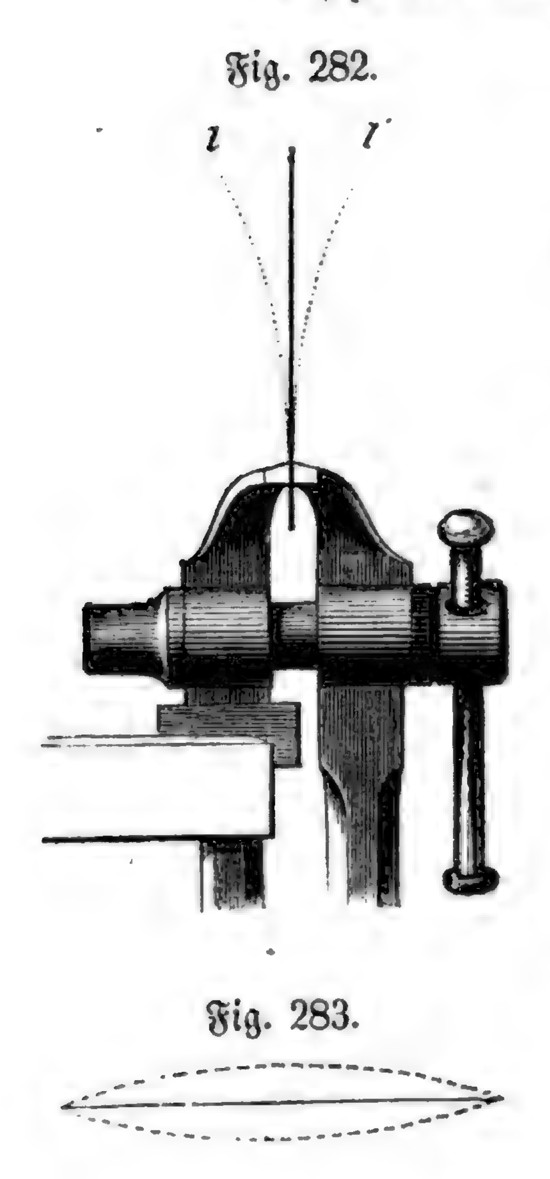


Fig. 282.

Fig. 283.

festen Punkten ausgespannten Saite, Fig. 283. Solche Schwingungen nennt man nach Weber »stehende Schwingungen«.

Wenn die Bewegungen der einzelnen Theilchen von der Art sind, daß die Vibrationsbewegung von Theilchen zu Theilchen fortschreitet, daß jedes folgende Theilchen dieselben Oscillationen macht wie das vorhergehende, nur mit dem Unterschiede, daß es seine Bewegung später beginnt, so sind dies fortschreitende Schwingungen. Durch die fortschreitenden Schwingungen werden Wellen erzeugt. Die Bewegung, das Fortschreiten der Welle ist hier wesentlich von der Oscillation der einzelnen Theilchen zu unterscheiden.

Beispiele von Wellenbewegung liefert uns eine ruhige Wasserfläche, auf welche man einen Stein fallen läßt, ein langes gespanntes Seil, gegen welches man nahe am einen Ende einen kräftigen Schlag führt, die Schallwellen in der Luft u. s. w. Wir werden diese verschiedenen Wellenbewegungen alsbald näher betrachten.

Die Vibrationsbewegungen können nun je nach der Ursache der Störung des Gleichgewichtes, je nach der Natur der Kraft, welche die Theilchen wieder in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, bald größer, bald kleiner seyn, so daß dadurch die äußere Gestalt der Körper merkliche oder unmerkliche Formveränderungen erleidet; die Vibrationen können langsamer oder schneller seyn; sie sind oft langsam genug, daß man die einzelnen Schwingungen mit dem Auge verfolgen und zählen, oft sind sie aber auch so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen nicht mehr für sich unterscheiden kann.

Wenn die Vibrationsbewegung eines Körpers einen gewissen Grad von Geschwindigkeit überschreitet, so kann ihre Gesammtwirkung noch einen gewissen Eindruck hervorbringen, indem sie in den umgebenden Medien Wellenbewegungen erzeugt, durch welche sie, bis zu besonders eingerichteten Sinnes-Organen fortgeleitet wird und hier eine eigenthümliche Empfindung veranlaßt.

So veranlassen Vibrationen, deren Geschwindigkeit innerhalb gewisser bald näher zu besprechender Gränzen liegt, in der Luft oder anderen ela-

stischen Medien Wellen, welche, in abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehend, bis zum Ohre fortgepflanzt als Ton wahrgenommen werden.

Noch ungleich schnellere Vibrationen der Körpertheilchen bringen durch die Wellenbewegung eines eigenthümlichen elastischen Fluidums, welches wir Aether nennen, bis in unser Auge fortgepflanzt, hier den Eindruck des Lichtes hervor.

Da nun sowohl Schall- als Lichtvibrationen durch Wellenbewegungen fortgepflanzt werden, so wollen wir zunächst die wichtigsten Gesetze der Wellenbewegung überhaupt etwas näher betrachten und diese Betrachtung mit den Wasserwellen beginnen, weil von ihnen doch der Begriff der Welle entnommen ist und weil durch das Verständniß der Wasserwellen das Verständniß anderer Wellenbewegungen, namentlich der Schallwellen, welche uns hier vorzugsweise interessiren, sehr erleichtert wird.

124 Wenn man einen Stein ins Wasser wirft, so bilden sich kreisförmige Wellen, welche von einem Mittelpunkte (der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel) aus nach allen Richtungen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, wenn nicht irgend eine störende Ursache wirkt. Die Wellen bestehen in abwechselnden Bergen und Thälern, welche sich ziemlich rasch einander folgen und welche in der Richtung von dem Mittelpunkte nach außen hin fortschreiten.

Während nun ein Wellenberg nach außen hin fortschreitet, nehmen nicht etwa auch die einzelnen Wassertheilchen an dieser fortschreitenden Bewegung Antheil, denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es abwechselnd gehoben wird und sich dann wieder senkt, wenn Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter ihm wegziehen.

Die Kraft, durch welche die Wasserwellen hier fortgepflanzt werden, ist die Schwere, denn wenn durch irgend eine Ursache in der horizontalen Wasserfläche eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, um die gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen, dadurch wird eine Oscillationsbewegung hervorgebracht, welche nach und nach von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt wird.

Sobald sich einmal regelmäßige Wellen gebildet haben, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen an der Oberfläche während des Fortschreitens der Welle in sich zurückkehrende Kurven, welche im Falle der größten Regelmäßigkeit Kreise sind, nur in solchen Fällen, in welchen der dem Gipfel vorangehende Theil des Wellenberges dem folgenden nicht gleich ist, beschreiben die einzelnen Wasser-

Fig. 284. Fig. 285.

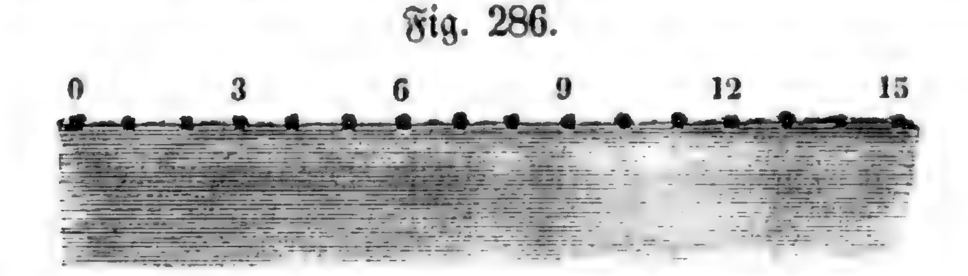
theilchen Kurven, die nicht in sich geschlossen sind, von der Art, wie sie Fig. 284 und Fig. 285 dargestellt sind.

Die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen während des Fortschreitens der Welle ist von den Gebrüdern Weber durch eine Reihe genauer Versuche ermittelt worden. Sie bedienten sich hier zu diesen Versuchen einer größern und kleinern Wellenrinne. Die kleinere war ungefähr $5^1/_2$ Fuß lang und über 8 Zoll tief; die beiden Seitenwände wurden durch Glastafeln gebildet, welche 6,7 Linien weit von einander abstanden; bei der größern, welche einen 6 Fuß langen, 2,5′ tiefen und 1 Zoll 1,4 Linien breiten Raum einschloß, waren die Seitenwände durch Bretter gebildet, in denen nur an einzelnen Stellen Glasstreifen wasserdicht eingesetzt waren.

Betrachten wir nun den Zusammenhang zwischen der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen und dem Fortschreiten der Welle etwas genauer.

Nehmen wir an, eine ganz regelmäßige Wellenbewegung habe sich, von der Linken zur Rechten fortschreitend, bis zu dem Wassertheilchen 0, Fig. 286, fortgepflanzt und veranlasse dieses Theilchen, nun eine kreisför-

Fig. 286.



mige Bahn zurückzulegen. Während nun das Theilchen *o* zum ersten Male seine Kreisbahn vollendet, wird die Bewegung eine bestimmte Strecke sich fortpflanzen. Das mit 12 bezeichnete Wassertheilchen sey nun dasjenige, bis zu welchem sich die Oscillationsbewegung von 0 aus fortpflanzt, während 0 eine Umdrehung vollendet, so wird 12 seine erste Umdrehung in demselben Momente beginnen, in welchem 0 seine zweite Umdrehung beginnt.

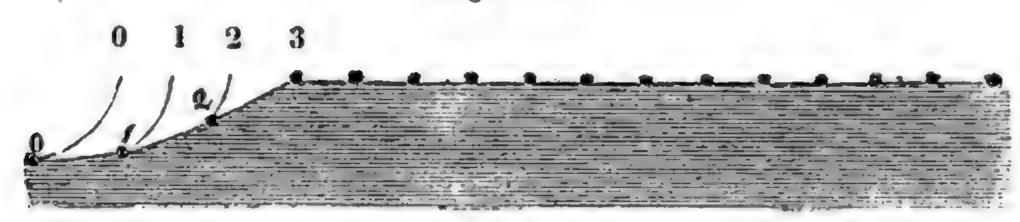
Denken wir uns nun den Umfang des Kreises, welchen das Theilchen 0 beschreibt, und ebenso den Raum zwischen 0 und 12 in 12 gleiche Theile getheilt, so wird die Wellenbewegung in der Richtung von 0 nach 12 immer um eine Abtheilung weiter schreiten, während das Theilchen 0 $^1/_{12}$ seiner kreisförmigen Bahn zurücklegt.

Während das Theilchen 0 das erste Zwölftel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sich die Wellenbewegung bis 1, während 0 das erste Viertel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sie sich bis 3 fort.

Fig. 287 stellt den Moment dar, in welchem das Theilchen 0 den vierten Theil oder $^3/_{12}$ des Kreises zurückgelegt hat, den es durchlaufen

soll; das Theilchen 1 hat in diesem Augenblicke $^2/_{12}$, das Theilchen 2 hat

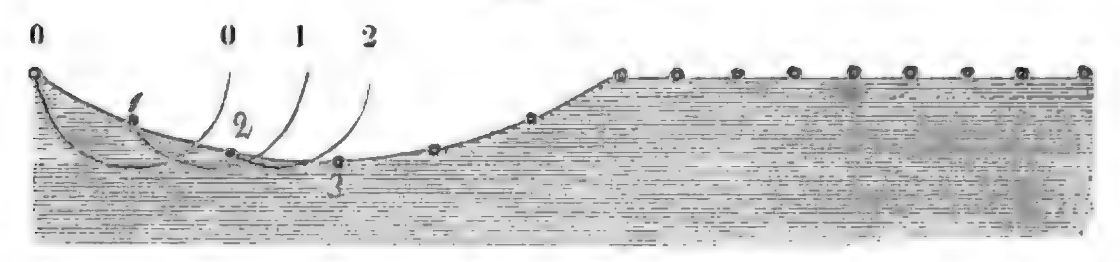
Fig. 287.



$^1/_{12}$ seiner Kreisbahn zurückgelegt, das Theilchen 3 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage verrückt.

Die Fig. 288 bezieht sich auf den Augenblick, in welchem das Theilchen

Fig. 288.



0 die Hälfte seiner Bahn zurückgelegt hat; das Theilchen 1 hat $^5/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^4/_{12}$, das Theilchen 3 hat $^3/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt, die Theilchen 4 und 5 befinden sich in derselben Lage wie die Theilchen 1 und 2 der vorigen Figur. Das Theilchen 6 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, beginnt aber eben seine Bewegung.

Hier hat das Theilchen 3 seine tiefste Stellung erreicht, hier ist die Mitte eines Wellenthals.

Wenn nun abermas $^1/_{12}$ der Zeit vergangen ist, welche ein Theilchen braucht, um seinen Kreislauf ganz zu vollenden, so wird das Theilchen 3 in eine solche Lage gegen seine ursprüngliche Stellung gekommen seyn, wie es jetzt für das Theilchen 2 der Fall ist, das Theilchen 4 hat seine tiefste Stellung erreicht, es ist um $^1/_4$ Kreis von seiner Gleichgewichtslage entfernt; das Wellenthal ist also in diesem Zeittheilchen von 3 bis 4 fortgerückt.

Fig. 289 stellt den Moment dar, wo das Theilchen 0 $^3/_4$ seines Weges

Fig. 289.

zurückgelegt, wo es den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht hat, hier ist also der Gipfel eines Wellenberges. Das Theilchen 1 hat bereits $^8/_{12}$, 2 hat $^7/_{12}$, 3 hat $^6/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4, 5, 6, 7, 8

befinden sich in derselben Lage, wie 1, 2, 3, 4 und 5 der vorigen Figur. Von dem Momente an, auf welchen sich Fig. 288 bezieht, bis zu dem Momente, welchen Fig. 289 darstellt, ist das Wellenthal von 3 bis 6 fortgerückt.

Während das Theilchen 0 das letzte Viertel seiner Bahn zurücklegt, schreitet der Wellenberg von 0 bis 3, das Wellenthal von 6 bis 9 fort, und in demselben Moment, wo 0 seine Bahn zum ersten Male zurückgelegt hat und sie zum zweiten Male zurückzulegen beginnt, wird das Theilchen 12 zum ersten Male seine Bahn beginnen.

Dieser Moment ist in Fig. 290 dargestellt, welche wohl keiner Erläuterung mehr bedarf.

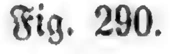


Fig. 290.

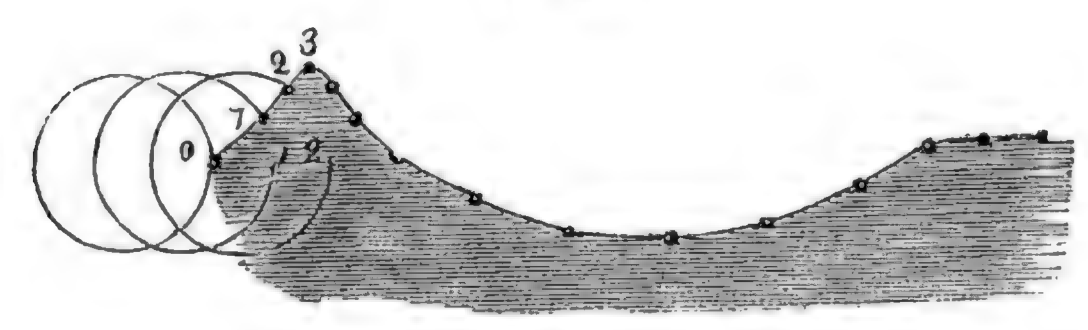
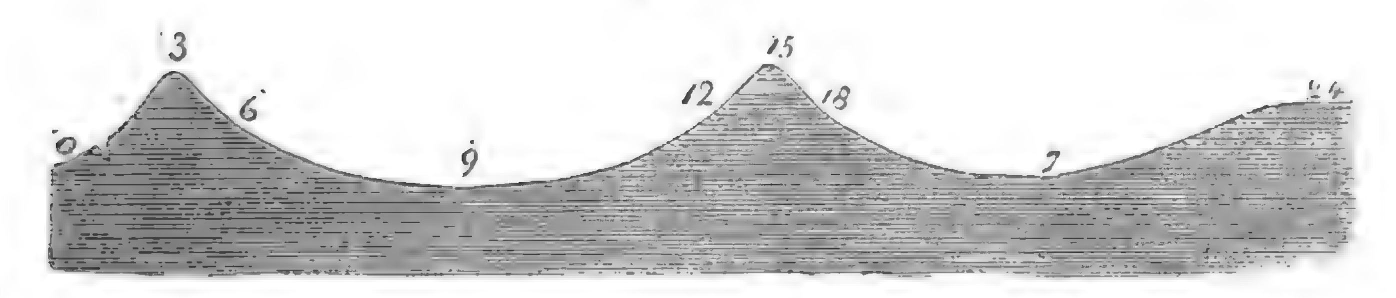


Fig. 291.



Die Fig. 291 stellt den Augenblick dar, in welchem 0 zum zweiten Male seine Bahn zurückgelegt hat; in diesem Moment wird 12 seinen Weg zum ersten Male gemacht und die Bewegung überhaupt sich bis 24 fortgepflanzt haben; ein Wellenberg ist in 3, ein zweiter in 15, ein Wellenthal in 9, ein zweites in 21.

Wenn nun die Wellenbewegung ungestört fortdauert, so werden dadurch, daß die einzelnen Wassertheilchen fortfahren, ihre Kreisbahnen zu durchlaufen, die Wellenberge sowohl als die Wellenthäler gleichmäßig in der Richtung von der Linken zur Rechten fortschreiten, indem ein Theilchen nach dem andern den höchsten oder tiefsten Punkt seiner Bahn erreicht.

So schreitet denn Wellenberg und Wellenthal dadurch voran, daß allen Wassertheilchen dieselbe Kreisbewegung mitgetheilt wird, daß aber jedes folgende Theilchen dieselbe später beginnt als das vorangehende.

Die Entfernung von einem Theilchen bis zum nächsten, welches sich in

gleichen Schwingungszuständen befindet, heißt eine Wellenlänge, also die Entfernung von 0 bis 12, von 12 bis 24, denn diese Theilchen beginnen gleichzeitig ihre Oscillation, sie erreichen gleichzeitig ihren tiefsten und ihren höchsten Stand. Demnach ist auch die Entfernung von dem Gipfel eines Wellenberges bis zum nächsten, also in unserer Figur von 3 bis 15, von der Mitte eines Wellenthales bis zur Mitte des nächsten Wellenthales, also hier von 9 bis 21, eine Wellenlänge.

Solche Theilchen, welche um ½ Wellenlänge von einander entfernt sind, wie 0 und 6, 3 und 9, 9 und 15, befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen. Das Theilchen 9 z. B. bildet eben den tiefsten Punkt eines Wellenthales, 3 und 15 dagegen den Gipfel eines Wellenberges. Die Theilchen 0 und 6 befinden sich zwar beide in der Höhe ihrer Gleichgewichtslage, allein die Bewegung von 0 ist nach unten, die von 6 ist nach oben gerichtet.

Die Zeit, welche ein Theilchen braucht, um eine Oscillation zu vollenden, heißt die Dauer einer Oscillation.

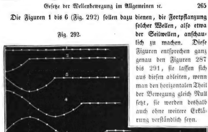
Während ein Theilchen eine Oscillation vollendet, schreitet die Welle um eine Wellenlänge voran.

Die nähere Betrachtung des Verhältnisses zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, der Größe und Dauer der Oscillationen und der Gestalt der Wellen, der Oscillationsbewegung der Theilchen im Innern der Flüssigkeit, der Abnahme der Höhe der Wellenberge und Thäler mit der Entfernung von dem Ursprunge der Welle, die Bildung der Wellen auf großen Gewässern unter dem Einflusse des Windes würde uns hier zu weit führen; wir müssen in dieser Beziehung auf das classische Werk der Gebrüder Weber: »Wellenlehre, auf Experimente gegründet, Leipzig 1825«, verweisen. Ebenso lassen wir hier die Erscheinungen der Reflexion und Interferenz der Wasserwellen unberücksichtigt, da wir die entsprechenden Erscheinungen bei den Schall- und Lichtwellen doch näher untersuchen müssen.

125 Es ist schon bemerkt worden, daß die Bahnen der Wassertheilchen nicht immer, wie wir in unseren Zeichnungen annahmen, genau kreisförmig, ja nicht einmal immer in sich selbst zurückkehrende Kurven sind. Häufig geht die kreisförmige Bahn in eine elliptische über, indem bald der horizontale, bald der vertikale Durchmesser der größere ist. Wäre der horizontale Durchmesser gleich Null, so würden die einzelnen Theilchen nur rechtwinklig auf der Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen, auf und nieder oscilliren. Eine Bewegung der Art ist es, welche die Wellen am gespannten Seile fortpflanzt. Später werden wir auch eine solche Wellenbewegung bei der Lehre vom Lichte näher kennen lernen.

Die Figuren 1 bis 6 (Fig. 292) sollen dazu dienen, die Fortpflanzung solcher Wellen, also etwa der Seilwellen, anschaulich zu machen. Diese Figuren entsprechen ganz genau den Figuren 287 bis 291, sie lassen sich aus diesen ableiten, wenn man den horizontalen Theil der Bewegung gleich Null setzt, sie werden deshalb auch ohne weitere Erklärung verständlich seyn.

Fig. 292.



Wenn eine Seilwelle, gegen den einen Befestigungspunkt fortschreitend, an demselben angekommen ist, so wird sie reflectirt, sie kehrt wieder nach dem andern Ende zurück und läuft so mehrmals hin und her. Wenn aber nun fortwährend neue Wellen erzeugt werden, so wird es kommen, daß die reflectirten Wellen den neu ankommenden begegnen, durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme aber bilden sich **stehende Wellen**.

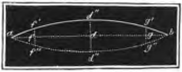
Die **Bildung stehender Seilwellen** durch das Zusammenwirken 126
(Interferenz) des directen und des reflectirten Wellensystems wollen wir hier nicht näher untersuchen, weil wir später doch die auf ganz ähnlichen Principien beruhende Bildung stehender Luftwellen durch die Interferenz eines directen und eines reflectirten Wellensystems einer genauern Betrachtung unterwerfen müssen, wir wollen hier nur noch die Art der Bewegung eines Seiles oder einer Saite während solcher stehenden Schwingungen näher betrachten.

Fig. 293.

Der einfachste Fall ist der, daß das Seil seiner ganzen Länge nach schwingt, wie es Fig. 293 dargestellt ist. Man kann diese Bewegung dadurch hervorbringen, daß man die Mitte eines nicht gar fest gespann-

ten Seiles von 10 bis 20 Fuß Länge etwas aus ihrer Gleichgewichtslage (am besten etwas nach der Rechten oder Linken) entfernt und dann das Seil sich selbst überläßt. Alle Theilchen befinden sich gleichzeitig auf der einen und dann wieder auf der andern Seite der Gleichgewichtslage; sie erreichen gleichzeitig das Maximum ihrer Entfernung von der Gleichgewichtslage auf der rechten Seite und kommen gleichzeitig auf den Endpunkten ihrer Bahnen auf der andern Seite an. Die Theilchen also, deren Gleichgewichtslage f, d und g ist, kommen gleichzeitig in f', d' und g' an, sie passiren gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage, nach derselben Richtung sich bewegend, sie kommen gleichzeitig in f'', d'', g'' an.

Fig. 294.



Während also alle Theilchen sich gleichzeitig stets auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, ist nur die Amplitude ihrer Oscillationen ungleich, sie ist für das Theilchen d größer als für f und g.

Die Schwingungen einer gespannten Saite, welche man aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, oder die man in der Mitte ihrer Länge mit einem Fiedelbogen anstreicht, sind ganz von derselben Art. Die Schwingungen der Saite sind aber so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen als solche nicht mehr unterscheiden kann, dahingegen bringen sie nun einen Ton hervor. In Beziehung auf diesen Ton werden wir später die Schwingungen der Saite noch einmal zu betrachten haben.

Die Schwingungen eines nicht gar stark gespannten Seiles sind langsam genug, um sie zählen zu können; es hält aber schwer, auf die angegebene Weise eine ganz regelmäßige Oscillationsbewegung hervorzubringen, wenn man die Mitte des Seiles in der Richtung von unten nach oben aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, weil alsdann nicht allein die Elasticität des Seiles die Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurückführt, sondern auch die Schwere; wenn man aber die Mitte des Seiles nach der Rechten oder Linken aus der Gleichgewichtslage bringt, so ist die Bewegung theilweise eine förmliche Pendelbewegung, weil, wenn das Seil nicht sehr stark gespannt ist, die Mitte immer etwas herabhängt, spannt man es aber stärker, so werden die Schwingungen zu schnell, um sie einzeln unterscheiden zu können.

Am besten lassen sich die stehenden Schwingungen an einem Seile zeigen, wenn man das eine Ende desselben befestigt, das andere aber in der Hand hält und mit demselben mit gleichförmiger Geschwindigkeit kleine Kreise beschreibt. Wenn man die richtige Geschwindigkeit für die Bewegung der Hand gefunden hat, was während des Versuchs ganz leicht ist, so wird das Seil in eine solche Bewegung gerathen, daß die Mitte desselben

Digitized by Google

einen großen Kreis um ihre Gleichgewichtslage beschreibt. Alle anderen Punkte des Seiles drehen sich dann gleichfalls in Kreisen um ihre Gleichgewichtslage, nur sind die Kreise um so kleiner, je näher die Punkte den Enden des Seiles liegen.

Wenn man nun die Bewegung der Hand beschleunigt, so wird die Regelmäßigkeit der Bewegung des Seiles gestört, es ist aber leicht, die Geschwindigkeit der Hand so zu beschleunigen, daß sich in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt bildet. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann ganz in der Weise wie in dem vorigen Falle das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt größere Kreise als alle übrigen Punkte; hier bildet sich also ein Bauch. In unserer Figur haben wir zwei Bäuche und einen Knoten; so nennt man nämlich den ruhenden Punkt k, welcher die beiden schwingenden Theile scheidet.

Fig. 295.

Fig. 296.

Wenn l seine höchste Stellung erreicht, so erreicht m gleichzeitig seine tiefste, und umgekehrt.

Bei noch größerer Geschwindigkeit der Hand gelangt man leicht dahin, im Seile zwei Knoten und drei Bäuche zu erzeugen, wie dies Fig. 296 dargestellt ist.

Ebenso ist es möglich, daß sich das Seil in noch mehr Abtheilungen theilt, die immer durch einen Knotenpunkt getrennt sind.

Auch an gespannten Saiten lassen sich die Knotenpunkte beobachten. Fig. 297 stelle eine gespannte Saite dar, an welcher durch einen Steg ein Stück abgeschnitten wird, dessen Länge $\frac{1}{3}$ von der Länge der ganzen Saite beträgt, so also, daß durch den Steg die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der eine halb so groß ist als der andere. Wenn man nun das kleinere Stück mit dem Fiedelbogen anstreicht, so geräth auch das andere Stück in Vibrationen, und zwar so, daß sich ein Knoten in n und zwei Bäuche in v und v' bilden. Der Knoten läßt sich dadurch nachweisen, daß man an verschiedenen Stellen der Saite leichte Papierreiterchen aufsetzt, welche überall sonst abgeworfen werden, während sie auf den Knotenpunkten sitzen bleiben.

Fig. 297.

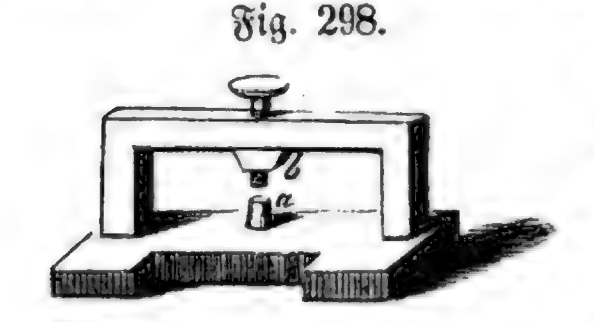
Wenn man den Steg so setzt, daß durch ihn die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der kleinere $\frac{1}{4}$ von der ganzen Länge der Saite ist, so bilden sich, wenn man diesen kleineren Theil mit dem Fiedelbogen anstreicht, zwei Knoten und drei Bäuche u. s. w.

In Platten, Glocken u. s. w. lassen sich ebenfalls stehende Schwin- 127

Digitized by Google

gungen hervorbringen. Um Platten vibriren zu machen, kann man die Zange, Fig. 298, anwenden, welche aber selbst sehr gut befestigt seyn muß.

Fig. 298.



Die Platte wird zwischen den Cylinder *a* und die Schraube *b* gebracht, welche beide mit einem Stückchen Kork oder Leder endigen. Wenn die Platte gehörig festgeschraubt ist, kann man die Vibrationen durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen hervorbringen.

Man kann auf diese Weise Platten von Holz, Glas, Metall u. s. w. in Schwingungen versetzen, sie mögen nun dreieckig, viereckig, rund, elliptisch u. s. w. seyn. Die vibrirenden Platten erzeugen ebenso wie die vibrirenden Saiten Töne, welche bald höher, bald tiefer sind. Man beobachtet ferner, daß sich die Platte für jeden dieser Töne in schwingende Theile und Ruhelinien oder Knotenlinien theilt. Im Allgemeinen wird die Ausdehnung der schwingenden Theile um so kleiner, die Knotenlinien also um so zahlreicher, je höher der Ton wird.

Um die Existenz dieser Knotenlinien nachzuweisen, streut man auf die obere Fläche der Tafel feinen trockenen Sand, welcher während des Tönens in die Höhe hüpft und niederfällt und sich endlich an den Knotenlinien anhäuft. Auf diese Weise entstehen die sogenannten Klangfiguren, deren Erfinder Chladni ist.

Savart hat ein sinnreiches Mittel ausgedacht, um auf eine vollständig correcte Weise diese Figuren aufzuheben, die man doch nur sehr schwer copiren könnte, wenn sie complicirt und verwickelt sind. Er wandte nämlich statt des Sandes Lacmus an, welches mit Gummi pulverisirt und zu einem Teige angemacht, von neuem pulverisirt und durchgesiebt wird, um Körnchen von gleicher und passender Dicke zu erhalten. Wenn dieses farbige und hygroskopische Pulver auf der Platte sich in den Knotenlinien angesammelt hat, so reicht es hin, auf die Platte ein etwas mit Gummiwasser befeuchtetes Blatt Papier zu legen und die Figur durch einen leichten Druck auf demselben zu fixiren. Auf diese Weise ist es Savart gelungen, mehrere hundert solcher Figuren derselben Platte zu sammeln, welche verschiedenen Tönen entsprechen.

Mit derselben Platte lassen sich, wie schon bemerkt, eine Menge verschiedener Figuren erzeugen, je nachdem man mit dem Bogen stärker oder schwächer, schneller oder langsamer streicht, oder je nachdem man den Unterstützungspunkt der Platte verändert und an verschiedenen Stellen des Randes streicht.

Es sind auf Seite 269, Fig. 299 bis 304 eine Reihe von Klangfiguren dargestellt, welche man mit einer quadratischen Platte erhält. Um z. B. das

Kreuz zu erhalten, dessen Arme die Mittelpunkte je zweier paralleler Seiten des Quadrats verbinden (die erste Figur), hat man die Mitte der Platte zu

Fig. 299. Fig. 300.

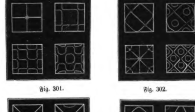
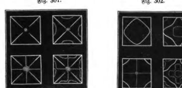


Fig. 301. Fig. 302.



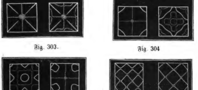
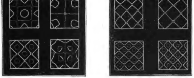


Fig. 303. Fig. 304



fixiren und an einem Eck zu streichen. Wenn man die Mitte der Platte fixirt und in der Mitte einer Seite des Quadrats streicht, erhält man ein Kreuz, dessen Arme die gegenüberliegenden Ecken des Quadrats verbinden, Fig. 301.

Digitized by Google

Dreieckige und vieleckige Platten geben ähnliche Erscheinungen.

Kreisförmige Platten geben auch unzählig viele Töne, und jedem derselben entspricht auch eine besondere Figur. Man unterscheidet diametrale, concentrische und gemischte Systeme.

Das diametrale System ist nur aus Durchmessern zusammengesetzt und theilt den Umfang in eine gerade Anzahl von Theilen. Am leichtesten erhält man die Fig. 305, welche aus zwei Durchmessern besteht; darauf folgen drei Durchmesser u. s. w.

Fig. 305.

An Metallscheiben von 3 bis 4 Decimeter Durchmesser beobachtet man oft 36 bis 40 Abtheilungen am Umfange. Es ist leicht einzusehen, warum bei dieser Theilungsart durch gerade Linien stets eine gerade Anzahl von Abtheilungen entstehen muß, denn 1) ist klar, daß die Schwingungen aller Abtheilungen im Einklange seyn müssen, d. h. sie müssen alle in gleicher Zeit gleichviel Schwingungen machen, und da sie gleiche Länge haben, so muß auch ihre Ausdehnung dieselbe seyn; 2) müssen die neben einander liegenden Abtheilungen entgegengesetzte Bewegungen haben, und dies ist bei einer ungeraden Anzahl von Abtheilungen nicht möglich.

Bei dem concentrischen Systeme bilden die Knotenlinien Kreise, deren Mittelpunkt in die Mitte der Scheibe fällt. Der einfachste Fall ist der einer einzigen Knotenlinie, Fig. 306. Um diese Figuren hervorzubringen, nahm Chladni Platten von großem Durchmesser, die in der Mitte ein 4 bis 5 Millimeter weites rundes Loch hatten, durch welches man nach Art eines Fiedelbogens ein Bündel Roßhaare hin- und herzieht. Die Platte braucht nur in einigen der Punkte unterstützt zu seyn, durch welche die Knotenlinie gehen soll.

Fig. 306. Fig. 307.

Fig. 308.

Das zusammengesetzte System besteht aus diametralen Linien, welche mehr oder weniger gebogen, und Kreisen, die ebenfalls

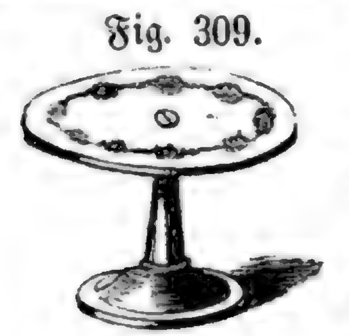
Google

mehr oder weniger verändert sind. Um solche Figuren zu erhalten, ist immer einige Geschicklichkeit nöthig; das Princip besteht darin, mit den Fingern auf mehrere der Punkte zu drücken, durch welche die Knotenlinien gehen sollen. In Fig. 308 sind mehrere solcher zusammengesetzten Klangfiguren dargestellt.

Savart hat auch die Klangfiguren runder Platten studirt und hat z. B. gefunden, daß die diametralen Linien sich nicht bis zur Mitte fortpflanzen, wenn ihre Anzahl etwas groß wird. Nach Strehlke sind überhaupt alle Knotenlinien gekrümmt, die scheinbar geraden Linien in manchen dieser Figuren sind nur Zweige hyperbolischer Curven.

Eine höchst merkwürdige von Savart aufgefundene Thatsache ist die Verrückung der Knotenlinien. Wenn man eine sorgfältig gearbeitete Messingplatte von ungefähr 4 Decimeter Durchmesser und 2 bis 3 Millimeter Dicke in der Weise befestigt, wie man Fig. 309 sieht, und, nachdem man semen lycopodii, welches weit leichter ist als Sand, darauf gestreut hat, mit einem Fiedelbogen am Rande streicht, so beobachtet man, für gewisse tiefe und volle Töne, welche einer diametralen Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen entsprechen, daß die Knotenlinien nicht fest bleiben; sie erleiden eine entschiedene Oscillationsbewegung, und wenn man mit der Bewegung des Fiedelbogens fortfährt, gelangt man selbst dahin, ihnen eine continuirliche Rotationsbewegung zu ertheilen, so daß das Pulver eine Art Wirbel bildet, welcher in einer bestimmten Entfernung vom Umfange der Scheibe, dem er parallel bleibt, die Ebene der Scheibe durchläuft. Savart erklärt diese interessante Erscheinung auf folgende Weise: In den Scheiben, sie mögen noch so gut gearbeitet seyn, ist die Elasticität nicht nach allen Richtungen dieselbe; es giebt zwei Durchmesser, von welchen einer der größten, ein anderer der kleinsten Elasticität entspricht. Wenn man nun mit dem Fiedelbogen an einer solchen Stelle anstreicht, daß die Knotenlinien auf diese Durchmesser fallen, so bleiben die Knotenlinien unbeweglich, wenn man aber an einem anderen Punkte anstreicht, so sind die Bewegungen, welche der Fiedelbogen an dem Rande der Scheibe hervorbringt, unsymmetrisch, und die Knotenlinien, welche sich bilden, haben ein Bestreben, in die erste Lage zurückzukehren, und deshalb oscilliren sie um diese Lage, oder sie drehen sich continuirlich, wenn die hinlänglich großen Excursionen der Scheibe ihnen eine hinreichende Amplitude geben, damit sie ihre Ruhelage verlassen können.

Fig. 309.

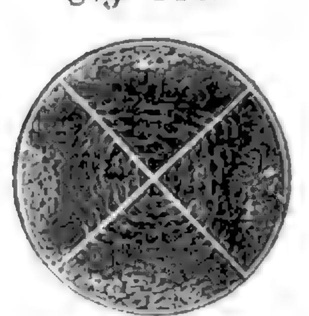


Die Glocken machen in der Regel normale Schwingungen, wie die Platten, und theilen sich auch durch Knotenlinien, welche sehr unregelmäßig

seyn können. Um sich von diesen Knotenlinien eine Vorstellung zu machen, braucht man nur Wasser oder Quecksilber in eine Glocke oder ein großes Glas mit einem Fuße zu gießen und den Rand mit einem Fiedelbogen anzustreichen; man sieht dann, daß sich die Oberfläche der Flüssigkeit abtheilt, wie man z. B. Fig. 310 und Fig. 311 sieht, wo zwei einander rechtwinklig schneidende Knotenlinien deutlich wahrzunehmen sind.

Fig. 310.

Fig. 311.



Es ist klar, daß alle festen Körper ebenso wie Stäbe und Platten vibriren können, und daß sie sich dabei durch Knotenflächen, welche mehr oder weniger unregelmäßig sind, abtheilen. Wenn also ein Block von Holz, Stein oder Eisen durch den Schlag eines Hammers ertönt, so entstehen in der Masse desselben sicherlich Systeme verdünnter und verdichteter Wellen, wie in einer Luftsäule, nur sind sie um so kürzer, je weniger compressibel die Materie ist. Es hat aber große Schwierigkeiten, nur einigermaßen bedeutende Massen in Schwingungen zu versetzen und von ihnen reine und anhaltende Töne zu erhalten, und ohne Zweifel sind deshalb bis jetzt nur sehr wenig Versuche über diesen Gegenstand gemacht worden. Massen von verschiedener Substanz und verschiedener Form würden sicherlich auf ihrer Oberfläche Knotenlinien zeigen, welche ein treffliches Mittel bieten könnten, um die Structur und die Elasticität dieser Körper zu studiren.

128 **Wirkung der Luft auf die Knotenlinien.** Faraday hat beobachtet, daß die Knotenlinien, welche man im leeren Raume erhält, nicht immer mit den in der Luft erhaltenen übereinstimmen, namentlich wenn man Bärlappsamen (semen lycopodii) anwendet. Savart hat dies durch mehrere entscheidende Versuche bestätigt und zugleich die wahre Ursache dieser Differenz angegeben. Eine Platte von bestimmter Breite kann in der Luft nicht schwingen, ohne daß sich zu beiden Seiten der Knotenlinien kleine eigenthümliche Wirbel bilden, welche leichten Staub mit in die Höhe nehmen und da niederfallen lassen, wo sie einander treffen und wo ihre Geschwindigkeit gegen die Platte drückt. Wenn man z. B. das Ende eines breiten Streifens in Wasser taucht, welcher in der Weise schwingt, daß er eine Knotenlinie in der Mitte seiner Länge hat, so sieht man deutlich vermittelst Staubtheilchen, welche auf dem Wasser schwimmen, einen doppelten Wirbel, Fig. 312. Was aber im Wasser vorgeht, findet auch in der Luft Statt, und man begreift, daß, wenn die

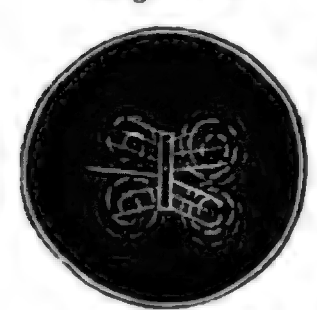


Fig. 312.

Knotenlinien sich kreuzen, die gegen einander wirkenden Wirbel sich gegenseitig modificiren müssen, und daraus ergeben sich supplementäre Knotenpunkte oder Knotenlinien, auf welchen sich der feine Staub absetzt, obgleich unter diesen scheinbaren Ruhepunkten Schwingungen stattfinden. Diese supplementären Punkte und Linien verschwinden nun im leeren Raume.

Vibrationen solcher Körper, welche nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität haben. 128 Savart hat über diesen Gegenstand zwei interessante Abhandlungen publicirt (Ann. de Chim. et de Phys. T. 40), von denen wir nur einen gedrängten Auszug geben können.

Savart bemerkte zuerst, daß, wenn man eine homogene elliptische Platte von Glas oder Metall vibriren läßt, das System zweier zu einander rechtwinkligen Knotenlinien stets mit den beiden Axen $a\,a'$ und $b\,b'$ der Ellipse zusammenfällt.

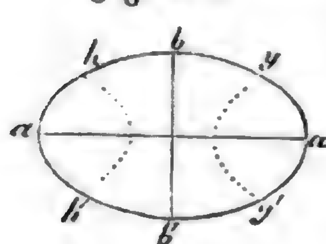


Fig. 313.

Wenn man mit aller Gewalt das System verrücken will, indem man an den Enden dieser Axen streicht, so wird es allerdings verrückt, aber zugleich verändert, denn es geht in eine Art Hyperbel, $h\,h'$ und $y\,y'$, über, deren Hauptaxe mit der großen Axe der Ellipse zusammenfällt; in diesem Falle giebt die Platte den tiefsten Ton.

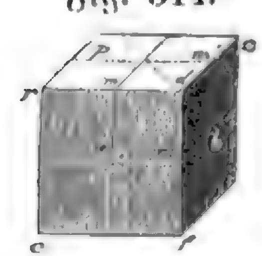
Um die Ellipse nach der Richtung $a\,a'$ zu biegen, hat man eine größere Kraft nöthig, als wenn man sie nach der Richtung $b\,b'$ biegen will; die Hauptaxe der Hyperbel fällt also mit der Richtung zusammen, welche der Biegung den größten Widerstand leistet.

Eine kreisförmige Platte von Messing zeigt ähnliche Erscheinungen, wenn man ihre Elasticität in einer Richtung durch mehrere parallele Feilstriche vermindert, welche die Dicke etwas vermindern. Wenn die Platte in diesem Zustande ist, fällt das diametrale System zweier rechtwinkligen Linien immer so, daß die eine Knotenlinie der Richtung der Feilstriche parallel ist, während die andere darauf rechtwinklig steht; wenn man aber an diesen Punkten streicht, so bildet sich ebenfalls eine Hyperbel, deren Hauptaxe in der Richtung liegt, welche der Biegung den größten Widerstand leistet

Um die Erscheinungen zu studiren, welche Platten zeigen, deren Elasticität sich allmälig ändert, hat Savart eine Menge kreisförmiger Platten aus Holz geschnitten, deren Flächen mit der Ebene der Fasern parallel oder mehr oder weniger gegen dieselbe geneigt sind. Es stelle z. B. $c\,c'$, Fig. 314, einen Würfel von Hainbuchenholz dar, an welchem die Fläche p parallel mit der Ebene der Fasern, t parallel mit den Fasern, aber rechtwinklig auf ihre Ebene und b senkrecht auf die Fasern (aufs Hirn) ist. Wenn man mehrere solcher ganz gleicher Würfel aus demselben

Stamm geschnitten hat, so kann man aus ihnen Platten von gleicher Dicke und gleichem Durchmesser machen, die man als aus demselben Würfel genommen betrachten kann. Man schneidet solche Platten parallel mit der Fläche p, parallel mit t, mit b, dann in der Richtung pm, pm', pd u. s. w. Indem nun Savart solche Platten vibriren ließ, um entweder das einfache diametrale System oder die Hyperbeln zu erhalten, fand er merkwürdige Beziehungen zwischen der Lage dieser Systeme und der Richtung der verschiedenen Elasticitätsaxen im Hainbuchenholze. Er erkannte, daß die Schwingungszahl nur indirect mit der Abtheilungsart zusammenhängt; denn zwei ähnliche Knotenfiguren können von verschiedenen Tönen herrühren, und umgekehrt bringt derselbe Ton oft ganz verschiedene Figuren hervor.

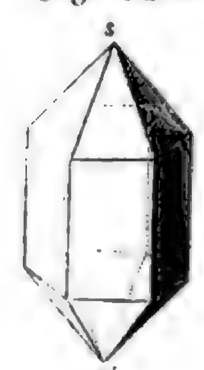
Fig. 314.



Indem Savart drei kleine prismatische Stäbe mit quadratischer Basis schwingen ließ, die aus solchen Würfeln nach den Richtungen $d\,c'$, $d\,f$ und $d\,r$ geschnitten waren, leitete er aus den hervorgebrachten Tönen das Verhältniß des Widerstandes ab, welches das Hainbuchenholz nach diesen drei auf einander rechtwinkligen Richtungen einer Biegung entgegensetzt; er fand, daß, wenn man diesen Widerstand nach der Richtung $d\,c'$ zur Einheit nimmt, der Widerstand in der Richtung $d\,r$ gleich 2,25, nach der Richtung $d\,f$ aber gleich 16 ist.

Aehnliche Versuche wurden mit Bergkrystall gemacht. Es ist bekannt, daß dieser Körper in sechsseitigen Säulen krystallisirt, welche durch sechsseitige Pyramiden begränzt sind, Fig. 315; die Linie $s\,s'$, welche die Gipfel der Pyramiden verbindet, ist die Axe des Krystalls. In solchen Platten nun, welche senkrecht auf diese Axe geschnitten sind, kann das System der beiden diametralen rechtwinklichen Knotenlinien ohne merkliche Veränderung jede beliebige Lage annehmen, woraus hervorgeht, daß die Elasticität nach allen Richtungen rechtwinklig auf die Axe $s\,s'$ dieselbe ist.

Fig. 315.



Solche Platten, welche parallel mit der Axe geschnitten sind, haben nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität. Wenn sie nach einer Richtung geschnitten sind, welche den Winkel zweier an einander stoßenden Säulenflächen halbirt, also z. B.

Fig. 316.

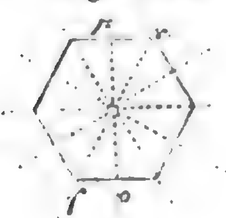


Fig. 317.

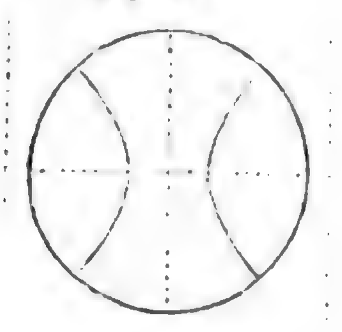
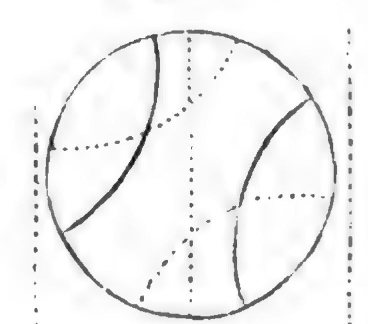


Fig. 318.



nach der Richtung *f c*, Fig. 316, so geben sie die rechtwinkligen Knotenlinien oder das hyperbolische System, Fig. 317; wenn sie aber nach einer Richtung geschnitten sind, welche auf der Ebene einer Säulenfläche rechtwinklig steht, wie *p o*, so kann man nur zwei einander ähnliche hyperbolische Systeme erhalten, Fig. 318, welche jedoch verschiedenen Tönen entsprechen. Der Winkel, welchen die Axen dieser Hyperbeln mit einander machen, beträgt 51 bis 52 Grad.

Platten, die nach anderen Richtungen geschnitten sind, geben noch andere Resultate.

Fortpflanzung des Schalles durch die Luft. Die Vibrations- 129
bewegung irgend eines Körpers, welcher rings von Luft umgeben ist, bringt in derselben eine Wellenbewegung hervor, welche, bis zu unserm Ohre fortgepflanzt, die Empfindung des Schalles hervorbringt. In der Regel ist es freilich die Luft, in welcher sich die Schallwellen bis zu unserm Gehörorgane fortpflanzen, doch sind auch alle anderen elastischen Körper, feste sowohl wie flüssige, fähig, den Schall mehr oder weniger gut zu leiten, durch das Vacuum aber pflanzt sich der Schall nicht fort.

In die Mitte des Tellers der Luftpumpe legte man ein kleines Kissen von Wolle oder Kattun, auf welches man ein Uhrwerk setzt, welches mit einem Glöckchen versehen ist und ausgelöſ't werden kann. Alsdann wird eine Glocke aufgesetzt, welche oben mit einer Lederbüchse versehen ist, durch welche ein Stäbchen hindurchgeht; das Stäbchen wird nun gedreht, um dadurch das Uhrwerk auszulösen. Augenblicklich beginnt die Uhr zu gehen, der Hammer schlägt in Zwischenräumen auf die Glocke, man hört aber nichts, wenn vorher die Glocke luftleer gemacht worden war. Läßt man nun die Luft allmälig wieder eintreten, so unterscheidet man alsbald den Ton, welcher stärker und stärker wird, wenn sich die Glocke mehr und mehr mit Luft füllt. Der Schall kann sich also nicht durch den leeren Raum fortpflanzen.

Der größte Lärm auf der Erde kann sich demnach nicht über die Gränzen unserer Atmosphäre verbreiten, dagegen kann aber auch von keinem andern Himmelskörper nur das mindeste Geräusch bis zu unserer Erde dringen; die furchtbarsten Explosionen könnten auf dem Monde stattfinden, ohne daß wir davon etwas hören.

Saussure sagt, daß auf dem Gipfel des Montblanc ein Pistolenschuß weniger Geräusch macht, als wenn man in der Ebene ein kleines Kanönchen losschießt, und Gay-Lussac fand, mit seinem Ballon in einer Höhe von 7000 Metern, also in einer sehr verdünnten Luft schwebend, daß die Intensität seiner Stimme ungemein abgenommen hatte.

Nicht in der Luft allein, sondern in allen Gasen und Dämpfen kann sich der Schall verbreiten. Um sich davon zu überzeugen, hängt man in einem großen Ballon ein Glöckchen an ungedrehten Hanffäden auf

Fig. 319.

(Fig. 319). Macht man den Ballon luftleer, so hört man das Glöckchen nicht mehr, sobald man aber einige Tropfen einer flüchtigen Flüssigkeit, etwa Aether, in den Ballon bringt, bilden sich augenblicklich Dämpfe, und der Ton wird wieder hörbar.

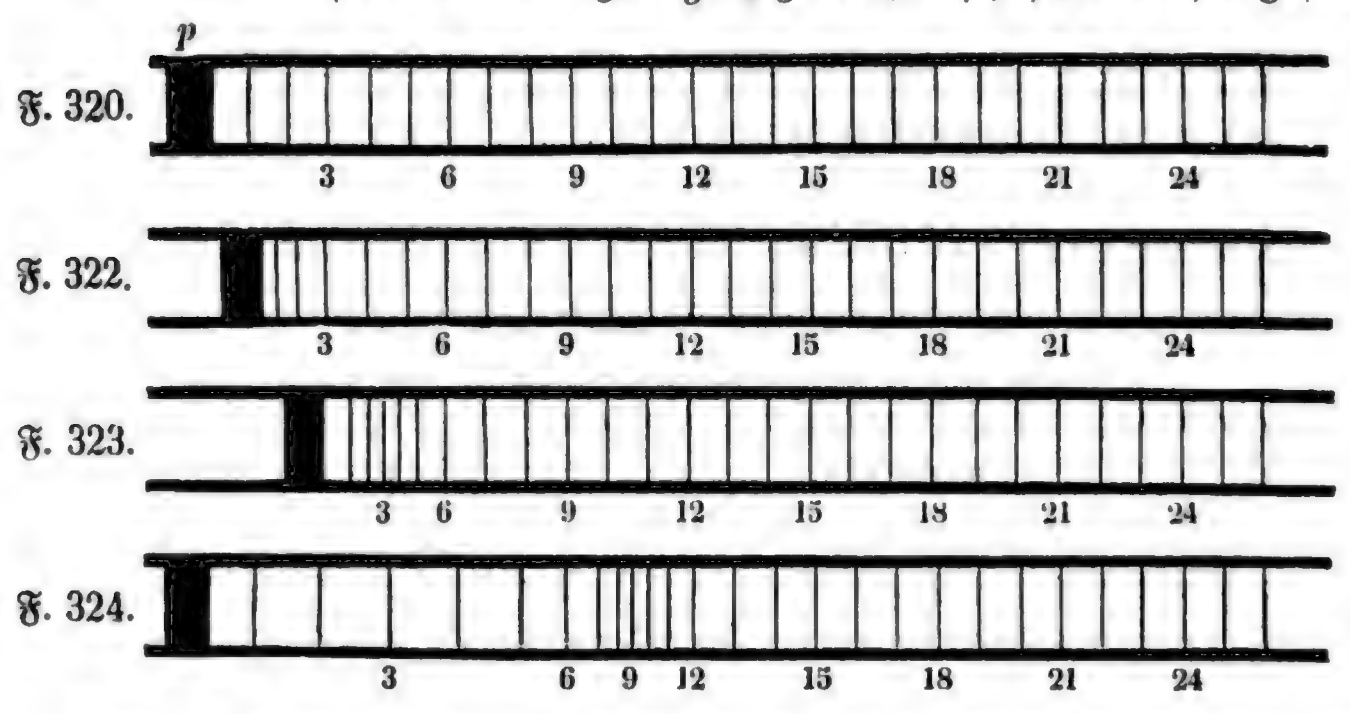
Im Wasser pflanzt sich der Schall sehr gut fort, die Taucher hören, was am Ufer gesprochen wird, und am Ufer hört man deutlich, wenn in großen Tiefen zwei Steine an einander geschlagen werden.

Die festen Körper endlich können den Schall nicht allein erzeugen, sondern auch fortpflanzen. Wenn man dem einen Ende eines 20 bis 25 Meter langen Balkens das Ohr nähert, so hört man deutlich, wenn am andern Ende nur schwach angeklopft wird, wenngleich das Geräusch in der Luft so schwach ist, daß es selbst der kaum hört, welcher es hervorgebracht hat.

Um die Art und Weise, wie sich die Schallschwingungen in der Luft fortpflanzen, anschaulich zu machen, wollen wir uns denken, daß die Luft in einer an einem Ende offenen Röhre durch die Oscillationen eines am andern Ende angebrachten Kolbens in Schwingungen versetzt wird.

Fig. 321.

In Fig. 320 ist eine solche Röhre dargestellt, die gleichweit von einander stehenden Striche stellen einzelne Schichten der überall gleich dichten Luft dar; p ist der Kolben. Dieser Kolben soll um die Länge $a\,g$, Fig. 321, rasch hin und her gehen.



Eine solche oscillatorische Bewegung kann nicht gleichförmig seyn, wie dies schon früher bemerkt wurde. Denken wir uns die Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange, also von a nach g und von g zurück nach a, braucht, in 12 gleiche Theile getheilt, so legt er im ersten dieser Zeittheilchen den Weg $a\,b$, im zweiten den Weg $b\,c$, im dritten den Weg $c\,d$ u. s. w. zurück; die anfangs langsame Bewegung nimmt also

an Geschwindigkeit zu, sie ist am Ende des dritten Zeittheilchens am größten, sie wird 0 am Ende des sechsten, in welchem Augenblicke der Kolben am rechten Endpunkte seiner Bahn anlangt und von wo die rückgängige Bewegung des Kolbens beginnt.

Die Punkte *b*, *c*, *d* u. s. w. erhält man, wenn man einen Kreis zieht, dessen Durchmesser *a g* der Oscillationsamplitude gleich ist, wenn man den Umfang dieses Kreises in 12 gleiche Theile theilt und von den Theilungspunkten Perpendikel auf *a g* fällt.

Diese Bewegung des Kolbens pflanzt sich nun nach und nach auf alle die einzelnen Luftschichten der Röhre fort, jede derselben wird nach einiger Zeit dieselben Oscillationen machen wie der Kolben selbst, sie wird aber diese Bewegung um so später beginnen, je weiter sie von dem Kolben entfernt ist.

Wenn die Luft vollkommen unelastisch und starr wäre, so würde durch die Bewegung des Kolbens die ganze Luftsäule in der Röhre fortgeschoben werden, alle einzelnen Luftschichten würden gleichzeitig dieselbe Bewegung, und zwar die des Kolbens, haben; die Luft ist aber elastisch, die Bewegung pflanzt sich nur nach und nach fort, und zwar dadurch, daß die dem Kolben zunächst liegenden Schichten erst comprimirt werden und dann vermöge ihrer Elasticität erst auf die folgenden wirken.

Betrachten wir den Zustand der Luftsäule in dem Moment, in welchem der Kolben nach dem Beginne der Bewegung die Hälfte seines Weges nach der rechten Seite hin zurückgelegt, in welchem er also um die Länge *a d* von seiner ursprünglichen Lage entfernt, also in der Stellung Fig. 322 angekommen ist, so sehen wir, daß sich die Bewegung erst bis zu einer mit 3 bezeichneten Luftschicht fortgepflanzt hat, d. h. die Luftschicht 3 befindet sich noch an ihrer ursprünglichen Stelle, die Luft zwischen dem Kolben und der Luftschicht 3 ist zusammengedrückt, und dadurch wird nun auch diese Luftschicht 3 fortgedrückt, welche eben ihre Bewegung beginnt.

Die Luftschichten 1 und 2 (die Zahlen sind zwar in der Figur nicht beigeschrieben, weil wohl kein Zweifel seyn kann, welche gemeint sind) haben ihre Bewegung auch später begonnen als der Kolben, sie sind also auch noch nicht so weit von ihrer ursprünglichen Lage entfernt wie der Kolben. Die Luftschicht 1 begann ihre Bewegung um $^1/_{12}$, die Luftschicht 2 um $^2/_{12}$ der Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange braucht, später als dieser, deshalb ist 1 um die Entfernung *a c*, 2 aber erst um die Entfernung *a b* von ihrer ursprünglichen Lage verrückt.

Auf diese Weise ergiebt sich die gegenseitige Lage der Luftschichten zwischen 3 und dem Kolben, wie sie die Fig. 322 zeigt.

Fig. 323 zeigt den Kolben in dem Moment, in welchem er das rechte Ende seiner Bahn erreicht hat, also um die Länge *a g* von seiner ursprünglichen Lage entfernt ist. Die Bewegung hat sich unterdessen

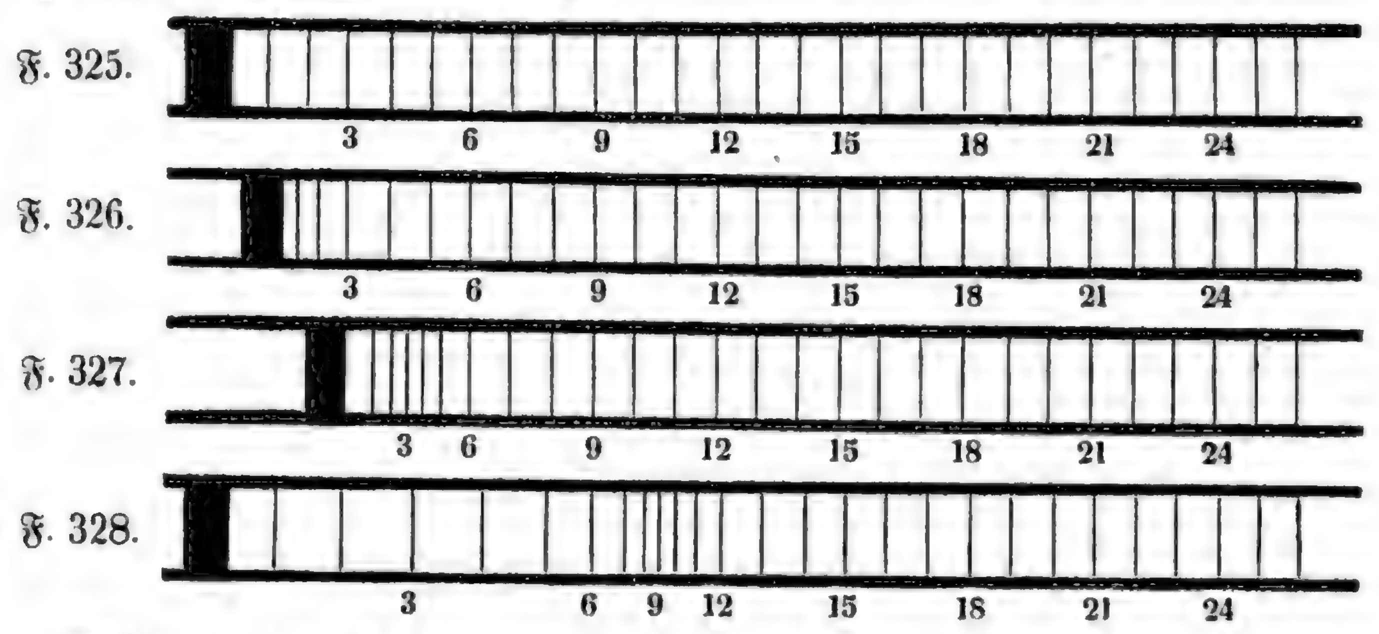
bis zur Luftschicht 6 fortgepflanzt, welche eben ihre Bewegung beginnt.

Der Kolben ist eben zur Ruhe gekommen, um seine rückgängige Bewegung anzufangen, 3 aber hat in seiner Bewegung von der Linken zur Rechten eben seine größte Geschwindigkeit.

Die	Luftschicht	1	ist	um	die	Länge	*af*
»	»	2	»	»	»	»	*ae*
»	»	3	»	»	»	»	*ad*
»	»	4	»	»	»	»	*ac*
»	»	5	»	»	»	»	*ab*
»	»	6	»	»	»	»	0

von ihrer ursprünglichen in Fig. 320 dargestellten Lage entfernt, und daraus ergiebt sich die gegenseitige Lage der Schichten, wie sie in Fig. 323 verzeichnet ist. Bei 3 findet die stärkste Verdichtung der Luft Statt.

Während nun der Kolben von der Stellung Fig. 327 zu seiner ursprünglichen Lage zurückkehrt, pflanzt sich die Bewegung bis zur Luftschicht 12 fort; diese Luftschicht beginnt ihre Bewegung zum ersten Male in demselben Augenblicke, in welchem der Kolben zum zweiten Male nach der Rechten zu gehen beginnt. Diese Lage der einzelnen Luftschichten zwischen 12 und dem Kolben, wie sie in Fig. 328 dargestellt ist, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.



Während der Kolben und die Luftschicht 12 ihre ursprüngliche Lage einnehmen und momentan in Ruhe sind, sind alle zwischenliegenden Luftschichten von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; alle Luftschichten zwischen dem Kolben und 6 haben eine rückgängige Bewegung von der Rechten zur Linken, diejenigen zwischen 6 und 12 gehen von der Linken zur Rechten.

Die	Luftschicht	1	ist	um	die	Länge	*ab*
»	»	2	»	»	»	»	*ac*
»	»	3	»	»	»	»	*ad*
»	»	4	»	»	»	»	*ae*
»	»	5	»	»	»	»	*af*

die	Luftschicht	6	ist	um	die	Länge	*a g*
»	»	7	»	»	»	»	*a f*
»	»	8	»	»	»	»	*a e*
»	»	9	»	»	»	»	*a d*
»	»	10	»	»	»	»	*a c*
»	»	11	»	»	»	»	*a b*
»	»	12	»	»	»	»	0

von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; daraus ergiebt sich, daß bei 9 die stärkste Verdichtung, bei 3 aber die stärkste Verdünnung der Luft stattfindet; die Luftschicht 3 hat eben ihre größte Geschwindigkeit nach der Linken, die Luftschicht 9 hat ihre größte Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin.

Fig. 329.

Wenn nun der Kolben in Ruhe bliebe, so würde zunächst die Luftschicht 1, dann 2, 3, 4 u. s. w. in ihrer ursprünglichen Lage wieder ankommen, um daselbst ebenfalls in Ruhe zu bleiben, während die Bewegung sich nach der rechten Seite fortpflanzt; in dem Moment z. B., in welchem 3 in seiner ursprünglichen Lage wieder ankommt, wird sich die Bewegung bis 15 fortgepflanzt haben, das Maximum der Verdichtung wird bei 12, das Maximum der Verdünnung wird bei 6 ankommen; in dem Augenblicke, in welchem 12 wieder in seine ursprünglichen Lage ankommt, ist das Maximum der Verdünnung bis 15, das Maximum der Verdichtung bis 21 fortgeschritten, die Luftschicht 24 beginnt aber eben sich nach der Rechten zu bewegen u. s. w.

Vom Kolben bis 12 ist eine, von 12 bis 24 eine zweite Welle, denn die Länge einer Welle ist ja die Entfernung zweier Theilchen, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden; der Kolben und die Luftschichten 12 und 24 beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der Rechten; sie durchlaufen ihren Weg nach der rechten Seite hin und wieder zurück stets in gleichen Zeiten und in gleicher Weise.

Jede Welle besteht aus einem verdünnten und einem verdichteten Theile; ersterer entspricht dem Wellenthale, letzterer dem Wellenberge der Wasserwellen.

Die Entfernung von einem Dichtigkeitsmaximum zum nächsten, also von 9 bis 21, sowie auch von einem Maximum der Verdünnung, also von 3 bis 15, ist ebenfalls eine Wellenlänge.

Fig. 329 bezieht sich auf den Moment, wo der Kolben zum dritten Male seine Oscillation vollendet, wo er also drei vollständige sich einander folgende fortschreitende Wellen erzeugt hat.

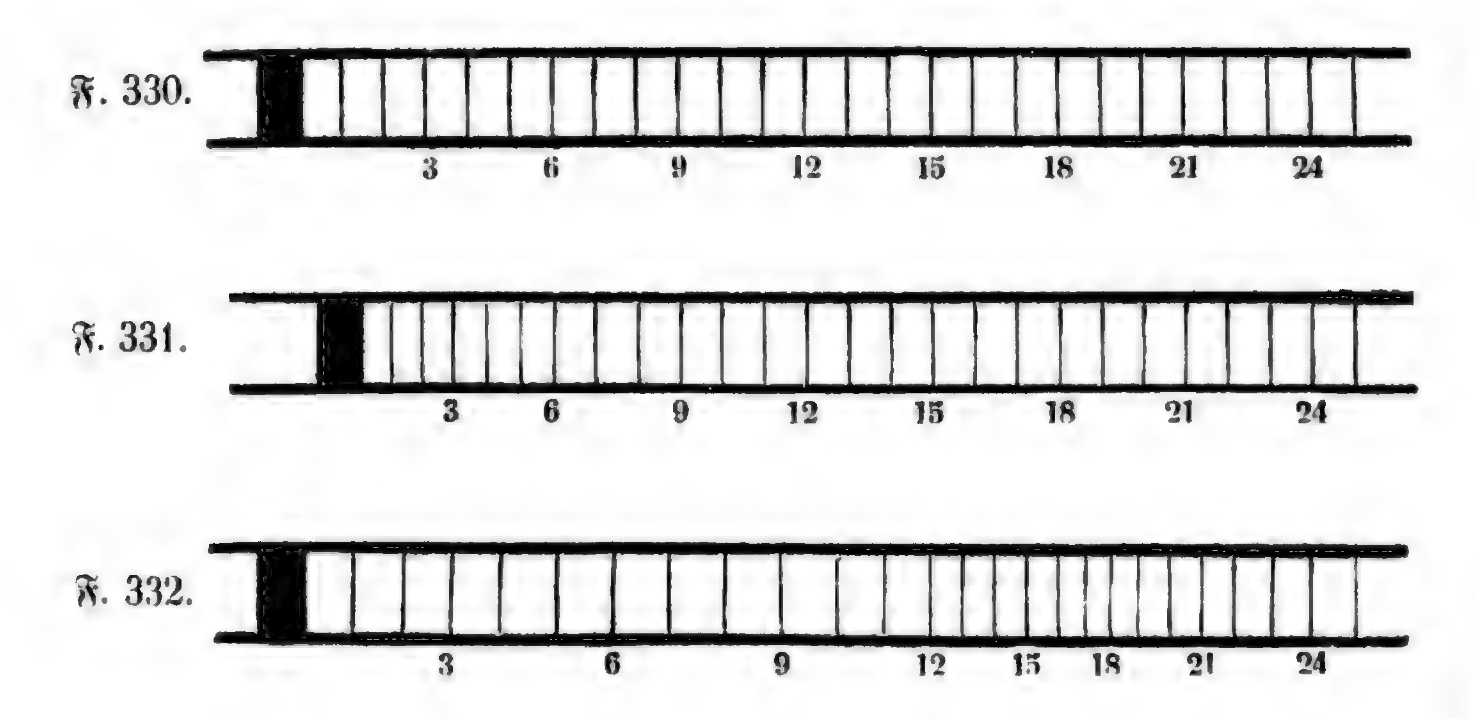
In dieser Figur sind immer diejenigen Luftschichten, welche sich nach derselben Richtung bewegen, mit einer Klammer zusammengefaßt. Die Mitte einer Klammer entspricht immer einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung; die hier befindlichen Luftschichten haben eben ihre größte Geschwindigkeit entweder nach der Rechten, oder nach der Linken. Die Luftschichten, welche da sich befinden, wo zwei Klammern zusammentreffen, befinden sich momentan in Ruhe, indem sie sich gerade am rechten oder am linken Ende der Bahn befinden, welche sie während ihrer Oscillationen hin und her durchlaufen.

Um den Zusammenhang zwischen der oscillirenden Bewegung der einzelnen Luftschichten und der dadurch hervorgebrachten fortschreitenden Bewegung der Wellen recht anschaulich zu machen, kann man sich der sogenannten Wunderscheibe (Phenakistoskop) bedienen, welche später, wenn von der Dauer des Lichteindrucks die Rede seyn wird, beschrieben werden soll.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen in der Luft fortpflanzen, ist unabhängig von der Oscillationsgeschwindigkeit des Kolbens und der einzelnen Luftschichten. Wenn z. B. der Kolben zu einer Oscillation, also zu einem Hin- und Hergange, eine doppelt so große Zeit brauchte als in dem vorher betrachteten Falle, so würde doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen unverändert dieselbe bleiben.

Wir wollen die Fortpflanzung der Wellen für die eben erwähnte geringe Oscillationsgeschwindigkeit des Kolbens etwas näher betrachten.

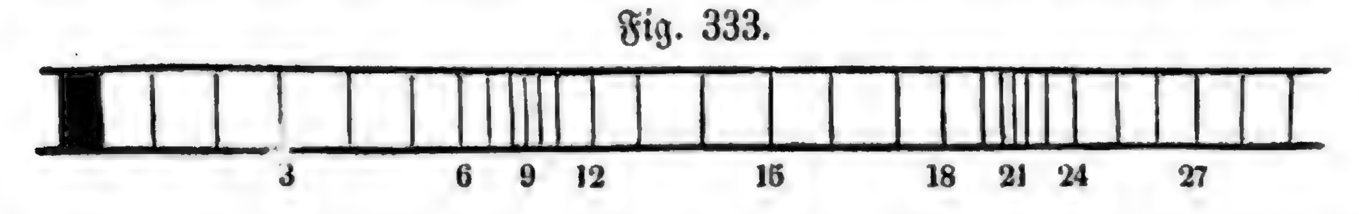
In derselben Zeit, während welcher in dem vorher betrachteten Falle der Kolben eine halbe Oscillation vollendet, also, von seiner ursprünglichen Lage ausgehend, seine Bahn von der Linken zur Rechten durchläuft und so aus der Stellung Fig. 325 in die Fig. 327 übergeht, wird der Kolben, im Falle er, um eine Oscillation zu vollenden, die doppelte Zeit braucht, nur die Hälfte dieses Weges zurücklegen, also in der Stel-



lung Fig. 331 ankommen. In gleichen Zeiten pflanzt sich aber die Bewegung im gleichen Raume fort; in dem Moment, in welchem beim vorigen Fall der Kolben in der Stellung Fig. 323 angekommen war, hatte sich die Bewegung bis 6 fortgepflanzt; ebenso weit pflanzt sie sich nun jetzt in derselben Zeit fort, während welcher der Kolben nur einen halb so großen Weg zurückgelegt hat.

Um mit der halb so großen Oscillationsgeschwindigkeit eine vollständige Oscillation zu vollenden, ist so viel Zeit nöthig, als der Kolben bei doppelter Oscillationsgeschwindigkeit braucht, um zwei Oscillationen zu vollenden. Nach zwei Oscillationen hatte sich aber bei dem vorher betrachteten Falle die Bewegung bis zur Luftschicht 24 fortgepflanzt, ebenso weit pflanzt sie sich in derselben Zeit fort, wenn während derselben der Kolben eine Oscillation vollendet; im letztern Falle liegt aber zwischen dem Kolben und der Luftschicht 24 nur eine Welle (Fig. 332), während im erstern Falle (Fig. 333) zwei Wellenlängen zwischen denselben Gränzen liegen.

Fig. 333.



Da, wie alsbald anzuführende Versuche zeigen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Luftwellen unabhängig ist von der Zeit, während welcher jedes einzelne Theilchen eine Oscillation vollendet, da aber die Wellenlänge die Entfernung ist, um welche die Welle fortschreitet, während eine einzelne Luftschicht eine vollständige Oscillation vollendet, so ist klar, daß die Wellenlänge in demselben Verhältnisse zunimmt, in welchem die Oscillationsdauer der einzelnen Lufttheilchen wächst. Wenn der Kolben und mithin auch die folgenden Luftschichten zu einer Oscillation, also zu einem Hin- und Hergange, die doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. Zeit brauchen, so wird auch die Wellenlänge zwei-, drei-, vier- u. s. w. mal so groß geworden seyn.

Wir haben hier der Einfachheit wegen die Fortpflanzung der Luftwellen in einer Röhre betrachtet, ganz in derselben Weise pflanzen sich aber auch die Wellen in freier Luft von den oscillirenden Körpern nach allen Seiten hin fort, sowie sich um die Stelle des Wassers, in welche der Stein hineingefallen ist, kreisförmige Wellen bilden, so bilden sich um den oscillirenden Körper kugelförmige Luftwellen.

Wir haben nun gesehen, auf welche Weise der Schall (Schall nennen wir alle Wirkungen auf unser Gehörorgan) entsteht und fortgepflanzt wird; die Eindrücke aber, welche unser Gehör empfindet, sind sehr verschiedener Art. Der Schall, welchen man wahrnimmt, wenn durch einen

plötzlichen, nicht wiederkehrenden Stoß, etwa durch eine Explosion, eine starke Verdichtung der Luft hervorgebracht wird, welche dann auf die bekannte Weise fortschreitet, ohne daß weitere Wellen nachfolgen, heißt Knall, der Schall dagegen, welcher durch regelmäßige Oscillationen erzeugt und durch regelmäßig auf einander folgende einander gleiche Wellen fortgepflanzt wird, heißt Ton. Wenn die Wellenbewegung, welche den Schall zum Ohre fortpflanzt, mehr und mehr unregelmäßig wird, so geht der Ton in Geräusch über.

Die Töne selbst zeigen aber unter sich auch sehr große Verschiedenheiten, unter denen vor allen die Verschiedenheit zwischen hohen und tiefen Tönen zu merken ist. Der Ton ist um so höher, je kleiner die Oscillationsdauer des Körpers ist, welcher ihn erzeugt, je kürzer die Luftwellen sind, welche ihn fortpflanzen. So entsprechen die Luftwellen Fig. 329 einem höheren Ton als die Fig. 332.

Die Intensität der Töne hängt nicht von der Oscillationsdauer und der Wellenlänge, sondern von der Oscillationsamplitude ab; je größer die Oscillationsamplitude des tönenden Körpers ist, desto bedeutender ist der Grad der Verdichtung und der nachfolgenden Verdünnung der Luftwellen, welche den Ton fortpflanzen.

Der Klang, der Charakter der Töne ist weit schwieriger zu definiren als die Intensität; bei gleicher Tonhöhe ist der Charakter des Tones einer Violine sehr von dem einer Flöte verschieden; die Physiker sind auch selbst über die Ursache dieser Verschiedenheit nicht ganz einig, es ist aber sehr wahrscheinlich, daß der Klang von der Ordnung abhängt, in welcher sich die Geschwindigkeiten und die Veränderungen der Dichtigkeit in den verschiedenen zwischen den beiden Enden der Welle liegenden Luftschichten folgen, und daß in vielen Fällen die verdichteten und verdünnten Theile der Welle unsymmetrisch seyn können.

130 **Geschwindigkeit des Schalls.** Alle Töne, welches auch ihre Höhe oder Tiefe, ihre Intensität und ihr Klang seyn mag, verbreiten sich in der Luft mit gleicher Geschwindigkeit, denn wenn verschiedene Beobachter in verschiedenen Entfernungen dasselbe Concert anhören, so hören sie genau denselben Tact, dieselbe Harmonie. Wenn etwa die tiefen Töne den hohen voraneilten, so würde bald aller Tact aufhören, und was in einer Entfernung von 10 Schritten eine Harmonie ist, würde in einer Entfernung von 100 Schritten die unerträglichste Kakophonie seyn.

Man hat an verschiedenen Orten Versuche angestellt, um die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft genau zu bestimmen; wir wollen hier nur die anführen, welche im Jahre 1822 bei Paris durch das Personal des Bureau des longitudes ausgeführt worden sind.

Die beiden Stationen, welche man gewählt hatte, waren Villejuif und Montlhery. Zu Villejuif ließ der Capitain Boscary an einem etwas erhabenen Orte einen Sechspfünder mit Ladungen von 2 bis 3 Pfund Pulver aufstellen. Die um diese Kanone aufgestellten Beobachter waren Prony, Arago und Mathieu. Zu Montlhery ließ der Capitain Pernetty eine Kanone von gleichem Caliber mit gleichen Ladungen aufstellen, und hier waren Humboldt, Gay-Lussac und Bouvard die Beobachter. Die Versuche wurden in der Nacht vom 21. auf den 22. Juni 1822 gemacht und begannen um 11 Uhr Abends. Von Villejuif aus sah man deutlich das Feuer der Explosion zu Montlhery, und umgekehrt. Der Himmel war heiter und die Luft ruhig.

Man war übereingekommen, daß an jedem der beiden Orte 12 Schüsse von 10 zu 10 Minuten abgefeuert werden sollten und daß man damit auf der Station zu Montlhery 5 Minuten früher anfangen sollte als zu Villejuif, so daß ein Beobachter, welcher gerade in der Mitte zwischen beiden Kanonen aufgestellt gewesen wäre, alle 5 Minuten einen Schuß gehört hätte, von denen der erste von Montlhery kam, der zweite von Villejuif, der dritte wieder von Montlhery u. s. w. Auf diese Weise konnte man ermitteln, ob die Windrichtung einen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls habe.

Die Beobachter zu Villejuif hörten vollkommen gut alle Schüsse von Montlhery, jeder von ihnen beobachtete auf seinem Chronometer die Zeit, welche von dem Moment der Lichterscheinung an bis zur Ankunft des Schalls verging. Die größte Differenz zwischen den Resultaten der drei Beobachter bei einem und demselben Versuche überstieg nicht $^{3}/_{10}$ bis $^{4}/_{10}$ Sekunden. Die längste beobachtete Zeit war 55, die kürzeste 54,7, das Mittel 54,84 Sekunden.

Zu Montlhery konnte man nur 7 von den 12 Schüssen von Villejuif hören, und von diesen 7 wurde auch nicht ein einziger von den drei Beobachtern zugleich gehört; doch stimmen die Resultate ziemlich gut überein. Die längste Zeit war 54,9, die kürzeste 53,9, das Mittel 54,43 Sekunden.

Man kann demnach als Mittel für die Zeit, welche der Schall brauchte, um sich von einer Station bis zur andern fortzupflanzen, 54,6 Sekunden annehmen.

Es blieb nun noch übrig, die Entfernung der beiden Stationen genau zu ermitteln; Arago wurde damit beauftragt, und indem er sich auf die Triangulation der Gradmessung stützte, fand er, daß die beiden Kanonen in einer Entfernung von 9549,6 Toisen aufgestellt gewesen waren.

Dividirt man diese Länge durch 54,6, so findet man 174,9 Toisen oder 340,88 Meter für den Weg, den der Schall in einer Sekunde zurücklegte. Die Temperatur der Luft war 16^{0}, das Barometer zu Villejuif stand auf

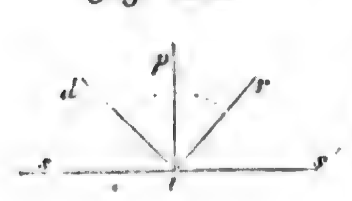
756,5 Millimeter und das Saussure'sche Hygrometer auf 78°.

Der Umstand, daß der Schall sich langsamer fortpflanzt als das Licht, erklärt einige im alltäglichen Leben oft vorkommende Erscheinungen. Wenn man einen Steinklopfer aus einiger Entfernung beobachtet, so hört man den Schlag nicht in dem Moment, in welchem man den Hammer aufschlagen sieht, sondern erst, wenn er wieder gehoben wird, was den Eindruck macht, als ob der Schall nicht durch das Aufschlagen des Hammers, sondern durch das Abreißen von dem Steine hervorgebracht würde. Wenn man ein Regiment nach dem Tacte der vorausgetragenen Trommeln marschiren sieht, so beobachtet man eine wellenartige Bewegung, welche sich von den Trommlern an durch die ganze Reihe fortpflanzt, was sich dadurch erklärt, daß nicht Alle gleichzeitig auftreten und den neuen Schritt beginnen, weil die Hinteren den Taktschlag immer später vernehmen als die Vorderen.

131 **Von der Reflexion des Schalls und dem Echo.** Wenn die Schallwellen aus einem Mittel in ein anderes übergehen, so erleiden sie immer eine partielle Reflexion; wenn sie aber auf ein festes Hinderniß stoßen, so werden sie fast vollständig reflectirt.

Mag nun die Reflexion partiell oder vollständig seyn, so ist doch der Reflexionswinkel stets dem Einfallswinkel gleich. Es sey $s\,s'$, Fig. 334, die Trennungsfläche der beiden Mittel, etwa Luft und Wasser, und eine Schallwelle bewege sich in der Richtung $d\,i$ gegen die Wasserfläche, so wird ein Theil der Bewegung in das Wasser übergehen, ein anderer Theil aber wird sich in der Richtung $i\,r$ fortpflanzen, welche mit dem Perpendikel $i\,p$ einen ebenso großen Winkel macht wie $d\,i$, d. h. der Reflexionswinkel $r\,i\,p$ ist dem Einfallswinkel $d\,i\,p$ gleich. Dieselbe Erscheinung würde nach demselben Gesetze stattfinden, wenn $s\,s'$ die Trennungsfläche zweier Gase oder auch nur zweier Gasschichten von verschiedener Dichtigkeit wäre, oder wenn $s\,s'$ die Gränzfläche eines festen Körpers wäre, nur würde in dem letzten Falle der reflectirte Ton weit intensiver seyn. Ein Beobachter also, welcher sich in irgend einem Punkte der Linie $i\,r$ befindet, würde den Ton gerade so hören, als ob er von i oder einem Punkte der Verlängerung der Linie $r\,i$ ausginge.

Fig. 334.



Auf diesem allgemeinen Principe beruht die Erklärung des Echo's.

Wenn das Echo den Ton zu seinem Ausgangspunkte zurückschickt, so treffen die Schallwellen rechtwinklig auf die reflectirende Fläche. In diesem Falle kann ein Echo eine größere oder geringere Anzahl von Sylben unter Bedingungen wiederholen, welche leicht zu ermitteln sind. Wenn man schnell spricht, so kann man in 2 Sekunden deutlich 8 Sylben ausspre-

chen, in 2 Sekunden durchläuft aber der Schall 2mal 340 Meter; wenn sich also in einer Entfernung von 340 Metern ein Echo befindet, so wird es alle Sylben in gehöriger Ordnung zurückschicken, und die erste wird nach 2″, d. h. dann zum Beobachter zurückkommen, wenn er eben die letzte ausgesprochen hat. In dieser Entfernung kann also ein Echo 7 bis 8 Sylben wiederholen; es giebt aber auch solche, welche 14 bis 15 Sylben zu wiederholen im Stande sind.

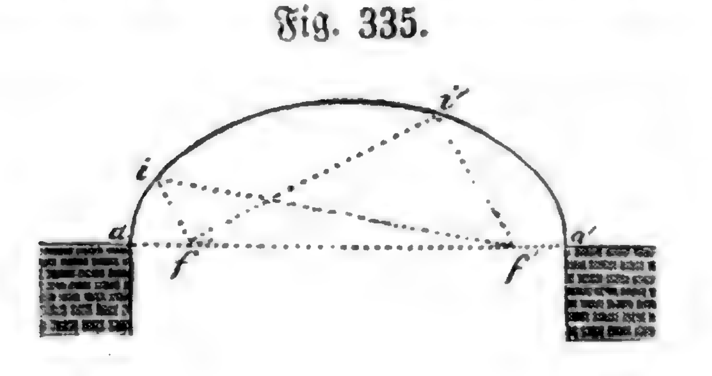
Es ist nicht durchaus nöthig, daß die reflectirende Fläche hart und platt sey, denn man beobachtet auf dem Meere oft, daß Wolken ein Echo bilden.

Schallwellen müssen auch in einer wolkenlosen Atmosphäre reflectirt werden, wenn die Sonne mit aller Kraft Wärme auf der Erdoberfläche entwickelt, denn nicht an allen Stellen kann die Erwärmung gleich seyn, weil Verdampfung, Schatten und andere Ursachen es verhindern. Diese ungleiche Temperatur veranlaßt eine Menge aufsteigender warmer und niedersinkender kalter Luftströmungen von ungleicher Dichtigkeit; so oft also eine Schallwelle aus einem solchen Luftstrome in einen andern übergeht, wird sie eine theilweise Reflexion erleiden, und wenn auch der reflectirte Ton nicht stark genug ist, um ein Echo zu bilden, so wird doch dadurch der directe Ton merklich geschwächt. Dies ist sicherlich, wie Humboldt bemerkt, die Ursache, warum sich der Schall des Nachts weiter verbreitet als bei Tage, selbst mitten in den Wäldern von Amerika, wo die bei Tage schweigenden Thiere des Nachts die Atmosphäre mit tausend verworrenen Tönen erfüllen.

Die Erklärung der vielfachen Echo's, d. h. solcher, welche dieselbe Sylbe mehrmals wiederholen, beruht auf denselben Principien, denn da ein reflectirter Ton von Neuem reflectirt werden kann, so ist klar, daß zwei reflectirende Flächen einen Ton gegenseitig auf einander zurückwerfen können, wie zwei gegenüberstehende Spiegel sich das Licht zusenden. So kann ein vielfaches Echo zwischen zwei entfernten parallelen Mauern entstehen. Früher gab es nahe bei Verdun ein solches Echo, welches dasselbe Wort 12- bis 13mal wiederholte; es war durch zwei benachbarte Thürme gebildet.

Endlich giebt es Echo's, welche den Ton nach einer bestimmten Stelle hin tragen. Nehmen wir an, der Querschnitt eines Gewölbes sey eine Ellipse, Fig. 335, deren Brennpunkte in f und f' sind. Ein von f ausgehender Ton wird von allen Stellen des Gewölbes nach f' reflectirt, denn es ist eine Eigenschaft der Ellipse, daß, wenn man von f und f' Strahlen nach demselben Punkte der Kurve zieht, daß diese auch gleiche Winkel mit der Normale dieses Punktes machen.

Fig. 335.



Wenn also eine Person in f, die andere in f' steht, so können sie sich gegenseitig verstehen, wenn sie auch ganz leise sprechen, wenn auch die Entfernung der beiden Punkte f und f' 50 bis 100 Fuß beträgt, während man in allen zwischenliegenden Punkten kein Wort hören kann.

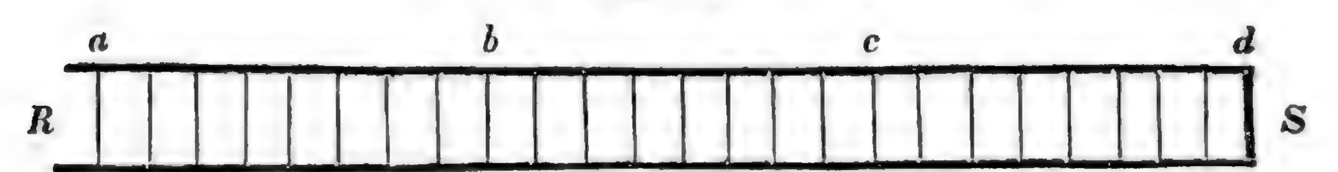
Durch die Reflexion des Schalles erklären sich auch die Wirkungen des Sprachrohrs und des Hörrohrs.

Zweites Kapitel.

Gesetze der Vibrationen musikalischer Töne.

132 **Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen.** *RS*, Fig. 336, sey eine an einem Ende *S* geschlossene, am andern Ende offene

Fig. 336.

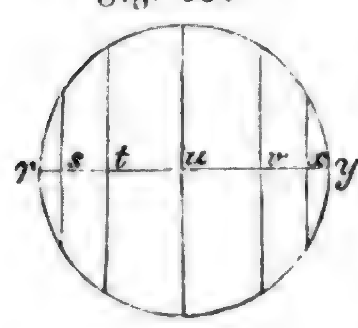


Röhre; wenn nun eine Schallwelle bei *R* in die Röhre eintritt und sich nach *S* fortpflanzt, so wird sie hier, am Boden der Röhre reflectirt, in umgekehrter Richtung zurückgehen; durch das Zusammenwirken (die Interferenz) der reflectirten Wellen mit den neu einfallenden können sich aber unter gewissen Umständen in der Röhre stehende Luftwellen bilden, wie wir dies sogleich näher zeigen wollen.

Nehmen wir an, die Länge der Röhre *RS* sey $\frac{1}{4}$ der Länge der einfallenden Welle, die Luftschichten bei *a, b, c* und *d* seyen also um $\frac{1}{12}$ Wellenlänge von einander entfernt.

Betrachten wir nun gerade den Moment, in welchem der verdichtete Theil der einfallenden Welle gerade bei *d* anlangt, so würde sich gerade in diesem Augenblicke die dicht bei *d* sich befindende Luftschicht um die Entfernung *ru*, Fig. 337, nach der Rechten hin von *d* entfernt haben, wenn die feste Wand in *d* dies nicht verhinderte, vorausgesetzt, daß *ry* die Oscillationsamplitude, d. h. die Größe des Weges ist, um welchen die einzelnen Lufttheilchen während des Fortganges der einfallenden Welle hin- und herschwingen.

Fig. 337.



Die Luftschicht *c* würde unter dem alleinigen Einflusse der ungehindert fortgehenden Welle in diesem Augenblicke um die Länge *rv*, die Luftschicht *b* um die Länge *rx*.

die Luftschicht *a* endlich um *r y* nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt seyn.

Wenn aber das Maximum der Dichtigkeit der einfallenden Schallwelle eben bei *d* angekommen ist, so ist der vorangehende Theil dieser Welle schon bei *d* reflectirt worden, die reflectirte Welle ist von *d* nach *a* hin fortgeschritten.

Denken wir uns für einen Augenblick die Wand bei *d* weg, so würde die Welle in dem Moment, in welchem das Maximum der Dichtigkeit bei *d* eintrifft, schon um $^1/_4$ Wellenlänge weiter vorgeschritten seyn. Eine Luftschicht, die um $^1/_{12}$ Wellenlänge rechts von *d* liegt, würde gerade um *r t*, eine solche, die $^2/_{12}$ Wellenlänge rechts von *d* liegt, würde eben um *rs* von ihrer Gleichgewichtslage nach der rechten Seite hin entfernt seyn; die Luftschicht endlich, welche $^1/_4$ Wellenlänge rechts von *d* liegt, würde, noch nicht aus ihrer Gleichgewichtslage verrückt, eben erst sich zu bewegen beginnen.

Nun aber ist die Röhre bei *d* verschlossen, die Welle ist reflectirt worden, und durch die reflectirte Welle werden nun die Theilchen gerade so in entgegengesetzter Richtung afficirt, wie es bei den gleichweit recht von *d* gelegenen Luftschichten der Fall gewesen wäre, wenn sich die Welle ungehindert von *d* nach der rechten Seite hin hätte verbreiten können.

Die Luftschicht *c* ist also durch den Einfluß der reflectirten Welle um *rt*, die Luftschicht *b* um die Länge *rs* nach der Linken verrückt, die Luftschicht *a* endlich ist durch die reflectirte Welle in diesem Augenblicke noch gar nicht afficirt.

Durch die einfallende Welle ist also die Luftschicht	durch die reflectirte Welle ist die Luftschicht
c um *rv*	*c* um *r t*
b » *rx*	*b* » *rs*
a » *ry*	*a* » 0
nach der Rechten	nach der Linken

von ihrer in Fig. 336 dargestellten Gleichgewichtslage entfernt.

Durch den gemeinschaftlichen Einfluß des einfallenden und reflectirten Wellensystems ist also

die Luftschicht *c* um $rv - rt$
» » *b* » $rx - rs$
» » *a* » *ry*

nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt. Auf diese Weise ergiebt sich für den fraglichen Augenblick die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten, wie sie in Fig. 338 dargestellt ist, während Fig. 336 die Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage darstellt.

Um ein deutlicheres Bild zu geben, sind die Zwischenräume zwischen *a* und *b*, *b* und *c*, *c* und *d* noch in 8 Theile getheilt. Man übersieht nun in Fig. 338 ganz gut, wie in dem Moment, welchen wir bisher betrachtet

Fig. 338.

haben, die Luftschichten nach *d* hin immer dichter auf einander rücken. Die in Fig. 338 zunächst bei *a* liegenden Abtheilungen sind fast ganz ebenso groß wie die Abtheilungen in Fig. 336, mehr nach *d* hin werden sie aber immer schmäler, die Luft bei *a* hat also noch die Dichtigkeit der umgebenden Luft, hier hat weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung stattgefunden, nach *d* hin ist aber die Luft mehr und mehr comprimirt.

Wir haben eben die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten betrachtet, jetzt wollen wir versuchen, ihren Bewegungszustand für denselben Moment zu ermitteln.

Wenn *ry* der Weg ist, in welchem eine Luftschicht in Folge einer fortschreitenden Wellenbewegung hin und her oscillirt, so ist bekanntlich die Geschwindigkeit auf diesem Wege nicht gleichförmig, sie ist wachsend von *r* bis *u*, abnehmend von *u* bis *y*, sie ist in *r* so groß wie in *y*, nämlich gleich Null, sie ist ferner gleich in *s* und *x*, in *t* und *v*.

Nun ist die Luftschicht *c* durch die einfallende Welle nach der Rechten hin um *rv*, durch die reflectirte Welle nach der Linken um *rt* verrückt, die Geschwindigkeit, mit welcher das eine Wellensystem das Theilchen *c* antreibt, ist derjenigen gleich und entgegengesetzt, mit welcher es durch das andere Wellensystem afficirt wird, die Luftschicht *c* ist also momentan in Ruhe.

Dasselbe Resultat ergiebt sich für *b* und für *a*, alle einzelnen Luftschichten zwischen *a* und *d* sind momentan in Ruhe, sie beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin.

Wenn eben gesagt wurde, daß die Luftschichten *a*, *b* und die dazwischenliegenden, in der Stellung Fig. 338 angekommen, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Linken hin beginnen, so ist diese Behauptung noch zu beweisen.

Das Theilchen *c* ist gerade eben durch das einfallende Wellensystem mit einer Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin afficirt, welche der Entfernung *rv* von der Gleichgewichtslage entspricht, und diese Geschwindigkeit nimmt in dem nächstfolgenden Augenblicke ab.

Durch das reflectirte Wellensystem ist die Luftschicht *c* mit einer nach

der Linken gerichteten Geschwindigkeit afficirt, wie sie einem Theilchen zukommt, welches sich um *rt* von seiner Gleichgewichtslage entfernt hat; diese Geschwindigkeit ist im Zunehmen begriffen.

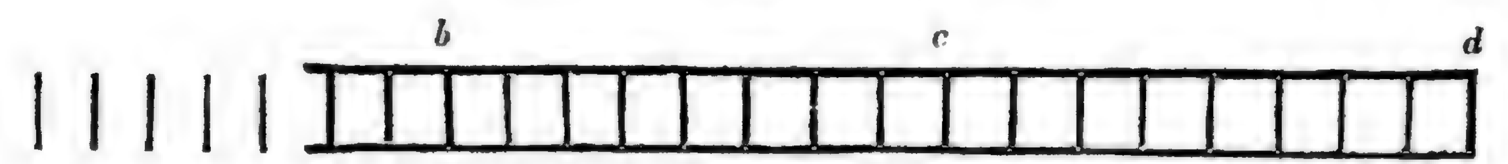
Die Luftschicht *c* ist also momentan mit gleicher Geschwindigkeit nach der Rechten und Linken getrieben, die nach der Rechten gerichtete Geschwindigkeit ist aber im Abnehmen, die entgegengesetzte ist im Zunehmen begriffen, mithin beginnt die Luftschicht *c* nach der Linken sich zu bewegen.

Dasselbe Resultat erlangt man durch ähnliche Schlußweise für die Luftschicht *b*.

Die Luftschicht *a* wird mit vereinter Kraft durch beide Wellensysteme nach der Linken getrieben. Alle Luftschichten zwischen *a* und *d* beginnen also, wenn sie sich in der Lage Fig. 338 befinden, gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin; nach $\frac{1}{4}$ Undulation kommen sie in ihrer Gleichgewichtslage, Fig. 336, an, die sie mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit passiren, nach $\frac{1}{2}$ Undulation, also wenn das Maximum der Verdünnung bei *d* anprallt, gelangen die Theilchen endlich in die gegenseitige Lage, Fig. 339; in diesem Moment wird ihre Geschwindigkeit Null, sie beginnen sich nach der Rechten zu bewegen.

Daß in dem Moment, in welchem die Mitte der Verdünnungswelle an dem verschlossenen Ende der Röhre anprallt, die Theilchen die gegenseitige Lage Fig. 339 haben, ist nun noch zu beweisen.

Fig. 339.



Betrachten wir nun das einfallende Wellensystem, so wird, wenn die Mitte der Verdünnungswelle in *d* ankommt, das in Fig. 336 $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vor *d* liegende Theilchen *a* gerade eine Undulation vollendet haben, es befindet sich in seiner Gleichgewichtslage; ein $\frac{1}{4}$ Wellenlänge rechts von *d* liegendes Theilchen würde, wenn sich die Wellen ungehindert über *d* hinaus verbreiten könnten, in diesem Augenblicke um die Länge *ry* nach der Rechten gerückt seyn; ebenso weit ist aber nun die Luftschicht *a* durch die reflectirte Welle von der in Fig. 336 verzeichneten Gleichgewichtslage nach der Linken verschoben, und so ergiebt sich für das Theilchen *a* die in Fig. 339 verzeichnete Stellung.

Untersucht man weiter, wie weit in dem zuletzt besprochenen Moment die Schichten *b* und *c* durch jedes der beiden Wellensysteme verrückt sind, so ergiebt sich für dieselben die in Fig. 339 verzeichnete Stellung.

Hier sieht man nun, wie die einzelnen Luftschichten zunächst bei *a* nicht merklich weiter von einander entfernt sind als in Fig. 336; bei *a* hat

also keine Verdünnung stattgefunden, von *a* nach *d* hin werden die Zwischenräume immer größer, das Maximum der Verdünnung findet sich bei *b*.

Von der Stellung Fig. 339 bewegen sich alle Theilchen gleichzeitig nach der Rechten, sie passiren gleichzeitig die Gleichgewichtslage, um gleichzeitig wieder, an der rechten Gränze ihrer Bahnen ankommend, die gegenseitige Lage, Fig. 338, anzunehmen.

Bei *d* geht also die Luft abwechselnd von dem Zustande der Verdünnung in den der Verdichtung über; *d* selbst hat eine unveränderliche Stellung, alle anderen Luftschichten oscilliren hin und her; für die zunächst bei *d* liegenden Luftschichten ist die Amplitude der Oscillation nicht groß, sie bewegen sich nur wenig rechts und links. Die Größe der Excursionen der einzelnen Theilchen wächst aber mit der Entfernung von *d*. Betrachten wir die Lage des zunächst bei *d* liegenden Striches in Fig. 338 und Fig. 339, so finden wir, daß er in letzterer Figur nicht viel mehr links liegt als in ersterer; die erste Figur stellt ihn aber in einem Momente dar, wo er am rechten, die andere, wo er am linken Ende seiner Bahn angekommen ist; die Größe dieser Bahn ist also unbedeutend.

Betrachten wir den Strich *c* in dieser Figur, so sehen wir, daß er in Fig. 339 schon bedeutend mehr links liegt als in Fig. 338. Das Theilchen *c* oscillirt also schon zwischen weiter aus einander liegenden Gränzen; für *b* ist die Oscillationsamplitude größer als für *c*, noch größer ist sie für *a*.

So sehen wir denn, daß die Luftschicht *a* zwischen ziemlich weit aus einander liegenden Gränzen hin und her oscillirt, dieselbe Bewegung haben nun gleichzeitig alle Luftschichten in der Röhre, nur werden ihre Oscillationsamplituden um so kleiner, je näher sie dem verschlossenen Ende der Röhre liegen; durch diese oscillatorische Bewegung wird nun in der Nähe der Oeffnung der Röhre weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung hervorgebracht, obgleich hier die Oscillationsamplitude der einzelnen Luftschichten groß ist, dahingegen findet am verschlossenen Ende der Röhre, wo die Oscillationsamplituden der einzelnen Luftschichten nur unbedeutend sind, eine abwechselnde Verdünnung und Verdichtung Statt.

Unsere Zeichnung ist, um den Hergang sichtbar zu machen, was die Oscillationsamplitude angeht, ungeheuer übertrieben, d. h. bei einer Pfeife von der Länge, wie sie in unserer Zeichnung dargestellt ist, würde in dem besprochenen Falle die Luftschicht, welche in ihrer Gleichgewichtslage an der Oeffnung der Röhre liegt, lange nicht so weit in die Röhre ein- und austreten, sie würde während ihrer Oscillationen nur wenig nach der linken und rechten Seite schwanken. Wäre aber die Oscillationsamplitude nicht so groß genommen werden, so würden in der Zeichnung schwerlich die

Unterschiede der Verdichtung und Verdünnung recht deutlich geworden seyn.

Es hat sich also hier durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen eine stehende Luftwelle gebildet, denn alle einzelnen Luftschichten in der Röhre beginnen gleichzeitig ihre Bewegung, sie erlangen gleichzeitig das Maximum ihrer Geschwindigkeit, sie langen gleichzeitig an den Gränzpunkten ihrer Bahnen an, um dann die Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu beginnen.

Die Fig. 340, 341, 342 sollen dazu dienen, die durch eine solche stehende Luftwelle abwechselnd hervorgebrachten Verdünnungen und Verdichtungen anschaulich zu machen. In Fig. 340 ist die ganze Röhre gleich-

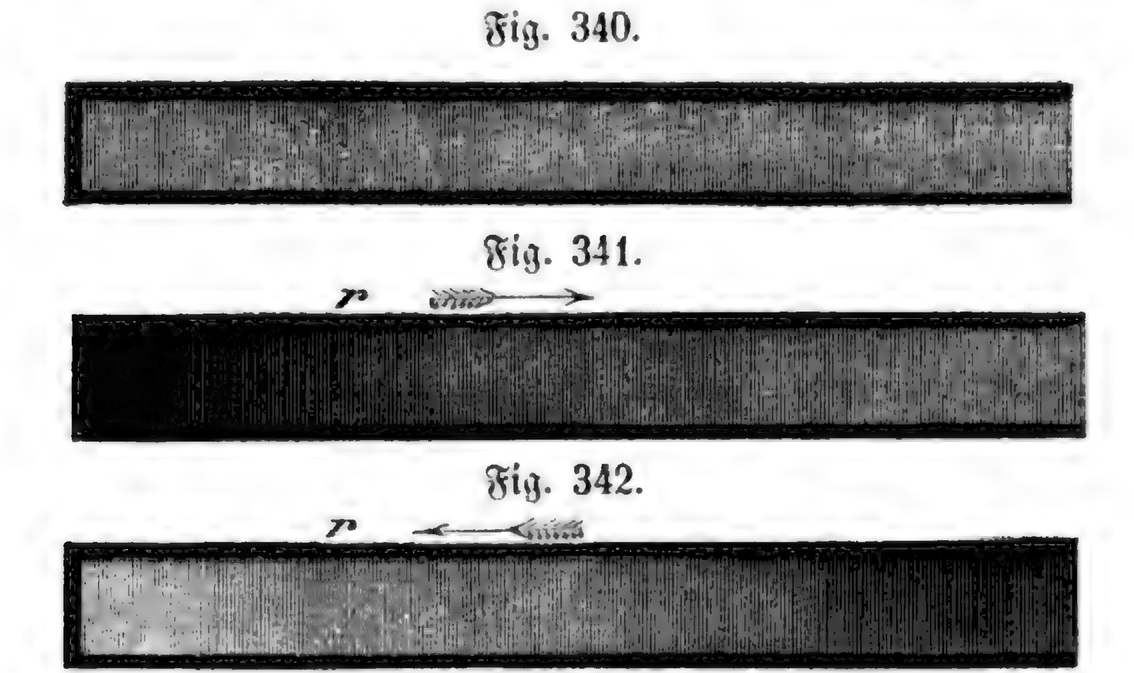


Fig. 340.

Fig. 341.

Fig. 342.

förmig schattirt, und dies entspricht dem Falle, daß die Luft in der ganzen Röhre eine gleichförmige Dichtigkeit hat, wie dies in den Momenten der Fall ist, wo alle die einzelnen Luftschichten mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit ihre Gleichgewichtslage passiren. Sind die Theilchen in ihrer Oscillation gegen das verschlossene Ende der Röhre hin an den äußersten Punkten ihrer Bahn angekommen, so findet hier eine Verdichtung Statt, Fig. 341. Nun beginnen sich die einzelnen Luftschichten von dem verschlossenen Ende zu entfernen, und nach $\frac{1}{2}$ Undulation haben wir hier eine Verdünnung, Fig. 342. Am offenen Ende der Röhre findet in keinem Zeitmomente eine merkliche Verdichtung oder Verdünnung Statt; hier aber bewegen sich die Luftschichten zwischen den weitesten Gränzen hin und her.

Die Pfeile in Fig. 341 und Fig. 342 deuten an, in welcher Richtung die Theilchen sich zu bewegen beginnen, wenn am Boden eben das Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung stattfindet.

Würde nun in die Röhre etwa bei r, ein Loch gemacht, so würde dadurch die Bildung der stehenden Welle gestört, wenn nicht ganz verhindert werden, weil im Momente der Verdichtung, Fig. 341, hier Luft

entweichen, im Moment der Verdünnung aber Luft einströmen würde. Der störende Einfluß einer solchen Oeffnung würde aber an solchen Stellen, welche dem offenen Ende näher liegen, geringer seyn, weil hier die Verdünnung sowohl als die Verdichtung geringer ist.

Fig. 343.

Denselben störenden Einfluß, den eine Oeffnung hervorbringt, würde auch ein Abschneiden der Röhre an diesen Stellen zur Folge haben.

Die Bildung einer stehenden Luftwelle in der Röhre ist also an bestimmte Verhältnisse zwischen der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones gebunden, in dem bisher betrachteten Falle war die Länge der Röhre $1/4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones; es können sich aber auch noch bei anderen Verhältnissen zwischen Röhren- und Wellenlänge stehende Luftwellen in der Röhre bilden.

Zur Bildung der stehenden Welle in der Röhre ist erforderlich, daß dicht bei dem Boden die Oscillationsamplituden verschwindend klein werden, daß aber hier abwechselnde Verdünnungen und Verdichtungen stattfinden, während am offenen Ende der Röhre keine merkliche Verdichtung und Verdünnung stattfindet; an der Oeffnung der Röhre muß also stets der verdichtete Theil der reflectirten Welle mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammenfallen, und umgekehrt.

Dieser Bedingung wird dadurch allerdings entsprochen, daß die Oeffnung der Röhre um $1/4$ Wellenlänge von dem Boden entfernt ist, aber auch dadurch, daß die Entfernung der Oeffnung von dem Boden $3/4$, $5/4$, $7/4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

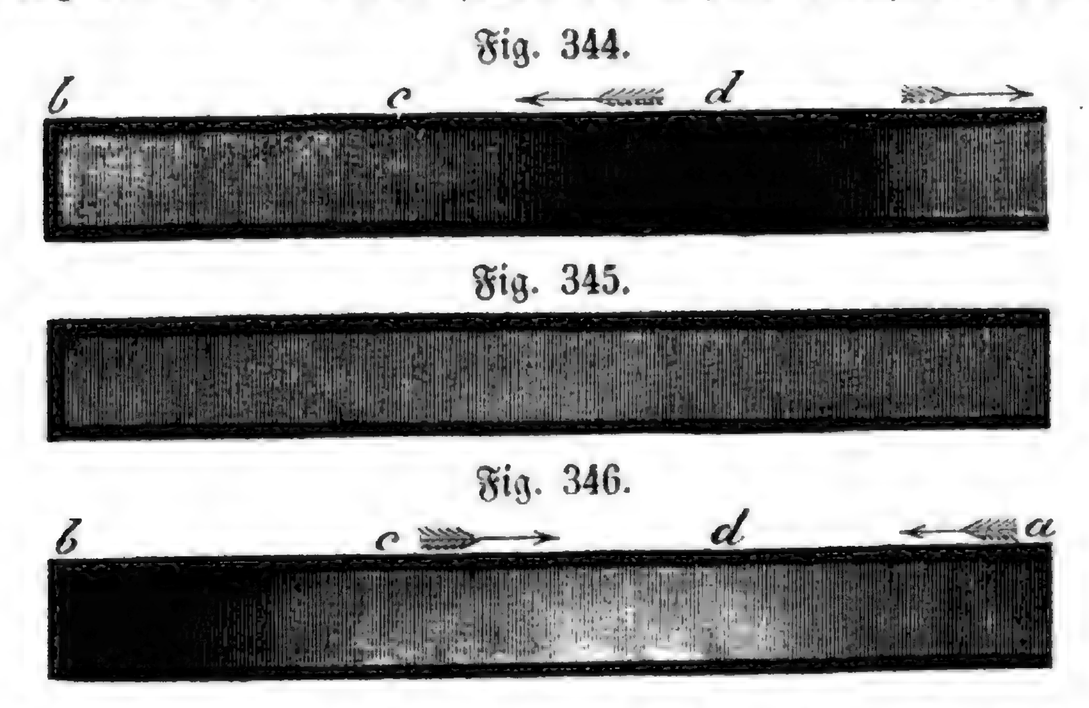
In Fig. 343 stelle die Linie ab die Länge der Röhre dar, welche $3/4$ Wellenlängen betragen soll; es sey ferner $bc = cd = da = 1/3\, ba = 1/4$ Wellenlänge, so wird, wenn das Wellensystem von a nach b hin fortschreitet, in c der verdünnte Theil einer Welle seyn, wenn in a die größte Verdichtung stattfindet, weil c und a um $1/2$ Wellenlänge von einander entfernt sind. Verbreitete sich das Wellensystem über b hinaus, so würde in demselben Augenblicke in c' wieder eine Verdichtung, in a' Verdünnung stattfinden, also in a und c' gleiche, in c und a' die entgegengesetzten Zustände; nun aber wird die Welle in b reflectirt, es fällt also gleichsam c' mit c, a' mit a zusammen, es wird sich also in c sowohl als in a Verdünnung und Verdichtung aufheben, hier findet bloß ein Hin- und Hergehen der Luftschichten ohne merkliche Veränderung in der Dichtigkeit Statt.

Unterſuchen wir aber, was bei d vorgeht.

Wenn das Maximum der Dichtigkeit von *a* nach *d* fortgeschritten ist so würde es auch, wenn bei *b* keine Reflexion stattfände, von *c'* nach *d'* fortgeschritten seyn, in *d* und *d'* sind also immer gleiche Schwingungszustände; durch die Reflexion bei *b* fällt aber gleichsam *d'* auf *d*, es fällt also hier das Maximum der Dichtigkeit der einfallenden und reflectirten Welle und ½ Undulation später das Maximum der Verdünnung beider zusammen, hier wird also abwechselnd eine verstärkte Verdichtung und eine verstärkte Verdünnung stattfinden.

Untersuchen wir nun den Schwingungszustand einer in *d* befindlichen Luftschicht, so finden wir, daß dieselbe gar keine Bewegung hat, sondern daß sie ganz fest steht, denn wenn die Wellen sich über *b* hinaus verbreiteten, so würden *d* und *d'* sich stets in ganz gleichen Oscillationszuständen befinden, sie würden stets mit gleicher Geschwindigkeit sich nach derselben Seite bewegen; wenn aber das Wellensystem reflectirt wird, so wird die reflectirte Welle der Luftschicht *d* gerade die entgegengesetzte Bewegung von der mittheilen, welche sie ohne Reflexion der Luftschicht *d'* mitgetheilt hätte, *d* ist also durch die beiden Wellensysteme stets mit gleichen, aber entgegengesetzt gerichteten Geschwindigkeiten afficirt; diese Luftschicht muß also in Ruhe bleiben.

Die Figuren 344 bis 346 sollen die stehenden Luftwellen anschaulich



machen, welche sich in einer Röhre bilden, deren Länge ¾ von der Länge der einfallenden Schallwellen beträgt.

In Fig. 344 sehen wir ein Maximum der Verdichtung in *d*, ein Maximum der Verdünnung am Boden der Röhre bei *b*; alle links von *d* liegenden Luftschichten beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der durch den Pfeil angedeuteten Richtung, während die rechts von *d* gelegenen Luftschichten nach der Rechten hin sich zu bewegen beginnen.

Nach ¼ Undulation haben die einzelnen Schichten eine solche Stellung

erreicht, daß in der ganzen Röhre die Luft eine gleichförmige Dichtigkeit hat, was durch Fig. 348 dargestellt seyn soll, in der angegebenen Richtung

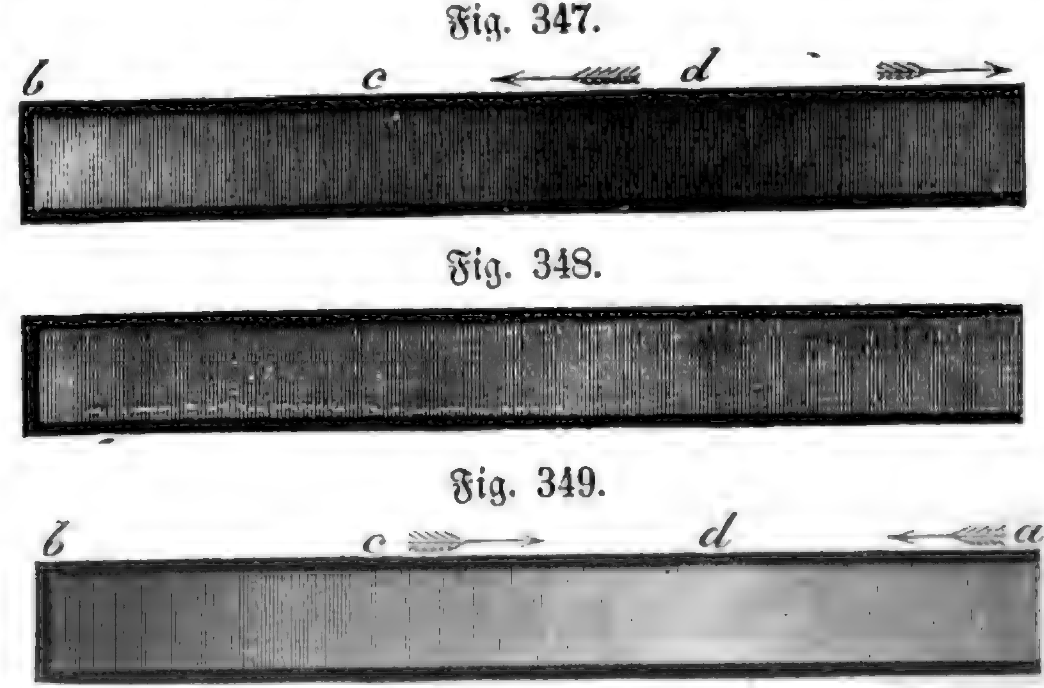


Fig. 347.

Fig. 348.

Fig. 349.

sich fortbewegend wird aber abermals nach $^1/_4$ Undulation der in Fig. 349 dargestellte Zustand eintreten; jetzt ist bei b die größte Verdichtung, bei d die größte Verdünnung.

Von diesem Momente an beginnen die einzelnen Luftschichten wieder sich gegen d hin zu bewegen, und so tritt dann nach $^1/_2$ Undulation wieder der Zustand Fig. 347 ein.

Die Luftschichten, welche rechts und links von d liegen, bewegen sich entweder gleichzeitig von d weg, oder gleichzeitig nach d hin, während d keine Bewegung hat, die Luftschicht d bildet also einen Schwingungsknoten.

Die Stellen bei c und a, wo weder Verdünnung noch Verdichtung stattfindet, während hier die Luftschichten gerade mit der größten Amplitude schwingen, heißen Bäuche.

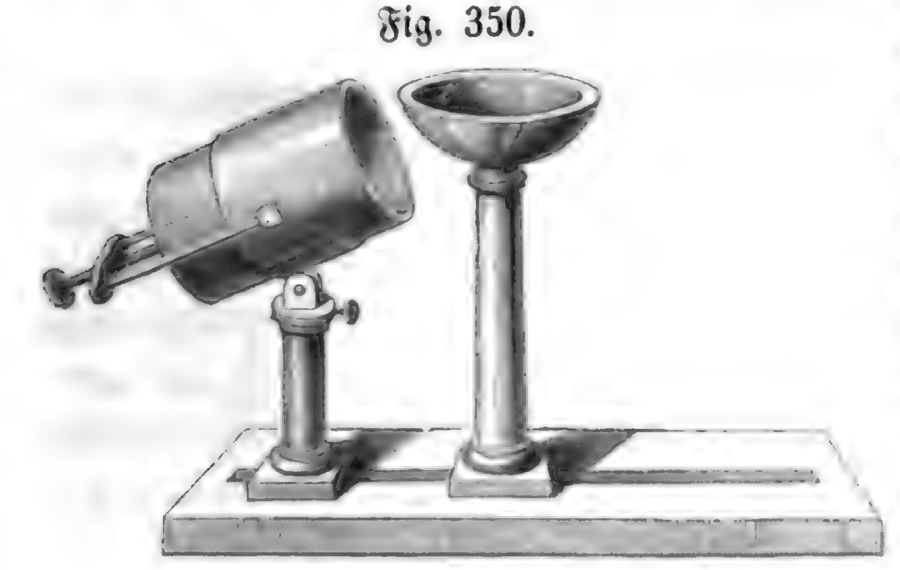
Um nun wirklich die Luft in einer geschlossenen Röhre in solche stehende Schwingungen zu versetzen, braucht man nur irgend einen oscillirenden Körper vor das offene Ende der Röhre zu bringen, welcher einen solchen Ton giebt, daß die Länge der Röhre $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ u. s. w. von der Wellenlänge dieses Tones ist.

Man kann zu diesem Zwecke eine gewöhnliche Stimmgabel anwenden, die man über ein unten verschlossenes Glasröhrchen von ungefähr 2 Zoll Länge hält, oder eine Glas- oder Metallplatte, die ganz in der Weise, wie zur Hervorbringung der Chladni'schen Figuren eingespannt ist und mit dem Fiedelbogen gestrichen und unter welche eine unten verschlossene Röhre gehalten wird. Wenn die Röhre die richtige Länge hat, so wird die in ihr eingeschlossene Luftmasse, in den Zustand stehender Schwingungen versetzt, selbst tönend, wodurch dann der Ton ungemein verstärkt wird, was namentlich dadurch

deutlich wahrgenommen wird, daß man mit dem tönenden Körper über die Oeffnung der Röhre hin- und herfährt, so daß er bald sich über der Oeffnung befindet, bald nicht, wobei dann der Ton abwechselnd stärker und schwächer wird. — Sollte die Röhre für den tönenden Körper, welchen man anwendet, zu lang seyn, so kann man sie durch Eingießen von Wasser stimmen, d. h. man kann sie dadurch so weit verkürzen, daß sie für den tönenden Körper genau die richtige Länge hat.

Um diese Erscheinung recht deutlich zu zeigen, hat Savart zwei Röhren von großem Durchmesser so in einander gesteckt, daß sie sich in einander verschieben lassen, wie die Röhner eines Fernrohrs; dadurch ist man im Stande, die Länge des Rohres zu vergrößern oder zu verkleinern, so daß sie mit der vor dem offenen Ende angebrachten, durch den Fiedelbogen zum Tönen gebrachten Glocke (Fig. 350) gehörig in Einklang kommt. Durch dieses Mittel erhalten die Töne eine wahrhaft überraschende Fülle und Stärke.

Fig. 350.



Um die Luft in einer Röhre in stehende Schwingungen zu versetzen, um sie also zum Selbsttönen zu bringen, ist nicht gerade nöthig, einen tönenden Körper vor die Oeffnung zu bringen, wie dies ja die Orgelpfeifen zeigen. Hier ist es ein am offenen Ende der Röhre vorbeiströmender, an ihren Rändern sich brechender Luftstrom, welcher durch seine Stöße Wellen erzeugt, die, an den Boden reflectirt, mit den neu einfallenden interferiren. Wenn auch diese Stöße anfangs nicht ganz regelmäßig sind, so werden sie doch alsbald, wenigstens wenn die Röhre, wie man sagt, gut anspricht, durch den Einfluß der reflectirten Wellen regulirt, so daß sich regelmäßige stehende Schwingungen bilden, durch welche die Luft in der Röhre selbsttönend wird.

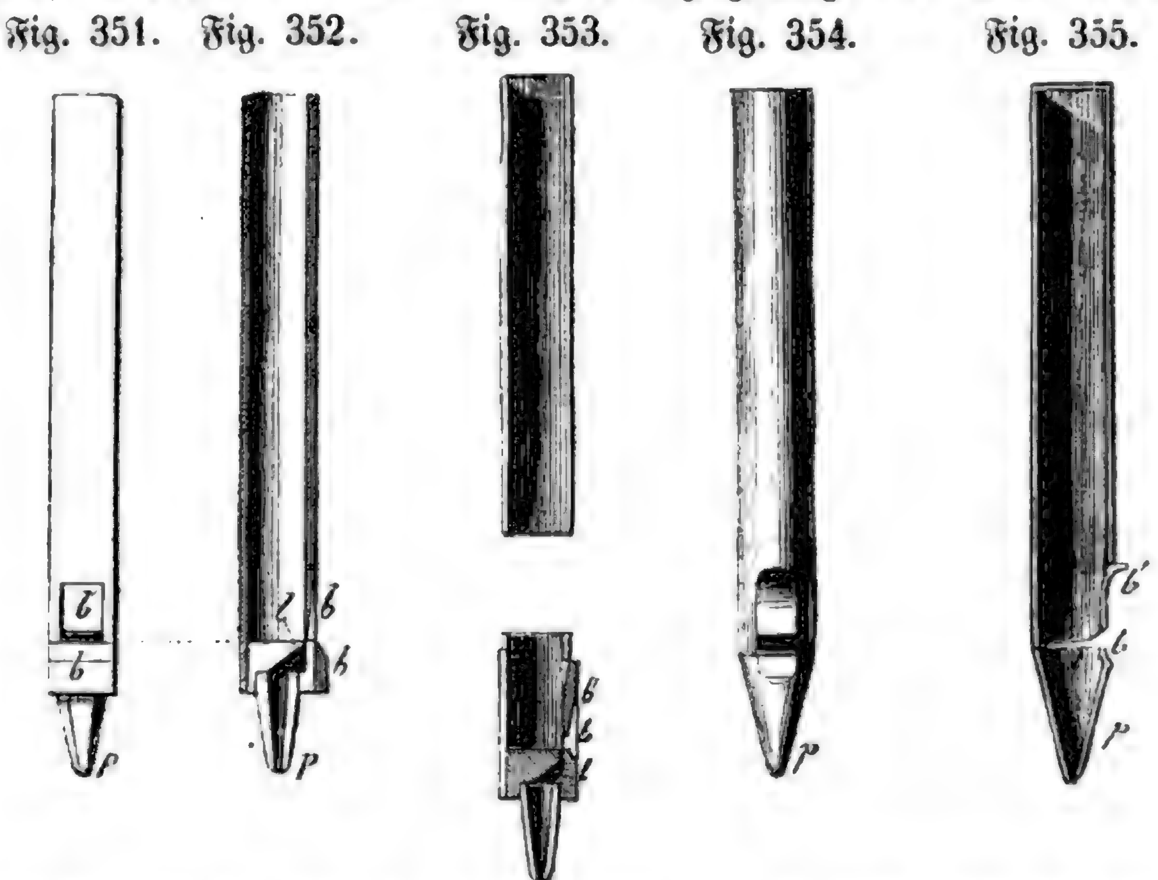
Die Töne, welche eine Röhre auf diese Weise geben kann, sind dieselben wie diejenigen, welche ein anderer tönender Körper geben muß, wenn er, vor die Oeffnung der Röhre gebracht, die Luft in derselben zum Selbsttönen bringen soll.

Die einfachste Art, die Luft in einer kleineren Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, daß man sie in vertikaler Richtung vor den Mund hält, das geschlossene Ende nach unten gekehrt, während das offene Ende an die untere Lippe gehalten wird, und dann schräg gegen den Rand der Röhre bläs't.

Die Töne sind natürlich um so höher, je kürzer die Pfeife ist.

Die Orgelpfeifen haben gewöhnlich die in den folgenden Figuren abgebildete Einrichtung. Man unterscheidet an ihnen den Fuß, welcher den Wind giebt, den Mund und die Röhre, welche die Luftsäule enthält, deren Schwingungen den Ton geben. Der Fuß der Orgelpfeifen (Fig. 351 bis 355) ist hohl, und von dieser Höhlung gelangt der Wind durch eine

Fig. 351. Fig. 352. Fig. 353. Fig. 354. Fig. 355.



feine Spalte in die Röhre. Der Mund $b\,b'$ ist mehr oder weniger offen, d. h. die obere Lippe b' ist mehr oder weniger von der untern entfernt. Manchmal ist diese obere Lippe verschiebbar, so daß man den Mund mehr schließen oder öffnen kann.

Fig. 356.

Der Wind wird in die Orgelpfeife durch einen Blasbalg eingeblasen; besonders zweckmäßig für Versuche über das Tönen von Röhren ist der Fig. 356 abgebildete Apparat; er besteht aus einem gewöhnlichen Blasbalge $s\,s'$, welcher durch das Pedal p aufgeblasen wird. Die Röhre $f\,f'$ leitet den Wind in den Kasten $c\,c$; in der obern Fläche desselben befindet sich etwa ein Dutzend Löcher, welche durch Ventile geschlossen sind, die durch Federn angedrückt werden. Jedes dieser Löcher kann man aber dadurch öffnen, daß man auf die ihm entsprechende Taste zwischen h und h' drückt.

Wenn eine Pfeife aufgesetzt und der Blasebalg aufgeblasen ist, braucht man nur den Finger auf die Taste zu legen, um den Ton zu erhalten. Der Stab *t* dient dazu, den Wind nach Belieben schwächer oder stärker zu machen.

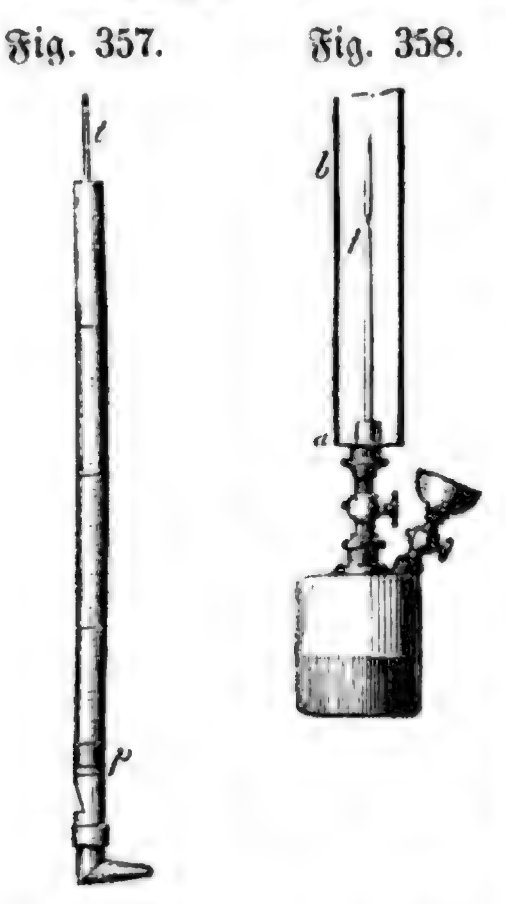
Wenn die Luft in den Fuß der Röhre geblasen wird, so bildet sie bei dem Austreten aus dem Windloche eine dünne Schicht, welche sich gegen die obere Lippe bricht und dadurch gegen die Luft in der Röhre diejenigen Stöße ausübt, welche das Tönen veranlassen.

Eine und dieselbe an einem Ende geschlossene Röhre kann mehrere Töne geben. Der tiefste ist derjenige, dessen Wellenlänge 4mal so groß ist als die Länge der Röhre; die höheren Töne, welche die Pfeife giebt, sind diejenigen, welche einer 3mal, 5mal u. s. w. kürzeren Wellenlänge entsprechen, welche also durch stehende Schwingungen erzeugt werden, welche eine 3mal, 5mal u. s. w. kleinere Oscillationsdauer haben als der tiefste Ton der Pfeife.

Den tiefsten Ton giebt die Pfeife bei schwächerem, die höheren bei stärkerem Winde.

Um Versuche mit geschlossenen Röhren zu machen, kann man eine etwa 30 Zoll lange, 1 Zoll dicke Glasröhre, Fig. 357, anwenden, in welcher sich ein Stopfen *p* befindet, den man mittelst eines Stäbchens auf- und niederschieben kann und an deren unterm Ende ein passendes Mundstück befestigt ist.

Fig. 357. Fig. 358.



Bisher war nur von gedeckten Pfeifen die Rede, aber auch solche, welche an beiden Seiten offen sind, lassen sich durch dieselben Mittel zum Tönen bringen, welche diese Wirkung bei gedeckten Pfeifen hervorbringen.

Eine andere Methode, um die Luft in einer offenen Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, daß man Wasserstoffgas in einem Gefäße erzeugt und durch eine feine Spitze *t* (Fig. 358) ausströmen läßt, das Gas anzündet und dann die Röhre darüber hält.

In der Mitte einer Röhre kann eine stärkere Verdichtung der Luft stattfinden als am Ende derselben, weil hier die Luft nicht nach der Seite hin ausweichen kann. Wenn nun der verdichtete Theil einer Welle am offenen Ende der Röhre ankommt, so werden beim Austritte aus der Röhre die Lufttheilchen leicht nach allen Seiten hin ausweichen und

dadurch eine Verdünnung entstehen, welche nun, gleichsam von dem offenen Ende der Röhre reflectirt, dieselbe in entgegengesetzter Richtung durchläuft, und so bilden sich denn hier die stehenden Wellen.

Die rückkehrende Welle ist natürlich nicht so intensiv wie die ursprüngliche.

Da an dem offenen Ende der Röhre nun stets eine Verdichtung mit einer Verdünnung zusammenfällt, so muß hier nothwendig ein Bauch entstehen, Schwingungsknoten können sich nur im Innern der Röhre bilden.

Wenn dem Ton des Körpers, durch welchen man die Luft in der Röhre zum Selbsttönen bringen will, eine Wellenlänge l zukommt, so ist die Länge der kürzesten Röhre, welche durch diesen Ton angesprochen wird, $\frac{l}{2}$, d. h. die Röhre ist halb so lang als die Wellenlänge ihres Tones. Wenn also die tiefsten Töne einer offenen und einer gedeckten Pfeife gleich seyn sollen, so muß die offene Pfeife doppelt so lang seyn.

Für den tiefsten Ton einer offenen Röhre befindet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte ihrer Länge, ein Bauch aber an jedem Ende, wie dies Fig. 359 und Fig. 360 anschaulich gemacht ist. Fig. 359 stellt den Moment dar, wo in der Mitte der Röhre die größte Verdichtung stattfindet; während die Luftschicht in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt, beginnt die Luft auf beiden Seiten sich von der Mitte zu entfernen, wie dies durch die Pfeile angedeutet ist; nach einer halben Undulation findet in der Mitte der Röhre das Maximum der Verdünnung Statt, und nun beginnen die einzelnen Luftschichten von beiden Seiten her sich gegen die Mitte hin zu bewegen.

Fig. 359.

Fig. 360.

Der nächst höhere Ton der Röhre ist derjenige, für welchen sich ein Bauch in der Mitte der Röhre, Knoten aber in den Punkten a und b bilden, welche um $\frac{1}{4}$ der Röhrenlänge von den Enden abstehen. Wenn in a ein Maximum der Verdichtung stattfindet, wie Fig. 361, so findet in b Verdünnung Statt, und umgekehrt, Fig. 362.

Für den eben besprochenen Fall ist die Wellenlänge des Tons der Länge

Fig. 361.

Fig. 362.

der Röhre gleich; die Oscillationsdauer dieses Tons ist halb so groß als die des Grundtons der Röhre.

Der nächst höhere Ton, welchen die Röhre geben kann, ist derjenige, dessen Wellenlänge $1\frac{1}{2}$mal in der Röhrenlänge enthalten ist, für diesen Ton bilden sich drei Schwingungsknoten, von denen einer in der Mitte liegt, während jeder der andern um $\frac{1}{6}$ der Röhrenlänge oder $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge der sich bildenden Schallwelle von einem Ende absteht.

Bezeichnen wir die Länge einer offenen Röhre mit l, so sind die Wellenlängen der Töne, welche sie geben kann,

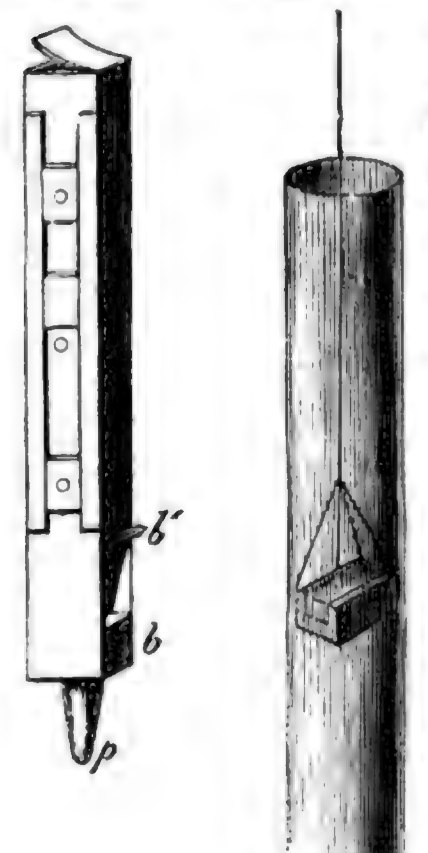
$$2\,l,\ \frac{2\,l}{2},\ \frac{2}{3}\,l \text{ u. s. w.},$$

während

$$4\,l,\ \frac{4}{3}\,l,\ \frac{4}{5}\,l \text{ u. s. w.}$$

die Wellenlängen der Töne sind, welche eine gedeckte Pfeife von der Länge l geben kann.

Fig. 363. Fig. 364.



Wenn man an verschiedenen Stellen einer Orgelpfeife Löcher macht, die man nach Belieben durch einen Schieber verschließen oder öffnen kann, wie Fig. 363, so kann man zeigen, daß der Ton durchaus nicht geändert wird, wenn man ein Loch öffnet, welches sich an der Stelle eines Bauches befindet, was jedesmal der Fall ist, wenn ein Loch an einer andern Stelle geöffnet wird.

Um den Schwingungsknoten der Luftsäule in einer Röhre zu zeigen, hat Hopkins den Fig. 364 dargestellten Apparat construirt. Er besteht aus einer gläsernen Röhre, welche ungefähr $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser hat und ungefähr 2 Fuß lang ist. Die Röhre ist über einer eingeschraubten Metallplatte befestigt, welche angestrichen einen

der Röhre entsprechenden Ton giebt. In der Röhre hängt an einem Faden ein Metallrähmchen herab, über welches eine zarte Membran gespannt ist, die mit Sand bestreut wird, welche, wenn das Rähmchen an die Stelle eines Knotens gebracht wird, ruhig liegen bleibt, an allen anderen Stellen dagegen herabgeworfen wird, was natürlich an der Stelle der Bäuche am stärksten der Fall ist.

133 **Von den Modificationen, welche der Ton der Röhren durch die Richtung des Windes, sowie durch die Größe und Stellung des Mundlochs erleidet.** Nach Savart's Versuchen hat die Richtung des Windes bei prismatischen Röhren und selbst bei sphärischen Höhlungen gar keinen Einfluß auf den Ton. In einer Röhre von quadratischer Basis z. B. ist, wenn nur das Mundloch immer dieselben Dimensionen behält, der Ton derselbe, mag nun eine der Seitenkanten oder einer der beiden horizontalen Ränder die brechende Kante seyn.

Die Größe und Stellung des Mundlochs hat dagegen einen sehr bedeutenden Einfluß. Es ist schon bemerkt worden, daß, wenn man die Weite des Mundlochs, d. h. die Entfernung der Lippen, vergrößert, die Röhre leichter ihren Grundton giebt; daß sie aber leichter die harmonischen Töne giebt, wenn man das Mundloch enger macht. Einen andern Einfluß übt die Breite des Mundlochs aus. Wenn z. B. in einer quadratischen Röhre das Mundloch die ganze Breite einer Seite hat, so erhält man einen höhern Ton, als wenn man das Mundloch schmäler macht; man kann auf diese Weise den Ton selbst bis zur Septime herunterstimmen, besonders wenn die Röhre fast kubisch ist. Deshalb bringen auch die Orgelbauer zu beiden Seiten des Mundlochs kleine Bleiplatten an, welche Ohren genannt werden und die man durch Biegen etwas nähert oder von einander entfernt, um den Accord zu erhalten.

134 **Von dem Einfluß der Dimensionen auf die Schwingungen in Röhren.** Wir haben gesehen, daß die Töne einer Röhre nur von ihrer Länge abhängen, wenn diese Länge im Vergleich zum Durchmesser sehr bedeutend ist; wenn aber diese Bedingung nicht erfüllt ist, so ist das Gesetz der Schwingungen weit complicirter. Die wichtigsten Resultate, zu welchen Savart durch seine ausgedehnten Untersuchungen über diesen Gegenstand gelangte, sind folgende:

1) Rechteckige prismatische Röhren, deren Mundloch die Breite einer Seite des Querschnittes haben, bringen denselben Ton hervor, wenn die auf der Linie des Mundlochs rechtwinkligen Schnitte gleichen Flächeninhalt haben, und wenn gleichzeitig die Breite dieses Schnittes wenigstens $1/_6$ der Höhe beträgt.

2) Wenn die letztere Bedingung allein erfüllt ist, so scheinen die Schwingungszahlen sich wie die Quadratwurzeln der Durchschnitte zu verhalten.

3) Die Schwingungszahlen ähnlicher Röhren mit ähnlichen Mundlöchern verhalten sich wie die entsprechenden Dimensionen der Röhren.

Dieses Gesetz gilt selbst für sphärische Höhlungen, deren Mundlöcher auf größten Kreisen liegen und gleichviel Grade einnehmen.

Die Wände, welche eine Luftmasse einschließen, haben einen Einfluß auf ihre Schwingungen. Man weiß schon lange durch oft wiederholte Versuche, daß der Ton eines Hornes und einer Trompete von der Materie des Instrumentes und dem Grade der Härtung abhängt; ein Horn z. B., welches im Feuer gehärtet ist, ohne daß man seine Gestalt geändert hat, würde nur gedämpfte Töne geben. Die Orgelbauer kennen auch den Einfluß des Stoffs der Röhren auf die Natur des Tons, und sie versichern, daß man die Natur des Zinnes an den Metallröhren oder die des Holzes an den Holzröhren nur etwas zu verändern brauche, um das Instrument schlecht zu machen. Diese Beobachtungen sind durch die zahlreichen Versuche bestätigt worden, welche Savart mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und mehr oder weniger feuchtem Papier angestellt hat; er fand: 1) daß der Ton in quadratischen Röhren, deren Seite 9 Linien und deren Höhe 1 Fuß beträgt, sich um mehr als eine Octave herunterstimmen läßt, wenn man das Papier, welches die Wände bildet, mehr und mehr anfeuchtet; dieses Papier war auf die festen Kanten des Prismas wie auf einen Rahmen aufgeklebt; 2) daß sich der Ton durch dieses Mittel um so leichter herabstimmen läßt, je kürzer die Röhren sind; in kubischen Röhren kann man ihn um mehr als zwei Octaven herabstimmen; 3) daß man nur einen Theil der Wand aus Papier oder Pergament zu machen braucht, um den Ton herabzustimmen. 135

Nachdem wir nun ein Mittel kennen gelernt haben, reine Töne hervorzubringen, nämlich durch Orgelpfeifen, nachdem wir gesehen haben, wie die Höhe und Tiefe dieser Töne von der Länge der Pfeifen abhängt, daß man also durch Verlängerung und Verkürzung der Röhren die Pfeifen beliebig stimmen kann, wollen wir nun die Tonreihe näher betrachten, welche in in der Musik zur Anwendung kommt. 136

Gehen wir von dem Tone aus, den eine 4 Fuß lange gedeckte Pfeife als Grundton giebt; es ist dies ein Ton, welcher in der Musik mit C bezeichnet wird.

Fragen wir nach denjenigen Tönen, die mit C zusammen einen angenehmen Eindruck auf das Ohr hervorbringen, so finden wir, daß es solche sind, deren Oscillationsgeschwindigkeit in einem einfachen Verhältnisse zu der von C steht; es sind dies diejenigen Töne, deren Wellenlänge $1/2$, $2/3$, $3/4$, $4/5$, $5/6$ von der des Tones C beträgt, die also durch solche Pfeifen hervorgebracht werden, deren Länge $1/2$, $2/3$, $3/4$, $5/6$ von der der Pfeife C sind.

Da sich die Oscillationsdauer umgekehrt wie die Wellenlänge verhält, so macht also der erste der erwähnten Töne 2 Schwingungen, während *C* eine macht; dieser Ton heißt die Octave von *C* und er wird mit *c* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $\frac{2}{3}$ von der des Tones *C* beträgt, macht 3 Oscillationen, während *C* deren 2 macht; dieser Ton ist die Quinte von *C*, er wird mit *G* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $\frac{3}{4}$ von der des Tones *C* ist, macht 4 Schwingungen, während *C* deren 3 macht, er wird die Quarte von *C* genannt und mit *F* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $\frac{4}{5}$ von der des Tones *C* ist, macht 5 Schwingungen, während *C* deren 4 macht, es ist die große Terz von *C* und wird mit *E* bezeichnet.

Der zuletzt erwähnte Ton, dessen Wellenlänge $\frac{5}{6}$ mal so groß ist als die von *C*, macht 6 Schwingungen, während *C* deren 5 vollendet; es ist dies die kleinere Terz von *C*, sie wird mit *Es* bezeichnet.

Ebenso wie *C* seine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz hat, so giebt es auch eine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz von *c*.

Der Grundton *C* mit seiner großen Terz *E* und seiner Quint *G* bilden den *C*dur-Accord.

Nach den eben angegebenen Verhältnissen machen gleichzeitig

C	*E*	*F*	*G*	*c*
24	30	32	36	48

Schwingungen.

Um die Reihe der Töne gehörig zu vervollständigen, müssen nun aber *E*, *F* und *G* ebenso ihre Accorde, also ihre Terz und Quint haben wie *C*.

Die Quint von *G* ist ein Ton, welcher 3 Schwingungen macht, während *G* deren 2 vollendet; auf 36 Schwingungen von *G* gehen also 54 Schwingungen seiner Quint, die wir mit *d* bezeichnen wollen; die nächst tiefere Octav von *d* wird mit *D* bezeichnet, sie macht 27 Schwingungen, während *G* 36 und *C* 24 macht.

Die große Terz von *G*, die man mit *H* bezeichnet, muß 5 Schwingungen machen, während *g* 4 vollendet, auf 36 Oscillationen von *g* gehen also 45 Oscillationen von *H*.

Da sich 24 zu 36 (*C* zu *G*) verhält wie 32 zu 48 (*F* zu *c*), so ist *c* die Quint von *F*.

Die große Terz von *F* muß 5 Schwingungen machen, während *F* selbst deren 4 vollendet, auf 32 Oscillationen von *F* gehen also 40 Oscillationen seiner großen Terz, die mit *A* bezeichnet wird.

So haben wir denn eine Reihe von Tönen, welche den Namen der *C*dur-Tonleiter führt. Es machen gleichzeitig

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*	*d*	*e*	u. s. w.
24	27	30	32	36	40	45	48	54	60	

Schwingungen.

Die Differenzen zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen dieser Reihe sind nicht gleich. In der folgenden Reihe giebt der zwischen zwei Zahlen etwas tiefer gesetzte Bruch an, um den wievielsten Theil die Oscillationsgeschwindigkeit des nächstniedrigeren Tones, d. i. des folgenden, größer ist:

$$C \quad D \quad E \quad F \quad G \quad A \quad H \quad c;$$
$$\tfrac{1}{8} \quad \tfrac{1}{9} \quad \tfrac{1}{15} \quad \tfrac{1}{8} \quad \tfrac{1}{9} \quad \tfrac{1}{8} \quad \tfrac{1}{15}$$

in gleichen Zeiten macht also *D* $1\frac{1}{8}$mal so viel Schwingungen als *D*, *E* $1\frac{1}{9}$mal so viel als *D*, *F* $1\frac{1}{15}$mal so viel als *E* u. s. w.

Das Intervall von *C* zu *D*, von *D* zu *E*, von *F* zu *G*, von *G* zu *A*, von *A* zu *H* heißt ein ganzer Ton. Man unterscheidet aber große ganze Töne, wenn das Intervall $\frac{1}{8}$, und kleine, wenn es $\frac{1}{9}$ beträgt.

Die Intervalle zwischen *E* und *F*, zwischen *H* und *c* sind nahe halb so groß wie die übrigen, sie werden deshalb halbe Töne genannt.

Wenn man, von irgend einem der anderen Töne ausgehend, in derselben Ordnung von Intervallen fortschreitet, so erhält man auf diese Weise die verschiedenen Durtonleitern; um aber ein Fortschreiten in derselben Ordnung von Intervallen von jedem Tone aus möglich zu machen, müssen noch zwischen *C* und *D*, *F* und *G*, *G* und *H* halbe Töne eingeschaltet werden, die mit *cis*, *es*, *fis*, *gis* und *b* bezeichnet werden.

Bei den Durtonarten geht man vom Grundtone zur großen Terz und dann, um eine kleine Terz fortschreitend, zur Quint über, bei den Molltonarten hingegen ist der Accord durch den Grundton, die kleine Terz und die Quint gebildet.

Eine nähere Besprechung der Tonarten und Tonleitern gehört mehr in die Theorie der Musik als hierher.

Wenn der Grundton eine Schwingung in einer bestimmten Zeit macht, so muß die große Terz in derselben Zeit $\frac{5}{4}$, die große Terz dieses Tones $\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4}$ oder $\frac{25}{16}$ und die Terz dieses Tones endlich $\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4}$ oder $\frac{125}{64}$ Schwingungen machen. Der letztere Ton stimmt nun nicht genau mit der Octav des Grundtons überein, welcher $\frac{128}{64}$ entsprechen; wenn man also in reinen Terzen fortschreitet, so kommt man nicht zur reinen Octav, und will man die Reinheit der Octaven erhalten, so muß man von der vollkommenen Reinheit der Terzen abstrahiren. Aehnliches ergiebt sich beim Fortschreiten nach reinen Quinten. Man ist deshalb, um die

Reinheit der Octaven zu erhalten, genöthigt, in der Musik die Töne etwas höher oder tiefer zu stimmen als es die reinen Terzen oder Quinten verlangen; man muß, wie es die Musiker sagen, den Ton etwas oberhalb oder unterhalb schweben lassen. Diese Ausgleichung nennt man die Temperatur. Die nähere Besprechung der verschiedenen Arten der Temperatur würde uns hier zu weit führen.

Wenn unser Ohr empfindlicher wäre, so würde es durch die erwähnte Unreinheit der Terzen und Quinten unangenehm afficirt werden, es würde kaum ein musikalischer Genuß möglich seyn.

Nach den Bezeichnungen, welche wir in diesen Paragraphen kennen gelernt haben, können wir nun auch die verschiedenen Töne näher bezeichnen, welche eine und dieselbe Röhre giebt. Bei einer offenen Röhre nämlich ist der zweite Ton die Octave des Grundtons, bei einer gedeckten Pfeife ist er die Quinte der nächst höheren Octav.

137 Der tiefste Ton, welcher in der Musik zur Anwendung kommt, ist derjenige, welchen eine gedeckte Pfeife von 16 Fuß giebt. Nun wissen wir aber, daß, wenn eine gedeckte Pfeife ihren tiefsten Ton giebt, ihre Wellenlänge gerade $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge dieses Tons ist, die Wellenlänge für diesen Ton ist demnach in gewöhnlicher Luft 64 Fuß.

In einer Sekunde pflanzt sich der Schall um 1050′ fort; dividirt man diese Zahl durch 64, so findet man, um wieviel Wellenlängen dieser tiefste Ton in einer Sekunde fortschreite oder, was dasselbe ist, wieviel Oscillationen in einer Sekunde nöthig sind, um diesen tiefsten Ton der Musik hervorzubringen; man findet die Zahl 16,4.

Ebenso findet man, wieviel Oscillationen in der Sekunde die Luft in einer gedeckten Pfeife macht, wenn sie ihren tiefsten Ton giebt, indem man mit der vierfachen Länge der Pfeife (in pariser Fußen ausgedrückt) in 1050 dividirt.

Im Ganzen umfaßt die Musik 9 Octaven. Der erwähnte tiefste Ton einer 16füßigen gedeckten Pfeife wird mit $\underline{\underline{C}}$ bezeichnet.

Da dieser Ton nun 16,5 Schwingungen in der Sekunde macht, so ist Folgendes die Schwingungszahl der auf einander folgenden Octaven dieses Tons:

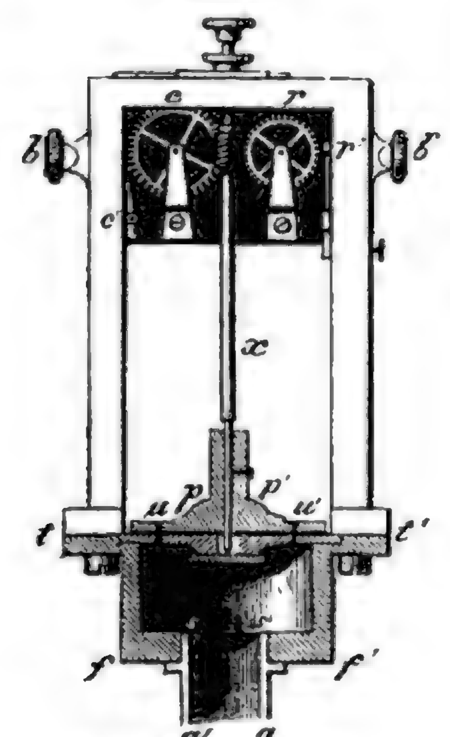
$\underline{\underline{C}}$	16,5
$\underline{C}$	33
C	66
c	132
$\bar{c}$	264
$\bar{\bar{c}}$	528.

Mit unseren Noten werden diese Töne folgendermaßen bezeichnet:

Genaue Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne. 138
Wir haben zwar gesehen, wie man die einem bestimmten Tone entsprechende Schwingungszahl aus der Länge einer Pfeife ableiten kann, welche diesen Ton giebt, doch ist diese Methode nicht sehr genau. Genauere Resultate erhält man mit Hülfe der Syrene oder gezahnten Räder.

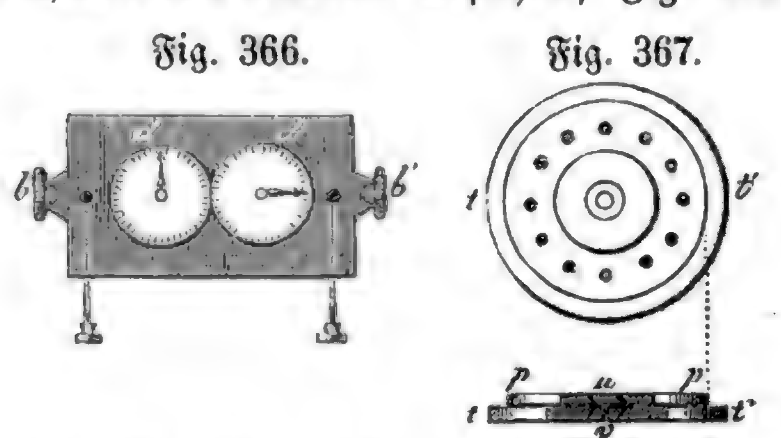
Die von Cagniard La Tour zuerst construirte Syrene hat folgende Einrichtung: *t t' f f'*, Fig. 365, ist eine cylindrische Büchse von Messing, welche ungefähr 2 bis 3 Zoll Durchmesser und etwa 1 Zoll Höhe hat; die obere Deckplatte ist sehr eben und gut polirt. *s s'* ist eine Oeffnung in der Mitte des Bodens *f f*, in welche eine Röhre eingeschraubt ist, durch welche der Wind eintritt.

Fig. 365.



In den Boden *t t'* ist eine Reihe von Löchern gebohrt, welche einen Kreis bilden und gleichweit von einander abstehen, Fig. 367;

Fig. 366. Fig. 367.



man kann ihrer etwa 10 machen und ihnen solche Dimensionen geben, daß die vollen Zwischenräume, welche sie trennen, etwas größer sind als der Durchmesser der Oeffnungen selbst.

p p' ist eine bewegliche Platte, deren untere Fläche genau auf die Platte *t t'* paßt, ohne jedoch eine merkliche Reibung zu veranlassen. Diese Platte dreht sich nun mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit um die Axe *x* und ist mit einer Reihe von Oeffnungen, *u*, versehen, welche den Oeffnungen *v* der Platte *t t'* genau entsprechen, so daß alle Oeffnungen der Platte *t t'* gleichzeitig geöffnet oder geschlossen sind, je nachdem die Oeff-

nungen der beweglichen Platte oder ihre Zwischenräume auf die unteren Löcher fallen.

Eine Schraube ohne Ende, welche sich an dem obern Ende der Rotationsaxe x befindet, greift in ein Rad $r\,r'$ von 100 Zähnen ein; $c\,c$ ist ein zweites Rad, welches nur eine Umdrehung macht, während $r\,r'$ ihrer 100 vollendet; ein an der Axe von $r\,r'$ befestigter Arm schiebt es nämlich bei jeder Umdrehung derselben um einen Zahn weiter. Die Axen dieser Räder

Fig. 368.

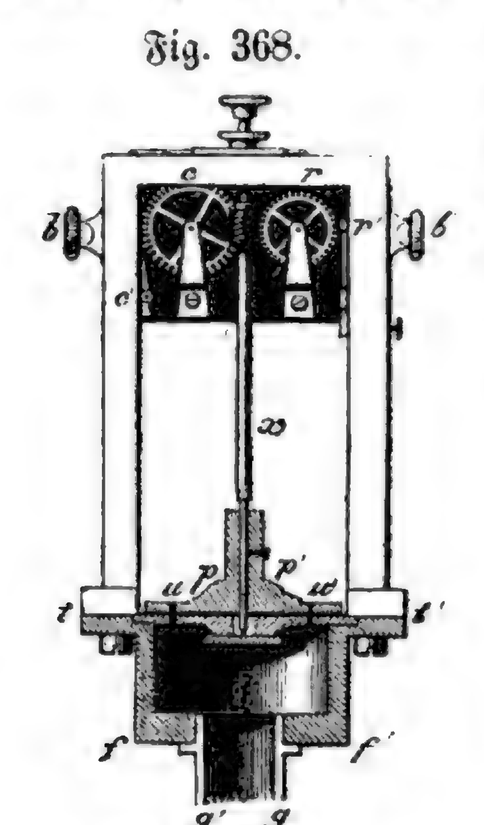


Fig. 369.

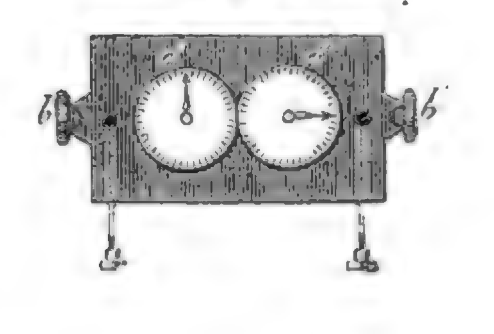
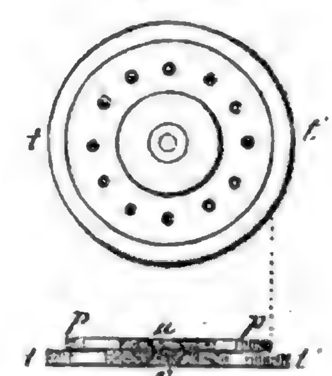


Fig. 370.



tragen Zeiger, welche die getheilten Kreise d und d', Fig. 369, durchlaufen. Diese Zeiger und die Räder, durch welche sie in Bewegung gesetzt werden, bilden den Zähler der Syrene. Man kann nach Belieben den Zähler gehen lassen oder nicht; man braucht nämlich nur an den Knopf b zu drücken, um zu machen, daß das Rad $r\,r'$ in die Schraube ohne Ende eingreift, oder an den Knopf b', um es auszulösen; in letzterm Falle wird die Bewegung des Rades $r\,r'$ sogleich arretirt.

Es ist noch hinzuzufügen, daß die Oeffnungen gegen die Ebene der Platten geneigt sind, Fig. 370, so daß die Geschwindigkeit des Windes, welcher durch die Oeffnungen v aus der Büchse $f\,f'\,t\,t'$ austritt, hinreicht, um der Platte $p\,p'$ eine rasche Rotationsbewegung zu ertheilen.

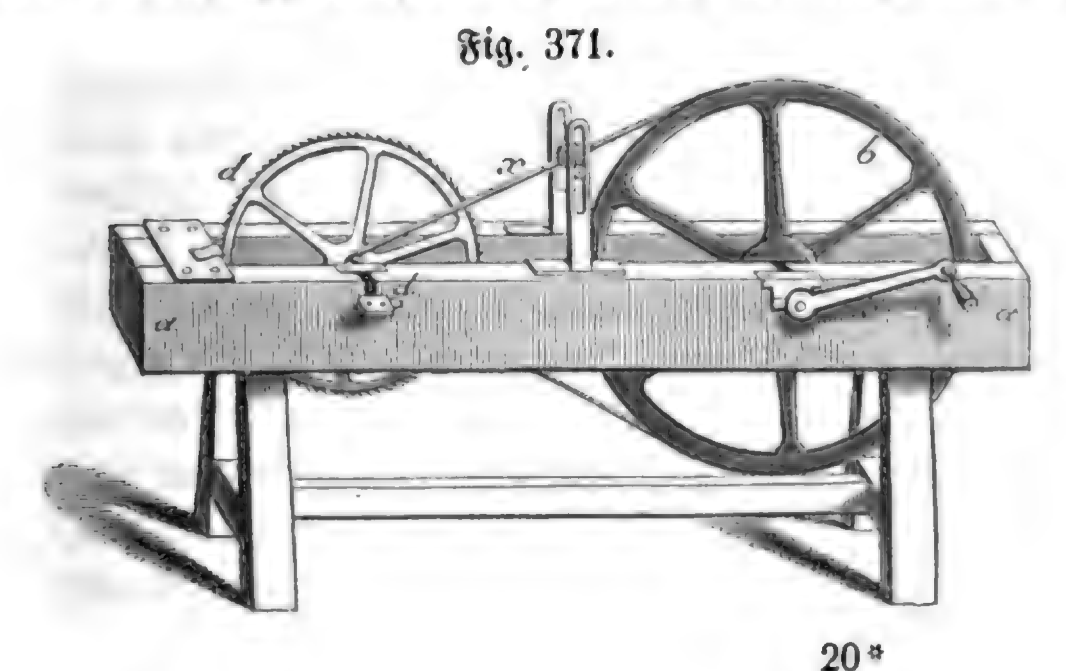
Dies vorausgesetzt, wollen wir uns für einen Augenblick denken, in der beweglichen Scheibe befänden sich 10 Löcher, in der Platte aber nur eins, so wird während eines Umlaufs der Scheibe das Loch der Platte 10mal geöffnet und 10mal geschlossen werden, 10mal wird also die durch die Windröhre eintretende Luft hier austreten können, 10mal aber wird sie aufgehalten seyn. Dies wird nun in 1, in $^1/_{10}$, in $^1/_{100}$ Sekunde geschehen, je nachdem die bewegliche Scheibe in einer Sekunde 1, 10, 100 Umdrehungen macht; so oft der Luftstrom durch eine Oeffnung hindurchgeht, entsteht ein Stoß, eine Verdichtung, welcher eine Verdünnung folgt, wenn die Oeffnung wieder geschlossen wird; es entstehen also 10 vollständige Schallwellen während jeder Umdrehung der Scheibe. Je nach der Umdrehungsgeschwindigkeit dieser Scheibe kann man al-

so Töne hervorbringen, welche allmälig von den tiefsten bis zu den höchsten Tönen übergehen. Wenn sich nun in der Platte nicht ein, sondern zehn Löcher befinden, wie in der beweglichen Scheibe, so wird man nur einen intensivern Ton erhalten, da jedes Loch seine Wirkung hervorbringt, als ob es allein da wäre.

Um mit Hülfe der Syrene die Schwingungszahl des Tons der Stimmgabel zu ermitteln, setzt man auf den Windkasten, Fig. 356, Seite 396, eine offene oder geschlossene Röhre, welche mit der Stimmgabel vollkommen im Einklang ist. Neben dieser Röhre wird die Syrene selbst aufgesetzt. Nun wird Wind gegeben und der Druck mit Hülfe des Stabes *t* so lange verändert, bis die Syrene mit der Röhre im Einklange ist. Ist dieser Einklang hergestellt, so muß er einige Minuten lang erhalten werden, was einige Geschicklichkeit erfordert; während nun beide Instrumente unisono tönen, drückt man zugleich am Knopfe des Zählers, um zu machen, daß das Rad *r r'* eingreift, und am Knopfe eines guten Chronometers, um die Zeit zu zählen; nach 2 Minuten ungefähr wird dann zugleich der Zähler und das Chronometer arretirt. Man hat auf diese Weise durch den Zähler die Anzahl der Vibrationen, durch das Chronometer die verflossene Zeit und kann daraus leicht berechnen, wieviel Vibrationen auf eine Sekunde kommen. Wenn man den Versuch mehrmals wiederholt, erhält man vollkommen übereinstimmende Zahlen, aus welchen sich ergiebt, daß für das *a* der gewöhnlichen Stimmgabel 440 Löcher der Scheibe in 1'' über ein Loch der Platte hinweggehen, daß also diesem *a* 440 Vibrationen in der Sekunde entsprechen, denn für jedes Loch der Scheibe, welches vorübergeht, erhält man eine vollständige Vibration, d. h. eine Verdichtung und eine Verdünnung. —

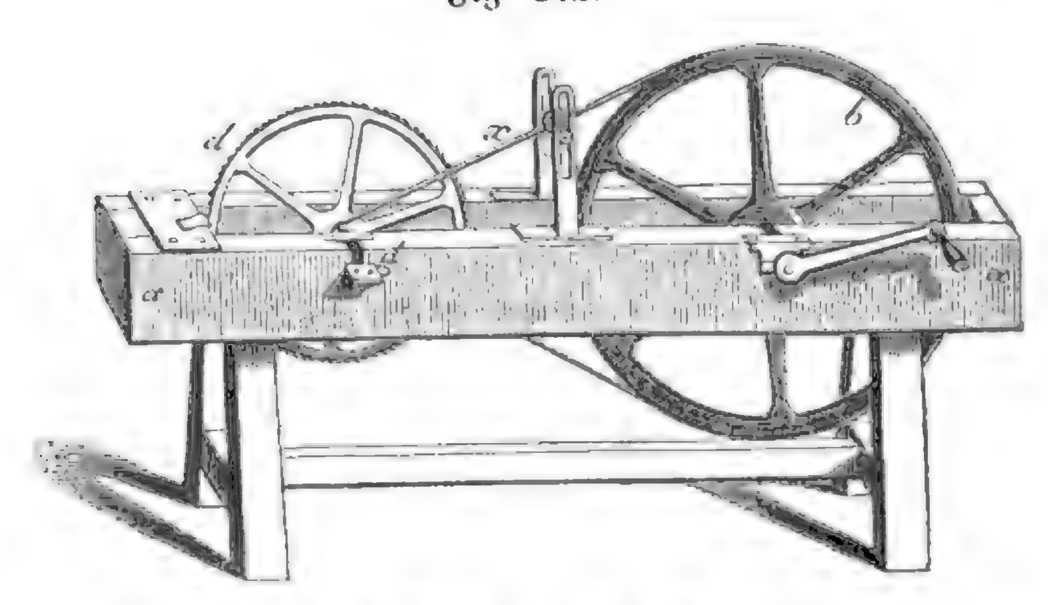
Die Methode, die absolute Schwingungszahl mit Hülfe gezähnter Räder zu zählen, rührt von Savart her (Ann. de Phys. et de Chim. T. 44 et 47); sein Apparat ist Fig. 371 dargestellt. *a* ist ein sehr festes Gestell von Eichenholz, welches noch dadurch stabiler gemacht wird, daß

Fig. 371.



man es auf dem Boden befestigt; *b* ist ein Rad von 1,8 Meter Durchmesser, welches sich um eine sehr starke Axe dreht und durch eine Kurbel

Fig. 372.



in Bewegung gesetzt wird; *d* ist eine zweite Axe, die durch eine Schnur ohne Ende, welche über das große Rad und über die Welle der Axe *d* geht, in sehr rasche Rotationsbewegung versetzt wird. Während z. B. das Rad 1 Umdrehung macht, macht die Welle um *d* deren 10, und wenn das Rad in der Sekunde 4 Umdrehungen macht, so macht die Welle deren 40. Die Axe *d* trägt aber ein gezahntes Metallrad, welches ungefähr 600 Zähne hat; wenn man die Kante einer Platte dem Stoße der Zähne aussetzt, so kann man leicht 24000 Stöße in der Sekunde erhalten. Man erhält mehr oder weniger Stöße, je nachdem man rascher oder weniger rasch dreht. Der Ton, welchen man auf diese Weise erhält, ist rein und andauernd, seine Höhe hängt von der Schnelligkeit der Umdrehung ab, man kann es also leicht dahin bringen, daß er mit der Stimmgabel im Einklange ist. Der Stoß der Zähne gegen das Plättchen giebt einen Ton, weil es dadurch in Schwingungen versetzt wird; während der Zahn vorübergeht, wird das Plättchen gehoben, geht aber in Folge seiner Elasticität zurück, ehe der folgende Zahn kommt. So erzeugt jeder vorübergehende Zahn einen Hin- und Hergang des Plättchens, also eine Vibration; man hat also nur zu ermitteln, wieviel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, um auch die Schwingungszahl des erzeugten Tons zu kennen; zu diesem Zwecke ist an der Axe *d* eine Schraube ohne Ende angebracht, welche in ein Rad eingreift, das als Zähler dient; dieser Zähler ist dem der Syrene ganz ähnlich. Savart hat auf diese Weise bestätigt, daß $\overline{a}$ 440 Schwingungen in der Sekunde macht, wie man auch mit der Syrene gefunden hatte.

139 **Gränzen der Hörbarkeit.** Man war lange Zeit der Meinung, daß der Ton, welcher durch 16,5 einfache Schwingungen in der Sekunde erzeugt wird, der tiefste sey, welchen das menschliche Ohr hören könne. Savart

hat aber gezeigt, daß dies nicht der Fall ist. Um tiefe Töne hervorzubringen, wurde für das gezahnte Rad, Fig. 372, ein einfacher Stab von Eisen oder Holz, Fig. 373, substituirt und an dem Gestelle Platten von Holz befestigt, welche eine Art Rahmen bilden, durch welchen der Stab während seiner Bewegung hindurchgeht. Man erhält auf diese Weise ein explosives Geräusch von wahrhaft betäubender Intensität; wenn aber so schnell gedreht wird, daß ungefähr 7 bis 8 Stöße in der Sekunde erfolgen, wird der Ton continuirlich und hat eine ausgezeichnete Stärke und Tiefe; das menschliche Ohr kann also noch sehr wohl tiefe Töne vernehmen, welche 7 bis 8 Vibrationen in der Sekunde entsprechen. Um die Gränze der hohen Töne zu finden, wandte Savart ein gezahntes Rad an, dessen Umfang 720 Zähne trug, um zu machen, daß 24000 Zähne in der Sekunde vorübergehen, wodurch 24000 Schwingungen in der Sekunde erzeugt werden. Der auf diese Weise entstehende Ton war noch hörbar, obwohl sehr fein. Unser Gehörorgan ist also mit einer bewundernswürdigen Empfindlichkeit ausgerüstet, so daß es alle Töne hören und von einander unterscheiden kann, welche durch 7 bis 24000 Schwingungen in der Sekunde erzeugt werden. Man kann aber noch nicht sagen, daß dies wirklich die wahren Gränzen der Wahrnehmbarkeit sind. Wir sind mit Savart der Meinung, daß es auch noch jenseits dieser Gränzen hörbare Töne giebt, wenn sie nur hinlängliche Intensität haben.

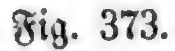
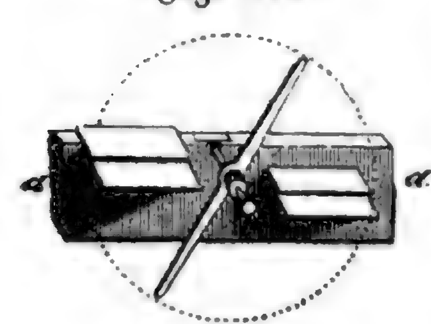


Fig. 373.



Töne gespannter Saiten. Eine auf irgend ein Instrument aufgespannte Saite schwingt viel zu rasch, als daß man die Schwingungen zählen könnte, jedoch kann man sehr gut zwei sehr merkwürdige Erscheinungen beobachten; der Ton wird nämlich höher, wenn man die Saite verkürzt oder ihr eine stärkere Spannung giebt, dabei aber nimmt auch die Geschwindigkeit der Oscillationen auf eine merkliche Weise zu. Es besteht also ein Zusammenhang zwischen dem Tone einer Saite, ihrer Länge, ihrer Spannung und der Geschwindigkeit der Vibrationen. Dieser Zusammenhang kann aber nur mit Hülfe des Calculs nachgewiesen werden, er bildet den Gegenstand des Problems der schwingenden Saiten, welches zuerst von Taylor (Methodus incrementorum a. 1716) theilweise gelös't wurde. Dieses Problem veranlaßte ein halbes Jahrhundert lang die lebhaftesten Discussionen zwischen den ersten Mathematikern. J. Bernouilli, D'Alembert, Euler und Daniel Bernouilli hatten viel darüber geschrieben, als Lagrange im Jahre 1759, fast zu Anfange seiner wissenschaftlichen Laufbahn, alle Schwierigkeiten hob und den Discussionen ein Ende machte. 140

Folgendes sind die Resultate, zu welchen er gelangte und welche die Gesetze der Schwingungen der Saiten enthalten.

1) **Die Schwingungszahl einer Saite verhält sich umgekehrt wie ihre Länge,** d. h. wenn eine Saite auf irgend ein Instrument, wie eine Violine, eine Guitarre u. s. w., aufgespannt ist, in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Anzahl von Schwingungen macht, so macht sie in derselben Zeit 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. soviel Schwingungen, wenn man bei unveränderter Spannung nur $1/2$, $1/3$, $1/4$ u. s. w. der ganzen Länge schwingen läßt; sie würde $3/2$, $4/3$, $5/4$mal so schnell schwingen, wenn man nur $2/3$, $3/4$, $4/5$ der ganzen Länge schwingen ließe.

2) **Die Zahl der Schwingungen einer Saite ist der Quadratwurzel aus den spannenden Gewichten proportional,** d. h. wenn das Gewicht, welches die Saite spannt, 4=, 9=, 16mal so groß gemacht wird, während ihre Länge unverändert bleibt, so wird die Geschwindigkeit der Schwingungen 2-, 3=, 4mal so groß.

3) **Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten derselben Materie verhalten sich umgekehrt wie ihre Dicke.** Wenn man z. B. zwei Stahlsaiten von gleicher Länge nimmt, deren Durchmesser sich wie 1 zu 2 verhalten, so wird die dünnere bei gleicher Spannung in derselben Zeit doppelt so viel Schwingungen machen als die dickere. Für Darmsaiten ist dieses Gesetz wohl nicht immer genau wahr, weil sie nicht immer absolut genau aus derselben Materie gemacht sind.

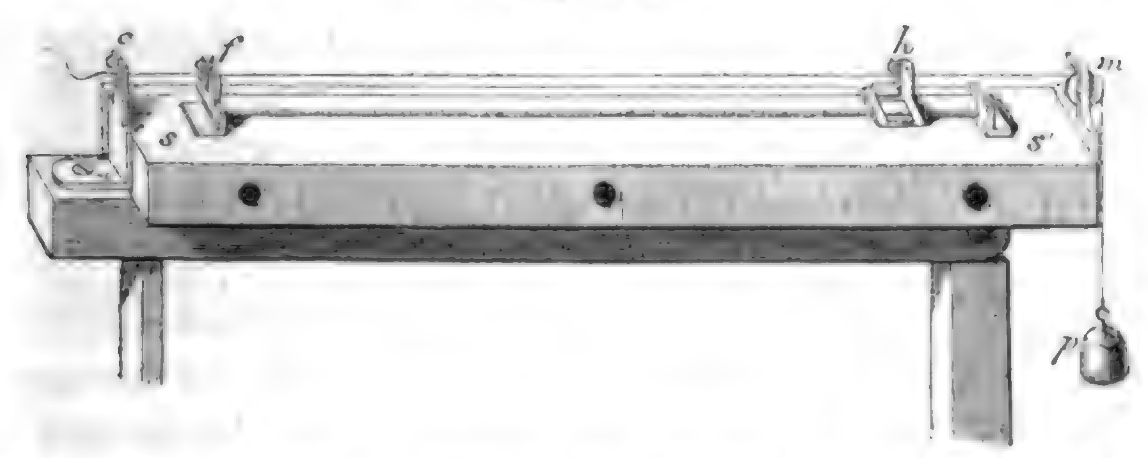
4) **Die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materien verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeit.** Wenn z. B. eine Saite von Kupfer, deren Dichtigkeit 9 ist, und eine Darmsaite, deren Dichtigkeit 1 ist, gleiche Länge und gleichen Durchmesser haben, und wenn beide durch gleiche Gewichte gespannt sind, so schwingt die Kupfersaite dreimal langsamer als die Darmsaite.

Es versteht sich von selbst, daß diese Gesetze nur für solche Saiten gelten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen sind, daß sie also nicht auf Darmsaiten, welche mit Metallfäden übersponnen sind, angewendet werden können. Die metallische Hülle ist hier eine träge Masse, welche durch die Elasticität der Saite in Bewegung gesetzt werden muß und welche also die Schwingungsdauer vergrößert.

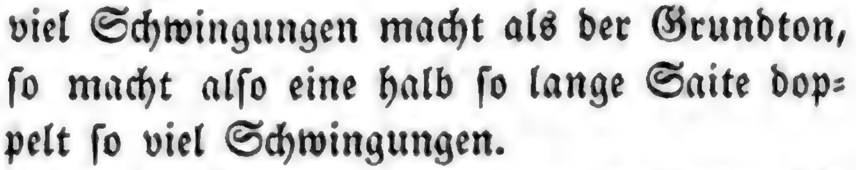
Um die wichtigsten Gesetze der Oscillationen der gespannten Saiten und ihrer Töne durch den Versuch nachzuweisen, bedient man sich eines Instrumentes, welches reine Töne giebt und welches erlaubt, die Länge der Saiten mit Genauigkeit zu messen. Dieses Instrument heißt **Monochord**. Fig. 374 stellt ein solches Monochord vor, wie es **Savart** construirt hat; man kann eine Darmsaite oder eine Metallsaite auffspannen,

um zu zeigen, daß beide denselben Gesetzen folgen. Die Saite ist bei *c* eingezwängt und geht bei *f* und *h* über eine Art von Steg, dann über

Fig. 374.



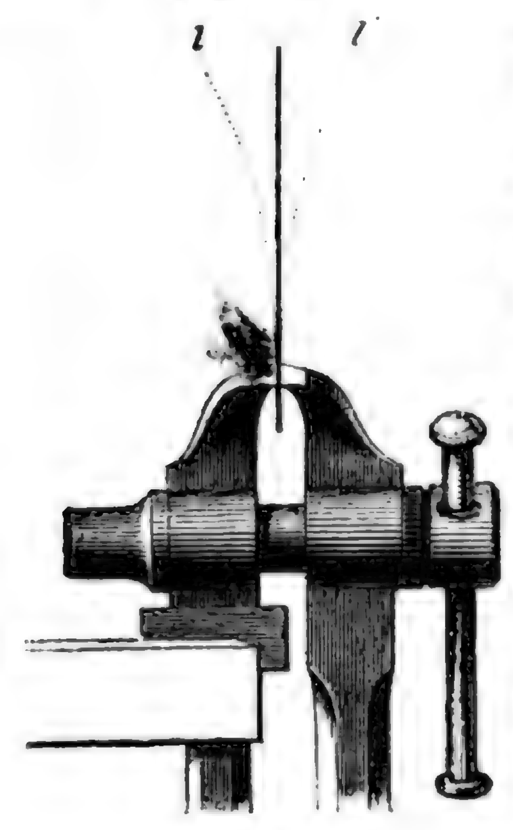
eine Rolle *m* weg und ist endlich mit einem Gewichte *p* belastet. Der bewegliche Steg *h* kann an der Saite hin verschoben werden, ohne sie zu berühren; man stellt ihn an einer beliebigen Stelle fest und kann dann die Saite mit einer Preßschraube einklemmen. Später werden wir sehen, daß der hohle Kasten *s s'* dient, um den Ton zu verstärken. Nehmen wir nun an, die Saite sey hinlänglich gespannt, um frei schwingend einen vollen und reinen Ton zu geben, den wir als Ausgangspunkt für *c* annehmen, so kann man durch Verschieben des beweglichen Steges es dahin bringen, daß die Saite der Reihe nach die Töne *d, e, f, g, a, h, c* giebt. Bezeichnen wir die Länge der Saite, welche den Grundton *c* giebt, mit 1, so ergeben sich für die anderen Töne folgende Saitenlängen:



Namen der Töne	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*h*	*c*
Entsprechende Saitenlängen . .	1	$^8/_9$	$^4/_5$	$^3/_4$	$^2/_3$	$^3/_5$	$^8/_{15}$	$^1/_2$.

Man muß also die Saite halb so lang machen, damit sie unter übrigens gleichen Umständen die Octav giebt. Da die Octav aber doppelt so viel Schwingungen macht als der Grundton, so macht also eine halb so lange Saite doppelt so viel Schwingungen.

Fig. 375.



Um die Quint zu erhalten, muß man die Saite auf $^2/_3$ ihrer Länge verkürzen, die Quint macht aber in gleicher Zeit $^3/_2$mal so viel Schwingungen als der Grundton.

Die Schwingungszahl der Saiten verhält sich also in der That umgekehrt wie ihre Länge.

Um bei gleicher Länge der Saiten die Octav zu erhalten, muß man ein 4faches, um die Quint zu erhalten, ein $^9/_4$faches Gewicht anhängen.

Gesetze der Vibrationen von Streifen 141
und Stäben. Wenn ein Streifen oder ein Stab an einem Ende befestigt ist, Fig. 375,

und man ihn mit einem Fiedelbogen streicht oder auch nur mit der Hand aus der Gleichgewichtslage bringt, so macht er zwischen l und l' eine Reihe von isochronen Vibrationen, welche, wenn sie schnell genug sind, einen Ton hervorbringen. D. Bernouilli hat die Theorie dieser Vibrationen entwickelt; er hat bewiesen, daß, wenn man demselben Streifen verschiedene Längen giebt, die Zahl der in gleichen Zeiten gemachten Vibrationen sich umgekehrt verhält wie die Quadratwurzel der schwingenden Längen.

142 **Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe.** Wir haben bisher nur die Querschwingungen der Saiten und Stäbe betrachtet, sie können aber auch ihrer Länge nach schwingen, ganz ähnlich wie eine in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule. Solche Längenschwingungen kann man dadurch erzeugen, daß man eine gespannte Saite unter sehr spitzem Winkel mit einem Fiedelbogen streicht oder eine Glasröhre mit nassen Fingern oder einem nassen Tuche der Länge nach reibt.

Man nehme z. B. eine Glasröhre von etwa 2 Meter Länge, welche einen Durchmesser von 3 bis 4 Centimeter hat, und halte sie in der Mitte mit einer Hand fest, während man die eine Hälfte mit einem in der andern Hand gehaltenen nassen Tuche reibt, so wird man einen Ton hören, den man mit einiger Geschicklichkeit leicht rein und voll erhalten kann. Die Schwingungen, welche man auf diese Weise erzeugt, sind offenbar Longitudinalschwingungen. Reibt man immer in derselben Weise, bald mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit, bald stärker oder schwächer drückend, so kann man eine Reihe verschiedener Töne hervorbringen, und wenn man mit 1 den Grundton dieser Reihe bezeichnet, so findet man, daß die anderen Töne in der Reihe der natürlichen Zahlen 2, 3, 4 u. s. w. auf einander folgen. Wenn die Röhren nicht über 2 Meter lang sind, so hält es schwer, über den Ton 4 hinauszukommen.

Man erhält dieselben Resultate mit langen cylindrischen und prismatischen vollen Glasstäben, mit Röhren und Stäben von Holz und Metall; bei den letzteren wendet man aber statt des nassen Tuches ein mit Harz bestreutes Tuch an, oder, was noch sicherer ist, man befestigt mit Siegellack an dem einen Ende des Cylinders oder des Stabes in der Richtung seiner Axe eine Glasröhre oder einen Glasstab, welcher ungefähr 1 Decimeter lang ist und 5 bis 6 Millimeter in Durchmesser hat; diese Hülfsröhre wird alsdann mit einem nassen Tuche gerieben und theilt ihre Schwingungen ganz leicht dem Stabe mit.

Wenn gerade Stäbe in der Mitte gehalten werden und an den Enden frei sind, so schwingen sie wie offene Röhren und geben Töne, welche sich in der Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. folgen.

Man kann sich leicht durch den Versuch überzeugen, daß der Grund-

ton von Stäben derselben Substanz derselbe ist, wenn sie *gleiche Länge haben*, welches auch ihre Breite und Dicke seyn mag, vorausgesetzt jedoch, daß diese Dimensionen im Vergleich zur Länge klein sind. Alle Glasstäbe von 6 Fuß Länge werden also denselben Ton geben, mögen sie nun dünn oder dick, mögen sie Röhren, volle Cylinder oder Streifen seyn. Stäbe von verschiedener Substanz geben aber bei gleicher Länge verschiedene Töne.

Während diese festen Körper vibriren, vertheilt sich die Bewegung sehr ungleich auf ihre Moleküle. Die meisten der Theilchen machen größere oder kleinere Excursionen, ein kleiner Theil jedoch bleibt immer in Ruhe. Die Reihe dieser Ruhepunkte bildet auf der Oberfläche Linien, welche man *Knotenlinien* nennt.

Nehmen wir an, man experimentire mit einer langen Glasröhre, mit welcher man nur den Grundton erzeugt; man hält diese Röhre fast wagerecht, und auf derjenigen Hälfte, welche nicht mit dem nassen Tuche gerieben wird, bewegt sich ein leichter Papierring, Fig. 376, dessen Bewegung

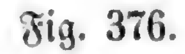
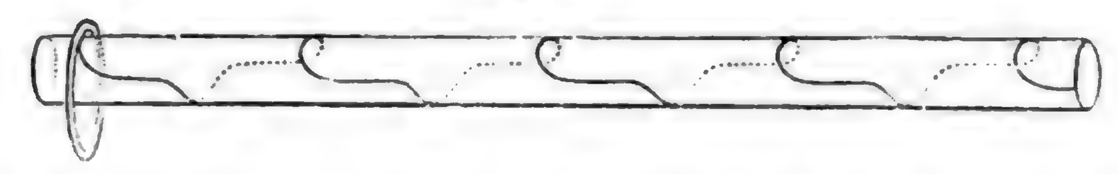


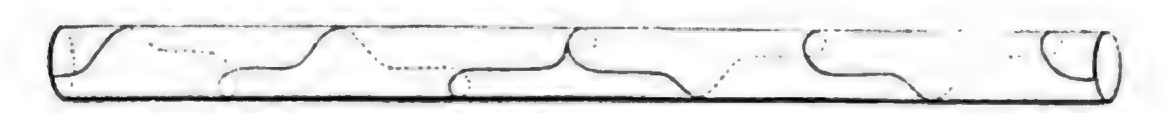
Fig. 376.



man beobachtet. Sobald der Ton gehört wird, gleitet der Ring fort und bleibt endlich an einer bestimmten Stelle stehen, zu welcher er immer wieder zurückkehrt, wenn man ihn von derselben entfernt. Dieser Punkt wird mit Tinte bezeichnet; er ist offenbar ein Punkt der Knotenlinie.

Nun dreht man die Röhre etwas in der Hand, um eine andere Kante oben hin zu bringen, auf welcher der Ring ruht, und wiederholt den Versuch; man sieht wieder, daß der Ring bis zu einer bestimmten Stelle fortgleitet, und so erhält man einen zweiten Punkt der Knotenlinie. Wenn man fortfährt die Röhre in derselben Richtung zu drehen, kann man eine Reihe von Punkten der Knotenlinie finden und so darthun, daß sie eine Art unregelmäßiger Schraubenlinie ist, deren Windungen sehr gedehnt sind und welche mehrmals um die Röhre herumgeht. Wir haben versucht dies in Fig. 376 und Fig. 377 darzustellen. Kehrt man die Röhre um, um

Fig. 377.



den Ring auf die andere Hälfte zu setzen, so findet man hier eine ähnliche Kurve, jedoch ist der Umstand merkwürdig, daß die eine Kurve nicht die

Fortsetzung der andern ist, sondern daß beide in gleicher oder entgegengesetzter Richtung gewunden von der Mitte auszugehen scheinen. Manchmal zeigt sich diese Umkehrung schon auf jeder Hälfte der Röhre.

Die innere Fläche der Röhre zeigt eine ähnliche Knotenlinie wie die äußere; um ihren Lauf zu zeigen, brachte Savart in das Innere der wohlgetrockneten Röhre ebenfalls getrocknete etwas große Sandkörner, oder auch Kügelchen von Kork oder Wachs.

Wenn man statt des Grundtons die Töne 2, 3, 4 u. s. w. der Röhre hervorbringt, so entstehen ähnliche Knotenlinien, nur findet man immer 2, 3, 4 u. s. w. Umkehrungen in der Richtung der Kurve.

Die Knotenlinien prismatischer Stäbe sind complicirter, aber die langer dünner Streifen, z. B. der Streifen von Spiegelglas von 2 bis 3 Meter Länge und 3 bis 4 Centimeter Breite, zeigen im Allgemeinen eine merkwürdige Umkehrung. Nachdem man die Knotenlinien auf der einen Seite erkannt hat, kehrt man den Streifen um und wird dann finden, daß die Knoten dieser Seite gerade den Bäuchen der ersteren entsprechen.

Die Ursache dieser Erscheinungen ist darin zu suchen, daß in Folge der Longitudinalschwingungen die Stäbe sich krümmen, daß sich isochrome Transversalschwingungen bilden. Diese Knotenpunkte sind also nicht Ruhepunkte in Beziehung auf die Longitudinalschwingungen, also nicht den Schwingungsknoten in Pfeifen entsprechend, sondern es sind Ruhepunkte in Beziehung auf die als secundäre Wirkung auftretenden Transversalschwingungen.

143 **Von den Zungenpfeifen.** Eine Zunge ist im Allgemeinen eine vibrirende Platte, welche durch einen Luftstrom in Bewegung gesetzt wird. Es sey z. B. in Fig. 378 p eine Platte von Zink oder Kupfer, welche 2 bis 3 Millimeter dick ist; in derselben sey eine rechteckige Oeffnung $a\,b\,c\,d$ 3 Centimeter lang und 7 bis 8 Millimeter breit, und über derselben sey eine sehr dünne und sehr elastische Messingplatte befestigt, wie die Figur zeigt. Diese Platte kann vibriren, indem sie an den Rändern $a\,b$, $b\,c$ und $c\,d$ hinstreift. Man hat auf diese Weise ein ganz einfaches Zungenwerk, und um es in Bewegung zu setzen, braucht man nur die Platte p der Länge nach auf die Lippen zu setzen und so zu blasen, daß der Wind gegen das freie Ende der Platte l gerichtet ist. Der Luftstrom versetzt sie in Schwingungen, die Oeffnung wird abwechselnd geöffnet und geschlossen, bald strömt die Luft aus, bald ist der Strom gehemmt; auf diese Weise entstehen Schallschwingungen, deren Länge von der Anzahl der Vibrationen abhängt, welche die Platte l nach ihren Dimensionen und ihrer Elasticität in einer gegebenen Zeit machen kann. Der Ton ist

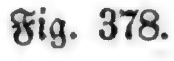
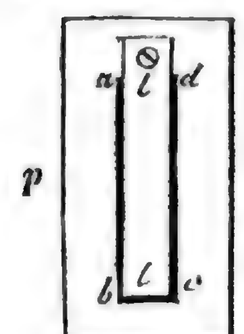


Fig. 378.

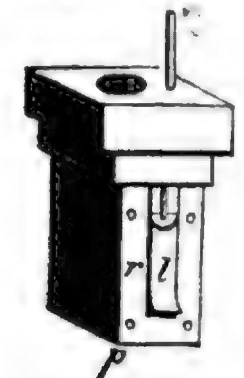


derselbe, als ob die Platte durch mechanische Mittel in Schwingungen versetzt würde, nur ist er bei weitem intensiver. Wenn man auf einer und derselben Platte mehrere solcher Streifen befestigt, welche die auf einander folgenden Töne einer Tonleiter geben, so kann man auf diese Weise ein Instrument machen, welches geeignet ist, um darauf Melodien zu spielen.

Das Zungenwerk der Orgeln beruht auf demselben Princip, nur ist hier die Zunge anders befestigt. Man unterscheidet daran zwei an einander stoßende Röhren, *t* und *t'*, Fig. 379, einen Stopfen *b*, welcher sie trennt, und das eigentliche Zungenwerk, welches durch den Stopfen hindurchgeht. Das Zungenwerk selbst ist Fig. 380 in größerem Maßstabe dargestellt; es ist aus drei wesentlichen Stücken, der Rinne *r*, der Zunge *l* und dem Stimmdraht *z* zusammengesetzt.

Fig. 379.

Fig. 380.



Die Rinne ist eine prismatische oder halb cylindrische Röhre, welche unten verschlossen und oben offen ist, auf der Seite aber noch eine Oeffnung hat, durch welche die beiden Röhren mit einander verbunden sind.

Die Zunge ist die vibrirende Platte; in ihrer natürlichen Lage verschließt sie die Seitenöffnung der Rinne entweder ganz, oder doch fast ganz, d. h. sie streift während ihrer Oscillationen mit den drei freien Rändern an den Rändern der Oeffnung; die vierte Seite ist entweder durch eine Schraube oder durch Löthung an der Röhre befestigt.

Der Stimmdraht ist ein starker Metalldraht, welcher unten doppelt gekrümmt ist und seiner ganzen Breite nach die Zunge andrückt. Sie läßt sich mit einiger Reibung in dem Stopfen auf- und abschieben, und dadurch ist es möglich, den schwingenden Theil der Zunge zu verlängern oder zu verkürzen, denn der Theil, welcher über dem Stimmdraht ist, kann nicht schwingen.

Der Wind des Blasebalgs tritt durch den Fuß der Röhre *t'* ein und drückt gegen die Zunge, um sich einen Ausweg zu verschaffen, dringt dann durch die Rinne und tritt aus der Röhre *t* aus. Die auf diese Weise aus der Gleichgewichtslage gebrachte Zunge kehrt alsbald, vermöge ihrer Elasticität, zurück und macht auf diese Weise Schwingungen, welche so lange dauern als der Luftstrom anhält. Die Fig. 379 stellt eine Zungenpfeife dar, an welcher der der Zunge gegenüberstehende Theil der Röhre *t* von Glas ist, damit man das Spiel dieser Zunge besser beobachten könne.

Bei Orgeln sind die Zungenpfeifen oft etwas anders construirt, nemlich

so, daß die Ränder der Zunge auf die Ränder der Rinne aufschlagen, wie man Fig. 381 sieht.

Fig. 381.

Wenn eine Zungenpfeife für sich in freier Luft schwingt, wenn also keine oder nur eine verhältnißmäßig kurze Röhre über ihr angebracht ist, so hängt ihre Schwingungsgeschwindigkeit, also der Ton, den sie giebt, von ihrer Elasticität und von ihren Dimensionen ab; wenn aber eine lange Röhre aufgesetzt wird, so modificirt diese den Ton wesentlich; die Bewegung der Zunge hängt dann mehr von der Bewegung der in der langen Pfeife hin und her laufenden Luftwellen als von ihrer eigenen Elasticität ab; sie wird also eigentlich mehr geschwungen als sie selbst schwingt.

144 **Interferenz der Schallwellen.** Schon oben haben wir gesehen, wie in Röhren durch Interferenz der directen und reflectirten Schallwellen stehende Luftwellen sich bilden, wir wollen hier nun noch einige andere Interferenzerscheinungen der Schallwellen untersuchen.

Wenn man eine Röhre von Holz oder Pappe, welche sich unten, wie man Fig. 382 sieht, in zwei unten offene Arme theilt und an deren oberem Ende sich eine zweite Röhre b auf- und abschieben läßt, die in einem mit einer schwach gespannten Membrane verschlossenen Kästchen a endigt, über eine tönende Glas- oder

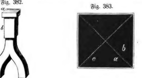


Fig. 382. Fig. 383.

Metallplatte bringt, so läßt sich die gegenseitige Einwirkung zweier Schallwellen sehr deutlich zeigen. Die Platte wird zu diesem Zwecke gerade so eingeschraubt, wie zur Erzeugung von Klangfiguren. Man streiche nun die Platte so, daß die Diagonalen des Quadrates Ruhelinien sind, man streiche also in der Mitte einer Kante und halte die gabelförmigen Enden der Röhre über die in Fig. 383 mit c und a bezeichneten Stellen der Platte, so wird der Sand, den man auf die Membrane des Apparates

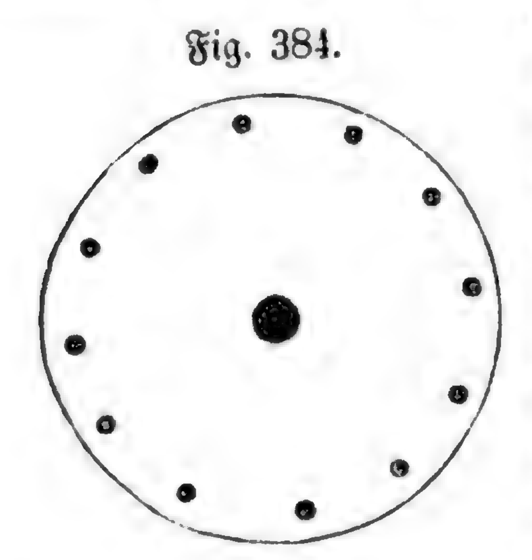
Digitized by Google

Fig. 382 gestreut hat, in lebhafte Bewegung gerathen. Die Stellen *c* und *a* befinden sich nämlich stets in gleichen Schwingungszuständen, beide gehen gleichzeitig auf und nieder, sie senden also gleichzeitig Verdichtungen und gleichzeitig Verdünnungen in den offenen Enden der Gabel, die sich in dem oberen Theile der Röhre gegenseitig verstärken. Hält man aber die Gabel so, daß die eine Oeffnung über *a*, die andere über *b* steht, so bleibt der Sand auf der Membran in Ruhe, denn wenn *a* sich aufwärts bewegt, so geht *b* nieder, und umgekehrt, während also eine Verdichtung in dem einen Gabelende eintritt, tritt durch das andere eine Verdünnung ein, und beide werden sich, in dem oberen Theile des Apparates zusammentreffend, gegenseitig aufheben.

Sehr interessante Interferenzerscheinungen hat Seebeck mit Hülfe einer von ihm angegebenen höchst einfachen Construction der Syrene, welche zu sehr vielen akustischen Versuchen anwendbar ist, hervorgebracht.

An einer wagerechten Axe, welche auf irgend eine Weise rasch umgedreht werden kann, ist eine starke hölzerne mit Blei beschwerte runde Scheibe von $7^1/_4$ Zoll Durchmesser angebracht, und an dieser wird concentrisch eine Scheibe von dünner glatter Pappe von 12 Zoll Durchmesser befestigt. An dem Umfange dieser Scheibe sind in genau gleichen Abständen Löcher von fast 2 Linien Durchmesser eingeschlagen, ungefähr wie man Fig. 384 sieht. Bei dem Versuche wird entweder mit einem Glasröhrchen, dessen Mündung etwas enger ist als die Löcher, ein Luftstrom gegen die in Drehung befindliche Löcherreihe geblasen, wo dann der Ton wie auf der Syrene von Cagniard Latour entsteht; oder es wird eine aus einem Kartenblatte geschnittene Spitze so gegen die Scheibe gehalten, daß sie beim Umdrehen in die Löcher einschlagen mußte, wo dann diese Vorrichtung statt eines Savart'schen Zahnrades diente.

Fig. 384.



Die Scheibe macht gewöhnlich 6 — 12 Umdrehungen in der Sekunde, die Anzahl der Löcher war auf verschiedenen Scheiben sehr ungleich, nämlich 12 bis 120.

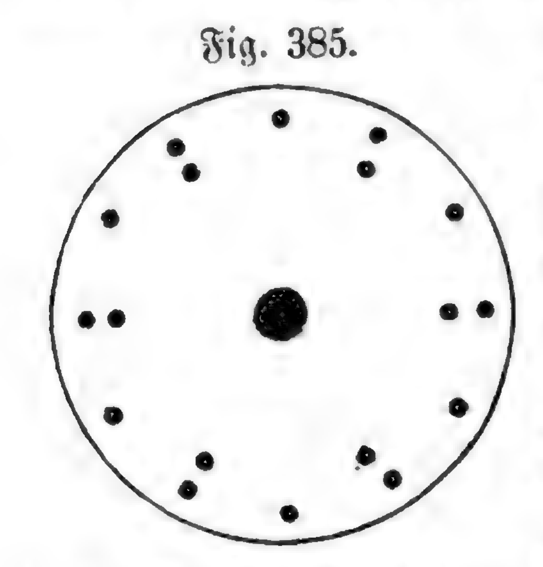
Man richte gegen eine Löcherreihe dieser Syrene zwei Röhren von den beiden entgegengesetzten Seiten her senkrecht gegen die Scheibe, und zwar so, daß, wenn die eine Röhre sich vor einem Loche befindet, die andere Röhre gleichzeitig einem andern, etwa dem nächsten Loche gegenübersteht. Bläs't man nur durch eine Röhre gegen die in Umdrehung befindliche Scheibe, so hört man einen Ton; derselbe Ton wird wahrgenommen, wenn man nur durch die andere Röhre bläs't; sobald aber beide Röhren

zugleich angeblasen werden, verschwindet der Ton, und man hört nur ein Sausen. Wenn das Resultat dieses Versuches recht deutlich seyn soll, so müssen die Luftströme beider Röhren vollkommen gleich stark seyn, sie müssen aus einer Wandlade kommen. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die beiden gleichzeitigen Luftstöße ihrer entgegengesetzten Richtung wegen sich zwar nicht am Orte ihrer Entstehung, wohl aber bei ihrer Fortpflanzung und im Ohre des Beobachters sich gegenseitig aufheben.

Stellt man die Röhren so, daß die entgegengesetzten Stöße nicht gleichzeitig, sondern alternirend erfolgen, so hört man den ursprünglichen Ton und zwar verstärkt.

Wenn man auf eine Scheibe concentrisch zwei Löcherreihen setzt, von denen die eine doppelt so viel Löcher hat als die andere, wie dies Fig. 385 angedeutet ist, so giebt bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit die eine Reihe für sich allein die Octav vom Tone der andern, und man hört in der Regel beide Töne, wenn die beiden Löcherreihen gleichzeitig angeblasen werden.

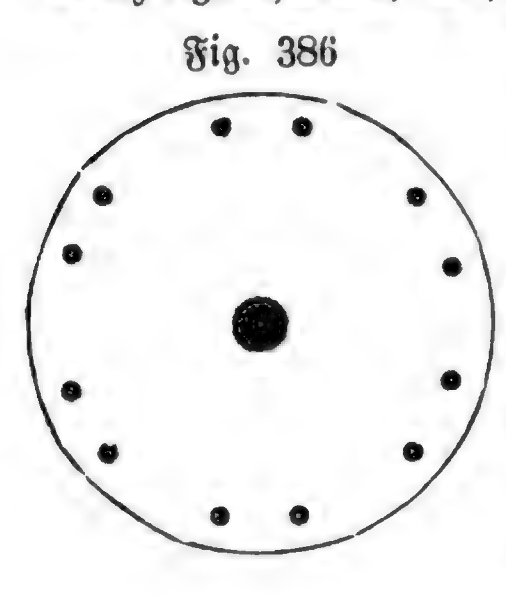
Fig. 385.



Wenn aber das Anblasen von den beiden entgegengesetzten Seiten her und zwar so erfolgt, daß jeder Luftstoß des tieferen Tones mit einem des höheren genau zusammentrifft, so verschwindet der höhere Ton, und man hört nur den tieferen. Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Der Impuls, welcher durch ein Loch der inneren Löcherreihe hervorgebracht wird, hebt den entgegengesetzten Impuls des gleichzeitig angeblasenen Loches der äußeren Reihe auf, und so bleibt also die Hälfte der Impulse der äußeren Löcherreihe ohne Wirkung, man hört denselben Ton, als ob nur die andere Hälfte der Löcher vorhanden wäre, also die nächst tiefere Octav der äußeren Löcherreihe.

Ganz eigenthümliche Erscheinungen beobachtet man, wenn die Zwischenräume der Löcher nicht gleich sind, ungefähr, wie es in Fig. 386 angedeutet ist, so daß auf einen kleineren Zwischenraum immer ein größerer folgt, während jedoch alle kleineren unter sich und alle größeren unter sich gleich sind. Wenn die Scheibe rotirt, und man mit einem Röhrchen gegen die Löcherreihe bläs't oder mit einem Kartenblatte anschlägt, so hört man einen Ton von der Höhe, als ob nur die Hälfte der Löcher vorhanden wäre. Die

Fig. 386



beiden in kürzeren Zwischenräumen auf einander folgenden Stöße combiniren sich also gleichsam zu einem einzigen, namentlich wenn der Unterschied zwischen dem größeren und kleineren Zwischenraume bedeutend ist. Sind dagegen die Zwischenräume nicht sehr ungleich, so hört man auch den Ton mit, welcher der Gleichheit aller Zwischenräume entspricht. Je geringer der Unterschied der Zwischenräume ist, desto deutlicher wird der letztere, desto schwächer der andere Ton.

Stöße und Combinationstöne. Wenn zwei einander sehr nahe 145
stehende, aber doch nicht ganz isochrone Töne unser Ohr treffen, so vernehmen wir ein periodisch abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones, welches man das Schweben der Töne nennt. Scheibler hat für diese Erscheinung die Bezeichnung der Stöße (battement) eingeführt.

Man hört diese Stöße sehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgelpfeifen tönen läßt, welche sehr nahe unisono sind. Auch mit zwei Stimmgabeln, welche einer reinen Consonanz sehr nahe stehen, lassen sich die Stöße sehr deutlich wahrnehmen.

Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Wenn in einem bestimmten Moment durch beide Töne gleichzeitig eine Verdichtung und eine Verdünnung hervorgebracht wird, so wird dieses Zusammenfallen bald aufhören, und nach einiger Zeit wird gleichzeitig eine Verdünnung des einen Tones mit einer Verdichtung des anderen stattfinden. Wenn aber die Verdichtungen und Verdünnungen des einen Tones mit denen des anderen zusammenfallen, so verstärken sie sich gegenseitig; sie heben sich aber gegenseitig auf, wenn die Verdichtungen des einen mit den Verdünnungen des anderen zusammentreffen.

Wie bald Verdichtung mit Verdichtung und Verdünnung mit Verdünnung und dann wieder Verdichtung mit Verdünnung zusammentreffen, wenn zwei nicht ganz isochrone Töne zusammenwirken, kann man sich durch zwei nicht ganz isochron schwingende Pendel recht anschaulich machen, am deutlichsten ergiebt sich aber das abwechselnde Anschwellen und Abnehmen des Tones durch graphische Darstellung. In Fig. 387 a. f. S. sollen die beiden schwach gezogenen Kurven die Wellensysteme der beiden nicht isochronen Töne darstellen. Die Wellenberge entsprechen den Verdichtungen, die Thäler den Verdünnungen. Summirt man die Ordinaten der beiden Kurven, so erhält man für jeden Moment die Intensität der Verdünnung oder Verdichtung, mit welcher beide Wellensysteme zusammen das Ohr afficiren; auf diese Weise ist die stark gezogene Kurve construirt; bei a, b, d und f werden durch das Zusammenwirken beider Wellensysteme verstärkte Verdichtungen und Verdünnungen, also ein Anschwellen des Tones, hervorgebracht. In der Nähe von c aber, wo sich die beiden

Fig. 387.

Wellensysteme fast ganz aufheben, ist die resultirende Kurve ganz flach, was einem Nachlassen des Tones entspricht.

Je näher die beiden Töne einander liegen, desto langsamer sind die Stöße, so daß man sie bequem zählen kann; wenn aber die Töne mehr und mehr ungleich werden, so werden die Stöße schneller und schneller, bis sie endlich nicht mehr als getrennte Eindrücke wahrgenommen werden können; folgen aber die Stöße rasch genug, so kann ihr Gesammteindruck selbst wieder einen Ton hervorbringen, und so entstehen die sogenannten Combinationstöne. Läßt man z. B. einen Ton und seine Quinte gleichzeitig ertönen, so hört man seine nächst tiefere Octav. Wie dies zugeht, läßt sich aus Fig. 388 übersehen.

Fig. 388.

Wenn die schwarzen Punkte der mittleren Reihe die auf einander folgenden Verdichtungsstöße bezeichnen, welche irgend einen Ton hervorbringen, so stellt die obere Reihe die Verdichtungsstöße seiner Quint dar, denn die Schwingungszahlen des Grundtones und der Quint verhalten sich wie 2 zu 3. Nun aber fällt jedesmal der zweite Stoß der mittleren Reihe mit einem Stoße der oberen zusammen, und so werden die verstärkten Stöße in solchen Intervallen hervorgebracht, wie man in der unteren Reihe sieht; diese stellt aber die nächst tiefere Octav des Tones der mittleren Reihe dar.

Google

Drittes Kapitel.

Erzeugung und Verbreitung des Schalls in verschiedenen Mitteln.

Wir haben zwar schon oben gesehen, daß sich der Schall durch alle 146
ponderabeln Materien, durch luftförmige, flüssige und feste Körper fortpflanzt, wir kommen aber jetzt auf diesen Gegenstand zurück, nachdem wir Mittel kennen gelernt haben, die zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Körpern nöthig sind.

Newton hatte in dem zweiten Buch seiner »Philosophiae naturalis principia mathematica« einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft gegeben, welcher ein zu kleines Resultat gab, nämlich nur $^5/_6$ von der beobachteten Schallgeschwindigkeit. Newton selbst suchte diese Differenz zu erklären; die wahre Ursache aufzufinden blieb aber La Place vorbehalten. Die Bewegung, welche den Schall erzeugt, kann sich in keinem Mittel fortpflanzen, ohne die Moleküle zu comprimiren, denen sie sich mittheilt; da aber jede Compression von einer Wärmeentbindung begleitet ist, so vermuthete La Place, daß diese frei werdende Wärme das Gesetz der Elasticität modificirt, und daß sie es ist, welche die Geschwindigkeit des Schalls beschleunigt. Wenn die verdichtete Welle Wärme erzeugt, so wird in der verdünnten Welle Wärme gebunden, und man sollte denken, daß diese entgegengesetzten Wirkungen sich gegenseitig aufhöben; sie compensiren sich auch wirklich in Beziehung auf die Temperatur, denn der Schall, welcher sich in der Luft fortpflanzt, bringe keine merkliche Wirkung auf das Thermometer hervor; dies hindert aber nicht, daß doch eine Modification der Elasticität stattfindet.

La Place giebt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in Gasen und Dämpfen folgende Formel:

$$v = \sqrt{\frac{g\,h}{d}\,k},$$

in welcher v die in Metern ausgedrückte Geschwindigkeit der Fortpflanzung in 1″, g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 9,8088^m), h die auf 0° reducirte Höhe der Quecksilbersäule ist, welche die Spannkraft des Gases mißt; d die Dichtigkeit des Gases, wenn die des Quecksilbers bei 0° zur Einheit genommen wird, und endlich k den Quotienten der Wärmecapacität des Gases bei constantem Druck, dividirt durch seine Wärmecapacität bei constantem Volumen, bezeichnet.

Um diese Formel auf Luft, unter beliebigem Druck und beliebiger Temperatur anzuwenden, muß man bemerken, daß die Luft unter einem Druck von 76 Centimetern und bei einer Temperatur von 0 Grad 10466,82 mal leichter ist als Quecksilber, daß also bei einem Druck h und einer Temperatur t

$$d = \frac{h}{0,76 . 10466,82 (1 + at)}$$

und also

$$v = \sqrt{9,8088 . 0,76 . 10466,82 (1 + at) k},$$

und da für Luft $k = 1,3748$ ist, so kommt

$$v = 327,52 \sqrt{1 + at}$$

für die Geschwindigkeit des Schalls in der Luft bei 0°. Für a ist der Ausdehnungscoëfficient der Luft zu setzen.

Man sieht, daß diese Geschwindigkeit nur von der Temperatur, nicht aber vom Druck abhängig ist.

Nach dieser Formel läßt sich auch die Geschwindigkeit des Schalls für andere Gase und Dämpfe berechnen, wenn für sie der Werth von k bekannt ist; umgekehrt aber kann man aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls den Werth von k berechnen. Es giebt aber ein einfaches Mittel, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in irgend einem Gase zu ermitteln; man braucht nur eine Röhre von bekannter Länge mit diesem Gase zu füllen, sie tönen zu lassen und den Ton zu merken, welchen sie giebt. Diese Versuche sind für die Theorie der Wärme nicht weniger interessant als für die Akustik, und man sieht, bis zu welcher Vollkommenheit La Place diese Theorien entwickelt hat, da es nun hinreicht, daß ein Experimentator den Ton hört, welchen eine Gassäule in einer Röhre von bekannter Länge hervorbringt, um daraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in diesem Gase und das Verhältniß seiner specifischen Wärmen zu kennen (Dulong Ann. de Chim. et de Phys. T. 41, p. 113).

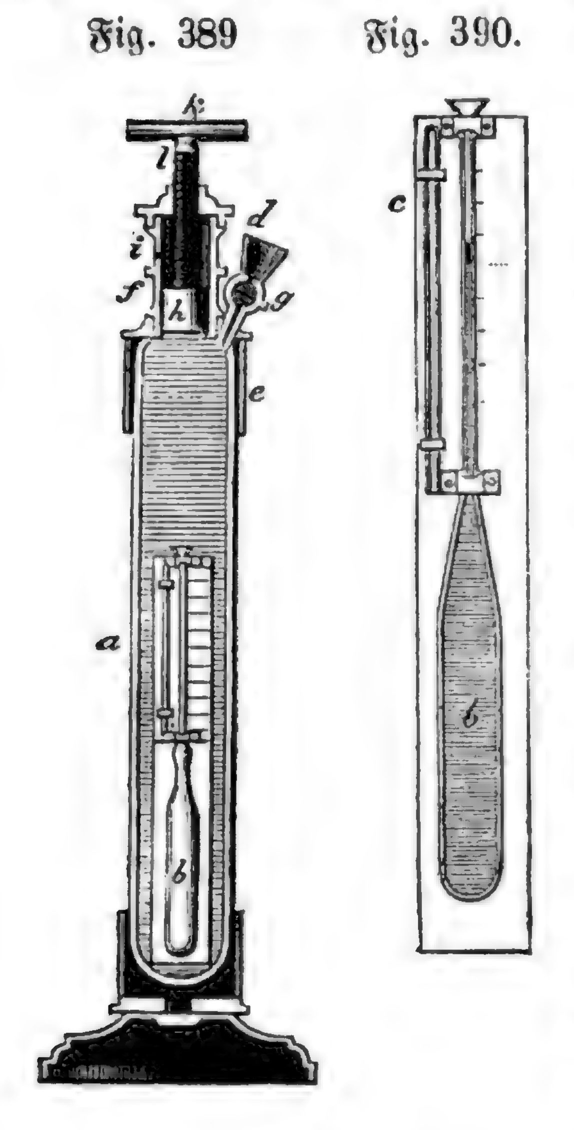
147 **Geschwindigkeit des Schalls in Flüssigkeiten.** Da die Schallwellen aus abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehen, so muß jedes Mittel, welches den Schall fortpflanzen soll, solcher Verdichtungen und Verdünnungen fähig, es muß bis zu einem gewissen Grade elastisch und zusammendrückbar seyn.

Nun gelten die Flüssigkeiten im Allgemeinen für incompressibel; freilich sind sie nicht in der Weise elastisch wie Gase, doch können sie, wenn auch nur in sehr geringem Maaß, zusammengedrückt werden. Wir wollen hier die nöthigsten Notizen über die Compressibilität des Wassers einschalten, die oben zu besprechen vergessen wurde.

Der Apparat, mit Hülfe dessen Oersted die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten beobachtet und gemessen hat, ist Fig. 389 dargestellt; er

besteht im Wesentlichen aus dem, aus dickem Glase gemachten Compressionsgefäß *a*, aus einem mit einem Haarröhrchen endigenden Gefäß, welches Piezometer genannt wird und welches Fig. 390 in größerm Maaßstab dargestellt ist. Das Haarröhrchen endigt mit einem kleinen Trichter. Für die Genauigkeit des Instruments ist es höchst wichtig, die Röhre so zu graduiren, daß das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, ein bekannter Bruchtheil von dem Inhalt des Gefäßes sey. Zu diesem Zweck bestimmt man das Gewicht des Quecksilbers, welches das ganze Gefäß des Piezometers enthält; es sey z. B. 1000 Gramm; dann wird das Gewicht des Quecksilbers bestimmt, welches in einem Stück der Röhre, dessen Länge man messen kann, enthalten ist; es sey dieses Gewicht z. B. 0,2 Gramm für eine Länge von 100 Millimetern. In diesem Falle ist klar, daß der Rauminhalt eines Röhrenstücks von 1 Millimeter Länge 0,000002 von der Capacität des Gefäßes ist. Da man nun auf einer getheilten Röhre leicht noch ein halbes Millimeter ablesen kann, so kann man noch Milliontheile des Inhalts bestimmen.

Fig. 389 Fig. 390.



Nehmen wir nun an, man wollte mit Hülfe des Piezometers die Zusammendrückbarkeit des Wassers ermitteln, so füllt man das Instrument mit Wasser, welches vollständig von aller Luft befreit ist. Durch geringe Temperaturveränderungen bringt man nun ein kleines Säulchen von Luft, von Quecksilber oder von Schwefelkohlenstoff in das Röhrchen, wodurch das Wasser im Instrument begränzt wird. Ist das Piezometer so vorgerichtet, so befestigt man auf der Platte, auf welcher die Theilung sich befindet, ein kleines Luftmanometer, d. h. eine cylindrische Glasröhre, welche 10 bis 15 Millimeter Durchmesser hat, 15 bis 20 Centimeter lang, unten offen und oben zugeschmolzen ist. Der Apparat wird dann in den Compressionsbehälter gebracht, welcher vorläufig schon mit Wasser gefüllt ist; dabei muß man aber die geringste Temperaturerhöhung auf das sorgfältigste vermeiden, denn eine Temperaturerhöhung von einem halben Grad würde schon hinreichen, um den Index in den kleinen Trichter zu treiben und eine Temperaturerniedrigung von 1 bis 2 Grad würde machen, daß der Index bis in das Gefäß zurücksinkt. Es bleibt nun noch

übrig, das Wasser in dem großen Gefäße zu comprimiren, damit sich der Druck auf die Flüssigkeit im Piezometer fortpflanzt. An dem obern Ende des Glasgefäßes ist aber eine metallene Röhre *f* befestigt, in welcher sich ein Kolben *h* bewegt. Dieser Kolben befindet sich während der Füllung über der Seitenöffnung *i* der Röhre *f*. Das Wasser wird durch eine Röhre *g* eingegossen, und die Luft entweicht durch die Oeffnung *i*. Wenn das Gefäß gefüllt ist, wird die Röhre *g* durch einen Hahn geschlossen und dann der Kolben *h* durch eine Schraube niedergedrückt, welche man mit Hülfe der Handhabe *k* umdreht. Man beobachtet nun zu gleicher Zeit das Manometer, welches die Größe des Drucks angiebt, und den Index des Piezometers, um die entsprechende Volumenverminderung zu erhalten. Man würde auf diese Weise unmittelbar die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten erhalten, wenn das Glas nicht selbst etwas zusammendrückbar wäre, dadurch aber wird noch eine Correction nöthig. Nach den Versuchen, die Colladon und Sturm über die Zusammendrückbarkeit des Glases anstellten, wird durch den Druck einer Atmosphäre der kubische Inhalt eines Glasgefäßes um 0,00000165 seines ursprünglichen Volumens verkleinert. Mit Berücksichtigung dieser Correction ergeben sich folgende Werthe für die Zusammendrückbarkeit verschiedener Flüssigkeiten.

Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit für den Druck einer Atmosphäre in Milliontheilen des ursprünglichen Volumens.	
	Colladon und Sturm	Oersted
Quecksilber	3,38	2,65
Schwefelsäure	30,35	
Salpetersäure	30,55	
Schwefelkohlenstoff		31,65
Ammoniak	33,05	
Essigsäure	40,55	
Luftfreies Wasser	49,65	46,65
Salpeteräther	69	
Terpentinöl	71,35	
Salzsäureäther	84,25 für die 1. Atm.	
id.	80,60 » » 9. »	
Alkohol	94,95 » » 1. »	21,65
id.	91,85 » » 9. »	
id.	87,35 » » 24. »	
Schwefeläther bei 0°	131,35 » » 1. »	61,65
id.	120,45 » » 24. »	
id. bei 11°	148,35 » » 1. »	
id.	139,35 » » 24. »	

Man sieht, daß die Zahlen von Colladon und Sturm immer größer sind als die von Oersted. Beim Quecksilber und dem Wasser ist der Unterschied gering, beim Schwefeläther und dem Alkohol ist er jedoch sehr bedeutend. Diese beiden letzten Flüssigkeiten und der Salzsäureäther zeigen, daß die Zusammendrückbarkeit mit wachsendem Druck abnimmt. Endlich sieht man auch aus der Tabelle, daß der Schwefeläther bei 11^0 weit stärker zusammendrückbar ist als bei 0^0.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in Flüssigkeiten zu berechnen, hat La Place folgende Formel gegeben:

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}},$$

wo v und g dieselbe Bedeutung haben wie in der vorigen Formel, λ aber die Verkürzung bezeichnet, welche eine horizontale Flüssigkeitssäule von 1^m Länge in einer unelastischen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Drucke erleidet.

Um diese Formel anwenden zu können, muß man λ kennen. Diese Größe ist aber leicht zu bestimmen, wenn man die Zusammendrückbarkeit einer Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Das Wasser wird z. B. durch den Druck einer Atmosphäre um 47,85 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt; durch den Druck einer Atmosphäre wird also eine 1^m lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47,85 Milliontel Meter zusammengedrückt. Der Druck der Atmosphäre entspricht aber einem Quecksilberdruck von $0{,}76^m$ bei einer Temperatur von 10^0 und dem Druck einer Wassersäule von $10{,}2934^m$; eine Wassersäule von 1^m Höhe würde also eine Verkürzung von $\frac{0{,}00004785}{10{,}2934}$ oder 0,0000046486 Metern hervorbringen, und dies ist der Werth von λ für Wasser; substituirt man diesen Werth von λ in der Formel, so findet man, daß die Geschwindigkeit des Schalls in Wasser von 10 Grad 1453 Meter in der Sekunde beträgt.

Die vorstehende Formel kann leicht auf folgende Weise umgeformt werden:

$$v = \sqrt{\frac{9{,}8088 . 0{,}76 . 13{,}544 . 1000000}{d\,c}},$$

wo d die Dichtigkeit der Flüssigkeit, im Vergleich zum Wasser, und c ihre Zusammendrückbarkeit für eine Atmosphäre bezeichnet.

Nach dieser Formel ist die Geschwindigkeit des Schalls in folgenden Flüssigkeiten bei 10^0 berechnet:

Namen der Flüssigkeiten	Dichtigkeit	Zusammendrückbarkeit	Geschwindigkeit des Schalls in 1''
Aether	0,712 .	131,35 .	1039 m
Alkohol	0,795 .	94,95 .	1157
Chlorwasserstoffäther	0,874 .	84,25 .	1171
Terpentinöl	0,870 .	71,35 .	1276
Wasser	1 .	47,85 .	1453
Quecksilber	13,5 .	3,38 .	1484
Salpetersäure	1,403 .	30,55 .	1535
Wasser mit Ammoniak gesättigt .	0,9 .	33,05 .	1842

Das Wasser ist die einzige unter diesen Flüssigkeiten, welche einem directen Versuch unterworfen worden ist. Colladon fand die Geschwindigkeit des Schalls im Wasser des Genfersees gleich 1435 Metern in der Sekunde, was von der berechneten Zahl 1453 nur wenig abweicht.

Die Zahlen der letzten Columne sind alle mit einer Ungewißheit behaftet, welche besonders von der Ungewißheit des Werthes für die Zusammendrückbarkeit abhängt. Nimmt man z. B. für Alkohol den von Oersted angegebenen Werth der Zusammendrückbarkeit, so würde sich für die Geschwindigkeit des Schalls 2423 Meter in der Sekunde ergeben, während man sie nur gleich 1157m findet, wenn für die Zusammendrückbarkeit des Alkohols der von Colladon und Sturm gefundene Werth zu Grunde liegt.

Wenn zwei unter Wasser zusammenstoßende Körper ein Geräusch erzeugen, welches weithin wiederhallt, so ist die Flüssigkeit direct in allen Punkten erschüttert, in welchen sie die Oberfläche der schwingenden festen Körper berührt; das Wasser ist in diesem Falle erschüttert wie die Luft durch das Erzittern einer Glocke. Wenn Stäbe unter Wasser oder Quecksilber transversal oder longitudinal schwingen, so setzen diese Schwingungen ebenfalls durch einen direkten Stoß die Flüssigkeit in Vibrationen. Man könnte also glauben, daß der Stoß fester Körper durchaus nöthig sey, um Flüssigkeiten vibriren zu machen; aber das Spiel der Syrene kann auch unter Wasser Schallschwingungen erzeugen, welche einen andern Ursprung haben. Man macht den Versuch auf folgende Weise: In Fig. 391 ist *v* ein weites und tiefes Gefäß, in welchem eine Syrene *s* befestigt ist; die Windröhre *t* ist durch einen Hahn *r* verschlossen und wird hier eine Zuleitungsröhre für Wasser, denn sie communicirt mit einer Bleiröhre *p*, welche mit Wasser gefüllt ist, welches aus einem 12 bis 15 Fuß höher liegenden Reservoir kommt. Wenn der Apparat aufgestellt und befestigt ist, wird Wasser in das Gefäß *v* gegossen, bis die Syrene ganz unter Wasser steht, und dann der Hahn *r* geöffnet. Auf der Stelle bringt das

Wasser hervor, die Platte der Syrene dreht sich, und man hört einen sehr bestimmten Ton.

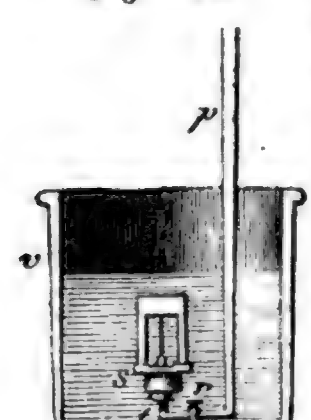


Fig. 391.

Die Flüssigkeit, welche nun in rascher Abwechselung bald durch die Oeffnungen der Platte hindurchgeht, bald aufgehalten wird, verhält sich hier gerade so wie die Luft unter ähnlichen Umständen.

Es giebt ohne Zweifel noch andere Mittel, ohne den Stoß fester Körper, Schallschwingungen in Flüssigkeiten zu erzeugen. Man weiß z. B., daß ein Strom elektrischer Funken mitten in einer Flüssigkeit ein Geräusch erzeugt, und wenn man einen Apparat anbringen könnte, um mitten im Wasser kleine Blasen von Knallgas zu entzünden, welche rasch auf einander folgen, so würde man sicher ein sehr intensives Geräusch hervorbringen, ohne andere feste Körper anzuwenden, als die Knöpfe der Metalldrähte, welche die Elektricität leiten.

Geschwindigkeit des Schalls in festen Körpern. Die Formel, 148
welche La Place für Flüssigkeiten gegeben hat, läßt sich auch auf feste Körper anwenden, nur herrscht noch einige Ungewißheit in Beziehung auf die Ermittelung des Werthes von λ. Man nimmt zwar an, daß eine horizontale Metallstange gleichviel verkürzt oder verlängert wird, wenn sie mit gleicher Kraft gedrückt oder gezogen wird, und da man für feste Körper leichter die Verlängerung als die Verkürzung messen kann, so nimmt man an, daß in

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

für λ die Verlängerung zu setzen ist, welche eine 1^m lange Stange erleidet, wenn sie durch ein Gewicht gezogen wird, welches dem ihrigen gleich ist. Die Verlängerung ist aber nicht dieselbe, wenn man annimmt, daß die Stange nur an ihren Enden gezogen wird, oder wenn man annimmt, daß dieser Zug auf alle Punkte ihrer Oberfläche wirkt. Mehrere Betrachtungen lassen annehmen, daß für λ bei festen Körpern, wie bei Flüssigkeiten, die Veränderung des Volumens zu nehmen sey, welche der Stab erleidet, wenn auf alle Punkte seiner Oberfläche gleiche Kräfte wirken. In dieser Voraussetzung müßte man für λ $^3/_2$ der Verlängerung nehmen, welche ein Stab erleidet, wenn er nur an seinen beiden Enden gezogen wird. Nach den Versuchen von Collabon und Sturm verlängert sich ein Glasstab um 11 Zehnmilliontel seiner Länge, wenn die ziehende Kraft dem Druck einer Atmosphäre gleich ist; man müßte also $^{33}/_2 = 16{,}15$ Zehnmilliontel für die Vergrößerung des Volumens nehmen, wenn der Glasstab an allen Punkten seiner Oberfläche diesen Zug auszuhalten hätte.

Berechnet man daraus die Vergrößerung des Volumens, welche eine dem Gewicht eines 1 Meter langen Glasstabes äquivalente ziehende Kraft hervorbringt, so ergiebt sich 4959 Meter für die Geschwindigkeit des Schalls in dem Glase.

Um die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern durch den Versuch zu ermitteln, haben Chladni und Savart Versuche angestellt. Das Princip, auf welchem sie beruhen, ist folgendes:

Es sey v die Geschwindigkeit das Schalls in der Luft, l die Länge einer offenen Röhre und n die Anzahl der Schwingungen, welche die Luftsäule in ihr in 1'' macht, wenn sie ihren Grundton giebt; die Länge der Schallwellen, welche in diesem Falle erzeugt werden, ist gleich $2l$, gleich der doppelten Röhrenlänge; die n Undulationen, welche in einer Sekunde erzeugt werden, bilden also eine Länge $2nl$, welche der Schallgeschwindigkeit v gleich ist, man hat also

$$v = 2nl.$$

Es sei ferner v' die Schallgeschwindigkeit in irgend einem festen Körper, l die Länge eines cylindrischen oder prismatischen Stabes von dieser Substanz; n' die Anzahl der Vibrationen, welche der longitudinal schwingende Stab in einer Sekunde macht, wenn er seinen Grundton giebt, wenn er also an beiden Enden frei ist und in der Mitte gehalten wird; die Länge der Wellen, welche in diesem Falle in seiner eigenen Substanz entstehen, ist $2l$, die n' Undulationen, welche er in einer Sekunde macht, würden also eine Länge $2n'l$ bilden, welche gleich der Schallgeschwindigkeit v', d. h. gleich dem Raum ist, welchen der Schall in diesem Körper in 1'' zurücklegen würde. Es ist also

$$v' = 2n'l.$$

Verbindet man diese Gleichung mit der vorigen, so kommt

$$v' = v\,\frac{n'}{n},$$

woraus hervorgeht, daß man, um die Geschwindigkeit des Schalls in irgend einem Körper zu finden, nur den Grundton zu hören braucht, welchen ein aus dieser Substanz verfertigter Stab hervorbringt, wenn er longitudinal schwingt, und dann diesen Grundton mit dem Grundton einer gleich langen offnen Röhre vergleicht. Der Quotient dieser beiden Töne, multiplicirt mit der Schallgeschwindigkeit in der Luft, giebt die verlangte Geschwindigkeit.

Nehmen wir z. B. an, man ließe einen 8 Fuß langen Stab von Pinienholz longitudinal schwingen, indem man ihn in der Mitte festhält und an einem Ende mit einem mit Colophonium überzogenen Tuche reibt, so würde der hervorgebrachte Ton mit dem $\overset{\equiv}{c}$ eines Klaviers im Einklang

seyn. Man weiß aber, daß eine 8 Fuß lange offene Röhre den Ton $\underline{C}$ giebt, es ist also für diesen Fall $\frac{n'}{n} = 16$, in Tannenholz ist also die Geschwindigkeit des Schalls 16 mal größer als in der Luft, oder

$$v' = 340 . 16 = 5440.$$

Durch eine Reihe ähnlicher Versuche hat Chladni die Geschwindigkeit des Schalls in mehreren festen Körpern bestimmt, wie man in folgender Tabelle sieht.

Namen der Substanzen:	Geschwindigkeit, verglichen mit Schallgeschwindigkeit in der Luft.
Fischbein	$6^2/_3$
Zinn	$7^1/_2$
Silber	9
Nußbaumholz	$10^2/_3$
Taxusholz	$10^2/_3$
Messing	$10^2/_3$
Eichenholz	$10^2/_3$
Pflaumenbaumholz	$10^2/_3$
Irdene Pfeifenröhren	10 bis 12
Kupfer	12
Birnbaumholz	$12^1/_2$
Rothbuchenholz	$12^1/_2$
Ahornholz	$12^1/_3$
Akazienholz	$14^2/_5$
Ebenholz	$14^2/_5$
Hagebuchenholz	$14^2/_5$
Ulmenholz	$14^2/_5$
Erlenholz	$14^2/_5$
Birkenholz	$14^2/_5$
Lindenholz	15
Kirschbaumholz	15
Weidenholz	16
Pinienholz	16
Glas	$16^2/_3$
Eisen oder Stahl	$16^2/_3$
Tannenholz	18

Die von Savart gefundenen Zahlen stimmen im Allgemeinen mit denen von Chladni überein. Savart hat aber außerdem noch nachgewiesen, daß für ein und denselben Körper Verschiedenheiten stattfinden, welche von Unterschieden in dem Molekularzustande abhängen.

149 **Mittheilung der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern.** Wenn mehrere feste Körper unter einander zu einem Ganzen verbunden sind, so verbreiten sich die von einem Theile dieses Systems ausgehenden Vibrationen mit der größten Leichtigkeit als fortschreitende Wellen über die ganze Masse; an der Gränze angekommen, gehen nun aber die Wellen nur theilweise in das angrenzende Mittel, einen luftförmigen oder flüssigen Körper, über, theilweise aber werden sie reflectirt, und durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den neu ankommenden bilden sich in den einzelnen Theilen des festen Systems stehende Schwingungen. Ein solches System bildet ein Ganzes, welches, wenn ein Punkt in Schwingungen versetzt wird, sich wie ein einzelner fester Körper in einzelne schwingende Theile abtheilt, die durch Schwingungsknoten getrennt sind. Jeder einzelne Theil verliert gewissermaßen seine Individualität, seine Verbindung mit den benachbarten Stücken hindert ihn so zu schwingen, wie es geschehen würde, wenn er allein wäre.

Savart hat viele Versuche über diesen Gegenstand gemacht; er hat seine Apparate auf mancherlei Weise abgeändert, um zu zeigen, daß sich die Vibrationen wirklich über ein ganzes System von Platten, Streifen, Glocken, Saiten u. s. w. verbreiten. Unter den Resultaten, die in seiner Abhandlung (Ann. de Phys. et de Chim. T. 25) niedergelegt sind, wollen wir folgendes Beispiel hervorheben, welches den Vortheil hat, zugleich den Einfluß nachzuweisen, welchen die Richtung der Bewegung auf die Bildung der Schwingungsknoten hat. Eine Holzplatte *a*, Fig. 392, ist an dem einen Ende befestigt, an dem andern aber durch eine Saite *b* gespannt, welche durch einen Schlüssel *e* mehr oder weniger angezogen werden kann. Sobald die Saite durch einen Fiedelbogen angestrichen wird, geräth auch die Platte *a* in Schwingungen. Für denselben Ton sind die Knotenlinien, welche sie auf der obern und untern Seite zeigt, von der Schiefe des Fiedelbogens oder

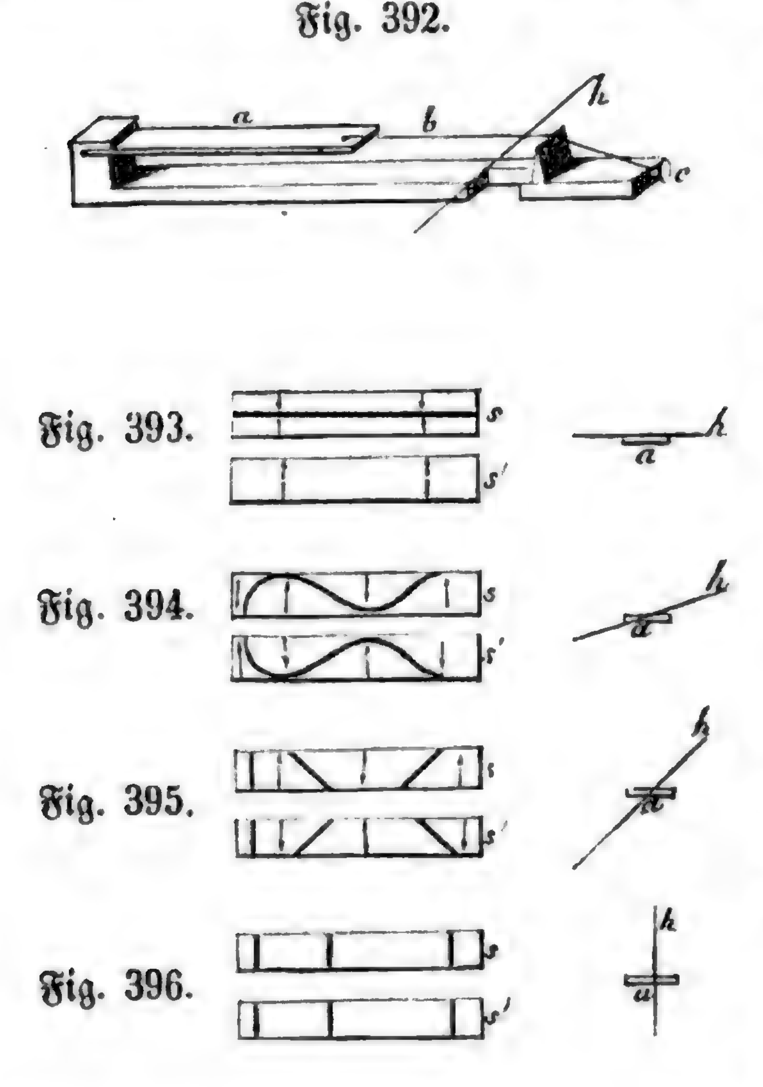


Fig. 392.
Fig. 393.
Fig. 394.
Fig. 395.
Fig. 396.

der Richtung abhängig, in welcher die Platte schwingt, wie man in Fig. 393 bis 396, Seite 330, sieht, wo *a* den Querschnitt der Platte, *h* die Richtung des Fiedelbogens, *s* und *s'* die entsprechenden Knotenlinien auf die obere und untere Fläche der Platte darstellen. Die Schwingungen pflanzen sich nicht allein fort, sondern ihre Richtung hängt auch davon ab, in welcher Richtung das erste Theilchen bewegt wird, welchem sich die Bewegung der Saite mittheilt.

Während sich die Schallwellen leicht über ein System von festen Körpern verbreiten, gehen sie nicht so leicht von einem festen Körper auf einen flüssigen, weniger leicht auf einen gasförmigen über; so kommt es denn, daß mancher ziemlich stark vibrirende feste Körper doch nur einen ganz schwachen Ton hören läßt, nur weil sie ihre Schwingungen der Luft nicht gehörig mittheilen können. Dies ist z. B. bei der Stimmgabel der Fall, welche, stark angeschlagen und frei in der Luft gehalten, doch nur einen ganz schwachen Ton hören läßt.

Um den Ton eines solchen Körpers zu verstärken, muß man die Mittheilung seiner Schwingungen an der Luft durch Resonanz, d. h. dadurch befördern, daß man die stehenden Schwingungen des tönenden Körpers noch auf einen andern zu übertragen sucht. Ein Mittel dazu haben wir schon kennen gelernt, die schwachtönenden, aber doch stark vibrirenden Körper vor eine Röhre von entsprechender Länge zu bringen, und so die Luftmasse in derselben zum Mittönen zu bringen.

Ein zweites Mittel, den Ton zu verstärken, besteht darin, den tönenden Körper mit einem andern leicht in Schwingungen zu versetzenden Körper von verhältnißmäßig großer Oberfläche in Berührung zu bringen. Es bilden sich dann auf diesem, wie schon erwähnt wurde, ebenfalls stehende Schallschwingungen, und diese theilen sich, der großen Oberfläche des mittönenden (resonirenden) Körpers wegen, der Luft leichter mit. Setzt man z. B. die stark angeschlagene, aber in freier Luft schwachtönende Stimmgabel auf einen Kasten von dünnem elastischen Holze, so hört man den Ton ungleich stärker. Darauf beruht die Anwendung des Resonanzbodens in verschiedenen musikalischen Instrumenten. Bei Flöten, Orgelpfeifen u. s. w. ist kein Resonanzboden nöthig, weil hier die stehenden Schwingungen einer Luftmasse den Ton geben, und diese sich ganz leicht der umgebenden Luft mittheilen.

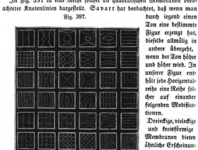
So wie Vibrationen fester Körper Schallwellen in der Luft erzeugen, so können auch umgekehrt Schallwellen, die, sich in der Luft verbreitend, einen festen Körper treffen, diesen zum Vibriren bringen. So sieht man z. B. die Saite eines Instrumentes in Schwingungen gerathen, wenn sie von den Schallwellen des Tones, welchen sie selbst giebt, oder eines seiner harmonischen Töne getroffen wird, so erzittern die Fensterscheiben heftig

unter dem Einfluß gewisser Töne der Stimme, oder des Knalls einer Kanone. Diese Erscheinung, welche man so auffallend an leicht beweglichen Körpern wahrnimmt, findet auch bei größeren Massen und weniger elastischen Körpern statt; alle Pfeiler und Mauern eines Domes erzittern mehr oder weniger beim Läuten der Glocken.

Leicht in Schwingungen zu versetzende Körper theilen sich, wenn sie durch Schallwellen, welche sie treffen, in Vibrationen versetzt werden, durch Knotenlinien auf ähnliche Weise in einzelne vibrirende Abtheilungen, wie dies auch bei selbsttönenden Körpern der Fall ist. Savart, welcher diese Erscheinungen ganz besonders studirt hat, befestigte die Ränder der Membranen, indem er sie auf einen Holzrahmen oder über die Oeffnung einer Glasglocke klebte; sie wurden mehr oder weniger beleuchtet, um ihnen eine größere oder geringere Spannung zu ertheilen. Um sie in Schwingungen zu versetzen, näherte er eine schwingende Stimmgabel oder eine Orgelpfeife, deren Ton voll und andauernd war. Sobald der Ton sich hören läßt, vibrirt die Membrane gerade so, als ob sie direct wäre erschüttert worden; die Sandkörnchen, welche sie bedecken, springen auf der Oberfläche umher, um sich in den Knotenlinien anzuhäufen. Die Figuren, welche man erhält, sind äußerst mannigfaltig und hängen von der Spannung der Membrane und der Höhe der Töne ab, welche sie treffen.

In Fig. 397 ist eine Reihe solcher an quadratischen Membranen beobachteter Knotenlinien dargestellt. Savart hat beobachtet, daß wenn man durch irgend einen Ton eine bestimmte Figur erzeugt hat, dieselbe allmälig in andere übergeht, wenn der Ton höher und höher wird. In unserer Figur enthält jede Horizontalreihe eine Reihe solcher auf einander folgenden Modificationen.

Fig. 397.



Dreieckige, vieleckige und kreisförmige Membranen bieten ähnliche Erscheinungen dar.

Viertes Kapitel.

Von der Stimme und dem Gehör.

Von der menschlichen Stimme. Das Stimmorgan ist aus meh- 150
reren Theilen zusammengesetzt, welche ohne anatomische Betrachtung nicht vollständig studirt werden können, wir müssen uns deshalb darauf beschränken, im Allgemeinen die Anordnung der Theile zu betrachten, welche am directesten zur Hervorbringung der Stimme mitwirken.

Es ist bekannt, daß die Luftröhre eine Röhre ist, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der andern in den Lungen endigt. Ihre wesentlichste Function ist die Luft durchzulassen, sey es nun beim Ein- oder beim Ausathmen; sie ist fast cylindrisch und aus knorpeligen Ringen zusammengesetzt, welche durch biegsame häutige Ringe verbunden sind. Am untern Ende theilt sie sich in zwei Röhren, die Bronchien, von denen die eine rechts, die andere links geht. Jeder dieser Aeste verzweigt sich weiter nach allen Seiten hin in das Gewebe der Lunge. Oben endigt die Luftröhre mit dem Kehlkopfe, welcher vorzugsweise das Stimmorgan ist.

Der Kehlkopf besteht aus 4 Knorpeln, welche erst in späterm Alter verknöchern, nämlich dem Ringknorpel (cartilago cricoidea), dem Schildknorpeel (cartilago thyroidea) und den beiden Gießkannenknorpeln (cartilagines arytenoideae). Diese Knorpel sind unter sich und mit dem obern Ringe der Luftröhre verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf das Mannigfaltigste bewegt werden. Die innere Wand des Kehlkopfs bildet eine Verlängerung der Luftröhre, die immer enger wird, bis zuletzt nur eine von vorn nach hinten gerichtete Spalte, die Stimmritze (glottis), übrig bleibt. Die Ränder dieser Stimmritze sind größtentheils durch die Stimmbänder gebildet. Nach vorn hin sind diese Stimmbänder an dem Schildknorpel, am entgegengesetzten Ende aber ist das eine Stimmband an dem einen, das andere Stimmband an dem andern Gießkannenknorpel angewachsen, so daß, je nachdem die Knorpel durch die entsprechenden Muskeln mehr genähert oder entfernt werden, die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind, und die Stimmritze größer oder kleiner wird. Die Stimmbänder selbst bestehen aus einem sehr elastischen Gewebe.

Ueber den Lippen der Stimmritze befinden sich zwei sackartige Höhlungen, die eine auf der rechten, die andere auf der linken Seite, welche sich 8 bis 9 Linien weit seitwärts erstrecken und eine Höhe von 5 bis 6 Linien haben; es sind dies die ventriculi Morgagni. Die oberen Ränder dieser

Ventrikeln bilden gleichsam eine zweite Stimmritze, welche 5 bis 6 Linien über der andern liegt. Die obere Stimmritze kann durch den **Kehldeckel** (epiglottis), welcher eine fast dreieckige Haut oder vielmehr ein Knorpel ist, verdeckt werden; dieser Kehldeckel ist mit der einen Seite nach vorn hin angewachsen, und verhindert, wenn er die Stimmritze verdeckt, daß Speisen und Getränke in die Luftröhre gerathen können, indem diese über den Kehldeckel hinweg in den Schlund gelangen.

Der Bau des Kehlkopfes wird durch beistehende Figuren deutlicher werden. Fig. 398 stellt denselben von vorn, Fig. 399 von der Seite, Fig. 400 von hinten, Fig. 401 von oben, mit Hinweglassung der Muskeln, dar, welche die Knorpel bewegen und dadurch die Stimmbänder

Fig. 398.

Fig. 399.

Fig. 400.

Fig. 401.

Digitized by Google

spannen. In allen diesen Figuren ist der Ringknorpel mit *a*, der Schildknorpel mit *b*, der Gießkannenknorpel auf der einen Seite mit *c'*, der auf der andern Seite mit *c''*, der Kehldeckel mit *d* bezeichnet. Der Kehldeckel ist, um Alles deutlicher sehen zu können, in die Höhe gerichtet dargestellt. In Fig. 401 sieht man die Stimmritze, welche durch die zwischen dem Schildknorpel und den Gießkannenknorpeln ausgespannten unteren Stimmbänder gebildet wird; in derselben Figur sieht man auch die oberen Stimmbänder nebst den zwischen ihnen und den unten gelegenen ventriculis Morgagni.

Die Bildung von Tönen in den menschlichen Stimmwerkzeugen hat man schon auf gar verschiedene Weise zu erklären gesucht, ohne daß diese Erklärungen genügend gewesen wären, bis Johannes Müller in Berlin durch seine classischen Untersuchungen über diesen Gegenstand (Handbuch der Physiologie des Menschen, zweiten Bandes erste Abtheilung; und: Ueber die Compensation der physischen Kräfte am menschlichen Stimmorgan) außer Zweifel gesetzt hat, daß die Bildung von Tönen im Kehlkopfe der in Zungenpfeifen ganz analog ist.

Ein Zungenwerk beruht darauf, daß ein Körper, der für sich durch Anstoßen entweder gar keine, oder doch nur schwache und klanglose Töne hervorbringt, durch den continuirlichen Stoß der Luft einen Ton erzeugt, welcher seiner Länge und seiner Elasticität entspricht. Bis jetzt hat man sich vorzugsweise nur mit der Untersuchung fester metallischer oder hölzerner Zungen beschäftigt und die Zungenwerke mit membranösen, durch Spannung elastischen Zungen ziemlich vernachlässigt. Zwar zeigte schon Ferrain (Mém. de l'acad. d. sc. 1741) durch treffliche Versuche, die auch von Anderen bestätigt wurden, daß die Stimmbänder in gewisser Beziehung mit gespannten Saiten zu vergleichen seyen; Biot und Cagniard de la Tour ersetzten die Stimmbänder durch elastische Membranen von Kautschuck, die sie über eine Röhre spannten, doch reichen diese Versuche noch nicht hin, um eine vollkommene Parallele zwischen diesen Zungenwerken und dem Stimmorgane zu begründen. Müller machte zahlreiche Versuche mit membranösen Zungen. Wenn man von einer dünnen Kautschuckplatte einen Streifen abschneidet und denselben über einen Ring oder einen Rahmen von Holz spannt, so giebt er nur einen ganz schwachen, klanglosen Ton, wenn er wie eine Saite gezerrt wird. Wenn aber zu beiden Seiten des Streifens eine steife Platte von Pappe oder Holz befestigt wird, so daß nur eine schmale Spalte auf jeder Seite übrig bleibt, so hat man eine Mundharmonika, deren Zunge aus Kautschuck besteht und welche nun einen reinen, starken und klangreichen Ton giebt. Auch ohne die festen Platten zu beiden Seiten kann man den Streifen zum Tönen bringen, wenn mit einem feinen Röhrchen ein Luftstrom gegen

denselben geblasen wird. Mit membranösen Platten kann man Töne hervorbringen, wenn man über die eine Hälfte eines kurzen Rohres eine Kautschuckplatte spannt und die andere Hälfte mit einer festen Platte bedeckt, so daß nur eine feine Spalte bleibt, wie Fig. 402, oder indem man eine Spalte bildet, die von beiden Seiten durch membranöse Platten begränzt wird, wie Fig. 403. Mit solchen Vorrichtungen erhält man Töne, wenn man in die Röhre bläs't. Ohne hier auf die von Müller mit membranösen Zungen angestellten Versuche weiter einzugehen, wollen wir nur die Bildung der Töne im Stimmorgane selbst noch etwas näher betrachten.

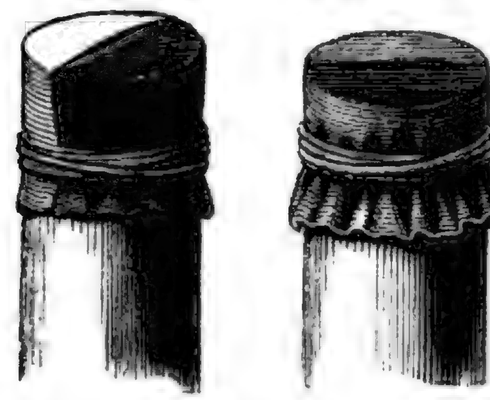
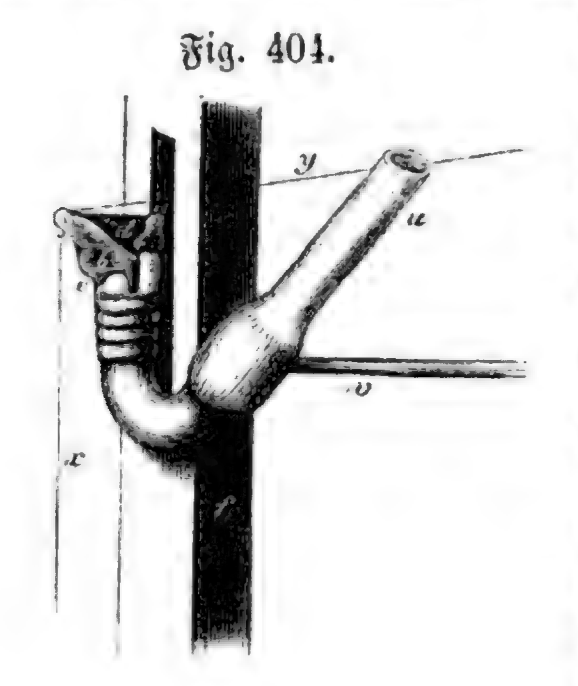


Fig. 402. Fig. 403.

Sowohl Beobachtungen an lebenden Menschen und Thieren, als auch die Versuche an ausgeschnittenen Kehlköpfen menschlicher Leichen zeigen, daß die Stimme in der Stimmritze und weder über, noch unter ihr gebildet wird. Befindet sich eine Oeffnung in der Luftröhre (also unter der Stimmritze), so hört die Stimme auf, sie kehrt aber wieder, sobald diese Oeffnung verschlossen wird; dahingegen bringt eine Oeffnung in den Luftwegen oberhalb der Stimmritze eine solche Wirkung nicht hervor. Magendie hat sich überzeugt, daß die Stimme fortdauert, wenn die oberen Stimmbänder und der obere Theil der Cartilagines arytenoideae verletzt sind; ebenso hat er an lebenden Thieren, deren Stimmritze bloßgelegt wurde, beobachtet, daß die Stimmbänder beim Tongeben in Schwingungen gerathen.

Die entscheidendsten Versuche stellte Müller mit ausgeschnittenen Kehlköpfen an, die er auf eine passende Weise auf einem Brettchen befestigte. Fig. 404 stellt einen solchen Kehlkopf von der Seite gesehen dar. *a* ist einer der Cartilagines arytenoideae (der andere liegt hinter dem gezeichneten), *b* ist der untere Theil des Schildknorpels, *d* die innere Haut des Kehlkopfes, die in den Stimmbändern endigt, welche zwischen den Knorpeln *a* und *b* ausgespannt sind. Der obere Theil des Schildknorpels bis zur Stelle, wo die Stimmbänder angewachsen sind, die ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel sind weggeschnitten, damit man die Bänder der Stimmritze besser sehen kann.

Fig. 404.



Um den Kehlkopf gehörig zu befestigen, wird er mit seiner hintern Wand auf das Brettchen gelegt und der Ringknorpel darauf festgebunden; um die cartilagines arytenoideae zu befestigen, wird ein Pfriemen quer durch dieselben gesteckt, so daß sie neben einander auf demselben fixirt sind und man sie nach Belieben von einander entfernen oder dicht zusammenrücken kann; der Pfriemen selbst wird alsdann durch Schnüre ebenfalls an das Brettchen unbeweglich angezogen. Ist nun auf diese Art die hintere Wand des Kehlkopfes befestigt, so läßt sich den Stimmbändern durch Anziehen des Schildknorpels jede beliebige Spannung geben. Mit so präparirten Kehlköpfen machte Müller eine Menge von Versuchen; wir können hier nur die wichtigsten seiner Resultate hervorheben.

Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Blasen von der Luftröhre aus; diese Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe; sie unterscheiden sich von denen, welche man erhält, wenn die ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, nur durch ihre geringere Stärke, indem diese Theile, wenn sie vorhanden sind, stark mitschwingen und resoniren; die ventriculi Morgagni haben offenbar nur den Zweck, die Stimmbänder von außen frei zu machen.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die größere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluß auf die Höhe des Tons, nur spricht bei weiter Stimmritze der Ton schwerer an und ist weniger klangvoll.

Im Leben geschieht die Spannung der Stimmbänder hauptsächlich dadurch, daß die musculi crico-thyreoidei den Schildknorpel gegen den Ringknorpel herabziehen, was an unserm Präparate dadurch nachgeahmt werden kann, daß man in dem Schildknorpel mittelst eines Hakens eine Schnur x befestigt und diese mit Gewichten belastet. Indem Müller diese Gewichte von $\frac{1}{2}$ bis 37 Loth vermehrte, konnte er alle Töne zwischen *ais* und $\overline{\overline{\overline{dis}}}$, also ungefähr $2\frac{1}{2}$ Octaven, hervorbringen.

Wenn auch der Faden x nicht durch Gewichte belastet ist, so sind doch die Stimmbänder noch nicht völlig abgespannt; um eine stärkere Abspannung und noch tiefere Töne zu erhalten, bringt man eine Schnur y, Fig. 404, an, welche über eine Rolle gehend mit Gewichten belastet wird, um dadurch den Schildknorpel gegen die cartilagines arytenoideae zu ziehen, wodurch die Wirkung des musculus thyreo-arytenoideus nachgeahmt wird. Bei einem solchen Versuche erhielt Müller durch ein Gewicht von $\frac{3}{10}$ Loth den Ton $\overline{dis}$, durch Vermehrung des Gewichts bis zu 3,8 Loth

konnte der Ton bis *H* vertieft werden; durch eine solche Abspannung der Stimmbänder kann man also die tiefsten Baßtöne der Bruststimme hervorbringen.

Werden die Stimmbänder durch Gewichte gespannt, welche in der Richtung ihrer Länge wirken, so vermehrt sich die Schwingungszahl bei größerer Spannung nicht proportional der Quadratwurzel der Spannung, sondern in einem geringern Verhältniß. Auch die vom Kehlkopfe isolirten Stimmbänder zeigen, wenn sie mit Hülfe eines durch ein Röhrchen hervorgebrachten Luftstromes zum Tönen gebracht werden, ein ähnliches Verhalten.

Daß die Stimmbänder bei den Brusttönen schlaff, bei den Falsettönen gespannt sind, ist von Biscovius zuerst entdeckt worden; indessen läßt sich bei einem gewissen Grade der Abspannung bei verschiedenem Anspruche sowohl ein Brustton als ein Falsetton hervorbringen. Bei den Falsettönen schwingt aber nicht, wie bei den Flageolettönen der Saiten, ein aliquoter Theil der Länge der Stimmbänder; der wesentliche Unterschied beider Register besteht darin, daß bei den Falsettönen bloß die feinen Ränder der Stimmbänder, bei den Brusttönen die ganzen Stimmbänder lebhaft und mit großen Excursionen schwingen. Diese Thatsache ist zuerst von Lehfeldt beobachtet worden. Der Falsetton erfolgt leichter bei ganz schwachem Blasen.

Bei großer Abspannung sind die Stimmbänder nicht allein ganz ungespannt, sondern im Zustande der Ruhe auch runzelig und faltig; sie erhalten erst durch das Blasen die zum Schwingen nöthige Tension.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder läßt sich durch stärkeres Blasen der Ton oft bis zu einer Quinte und mehr in die Höhe treiben.

Die Länge der Luftröhre und ihre membranöse Beschaffenheit, Mund- und Nasenhöhle, der Kehldeckel u. s. w. scheinen nach Müller's Versuchen nur einen Einfluß auf den Klang durch Resonanz, nicht aber auf die Höhe und Tiefe der Töne zu haben.

151 **Stimmorgan der Thiere.** Bei den Säugethieren sind die Stimmorgane im Wesentlichen ebenso construirt wie beim Menschen; auch bei ihnen wird der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt, ja bei den Wiederkäuern fehlen die ventriculi Morgagni und die oberen Stimmbänder sogar ganz. Bei den Affen sind die resonirenden Theile des Stimmorgans sehr eigenthümlich; so findet sich z. B. beim Orang-Utang, dem Mandrill und dem Pavian ein häutiger Sack unter dem Zungenbeine. Am größten ist dieser resonirende Apparat bei den Heulaffen der neuen Welt.

Die Stimme der Amphibien entsteht wie bei den Säugethieren im Kehlkopfe; sowohl die Frösche, als auch die Krokodile haben Stimmbänder. Beim männlichen Frosche treten beim Tongeben zugleich häutige Säcke am Halse nach außen, welche zur Verstärkung des Tones dienen. Bei den Fröschen fehlt die Luftröhre, die Bronchien gehen sogleich aus dem Kehlkopfe hervor.

Bei den Vögeln befindet sich das Stimmorgan nicht am obern, sondern am untern Ende der Luftröhre, nämlich da, wo sie sich in die Bronchien theilt; Cuvier zeigte, daß eine Amsel, eine Elster, eine Ente nach Durchschneidung der Luftröhre noch zu schreien vermögen. Die anatomische Untersuchung bestätigt dies Resultat, denn man findet am obern Ende der Luftröhre nur eine Verengerung, eine Spalte, welche keineswegs zur Erzeugung von Tönen geeignet ist, während man am untern Ende einen wunderbar eingerichteten, zur Hervorbringung einer großen Reihe hoher und tiefer Töne geeigneten Apparat findet; doch ist es nicht möglich, davon eine Idee zu geben, ohne zu sehr in anatomische Details einzugehen. Was die Theorie der Vogelstimme betrifft, so herrscht darüber noch eine große Ungewißheit, wenigstens ist es noch nicht bewiesen, daß das Stimmorgan der Vögel auch als eine Zungenpfeife zu betrachten sey.

Das Gehörorgan besteht aus drei Haupttheilen, dem äußeren Ohre, 152
welches durch die Ohrmuschel und den Gehörgang gebildet wird, der Trommelhöhle, welche von dem Gehörgange durch das Trommelfell getrennt ist, und dem Labyrinthe. Das Labyrinth besteht aus knöchernen Höhlungen, welche mit einer Flüssigkeit angefüllt sind, in welcher sich der Gehörnerv verbreitet; um auf diesen Nerven wirken zu können, müssen die Schallvibrationen der ganz von Knochen umgebenen Flüssigkeit im Labyrinthe mitgetheilt werden; dies geschieht durch zwei Oeffnungen des Labyrinthes, welche in die Trommelhöhle führen; sie heißen das ovale und das runde Fenster; das runde Fenster ist mit einem zarten Häutchen überspannt, in das ovale Fenster ist durch einen häutigen Saum ein Knöchelchen eingesetzt, welches Steigbügel genannt und von welchem sogleich näher die Rede seyn wird.

Die Fig. 405 a. f. S. stellt das Labyrinth in stark vergrößertem Maßstabe zum Theil geöffnet dar. Es besteht aus drei Haupttheilen, der Schnecke, dem Vorhof und den halbkreisförmigen Kanälen. Der akustische Nerv verbreitet sich theils in den Vorhof, wo er sich auf die Ampullen, Röhren, welche in den halbkreisförmigen Kanälen liegen und mit einer besondern Flüssigkeit gefüllt sind, ansetzt, größtentheils aber sich in ganz feinen Verzweigungen in der Schnecke verbreitet. Die ein=

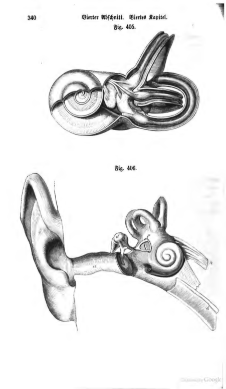


Fig. 405.

Fig. 406.

Digitized by Google

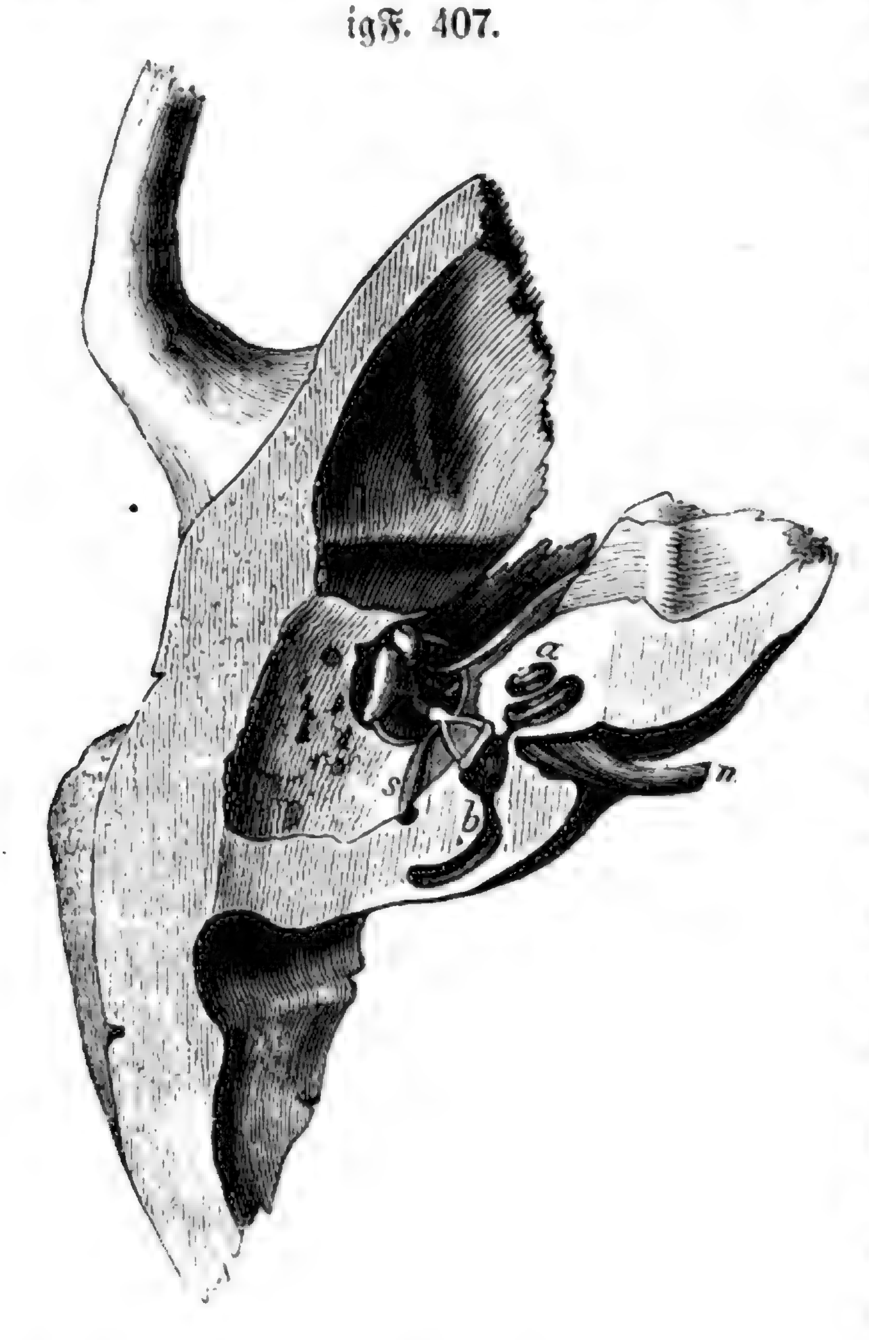
zelnen Windungen der Schnecke sind nämlich durch eine diesen Windungen parallele feine knöcherne Scheidewand in zwei Theile getheilt. Diese Scheidewand ist sehr porös und zellig, und in diese Zellen verbreiten sich die letzten Verzweigungen der akustischen Nerven, wie dies in unserer Figur an dem aufgebrochenen Theile der Schnecke zu sehen ist.

Zu dem Labyrinthe werden nun die Schallschwingungen durch die in der Trommelhöhle befindlichen kleinen Knöchelchen fortgeleitet; diese Knöchelchen sind der Hammer, welcher mit seinem Griffe an der inneren Seite des Trommelfells angewachsen ist; an den Hammer setzt sich der Ambos an, und mit diesem hängt durch das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius der Steigbügel zusammen, dessen Tritt gerade das ovale Fenster verschließt. Aus der Uebersichtsfigur, Fig. 406, welche namentlich das Labyrinth stark vergrößert darstellt, ist ungefähr die gegenseitige Lage aller dieser Theile zu ersehen. *a* ist der Gehörgang, welcher die Schallwellen von der Ohrmuschel zum Trommelfelle führt. Das Trommelfell trennt die Trommelhöhle von dem Gehörgange. Durch die Eustachische Röhre *b* steht die Trommelhöhle mit der Mundhöhle in Verbindung, so daß die Luft in der Trommelhöhle stets mit der äußeren sich ins Gleichgewicht stellen kann. *d* ist der Hammer, welcher einerseits an das Trommelfell angewachsen, mit seinem andern Ende aber an den Ambos *e* angesetzt ist. *f* ist der Steigbügel, welcher, wie man sieht, das ovale Fenster verschließt. *o* ist das runde Fenster; *n* ist der akustische Nerv, welcher sich im Labyrinthe verbreitet.

Die einzelnen Theile des Gehörorgans sind nicht so freiliegend, wie es aus Fig. 406 etwa scheinen möchte; hier ist die knöcherne Hülle, welche Alles einschließt, der Deutlichkeit wegen ganz weggelassen. Der Gehörgang selbst geht durch den Knochen des Schlafbeins hindurch, die Trommelhöhle ist ringsum von Knochenwänden umgeben, und das Labyrinth ist ebenfalls so vollständig in einen Knochen, welcher seiner Härte wegen den Namen des Felsenbeins trägt, eingewachsen, daß man es nur mit Mühe bloßlegen kann. Um eine richtige Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Theile des Gehörorgans in die Knochen-

masse eingewachsen sind, ist in Fig. 407 ein wirklich anatomischer Durchschnitt desselben in natürlicher Größe dargestellt. *a* ist der Durchschnitt der Schnecke, *b* einer der halbzirkelförmigen Kanäle, *n* der Nerv, *i* das Trommelfell; auch der Hammer, Ambos und der Steigbügel sind in der Fig. 407 deutlich zu erkennen.

igF. 407.



Die Ohrmuschel dient dazu, die Schallwellen aufzunehmen und durch den Gehörgang zum Trommelfelle hinzuleiten; dadurch nun wird das Trommelfell in Vibrationen versetzt, die durch die Gehörknöchelchen und durch die Luft in der Trommelhöhle zum Labyrinthe geleitet werden. Durch den Muskel *t* kann das Trommelfell mehr oder weniger gespannt und nach innen gezogen, durch den Muskel *s* kann der Steigbügel bewegt, dadurch aber auch natürlich die Intensität der Mittheilung des Schalls modificirt werden.

Den Einfluß, welchen die größere oder geringere Spannung des Trommelfells auf das Gehör hat, kann man durch ein Hörrohr, Fig. 408, nachweisen, welches mit einem Membrane überspannt ist; man braucht ihre Spannung nur zu vermehren oder zu vermindern, um auch die Lebhaftigkeit der Empfindung zu steigern oder zu schwächen.

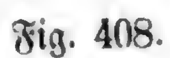
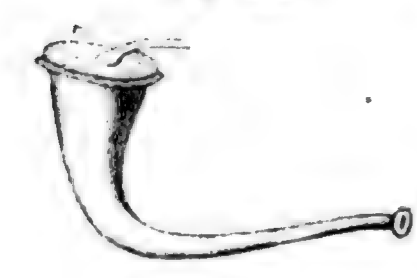


Fig. 408.



Das Wesentlichste am Gehörorgane ist der Gehörnerv; daher kann das Trommelfell verletzt und die Reihe der Gehörknöchelchen unterbrochen seyn, ohne daß deshalb das Gehör ganz aufhört; ja bei manchen Thieren, wie bei den Krebsen, besteht das Gehörorgan nur aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Bläschen, auf welchem sich der Hörnerv ausbreitet.

Bei den Fischen fehlt die Schnecke; die nackten Amphibien haben nur ein, nämlich nur das ovale Fenster, welches durch den Steigbügel verschlossen wird.

Obgleich man über das Wesen des Gehörorgans im Ganzen sich ziemlich Rechenschaft geben kann, so ist man doch über die Funktionen der einzelnen Theile noch nicht ganz im Reinen.

Fünfter Abschnitt.

Von dem Lichte.

Allgemeine Bemerkungen über die Fortpflanzung des Lichts.

153 Die allergewöhnlichsten Wahrnehmungen lehren uns, daß ein leuchtender Punkt sein Licht nach allen Seiten hin aussendet; eine brennende Kerze z. B. würde von allen Punkten einer Kugeloberfläche aus sichtbar seyn, in deren Mittelpunkte sie sich befindet; ebenso verhält es sich mit einem phosphorescirenden Körper, einem elektrischen Funken u. s. w. Was sich im Kleinen bei unseren gewöhnlichen Erfahrungen zeigt, findet auch in der ungeheuern Ausdehnung der Himmelsräume Statt. Die Sonne verbreitet ihren Glanz nach allen Richtungen des Raumes; ihr Licht trifft gleichzeitig die Erde, die übrigen Planeten, die Cometen und alle Körper des Firmamentes, welche Stelle sie auch auf der unendlichen Himmelskugel einnehmen mögen.

Alle leuchtenden Körper bestehen wesentlich aus wägbarer Materie; der leere Raum kann wohl das Licht fortpflanzen, aber nicht erzeugen. Alle leuchtenden Körper nun lassen sich in immer kleinere und kleinere Theilchen zerlegen, und die letzten noch physikalisch wahrnehmbaren Theilchen heißen leuchtende Punkte. So wie also jeder Körper eine Vereinigung von Molekülen oder Atomen ist, so ist ein leuchtender Körper eine Vereinigung leuchtender Punkte.

154 **In einem homogenen Mittel verbreitet sich das Licht stets in gerader Linie.** Wenn man auf einem langen Lineale drei Scheiben anbringt, in deren Mittelpunkte sich eine kleine Oeffnung befindet, so kann man durch diese drei Oeffnungen auf große Entfernung hin eine Kerzenflamme sehen; man sieht sie aber nicht mehr, sobald die drei Oeffnungen nicht in einer geraden Linie liegen. Es versteht sich von selbst, daß man eine Menge vom Lichte ganz unabhängiger Mittel hat, um sich zu überzeugen, ob drei Punkte in einer geraden Linie liegen.

Wenn ein Lichtstrahl eine polirte Glastafel oder einen Metallspiegel etwa

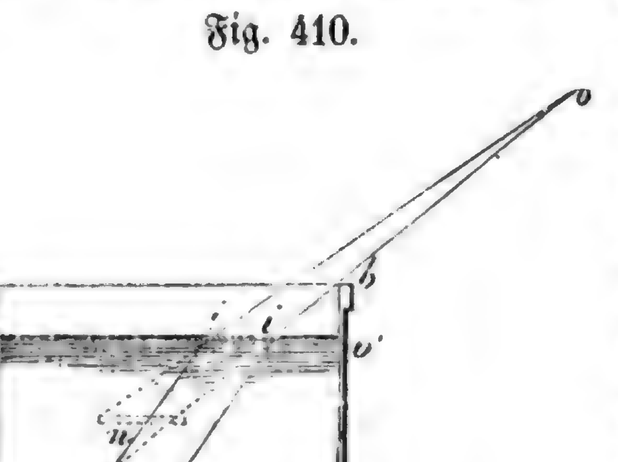
in der Richtung *d i* trifft, so wird er in der Richtung *i r* zurückgeworfen und bewegt sich dann in dieser neuen Richtung geradlinig fort, so lange das Mittel, in dem er sich befindet, homogen bleibt.

Fig. 409.

Diese Ablenkung, welche das Licht erfährt, wenn es auf polirte Oberflächen trifft, heißt Reflexion oder Spiegelung des Lichts.

In einem heterogenen Mittel pflanzt sich das Licht in krum- 155
men Linien fort. Wenn das Licht aus Wasser in Luft übergeht, so erleidet es eine auffallende Ablenkung. Um sich davon zu überzeugen, reicht es hin, ein Gefäß *v*, Fig. 410, zu nehmen, das Auge *o* so zu stellen, daß man nur eben den Rand eines Geldstücks *m* sieht und das übrige durch den Rand *b* des Gefäßes verdeckt ist, und dann Wasser in das Gefäß zu gießen; in dem Maße nun, in welchem das Niveau des Wassers steigt, scheint sich auch das Geldstück zu erheben, bis es endlich ganz sichtbar wird, obgleich es ruhig an seiner Stelle liegen blieb. Das Licht gelangt also jetzt nicht in gerader Linie vom Geldstücke *m* zum Auge, aber es verbreitet sich sowohl im Wasser als auch in der Luft nach geraden Linien. Wir werden später sehen, daß es die gebrochene Linie *m i o* beschreibt.

Fig. 410.



Durch die atmosphärische Luft sehen wir die Gestirne schon vor ihrem eigentlichen Aufgange und nach ihrem wahren Untergange, daher kommt es, daß eine Mondfinsterniß für uns schon sichtbar seyn kann, während wir auch die Sonne noch über dem Horizonte sehen; obgleich also im Moment einer solchen Finsterniß die Sonne, die Erde und der Mond in einer geraden Linie liegen, sehen wir doch die Sonne und den Mond gleichzeitig über dem Horizont, es scheint also, als ob die Erde nicht auf der geraden Linie läge, welche man sich von der Sonne zum Monde gezogen denken kann. Diese Erscheinung ist der ganz ähnlich, daß man das Geldstück im Gefäße sehen kann, obgleich die Gefäßwand sich zwischen dem Auge und dem Geldstücke befindet. Der einzige Unterschied ist nur der, daß die Lichtstrahlen, indem sie die nach der Oberfläche der Erde hin allmälig dichter werdenden Schichten der Atmosphäre durchlaufen, keine so plötzliche Veränderung in der Richtung erleiden, wie beim Uebergange aus Wasser in Luft, sie beschreiben eine krumme und keine gebrochene Linie.

Die Ablenkung, welche ein Lichtstrahl erleidet, wenn er aus einem Mit-

tel in ein anderes übergeht, wird Brechung oder Refraction genannt.

156 **Die Intensität des Lichts nimmt im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung ab.** Denken wir uns einen leuchtenden Punkt in der Mitte einer Hohlkugel, so wird die Oberfläche derselben alles von dem Punkte ausgehende Licht auffangen. Befände sich derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Hohlkugel von einem 2mal, 4mal so großen Halbmesser, so würden auch die Oberflächen dieser größern Kugeln alles von dem leuchtenden Punkte ausgehende Licht auffangen. Nun aber lehrt uns die Geometrie, daß die Oberflächen der Kugeln sich verhalten wie die Quadrate ihrer Halbmesser; wenn sich also die Halbmesser der Kugeln verhalten wie 1 : 2 : 3, so verhalten sich ihre Oberflächen wie 1 : 4 : 9. Wenn sich also derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Kugel von 2mal, 3mal so großem Halbmesser befindet, so muß sich dieselbe Lichtmenge über eine 4mal, 9mal so große Oberfläche verbreiten, die Intensität der Erleuchtung muß also 4mal, 9mal schwächer seyn, wenn sich die erleuchteten Flächen in einer 2mal, 3mal so großen Entfernung vom leuchtenden Punkte befinden, oder allgemein: die Intensität der Erleuchtung nimmt in dem Verhältniß ab, in welchem das Quadrat der Entfernung wächst.

Dieser Satz läßt sich nicht mehr mit aller Strenge auf einen leuchtenden Körper von bedeutender Oberfläche anwenden, dessen Licht man in geringen Entfernungen auffängt.

157 Alle Körper, welche nicht selbst leuchtend sind, theilt man in undurchsichtige Körper, wie Holz, Steine und Metalle; durchsichtige, wie Luft, Wasser und Glas, und durchscheinende, wie dünnes Papier und mattgeschliffenes Glas.

Die undurchsichtigen Körper lassen das Licht nicht durch ihre Masse hindurchdringen; die Undurchsichtigkeit hängt aber immer von der Dicke der Körper ab, denn alle Körper, wenn man sie nur dünn genug machen kann, lassen immer etwas Licht durch. Z. B. durch ein dünnes Goldblättchen, welches auf eine Glasplatte aufgeklebt ist, nimmt man ein bläulich grünes Licht wahr, wenn man nach einer Kerzenflamme oder dem Himmel sieht.

Durchsichtige Körper gestatten dem Lichte den Durchgang, und durch sie kann man deutlich die Gestalt der Gegenstände erkennen. Die Gase, die Flüssigkeiten, die meisten krystallisirten Körper scheinen vollkommen durchsichtig zu seyn, wenn man sie in kleinen Massen hat, denn sie erscheinen in diesem Falle ganz ungefärbt und lassen nicht allein die Form der Körper, sondern auch ihre Farben deutlich wahrnehmen; die durchsichtigsten Körper jedoch erscheinen gefärbt, wenn sie eine hinlängliche Dicke haben, ein Beweis, daß sie einen Theil des Lichts absorbiren. Ein Tropfen Wasser z. B.

erscheint vollkommen farblos, während das Wasser in Masse eine entschieden grüne Farbe hat.

Die durchscheinenden Körper lassen allerdings einiges Licht durch, ohne daß man aber durch sie die Gestalt oder die Farbe der Gegenstände zu erkennen im Stande ist.

Schatten und Halbschatten. Wenn ein undurchsichtiger Körper nur 158
von einem einzigen leuchtenden Punkte aus erleuchtet wird, so ist der Schatten leicht zu bestimmen. Die Gesammtheit aller Linien, welche, von dem leuchtenden Punkte ausgehend, den dunkeln Körper berühren, bildet eine conische Oberfläche, und derjenige Theil derselben, welcher jenseits des dunkeln Körpers liegt, bildet die Gränze des Schattens.

Fig. 411.

Wenn der leuchtende Körper eine namhafte Ausdehnung hat, so ist außer dem Schatten auch noch der Halbschatten zu unterscheiden. Der Schatten, der in diesem Falle auch der Kernschatten genannt wird, ist der Raum, welcher gar kein Licht empfängt, der Halbschatten hingegen ist die Gesammtheit aller der Orte, welche von einigen Punkten des leuchtenden Körpers Licht empfangen, von anderen aber nicht. Es sey z. B. *A*, Fig. 412, eine große leuchtende Kugel, *B* eine kleinere undurchsichtige. Wie

Fig. 412.

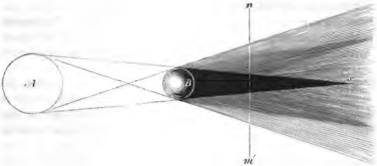
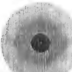


Fig. 413.



weit sich der Kernschatten, wie weit sich der Halbschatten erstreckt, ist aus der Figur deutlich zu ersehen. Durch einen Schirm in *m n* aufgefangen, würde der Schatten das Ansehen Fig. 413 haben. Der Durchmesser des Kernschattens nimmt mit der Entfernung vom leuchtenden Körper ab, der Durchmesser des Halbschattens aber nimmt zu. Ganz nahe

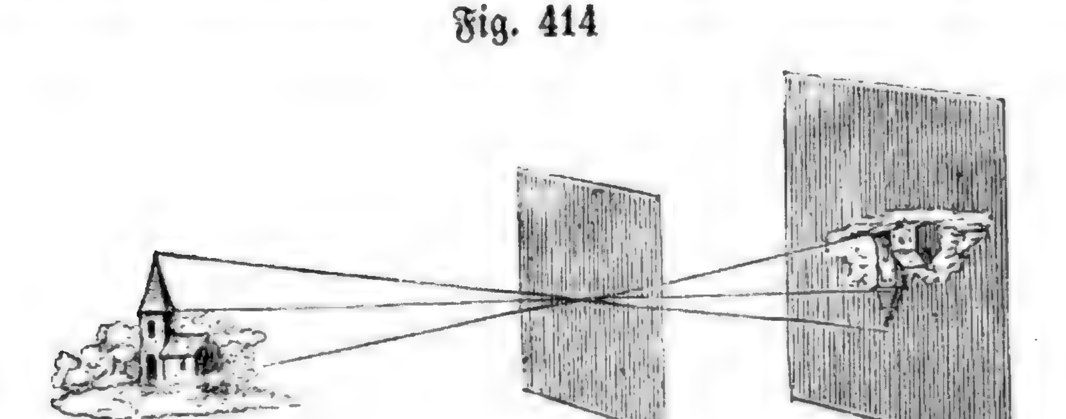
Google

beim schattengebenden Körper ist deshalb der Kernschatten nur von einem schmalen Halbschatten umgeben; nahe hinter dem Körper, welcher den Schatten wirft, ist er deshalb ziemlich scharf begränzt; in größerer Entfernung ist die Breite des Halbschattens bedeutender, der Uebergang vom Kernschatten zum vollen Lichte deshalb allmäliger, der Schatten erscheint nicht mehr scharf, sondern verwaschen. Jenseits des Punktes *s* hört der Kernschatten ganz auf, und der an Breite immer zunehmende Halbschatten wird deshalb auch immer unbestimmter und schwächer.

Auf diese Weise erklärt sich, daß der Schatten eines dem Sonnenlichte ausgesetzten Körpers, dicht hinter demselben aufgefangen, scharf begränzt, in größerer Entfernung hingegen ganz unbestimmt ist. So kann man z. B. nicht mehr mit Bestimmtheit den Punkt angeben, wo der Schatten der Spitze eines Thurmes auf dem Boden aufhört. Ein Haar, welches im Sonnenlichte dicht über ein Blatt Papier gehalten wird, wirft einen scharfen Schatten, hält man es aber nur zwei Zoll hoch über dem Papier, so ist wohl kaum noch ein Schatten wahrzunehmen.

Wenn man das von einem leuchtenden Punkte ausgehende Licht durch einen Schirm auffängt, in welchem eine ganz kleine Oeffnung gemacht ist, so wird das durch die Oeffnung durchgehende Licht einen scharf begränzten Lichtstrahl bilden; läßt man diesen Strahl auf einen zweiten Schirm fallen, so erhält man einen hellen Fleck auf dunklem Grunde. Auf diese Weise erhält man in einem ganz dunklen Zimmer auf einer Wand, welche der feinen Oeffnung im Laden gegenübersteht, ein Bild von jedem sich außerhalb befindlichen leuchtenden Punkte, welcher Lichtstrahlen durch diese Oeffnung ins Zimmer sendet, und so entstehen auf der Wand verkehrte Bilder aller außerhalb befindlichen Gegenstände, Fig. 414.

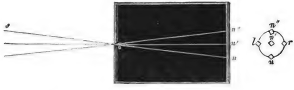
Fig. 414



Wenn man das Licht der Sonne durch eine kleine Oeffnung fallen läßt, so erhält man jederzeit ein rundes Sonnenbild, welches auch die Gestalt der Oeffnung selbst seyn mag. Diese anfangs auffallend erscheinende Thatsache erklärt sich ganz einfach. Wenn die Sonne ein einziger leuchtender Punkt wäre, so würde auf der Wand, welche der Oeffnung gegenüberliegt, ein heller

Fleck sich bilden, welcher genau die Gestalt der Oeffnung hat. Nehmen wir an, die Oeffnung *o*, Fig. 415, sey viereckig, so wird das vom höchsten Punkte der Sonnenscheibe ausgehende Licht in der Richtung *son* auf den

Fig. 415.



Schirm fallen, und bei *n* wird ein kleiner viereckiger heller Fleck entstehen. Der tiefste Punkt der Sonne veranlaßt ein viereckiges Bild bei n''; der mittlere Punkt der Sonnenscheibe aber den eckigen Flecken n'. Das Bildchen *l* rührt von dem äußersten Punkte am rechten, *r* aber von dem äußersten Punkte am linken Sonnenrande her. Alle übrigen Punkte des Sonnenrandes geben viereckige Bilder, die auf den Umfang des Kreises $ln''rn$ fallen, während die übrigen Punkte der Sonne das Innere dieses Kreises erleuchten; die Gesammtheit aller der einzelnen viereckigen hellen Bildchen zusammen genommen bildet mithin einen kreisförmigen hellen Fleck.

Geschwindigkeit des Lichts. Vergeblich hatte die florentinische Academie durch Versuche auf der Erde die Geschwindigkeit des Lichts zu ermitteln versucht, bis Olaf Römer, ein Däne, so glücklich war, durch seine fleißigen Beobachtungen der Jupiterstrabanten, die er in den Jahren 1675 und 1676 mit Cassini dem Aeltern auf der Sternwarte zu Paris anstellte, dieselbe zu bestimmen. 159

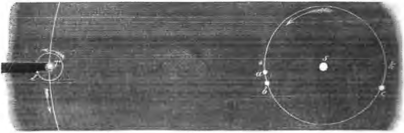
Der Jupiter wird bekanntlich von 4 Monden umkreis't, deren Bahnen sehr nahe in eine und dieselbe Ebene, und zwar fast in die Ebene der Erdbahn, fallen, die Bahnen dieser Trabanten erscheinen uns deshalb zur Linie verkürzt, und so sehen wir sie immer in einer geraden Linie aufgestellt, deren Richtung durch den Mittelpunkt des Jupiters geht. Fig. 416 stellt ungefähr den Anblick dar, den uns der Jupiter mit seinen Trabanten schon durch mittelmäßige Fernröhre bietet. Natürlich ändern diese Monde beständig ihre Stellung gegen den Jupiter; bald sieht man auf jeder Seite desselben zwei, bald einen auf der einen Seite und drei auf der andern, manchmal sieht man einen Trabanten gar nicht, wenn er sich nämlich gerade vor oder hinter dem Jupiter befindet. Verfolgt man die Bewegungen eines und desselben Trabanten, so sieht man, wie derselbe sich bald von Westen nach Osten, bald von Osten nach Westen

Fig. 416.

in der erwähnten Linie fortbewegt. Während er die der Erde abgewandte Hälfte seiner Bahn durchläuft, also sich hinter dem Jupiter her bewegt, sehen wir ihn von Westen nach Osten gehen, er tritt also auf der Westseite in den Jupitersschatten ein und auf der Ostseite aus. So lange der Trabant die uns zugewendete Hälfte seiner Bahn durchläuft, während er also vor dem Jupiter hergeht, sehen wir ihn von Osten nach Westen fortschreiten. Weil nun der Jupiter bei weitem größer ist als unsere Erde, weil also sein Schattenkegel einen ungleich bedeutenderen Durchmesser hat als der Erdschatten, so kommt es, daß die Trabanten bei jedem Umlaufe vollständig verfinstert werden, nur der äußerste Trabant geht manchmal neben dem Schatten vorbei.

In Fig. 417 stelle *S* die Sonne, der um *S* gezogene Kreis die Erdbahn und *T* den Jupiter mit der Bahn eines seiner Trabanten dar. Während

Fig. 417.



die Erde die Hälfte ihrer Bahn, also den Weg von *o* bis *k*, durchläuft, vollendet der Jupiter nur etwa $^1/_{24}$ seiner Bahn; der einfachern Betrachtung wegen wollen wir jetzt von dieser Bewegung des Jupiters ganz abstrahiren und annehmen, er stünde ganz still. Während sich die Erde von *o* bis *k* bewegt, also während der Zeit von der Opposition des Jupiters bis zur Conjunction können wir von der Erde aus sehen, wie die Trabanten auf der Ostseite des Schattens aus demselben austreten; von der Zeit der Conjunction aber bis zur nächsten Opposition können wir nun die Eintritte des Trabanten in den Jupitersschatten beobachten; während dieser Zeit sehen wir den Trabanten westlich vom Jupiter verschwinden. Gesetzt nun, man habe kurz nach der Opposition zwei auf einander folgende Austritte eines und desselben Trabanten beobachtet, so ist die zwischen den beiden Momenten verflossene Zeit die Umlaufszeit des Trabanten. Während dieser Zeit aber hat sich die Erde von *a* nach *b*, also nicht von dem Jupiter ab, sondern in einer solchen Richtung bewegt, daß ihre Entfernung von diesem Planeten fast unverändert geblieben ist. Für den

Digitized by Google

Trabanten, welcher dem Jupiter am nächsten ist, ergiebt sich aus solchen Beobachtungen eine Umlaufszeit von 42 Stunden, 28 Minuten, 35 Sekunden. Wenn man also in *a* in einem bestimmten Moment einen Austritt beobachtet hat, so kann man berechnen, daß der 100ste Austritt etwa genau nach 100mal 42 Stunden, 28′, 35″ stattfinden müßte. Während dieser Zeit aber hat sich die Erde bis *c* bewegt, und wenn man nun den Austritt beobachten will, so findet man, daß der Austritt später, und zwar ungefähr um 15 Minuten später, stattfindet. Die Zeit nun, welche zwischen dem berechneten Moment und dem Zeitpunkte vergeht, in welchem der Austritt wirklich beobachtet wird, ist die Zeit, welche das Licht nöthig hat, um die Entfernung zu durchlaufen, um welche die Erde jetzt, da sie in *c* sich befindet, weiter von dem Jupiter absteht, als da sie noch in *a* war.

Man findet nun die Geschwindigkeit des Lichts, wenn man die leicht zu bestimmende Differenz der Entfernungen durch beobachtete Verspätung dividirt. Man findet auf diese Weise, daß das Licht in einer Sekunde ungefähr einen Weg von 42000 Meilen zurücklegt, und daß es, um von der Sonne zur Erde zu gelangen, 8′ 13″ bedarf.

Von der Conjunction bis zur nächsten Opposition nähert sich die Erde dem Jupiter wieder; wenn man nun kurz nach der Conjunction einen Eintritt beobachtet, so wird man, von da an gerechnet, den 100sten Eintritt nicht nach 100mal 42 St., 28′, 35″, sondern schon früher beobachten.

Wir kennen die Entfernung der Erde von den Fixsternen nicht, so viel ist aber gewiß, daß der nächste von ihnen wenigstens 200000mal so weit entfernt ist als die Sonne, das Licht braucht also, um von diesem auf die Erde zu gelangen, wenigstens 200000mal 8′ 13″ oder 3 Jahre und 45 Tage. Ohne Zweifel giebt es Sterne, die so weit von uns entfernt sind, daß Jahrhunderte vergehen, bis ihr Licht auf der Erde ankommt. Alle Sterne der unendlichen Himmelsräume könnten also plötzlich vernichtet werden, und wir würden auf der Erde doch noch Jahre lang den prachtvollen Anblick des gestirnten Himmels haben.

Erstes Kapitel.

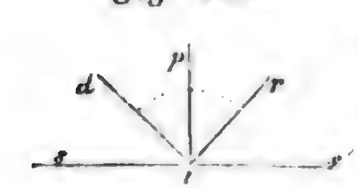
Von der Katoptrik oder der Reflexion des Lichts.

160 **Von der Reflexion des Lichts auf ebenen Flächen.** Wenn man in ein dunkles Zimmer einen Sonnenstrahl eintreten und auf eine polirte Metallfläche fallen läßt, so beobachtet man im Allgemeinen folgende zwei Erscheinungen: 1) man beobachtet in einer bestimmten Richtung einen Strahl, welcher von dem Spiegel herzukommen scheint und auf den Gegenständen, die er trifft, gerade so ein kleines Sonnenbildchen erzeugt, wie wenn der direct einfallende Sonnenstrahl diese Stelle getroffen hätte; solche Strahlen sind regelmäßig reflectirt, ihre Lichtstärke ist um so bedeutender, je besser der Spiegel polirt ist; 2) von den verschiedenen Orten des dunkeln Zimmers aus kann man denjenigen Theil des Spiegels unterscheiden, welcher von dem einfallenden Sonnenstrahl getroffen worden ist; es rührt dies daher, daß von der getroffenen Stelle des Spiegels ein Theil des einfallenden Lichtes unregelmäßig reflectirt, d. h. nach allen Seiten hin zerstreut wird. Die Intensität des zerstreuten Lichtes ist um so größer, je unvollkommner der Spiegel polirt ist.

Wenn es absolut glatte spiegelnde Oberflächen gäbe, so würden wir sie durch unsere Augen gar nicht wahrnehmen können, denn die Körper sind in der Ferne nur durch die an ihrer Oberfläche zerstreuten Strahlen wahrnehmbar. Die regelmäßig reflectirten Strahlen zeigen uns das Bild des leuchtenden Punktes, von dem sie ausgingen, keineswegs aber den reflectirenden Körper. Bei einem sehr guten Spiegel bemerken wir kaum die spiegelnde Ebene, welche sich zwischen uns und den Bildern befindet, die er uns zeigt.

Wir wollen nun die Richtung der regelmäßig reflectirten Strahlen näher bestimmen. In Fig. 418 sey *ri* die Richtung des einfallenden Strahls und *ip* ein auf der Ebene des Spiegels errichtetes Perpendikel, das Einfallsloth, so wird der Strahl in einer solchen Richtung *id* gespiegelt, daß der Reflexionswinkel *dip* dem Einfallswinkel *rip* gleich ist, der Strahl macht also vor und nach der Spiegelung denselben Winkel mit dem Einfallslothe; ferner aber liegt der einfallende Strahl, das Einfallsloth, und der reflectirte Strahl in einer und derselben Ebene.

Fig. 418.



Diese beiden Sätze werden durch einen einzigen Versuch bewiesen, welchen die Astronomen oft mit der größten Genauigkeit zu wiederholen Gelegenheit haben.

Um die Axe *c* eines Höhenkreises bewegt sich ein Fernrohr *l*, mit welchem man die Gestirne beobachtet (man kann jedes Theodolith, welches

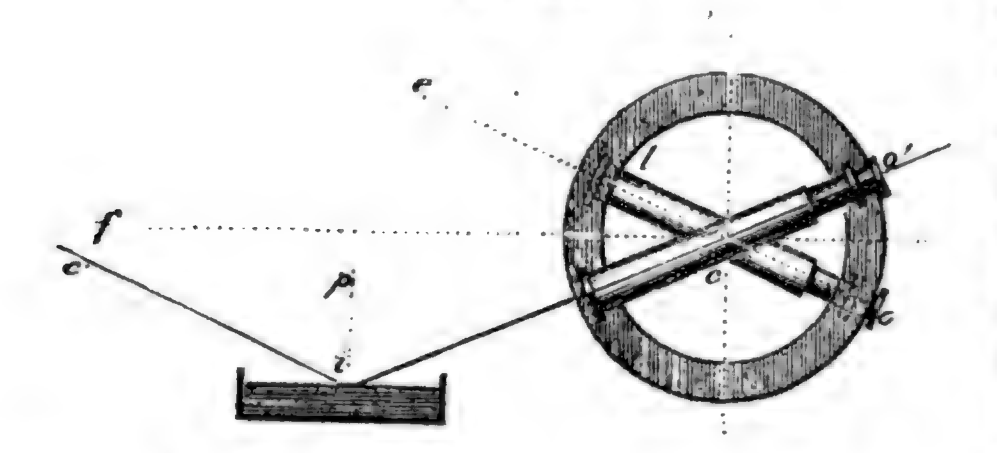


Fig. 419.

mit einem Höhenkreise versehen ist, zu diesem Versuch anwenden). Erst visirt man nach irgend einem Stern und dann nach dem Bilde desselben Sterns, welches von einem sogenannten künstlichen Horizont reflectirt wird. Ein künstlicher Horizont besteht aus einem gewöhnlich hölzernen Gefäß, welches Quecksilber enthält, dessen Oberfläche einen vollkommen horizontalen Spiegel bildet; da aber die Oberfläche des Quecksilbers seiner großen Beweglichkeit wegen durch die geringste Erschütterung erzittert, so ist es schwer, mit einem solchen Quecksilberhorizont zu beobachten, wenn man ihn nicht an einem sehr ruhigen und festen Orte aufstellen kann; man bedient sich deshalb auch oft statt des Quecksilbers einer Mischung von Leinöl und Kienruß, welche noch flüssig genug ist, um leicht eine horizontale Ebene zu bilden, aber doch zu zäh, um durch jede kleine Erschütterung in Vibrationen versetzt zu werden. Mißt man nun den Winkel, welchen die nach dem Stern gerichtete Visirlinie *o e* mit der horizontalen *cf* bildet, so findet man, daß er dem Winkel gleich ist, welchen die nach dem Bilde des Sterns gerichtete Visirlinie *o' i* mit der horizontalen *cf* macht; daraus folgt nun zunächst, daß die Visirlinien *o e* und *o' i* auch mit der Richtung des Bleiloths gleiche Winkel machen. Nun aber ist der einfallende Strahl *e' i* mit *e o* parallel, weil beide von dem unendlich weit entfernten Sterne herkommen, folglich machen der einfallende Strahl *e' i* und der reflectirte *i o* gleiche Winkel mit der Vertikalen *p i*, welche zu gleicher Zeit das Einfallsloth ist; die Linie *e' i*, *i o'* und *p i* liegen aber in einer Ebene, nämlich in der Umdrehungsaxe des Fernrohrs.

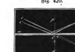
Diese Gesetze sind ganz allgemein und erleiden durchaus keine Ausnahme, sie gelten ebenso für das Licht der Gestirne, wie für das Licht einer Flamme u. s. w.

Mit Hülfe dieser Grundsätze kann man leicht zeigen, daß ein ebener Spiegel von Gegenständen, die sich vor seiner Ebene befinden, Bilder zeigen muß und daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die spiegelnde Ebene symmetrisch sind.

Es sey *m'm*, Fig. 420 a. f. S., ein ebener Spiegel, *l* ein leuchtender Punkt vor demselben, der einen Strahl *l i* auf den Spiegel sendet. Dieser

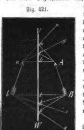
Strahl wird nun nach den bekannten Gesetzen in der Richtung ic reflectirt, und wenn der gespiegelte Strahl ein Auge trifft, so macht er auf dasselbe denselben Eindruck, als ob er von einem Punkte hinter dem Spiegel käme, der auf der Verlängerung von ci liegt und dessen Entfernung vom Auge eben so groß ist als der Weg, den der Strahl wirklich durchlaufen mußte, um von l nach i und von da nach dem Auge zu gelangen; man findet also diesen Punkt l', wenn man auf der Verlängerung von ci die Entfernung $i\,l'$ gleich il macht. Verbindet man l und l' durch eine gerade Linie, so kann man leicht beweisen, daß die Dreiecke lik und $l'ik$ einander gleich sind, und daraus ergiebt sich dann ferner, daß ll' rechtwinklig auf mm' steht und daß $lk = l'k$. **Um also das Bild eines leuchtenden Punktes in einem ebenen Spiegel zu finden, hat man nur von dem leuchtenden Punkte ein Perpendikel auf den Spiegel oder seine Verlängerung zu fällen und dasselbe hinter der Spiegelebene um eben so viel zu verlängern, als der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liegt.**

Fig. 420.



Da dies nun für jeden Punkt eines Körpers gilt, welcher Licht aussendet, mag es nun sein eigenes oder zerstreutes Licht seyn, so kann man auch leicht das Bild eines Gegenstandes construiren. In Fig. 421 sey VW ein ebener Spiegel, AB ein Pfeil, welcher sich vor demselben befindet. Man findet das Bild der Spitze, wenn man von A ein Perpendikel Ak auf die Spiegelebene fällt und die Verlängerung ak desselben gleich Ak macht; alle von A ausgehenden Strahlen scheinen nach der Spiegelung zu divergiren, als ob sie von a kämen, a ist also das Bild von A; ebenso ergiebt sich, daß b das Bild von B ist; der Anblick der Figur zeigt deutlich, daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die Spiegelebene symmetrisch sind.

Fig. 421.



Die Richtung des reflectirten Lichts läßt sich also mit geometrischer Genauigkeit bestimmen, bei der Intensität der reflectirten Strahlen ist dies aber nicht

Digitized by Google

der Fall. Hier mag darüber einstweilen nur Folgendes angeführt werden:

1) Die Intensität des regelmäßig reflectirten Lichts wächst mit dem Einfallswinkel, ohne jedoch bei rechtwinkligem Auffallen Null zu seyn.

2) Sie hängt von dem Mittel ab, in welchem sich das Licht bewegt und auf welches es trifft.

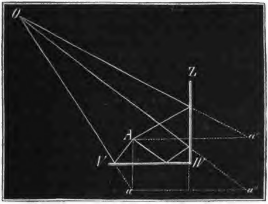
Wir wollen nur einige Beispiele anführen, um dies verständlicher zu machen.

Wenn die von einer Kerzenflamme ausgehenden Strahlen nahe rechtwinklig auf eine mattgeschliffene Glastafel fallen, so kann man kein Bild der Flamme unterscheiden, man sieht es aber recht gut, wenn die Strahlen recht schief auf die Platte auffallen; in diesem Falle kann man das Bild auch auf polirtem Holze, glänzendem farbigen Papier u. s. w. wahrnehmen; es geht daraus hervor, daß die Menge des reflectirten Lichts um so größer ist, je schiefer die Strahlen einfallen.

Wir wollen nun noch einige Apparate und Instrumente betrachten, welche sich auf die Spiegelungsgesetze in ebenen Spiegeln gründen.

Winkelspiegel. Wenn zwei Spiegel in irgend einem Winkel zusammengestellt werden, so sieht man von einem zwischen ihnen sich befindenden Gegenstande mehrere Bilder, deren Zahl von der Neigung der Spiegel abhängt. In Fig. 422 seyen *VW* und *ZW* zwei unter einem rechten Win- 161

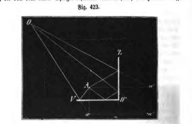
Fig. 422.



kel zusammenstoßende ebene Spiegel, *A* ein leuchtender Punkt, der sich innerhalb des von ihnen gebildeten Winkels befindet. Zunächst wird man in jedem Spiegel ein Bild von *A* sehen, und zwar ist das Bild für den einen Spiegel in *a*, für den andern in *a'*; ein in *O* befindliches Auge sieht also

außer dem Gegenstande A selbst in Folge einer einmaligen Spiegelung auch noch die Bilder a und a' desselben. Nun aber können solche Strahlen, die von dem einen Spiegel reflectirt worden sind, den zweiten treffen

Fig. 423.



und an demselben eine abermalige Reflexion erleiden. Da alle vom ersten Spiegel reflectirten Strahlen so divergiren, als ob sie von a kämen, so ist a gewissermaßen selbst ein Gegenstand, welcher Strahlen auf den Spiegel ZW sendet, und man kann demnach leicht das Bild des Bildes a im Spiegel ZW finden; man fälle nur von a ein Perpendikel auf die Verlängerung von ZW und verlängere es auf die bekannte Weise, so erhält man das Bild a'', von welchem alle Strahlen auszugehen scheinen, die vom dem Spiegel VW auf den Spiegel ZW reflectirt werden und an diesem eine abermalige Spiegelung erleiden; so sieht das Auge in O nach zweimaliger Spiegelung noch ein Bild in a''.

Das Bild a' ist aber auch ein Gegenstand für den Spiegel VW, und wenn man den Ort des Bildes von a' bestimmt, so findet man, daß er ebenfalls a'' ist, d. h. alle von ZW auf den Spiegel WV geworfenen Strahlen divergiren nach der zweiten Spiegelung so, als ob sie von a'' kämen.

Die zum zweiten Mal reflectirten Strahlen treffen keinen der beiden Spiegel mehr, oder mit anderen Worten: Von dem Bilde a'' ist kein weiteres Bild mehr sichtbar, außer dem Gegenstand A sieht man also in unserm Falle noch drei Bilder desselben.

Wären die Spiegel unter einem Winkel von 60°, 45°, 36° u. s. w. geneigt gewesen, d. h. betrüge der Winkel, den sie machen, $^1/_6$, $^1/_8$, $^1/_{10}$ des ganzen Umfangs, so hätte man, den Gegenstand selbst mitgerechnet, 6, 8, 10 u. s. w. Bilder gesehen.

Auf diesem Princip beruht die Einrichtung des Kaleidoskops.

Wie man sieht, vermehrt sich die Anzahl der Bilder, wenn der Winkel kleiner wird; ihre Anzahl wird unendlich groß, wenn der Winkel der Spiegel Null ist, d. h. wenn die Spiegel einander parallel sind.

Wollaston's Goniometer. Mit dem Namen Goniometer bezeich- 162
net man ein Instrument, welches dazu dient, den Winkel zu messen, den zwei Flächen eines Krystalls mit einander machen. Wollaston hat zu diesem Zwecke ein Instrument angegeben, bei welchem die Spiegelung der Krystallflächen in Anwendung kommt und welches eben deshalb auch Reflexionsgoniometer genannt wird; betrachten wir zunächst das Princip, auf welchem es beruht.

In Fig. 424 sey *abcd* der Durchschnitt eines Krystalls, *ab* und *ac* die zu Linien verkürzten Flächen, deren Winkel gemessen werden soll. Nehmen wir an, die in der Figur zum Punkt verkürzte Kante *a* sey, wie es in der Regel auch der Fall ist, horizontal, so wird ein in *o* befindliches Auge in der Fläche *ab* das Spiegelbild einer entfernten horizontalen Linie, etwa einer Fenstersprosse, mit der die Kante *a* parallel ist, ebenfalls als eine horizontale Linie sehen, und dieses Bild wird an irgend einer Stelle des Zimmerbodens erscheinen. Man hält nun das Auge so, daß das Spiegelbild der Fenstersprosse an einer von selbst markirten Stelle des Fußbodens, etwa an der Gränzlinie zweier Dielen, erscheint. Dreht man nun den Krystall um eine Axe, die mit der Kante *a* parallel ist, etwa um die Kante selbst, so wird man in der Fläche *ac* das Bild derselben Fenstersprosse an derselben Stelle des Fußbodens erblicken, wenn die Fläche *ac* dieselbe Lage hat, in welcher sich vorher die Fläche *ab* befand, wenn man also den Krystall um den Winkel *fac* gedreht hat. Wenn nun die Umdrehungsaxe die Axe eines getheilten Höhenkreises ist, dessen Ebene auf der Ebene des Fensters rechtwinklig steht, so kann man auf demselben die Größe der Drehung ablesen; zieht man den so gemessenen Winkel *fac* von 180^{0} ab, so erhält man den Winkel *cab* selbst.

Fig. 424.

Man kann jedes mit einem Höhenkreise versehene Theodolith als Reflexionsgoniometer gebrauchen, wenn nur die Axe des Höhenkreises so weit verlängert ist, daß man den zu messenden Krystall mit etwas Klebwachs daran befestigen kann. Man hat jedoch auch eigens zu diesem Zwecke construirte Instrumente, und ein solches ist in Fig. 425 dargestellt, seine Ein-

richtung wird aber erst aus Fig. 426 recht klar, welche das Instrument im Durchschnitt darstellt. *ab* ist der Durchschnitt des getheilten Kreises, *i*

Fig. 425.

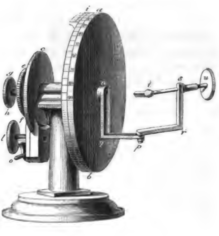
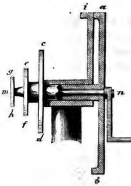


Fig. 426.



des Stücks, auf welchem sich der Nonius befindet. Die ganze Scheibe des getheilten Kreises dreht sich nun um eine horizontale Axe, die bis *ef* reicht, und die in unsrer Figur zum Theil selbst im Durchschnitt gezeichnet ist. Diese Axe wird mit Hülfe der Scheibe *ef* gedreht, deren Rand zu diesem Zweck, wie ein Schraubenkopf, etwas gerieft ist. Die Umdrehungsaxe des getheilten Kreises trägt nun auch noch die Scheibe *cd*, welche mittelst der Preßschraube *l* festgestellt werden kann; durch diese Preßschraube kann man also auch den getheilten Kreis feststellen. Die Stellschraube *o* dient zum feinern Einstellen des Theilkreises.

Die Axe des Theilkreises selbst ist nun hohl, und in derselben dreht sich eine andere Axe *mn* vermittelst des Kopfes *gh*. Durch die Drehung der Axe *mn* wird auch der rechtwinklige Arm *nqp* gedreht, an welchem ein ähnlicher *prs* so befestigt ist, daß er sich um *p* drehen läßt. Wenn die Preßschraube *l* angezogen, wenn also der Theilkreis festgestellt ist, so kann man die Axe *mn* doch noch für sich drehen; ist aber die Schraube *l* los, so wird die Axe *mn* mit ihrem Arme *nqp* zu gleicher Zeit mit dem getheilten Kreise gedreht.

An dem Stäbchen *lu* wird der Krystall mit etwas Wachs befestigt, und das Instrument so aufgestellt, daß die Ebene des Theilkreises auf der Ebene des Fensters rechtwinklig steht. Um zu messen, stellt man nun den Theilkreis auf den Nullpunkt ein und stellt ihn alsdann mittelst der Schraube

Digitized by Google

l fest; nun richtet man den Krystall so, daß die Kante der beiden Flächen, deren Winkel man messen will, in die Verlängerung der Axe mn fällt, oder wenigstens ihr parallel ist, was man daran erkennt, daß das Bild der Fenstersprosse in beiden Flächen horizontal erscheint, wenn man durch Umdrehung der Axe mn macht, daß man ihr Bild bald in der einen, bald in der andern Fläche sieht. Ist der Krystall gehörig gerichtet, so dreht man die Axe mn so lange, bis das Bild der Fenstersprosse an der bestimmten Stelle des Bodens erscheint, dann lös't man die Schraube l und dreht Alles mit dem Theilkreise, bis das Bild der Sprosse in der andern Fläche erscheint: die Größe der Drehung ist leicht abzulesen.

Dieses Goniometer ist nicht gut zu Krystallen anwendbar, die gar zu groß und schwer sind. Für solche Fälle ist das Gambey'sche Goniometer sehr zweckmäßig, welches man auch anwenden kann, um den Winkel zu messen, den zwei Flächen eines Prisma's mit einander machen Dieses Instrument ist Fig. 427 abgebildet und sein Gebrauch wohl ohne weitere Erklärung verständlich; das Fernrohr wird festgestellt und dann das Prisma so gestellt, daß das Spiegelbild eines entfernten Gegenstandes im Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint; dann wird das Prisma um seine vertikale Axe gedreht, bis das Bild desselben Gegenstandes, durch die andre Fläche gespiegelt, ebenfalls im Fadenkreuz erscheint, und dann die Größe der Drehung am getheilten Kreise abgelesen.

Fig. 427.

Fig. 428.

Der Spiegelsextant, eines der 163
wichtigsten Winkelmeßinstrumente, zeigt uns eine ungemein sinnreiche Anwendung der Spiegelungsgesetze; das Princip, auf welchem seine Einrichtung beruht, ist folgendes. Es sey A, Fig. 428, ein kleiner Spiegel, an dessen oberer Hälfte die Belegung abgenommen ist, so daß ein in o befindliches Auge durch den freien Theil der Glasplatte hindurchsehen kann; in B befinde sich nun ein zweiter Spiegel, der um eine Axe drehbar ist, welche rechtwinklig auf der Ebene der Figur steht. Man kann nun dem Spiegel B eine solche Stellung geben,

daß ein von einem fernen Gegenstand herkommender Strahl eB, welcher

Fig. 429.

neben dem Spiegel A vorbeigeht, durch den Spiegel B nach A und dann vom Spiegel A nach o reflectirt wird; das Auge in o wird in diesem Falle durch die unbelegte Hälfte des Spiegels A den fernern Gegenstand direct, im belegten Theile aber das Bild desselben Gegenstandes sehen. Wir wollen diese Stellung des Spiegels B die Anfangsstellung nennen.

Wenn aber nun der Spiegel B um seine Axe gedreht wird, wenn er etwa in die nur durch Einfassungslinien angedeutete Lage gebracht ist, so kann der Strahl eB nicht mehr nach A reflectirt werden, man wird also in dem untern Theile des Spiegels A nicht mehr das Bild desselben Gegenstandes sehen, den man durch die obere Hälfte erblickt, sondern das Bild eines andern Gegenstandes, von welchem der Strahl fB herkommt.

Des kürzern Ausdrucks wegen wollen wir den Gegenstand, von welchem der Strahl eB herkommt, mit L, den Gegenstand, von welchem der Strahl fB herkommt, mit R bezeichnen.

Die Winkelmessung mit dem Sextanten beruht nun darauf, daß der Winkel, um welchen man den Spiegel B aus seiner Anfangsstellung drehen muß, um im untern Theile des Spiegels A das Bild des Gegenstandes R zu sehen, während man durch die obere Hälfte immer noch L erblickt, halb so groß ist als der Winkel, welchen die nach L und R gerichteten Visirlinien Be und Bf mit einander machen.

Wir wollen diesen wichtigen Satz jetzt zu beweisen suchen.

Wenn der Spiegel B in der Anfangsstellung ist, so ist er, wie leicht einzusehen, mit dem Spiegel A parallel; für diese Stellung nun ist Bg das Einfallsloth, und die Winkel, welche die Strahlen eB und AB mit dem Einfallslothe Bg machen, sind einander gleich; wir haben jeden dieser Winkel mit x bezeichnet.

Wird nun der Spiegel B gedreht, so ändert sich auch die Lage des Einfallslothes; wenn der Spiegel B um n Grade gedreht wird, so wird auch das Einfallsloth um eben so viel Grade gedreht. Gesetzt nun, man habe den Spiegel B so weit gedreht, daß Bh das Einfallsloth ist, so ist ABh der Winkel, welchen der von B nach A reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe macht, und diesen Winkel wollen wir mit y bezeichnen. Der einfal-

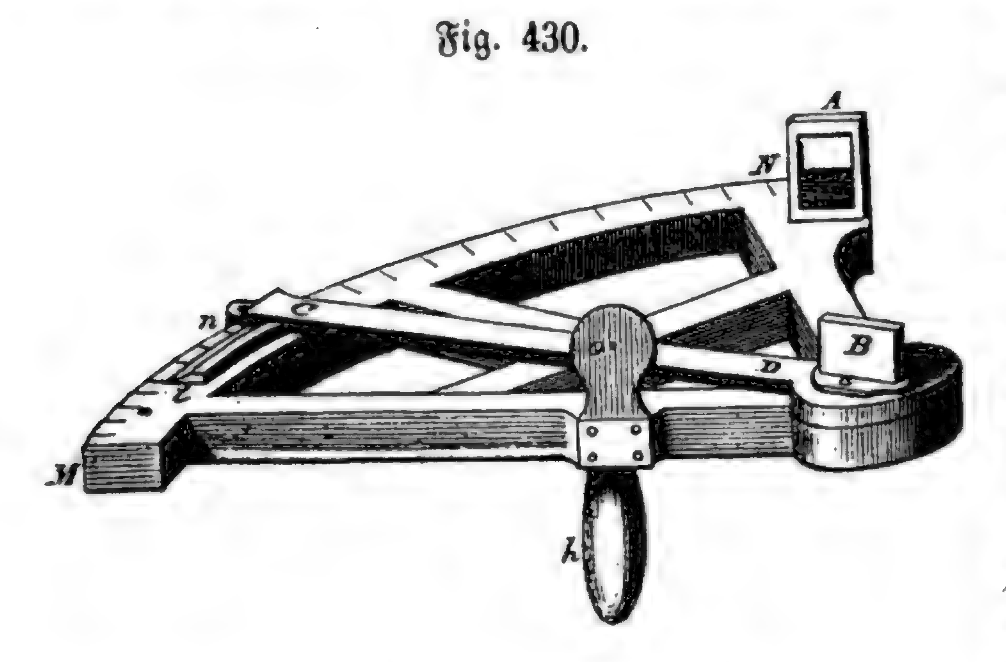
lende Strahl fB macht aber ebenfalls einen Winkel y mit dem Einfallslothe Bh. Nun aber ist

$$\text{Winkel } eBf = 2y - 2x$$
$$\text{Winkel } gBh = y - x,$$

mithin ist der Winkel gBh halb so groß als der Winkel eBf. Der Winkel gBh ist aber der Winkel der beiden Einfallslothe, also der Winkel, den die beiden Stellungen des Spiegels B mit einander machen; eBf aber ist der Winkel der nach L und R gerichteten Visirlinien Be und Bf.

In Fig. 430 ist ein Spiegelsextant abgebildet, und zwar ein Sextant von der einfachsten Einrichtung. A ist der feste oben durchsichtige Spiegel, der Spiegel B, den unsre Figur von der Rückseite zeigt, ist um den Mittelpunkt des getheilten Kreises MN drehbar. Dem Spiegel A gegenüber ist an das Gestell eine Messingplatte angeschraubt, in welcher sich ein kleines Loch o befindet, an welches man das Auge hält, um nach dem Spiegel A zu sehen. Der Spiegel B ist auf einer um ihren Mittelpunkt drehbaren Scheibe befestigt, von welcher wie ein Radius das Stäbchen DC ausgeht; wenn also der Spiegel B um seine Axe gedreht wird, so durchläuft das Ende C dieses Stäbchens die Theilung des Kreises; um genauer ablesen zu können, ist bei C an das Stäbchen CD ein Nonius Ci befestigt. Die Theilung ist so eingerichtet, daß der Nonius auf den Nullpunkt der Theilung zeigt, wenn die beiden Spiegel parallel sind. Jeder halbe Grad der Theilung ist für einen ganzen gezählt, d. h. die Theilstriche, die von dem Nullpunkte der Theilung um 10, 20, 30 u. s. w. Grade abstehen, sind mit 20, 40, 60 bezeichnet, weil man ja doch den Winkel, um welchen der Spiegel B gedreht wird, mit 2 multipliciren muß, um den verlangten Winkel zu erhalten.

Fig. 430.

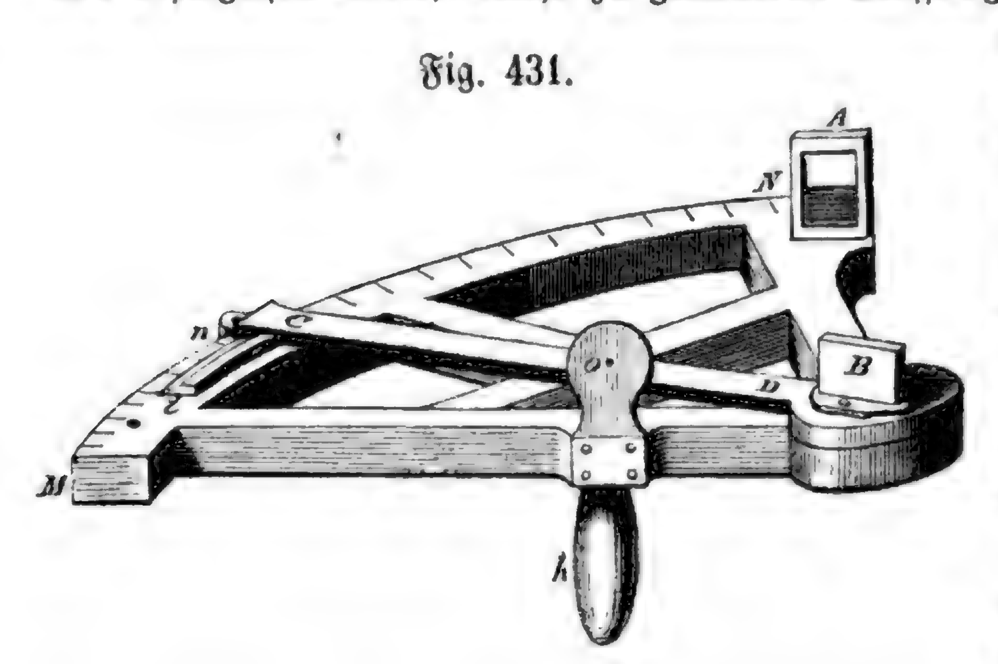


Gewöhnlich ist der getheilte Kreisbogen nur etwas mehr als $1/6$ des Kreisumfangs, daher der Namen **Sextant**. Das Instrument bedarf keines Statifs, man nimmt es an dem Handgriffe h in die Hand und hält das Instrument dann so vor das Auge, daß man durch die Oeffnung o und den obern Theil des Spiegels A denjenigen der beiden einzuvisirenden Gegenstände sieht, welcher links liegt, und dreht dann an dem Stabe CD,

bis in dem untern Theil des Spiegels *A* das Bild des andern rechts gelegenen Gegenstandes gerade unter dem andern Bilde erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man den drehbaren Radius mit Hülfe einer Schraube bei *n* fest und lies't dann den Nonius ab.

An Spiegelsextanten, welche zu genaueren Messungen dienen sollen, ist statt der kleinen Oeffnung *o* an dieser Stelle ein nach dem Spiegel *A* gerichtetes Fernrohr angebracht. Wenn man durch ein Fernrohr beobachtet, so sieht man nicht mehr, wie bei der Beobachtung mit bloßem Auge, den Spiegel *A* in zwei Felder getheilt, d. h. man unterscheidet durch das Fernrohr sehend nicht mehr den belegten und den unbelegten Theil des Spiegels *A*, sondern die beiden Bilder fallen ganz über einander.

Fig. 431.



Die Ebene des getheilten Kreises muß immer in die Ebene der Visirlinien fallen, deren Winkel man messen will. Um z. B. die Höhe eines Gestirns über dem Horizont zu messen, muß die Ebene des Kreises vertikal gehalten werden.

164 Es ist hier nun auch noch das H e l i o st a t zu erwähnen. Bei vielen optischen Versuchen muß man durch eine kleine Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers einen Sonnenstrahl einfallen lassen. Damit nun der einfallende Strahl eine passende Richtung habe, läßt man ihn nicht direct einfallen, sondern man bringt vor dem Laden einen ebenen Spiegel an, welcher die Sonnenstrahlen in passender Richtung durch die kleine Oeffnung in das Zimmer reflectirt. Nun aber ändert sich der Stand der Sonne fortwährend, und eine Folge davon ist, daß auch die Richtung der ins Zimmer reflectirten Strahlen sich ändert, wenn der Spiegel fest stehen bleibt. Soll jedoch die Richtung der ins Zimmer reflectirten Strahlen unverändert bleiben, so muß natürlich der Spiegel allmälig auf eine passende Weise gedreht werden; dies geschieht nun beim H e l i o st a t; es besteht aus einem Spiegel, welcher mit einem Uhrwerke in solcher Weise verbunden ist, daß er gleichsam dem Laufe der Sonne folgen kann. Die sinnreiche Einrichtung solcher

Heliostate ist zu complicirt, als daß wir uns hier auf eine genauere Beschreibung derselben einlassen dürfen.

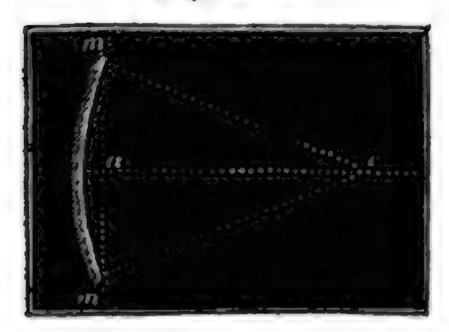
Reflexion auf gekrümmten Spiegeln. Wenn ein Lichtstrahl eine 165
krumme Oberfläche in irgend einem Punkte trifft, so wird er gerade so reflectirt, als ob er die Berührungsebene dieses Punktes getroffen hätte. Ein leuchtender Punkt also, welcher sich im Mittelpunkte einer innen polirten Kugel befindet, wird nach allen Punkten der Kugeloberfläche Lichtstrahlen aussenden, die aber sämmtlich nach dem Mittelpunkte zurückgeworfen werden. Wenn sich ein leuchtender Punkt in dem einen Brennpunkte eines Ellipsoids befände, so würden alle Strahlen von der Oberfläche nach dem andern Brennpunkte reflectirt werden, indem sie aber ihren Weg fortsetzen, würden sie durch eine abermalige Reflexion wieder in dem ersten Brennpunkte vereinigt werden.

Die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der sich in dem Brennpunkte eines Paraboloids befindet, und die Fläche dieses Paraboloids treffen, werden sämmtlich in einer Richtung reflectirt, welche mit der Axe des Paraboloids parallel ist. Wenn umgekehrt ein Bündel paralleler Strahlen in der Richtung der Axe auf das Paraboloid fällt, so werden sie sämmtlich nach dem Brennpunkte desselben reflectirt.

Reflexion auf sphärischen Spiegeln. Man denke sich eine Hohl- 166
kugel, deren innere Fläche sehr gut polirt ist, so ist ein von dieser Hohlkugel durch eine Ebene abgeschnittenes Stück ein sphärischer Hohlspiegel. Ein convexer Kugelspiegel hingegen ist ein Stück einer außen polirten Kugel.

Der Durchmesser eines Kugelspiegels ist die Linie $m\,m'$, Fig. 432, welche zwei entgegengesetzte Punkte des Randes verbindet; die Linie $c\,a$, welche den Mittelpunkt der Kugel mit der Mitte des Spiegels verbindet, heißt seine Axe; der Winkel endlich, welchen die Linien cm und cm' mit einander machen, seine Oeffnung. Der Mittelpunkt c der Kugel, von welcher der Spiegel ein Stück ist, wird auch Mittelpunkt der Krümmung genannt.

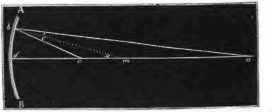
Fig. 432.



Von den sphärischen Hohlspiegeln. Es sey $A\,B$, Fig. 683 167
a. f. S., der Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels, dessen Mittelpunkt

m ist. In a sey ein leuchtender Punkt, der seine Strahlen auf den Spiegel sendet. Zieht man vom leuchtenden Punkte a eine gerade Linie $a\,m\,d$

Fig. 433.



durch den Mittelpunkt der Kugel bis zum Spiegel, so ist diese Linie die Axe des Strahlenkegels, welcher vom Spiegel reflectirt wird. Wie ein Strahl $a\,b$ dieses Strahlenkegels vom Spiegel reflectirt wird, ist leicht zu finden, denn die von b nach dem Mittelpunkte m gezogene Gerade ist das Einfallsloth. Macht man $Wi = Wi'$, so ist $b\,c$ der reflectirte Strahl.

Denkt man sich auf dem Spiegel einen Kreis bezeichnet, dessen Punkte sämmtlich von d so weit entfernt sind als b, so ist leicht einzusehen, daß alle Strahlen, welche, von a ausgehend, den Spiegel in einem Punkte dieses Ringes treffen, so reflectirt werden, daß sie die Axe $a\,d$ in demselben Punkte c schneiden.

Wenn der leuchtende Punkt sehr weit vom Spiegel entfernt ist, so kann man alle Strahlen, welche er auf den Spiegel sendet, als unter sich parallel betrachten. Bestimmen wir die Lage des Punktes c für diesen Fall. In Fig. 434 sey $a\,b$ ein parallel mit der Axe einfallender Lichtstrahl, $b\,m$ das Einfallsloth, so ist offenbar $i = x$. Der Radius $b\,m$ sey mit r, der Winkel $b\,c\,m$ mit v bezeichnet, so haben wir aus dem Dreieck $b\,m\,c$ die Proportion

Fig. 434.

$$sin.\,v\;.\;sin.\,i' = r : mc$$

und daraus

$$m\,c = \frac{r\;.\;sin.\,i'}{sin.\,v}.$$

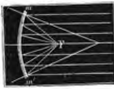
Nun aber ist $i' = i$, $v = 180^0 - i' - x = 180^0 - 2\,i$, mithin $sin.\,v = sin.\,2\,i$; substituirt man diese Werthe, so kommt

$$m\,c = r \cdot \frac{sin.\,i}{sin.\,2\,i}.$$

Je kleiner der Winkel wird, desto mehr nähert sich mc dem Werthe $r \cdot \frac{1}{2}$. Setzt man z. B. $i = 1^0$, so wird $mc = r \cdot \frac{0{,}017452}{0{,}034900} = r \cdot 0{,}50006\ldots$, für $i = 2^0$ wird $mc = r \cdot \frac{0{,}034900}{0{,}069757} = r \cdot 0{,}5003\ldots$

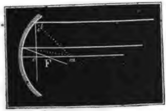
Diese Werthe sind nur sehr unbedeutend größer als $\frac{r}{2}$, man kann also ohne merklichen Fehler annehmen, daß alle parallel mit der Axe einfallenden Strahlen, welche den Spiegel in solchen Punkten b treffen, daß der Bogen $b\ d$ nur einen kleinen Winkel überspannt, in einem Punkte der Axe vereinigt werden, welcher in der Mitte zwischen dem Centrum des Spiegels und dem Spiegel selbst liegt. Solche Strahlen, welche der Axe so nahe liegen, daß der Werth von mc für denselben nicht merklich von $\frac{1}{2}$ differirt, heißen centrale Strahlen. Der Vereinigungspunkt der parallel mit der Axe auffallenden centralen Strahlen führt den Namen Hauptbrennpunkt oder Hauptfocus (er soll in den folgenden Figuren mit F bezeichnet werden). Dieser Hauptfocus liegt, wie wir gesehen haben, in der Mitte zwischen dem Centrum des Spiegels und dem Spiegel selbst, auf der Axe der parallelen Strahlen.

Fig. 435.



Je mehr i wächst, d. h. je weiter von der Axe die Strahlen auf den Spiegel fallen, je größer die Krümmung des Spiegels vom Einfallspunkte bis zur Mitte des Spiegels, desto größer wird der Bruch $\frac{sin.\ i}{sin\ 2i}$, mithin auch $m\ c$ selbst. Der Vereinigungspunkt nicht centraler Strahlen liegt also dem Spiegel selbst näher als der Hauptbrennpunkt, wie man auch aus Figur 435 ersehen kann.

Fig. 436.



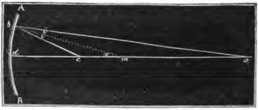
Wenn ein Hohlspiegel zu optischen Zwecken brauchbar sein soll, so muß er die von einem Punkte ausgehenden Strahlen auch möglichst nahe wieder in einem Punkte vereinigen. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Oeffnung des Spiegels nicht bedeutend, wenn sie allerhöchstens 8 bis 10^0 ist, denn in diesem Falle kann man alle den Spiegel treffenden Strahlen als centrale Strahlen betrachten. Wir wollen im Folgenden auch nur solche Spiegel, also auch nur centrale Strahlen, betrachten.

Digitized by Google

Der erwähnte Fehler, daß nicht alle mit der Axe parallel einfallenden Strahlen genau in einem Punkte vereinigt werden, wird **sphärische Aberration** genannt.

Wenn der leuchtende Punkt nicht unendlich weit liegt, sondern in solcher Entfernung, daß man die Divergenz der den Spiegel treffenden Strahlen nicht mehr vernachlässigen darf, so ändert auch der Brennpunkt seine Stellung, und zwar rückt er vom Spiegel mehr und mehr weg, je mehr sich der leuchtende Punkt nähert. Daß dem so sei, ist aus Figur 437 leicht zu sehen.

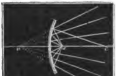
Fig. 437.



Je näher der leuchtende Punkt, desto kleiner wird *i* für denselben Punkt *b* des Spiegels, desto kleiner wird *i'*, und desto mehr rückt also *c* nach *m* hin. Wenn man also einen leuchtenden Punkt, der so weit vom Spiegel entfernt ist, daß seine Strahlen im Hauptbrennpunkt wieder vereinigt werden, dem Spiegel fortwährend nähert, so wird der Brennpunkt vom Hauptbrennpunkt fortwährend dem Mittelpunkt näher rücken, bis endlich, wenn der leuchtende Punkt im Centrum des Spiegels steht, der Brennpunkt mit dem leuchtenden Punkt zusammenfällt. Rückt der leuchtende Punkt dem Spiegel noch näher, so fällt der Brennpunkt weiter und weiter vom Spiegel, und wenn der leuchtende Punkt den Hauptbrennpunkt einnimmt, so werden seine Strahlen vom Spiegel parallel mit der Axe reflectirt.

In Fig. 438 ist noch der einzig übrige Fall betrachtet, nämlich daß der leuchtende Punk *s* zwischen dem Spiegel und dem Hauptbrennpunkt liegt. Hier werden die Strahlen so reflectirt, daß sie nach der Reflexion divergiren, als ob sie von einem Punkt *v* kämen, der hinter dem Spiegel liegt und den man für jeden besondern Fall durch Construction leicht finden kann.

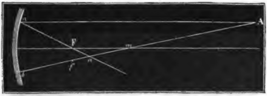
Fig. 438.



Wir haben bisher nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe des Spiegels lagen, solche Punkte also, für welche die Axe der auf den Spiegel gesandten Strahlen mit der Axe des Spiegels zusammenfiel. Alle bisher entwickelten Gesetze gelten aber auch für solche leuchtende Punkte, welche

außerhalb der Axe des Spiegels liegen; es sey z. B. in Fig. 439 A ein solcher leuchtender Punkt. Zieht man von A über m eine Linie nach dem

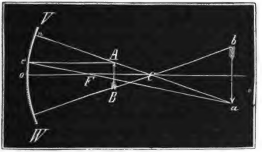
Fig. 439.



Spiegel, so ist dies die Axe des von A auf den Spiegel gesandten Strahlenkegels, und auf dieser Axe müssen sich alle von A ausgehenden Strahlen wieder vereinigen. Wenn ein ganzes Bündel Strahlen mit Amb parallel auf den Spiegel fiele, so würden sie sich nach der Reflexion im Punkte f vereinigen, der in der Mitte zwischen m und b liegt, da aber die von A ausgehenden Strahlen divergiren, so liegt ihr Vereinigungspunkt weiter vom Spiegel ab als f. Man kann nun diesen Vereinigungspunkt leicht durch folgende Construction finden. Man ziehe von A eine Linie An parallel mit der Axe des Spiegels. Ein Strahl, der in dieser Richtung den Spiegel trifft, wird aber bekanntlich nach dem Hauptbrennpunkt F reflectirt; zieht man nun von n über F eine Linie, so wird diese die Linie Amb schneiden, und der Durchschnittspunkt a ist offenbar derjenige, in welchem alle von A ausgehenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel wieder vereinigt werden, kurz a ist das Bild von A.

Von den durch Hohlspiegel erzeugten Bildern. In Fig. 440 168
stelle AB einen Gegenstand vor, der sich zwischen dem Krümmungsmittel-

Fig. 440.

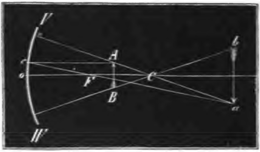


punkt C des Spiegels und dem Hauptbrennpunkt F befindet. Nach dem, was oben gesagt wurde, ist es leicht, das Bild des Punktes A zu finden, denn er liegt auf der durch C und A gezogenen Linie, da ja ein Strahl

Digitized by Google

An in der Richtung nA reflectirt wird. Ein von A parallel mit der Hauptaxe auf den Spiegel fallender Strahl Ac wird aber nach dem Hauptbrennpunkt F reflectirt. Die in den Richtungen nA und eF reflectirten Strahlen schneiden sich aber in a, und hier ist das Bild von A.

Fig. 441.



Ebenso findet man das Bild b des Punktes B, und so ergiebt sich, daß man durch einen Hohlspiegel von einem Gegenstande AB, welcher zwischen dem Hauptbrennpunkt und dem Mittelpunkt der Krümmung liegt, ein verkehrtes, vergrößertes Bild jenseits C erhält.

Da die von A ausgehenden Strahlen in a gesammelt werden, so werden auch umgekehrt, wenn a ein leuchtender Punkt ist, die von ihm ausgehenden Strahlen durch den Spiegel A reflectirt werden; kurz A ist in diesem Falle das Bild von a; ebenso ist B das Bild von b. Wenn sich also ein Gegenstand ab jenseits des Mittelpunktes C befindet, so wird der Hohlspiegel von ihm ein verkehrtes, verkleinertes Bild zwischen dem Mittelpunkt C und dem Hauptbrennpunkt F entwerfen.

Die Bilder, welche wir so eben betrachtet haben, sind von denen der ebenen Spiegel wesentlich verschieden. Alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, werden von einem ebenen Spiegel in einer solchen Richtung reflectirt, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen, sie divergiren also. In den eben betrachteten Fällen wurden aber die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen durch den Spiegel wirklich wieder in einem Punkte gesammelt; wir wollen deshalb auch diese Bilder zum Unterschiede von den anderen Sammelbilder nennen. Diese Sammelbilder kann man auf einem Schirm von weißem Papier oder mattgeschliffenem Glase auffangen und so ein Bild erhalten, welches sich gerade so verhält wie der Gegenstand selbst; die durch die Concentration der Strahlen stark erleuchteten Punkte des Schirms zerstreuen

Digitized by Google

nämlich das Licht nach allen Seiten hin, und somit wird das Bild selbst dann noch sichtbar seyn, wenn die vom Spiegel reflectirten Strahlen nicht direct in's Auge gelangen.

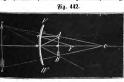
Je weiter der Gegenstand von dem Hohlspiegel sich entfernt, desto mehr muß sich begreiflicherweise das Bild dem Hauptbrennpunkte nähern, das Bild der gleichsam unendlich weit entfernten Sonne muß also im Hauptbrennpunkt selbst liegen, wenn die Axe des Spiegels nach der Sonne gerichtet ist. Fallen die Sonnenstrahlen schräg, also nicht in der Richtung der Spiegelaxe, auf, so liegt das Bild natürlich nicht mehr in der Spiegelaxe, sondern seitwärts, seine Entfernung vom dem Spiegel ist aber stets dem halben Krümmungshalbmesser desselben gleich. Da uns die Sonne unter einem Winkel von ungefähr 30′ erscheint, so muß auch das Sonnenbildchen, von C aus gesehen, unter demselben Winkel erscheinen, seine absolute Größe hängt also von dem Krümmungshalbmesser des Spiegels ab. Im Brennpunkt des großen Reflectors von Herschel z. B., dessen Krümmungshalbmesser 50 Fuß ist, hat das Sonnenbild ungefähr 3 Zoll Durchmesser; der Durchmesser des Sonnenbildes ist ungefähr 3 Millimeter, wenn der Krümmungshalbmesser des Spiegels 1 Meter ist.

Um den Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels zu finden, braucht man nur zu messen, wie weit das Sonnenbildchen vom Spiegel liegt, denn diese Entfernung doppelt genommen ist ja dem Krümmungshalbmesser des Spiegels gleich.

Die Bilder solcher Gegenstände, welche um mehr als die 100fache Länge des Krümmungshalbmessers vom Spiegel entfernt sind, sind auch noch dem Brennpunkte selbst ganz außerordentlich nahe.

Wir haben jetzt die Lage des Bildes nur noch für den Fall zu ermitteln, daß der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte liegt. Wir haben gesehen, daß alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Hohlspiegel näher liegt als der Hauptbrennpunkt, so reflectirt werden, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen; in dem eben zu betrachtenden Falle kann also natürlich kein Sammelbild entstehen.

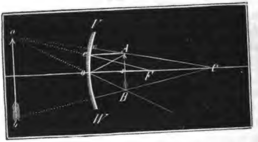
Fig. 442.



In Fig. 442 sey AB der Gegenstand, dessen Bild wir suchen wollen. Der Strahl An, welcher rechtwinklig auf den Spiegel fällt, wird in der Richtung nAC

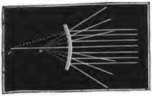
reflectirt, der Strahl *Ae* aber, welcher parallel mit der Spiegelaxe auf den Spiegel trifft, wird nach dem Hauptbrennpunkt *F* zurückgeworfen; nun aber treffen die Strahlen *nAC* und *eF* niemals zusammen, rückwärts verlängert schneiden sich aber ihre Richtungen hinter dem Spiegel in *a*, dieser Punkt *a* ist das Bild von *A*. Ebenso läßt sich das Bild *b* des Punktes *B* finden; **wenn also der Gegenstand zwischen dem Brennpunkt und dem Spiegel liegt, so fällt sein vergrößertes aufrechtes Bild hinter den Spiegel**, es verhält sich also, die Vergrößerung abgerechnet, ganz wie die Bilder der ebenen Spiegel.

Fig. 443.



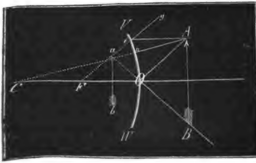
169 **Die Convexspiegel** haben keine wirklichen, sondern nur eingebildete Brennpunkte, d. h. die Strahlen, welche sie treffen, werden nicht in einem Punkte vereinigt, sondern sie divergiren nach der Spiegelung so, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen. Wenn ein Convexspiegel von Strahlen getroffen wird, welche mit der Axe parallel sind, so liegt für diese der eingebildete Hauptbrennpunkt in der Mitte zwischen dem Spiegel und dem Mittelpunkte *c*. Demnach ist es leicht, die Bilder zu construiren, welche man durch solche Spiegel erhält.

Fig. 444.



Es sey Fig. 445 *VW* der Convexspiegel, *AB* ein Gegenstand vor demselben. Ein Strahl *An*, welcher rechtwinklig auf den Spiegel fällt, wird in der Richtung *nA* reflectirt, der Strahl *Ae* aber, welcher parallel mit der Hauptaxe ist, wird nach der Richtung *eg* zurückgeworfen, als ob er

Fig. 445.

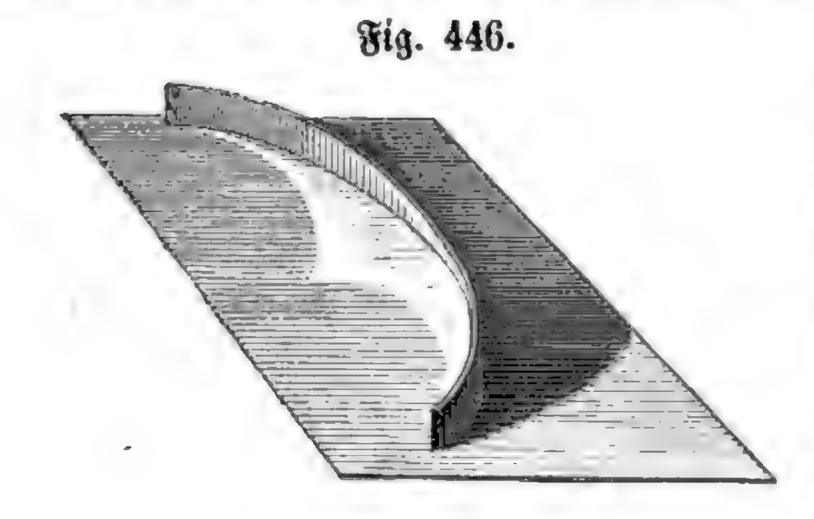


von dem eingebildeten Hauptbrennpunkt *F* käme. Verlängert man *eg* und *nA* rückwärts, so schneiden sich diese Verlängerungen hinter dem Spiegel in *a*, hier ist also das Bild von *A*, d. h. alle von *A* ausgehenden Strahlen werden von dem Converspiegel so reflectirt, als ob sie von *a* her kämen.

Nachdem man auch das Bild *b* des Punktes *B* gefunden hat, überzeugt man sich leicht, daß man durch Converspiegel verkleinerte aufrechte Bilder hinter dem Spiegel erhält.

Von den Brennlinien. Wenn die von einem leuchtenden Punkte 170
ausgehenden Lichtstrahlen nach ihrer Reflexion durch eine krumme Oberfläche nicht genau in einem und demselben Punkte wieder vereinigt werden, so werden sich doch immer je zwei benachbarte reflectirte Strahlen schneiden; alle Durchschnittspunkte je zweier benachbarten in einerlei Ebene reflectirten Strahlen geben eine krumme Linie, die man Brennlinie oder kaustische Linie nennt und deren Natur von der Natur der spiegelnden Fläche abhängt. Alle durch eine spiegelnde krumme Oberfläche erzeugten Brennlinien bilden zusammen genommen eine krumme Fläche, welche kaustische Fläche heißt. In der Nähe derselben ist die Intensität des Lichts am größten, wie man dies an der herzförmigen Linie sehen kann, die sich innerhalb eines cylindrischen Gefäßes oder eines Ringes zeigt, wenn dasselbe vom Sonnenlichte oder dem Lichte einer Flamme beleuchtet wird. Die Fig. 446 zeigt eine solche Brennlinie, welche durch einen gekrümmten spiegelnden Streifen erzeugt wird.

Fig. 446.



Zweites Kapitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichts.

Allgemeine Gesetze der Brechung des Lichts. Unter Brechung 171
versteht man die Ablenkung, die Richtungsänderung, welche ein Lichtstrahl erleidet, wenn er aus einem Mittel in ein anderes übergeht. Beim Uebergang eines Lichtstrahls aus Glas in den leeren Raum oder aus Luft in Wasser, oder allgemeiner aus einem Mittel in ein anderes erleidet ein Lichtstrahl wohl schwerlich eine ganz plötzliche Richtungsänderung, wie dies bei

einer gebrochenen geometrischen Linie der Fall ist, wahrscheinlich **krümmt** sich der Lichtstrahl allmälig, bis er seine neue geradlinige Richtung **erreicht** hat; wenn aber diese Krümmung auch in der Wirklichkeit stattfindet, so ist ihre Ausdehnung doch so gering, daß es unmöglich ist, ihre Existenz nachzuweisen, wir stellen deshalb die gebrochenen Strahlen ganz einfach als gebrochene Linien dar.

Der **Einfallswinkel** ist bei der Brechung wie bei der Spiegelung der Winkel, welchen der einfallende Strahl $l\,i$ mit der im Einfallspunkt errichteten Normalen, dem Einfallslothe $i\,n$, macht.

Fig. 447.

Der **Brechungswinkel** ist derjenige, welchen der gebrochene Strahl $i\,r$ mit der Verlängerung $i\,n'$ der Einfallslothes macht.

Die **Einfallsebene** ist die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth, die **Brechungsebene** die durch den gebrochenen Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene. Gewöhnlich entsteht aus einem einfallenden Strahl auch nur ein gebrochener, doch giebt es Körper, wie Kalkspath, Bergkrystall u. a., welche die Eigenschaft haben, jeden einfallenden Strahl in zwei gebrochene zu spalten. Diese Erscheinungen der **doppelten Brechung** hängen mit der **Polarisation** des Lichts zusammen, welche wir später betrachten werden. Vor der Hand beschäftigen wir uns nur mit den Gesetzen der **einfachen** Brechung. Diese Gesetze sind folgende:

1) **Die Brechungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen.**

2) **Für dieselben Mittel steht der Sinus des Brechungswinkels in einem constanten Verhältniß zum Sinus des Einfallswinkels.**

Der erste dieser beiden Sätze bietet keine Schwierigkeit, den zweiten aber wollen wir an einem Beispiel deutlich zu machen suchen.

In ein halbkugelförmiges Gefäß von Glas, Fig. 448, gieße man Wasser, bis der Spiegel $n\,n'$ desselben den Mittelpunkt c erreicht hat. Wenn nun ein ganz feines Bündel Sonnenlicht $l\,c$ gerade nach diesem Mittelpunkt gerichtet ist, so macht es einen Winkel $l\,c\,p$ mit dem Einfallslothe, den man an dem getheilten Kreise $n\,p\,n'\,p'$ ablesen kann. Den Brechungswinkel $r\,c\,p'$ kann man an demselben getheilten Kreise ablesen, denn man sieht ja, an welcher Stelle r der gebrochene Lichtstrahl die Glaswand trifft, um wieder in die Luft auszutreten. Wenn

Fig. 448.

Digitized by Google

man den Versuch auf diese Weise anstellte, so würden sich z. B. folgende zusammengehörigen Einfalls= und Brechungswinkel ergeben:

Einfallswinkel	Brechungswinkel
25°	11° 15′
30°	22°
60°	40° 30′.

Die Sinus dieser Winkel aber sind:

Sinus der Einfallswinkel.	Sinus der Brechungswinkel.
0,259	0,194
0,500	0,375
0,866	0,649.

Nun aber ist

$$\frac{sin.\ 15^0}{sin.(11^0 15')} = \frac{0{,}259}{0{,}194} = \frac{4}{3},$$
$$\frac{sin.\ 30^0}{sin.\ 22^0} = \frac{0{,}5}{0{,}375} = \frac{4}{3},$$
$$\frac{sin.\ 60^0}{sin.(40^0 30')} = \frac{0{,}866}{0{,}649} = \frac{4}{3}.$$

Der Sinus des Einfallswinkels verhält sich also zum Sinus des Brechungswinkels wie 4 zu 3.

In unsrer Figur sind offenbar die Perpendikel $l'' d''$, $l\ d$, $l' d'$ dem Sinus der Einfallswinkel $l'' c\ d''$, $l\ c\ d$, $l' c\ d'$ proportional, die Perpendikel $r'' f''$, $r f$, $r' f'$ dem Sinus der entsprechenden Brechungswinkel; diese Perpendikel stehen also dem eben angeführten Brechungsgesetz zufolge in einem Verhältniß, daß

$$\frac{l'' d''}{r'' f''} = \frac{l\,d}{r\,f} = \frac{l' d'}{r' f'} = \frac{4}{3}.$$

Es ergiebt sich daraus ein ganz einfaches Verfahren, um die Richtung des gebrochenen Strahls durch Construction zu finden, wenn die beiden Mittel Luft und Wasser sind, welches auch die Größe des Einfallswinkels seyn mag. In Fig. 449 sey $l\ b$ der einfallende Strahl. Nachdem man das Einfallsloth gezogen hat, beschreibe man um b einen Kreis und fälle von dem Punkte a, in welchem dieser Kreis den einfallenden Strahl trifft, ein Perpendikel ad

Fig. 449.

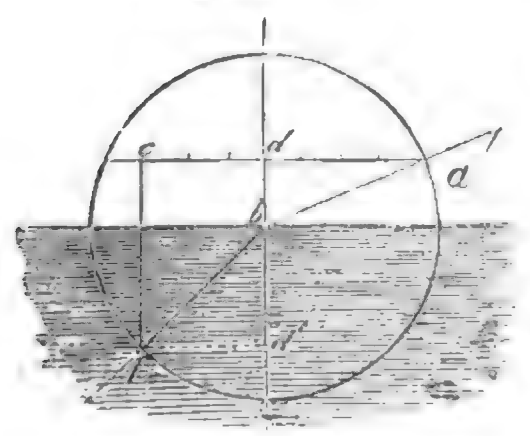
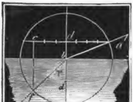


Fig. 450.



auf das Einfallsloth; dieses **Perpendikel** wird nun verlängert, und auf dieser Verlängerung $cd = \frac{3}{4} a d$ gemacht. Zieht man nun von c parallel mit dem Einfallsloth eine Linie, so erhält man den **Punkt** f, in welchem der gebrochene Strahl den Kreis schneidet, denn offenbar ist $fd' = cd$, also auch $da = \frac{4}{3} fd'$.

Das eben erklärte Brechungsgesetz läßt sich kurz so ausdrücken:

$$\frac{sin. i}{sin. r} = n,$$

wenn i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel und n das **Brechungsexponent**, d. h. das Verhältniß bezeichnet, in welchem der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels steht.

Wenn der Lichtstrahl aus Luft in Wasser übergeht, so hat n den Werth $\frac{4}{3}$; wäre aber die Oberfläche des Wassers in Berührung mit Wasserstoffgas, mit verdünnter Luft, mit dem leeren Raum, kurz mit irgend einem von der gewöhnlichen Luft verschiedenen Mittel, so würde der Brechungsexponent einen andern Werth haben, für dieselben Mittel aber bleibt er immer constant. Wenn das Wasser durch Temperaturerhöhung erwärmt wird, so reicht dies schon hin, den Brechungsexponenten zu ändern.

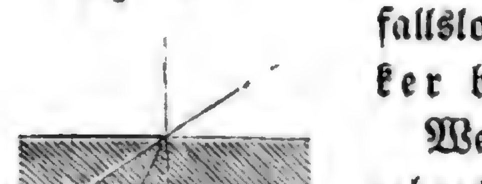
Die Entdeckung des Brechungsgesetzes gebührt einem niederländischen Gelehrten, **Snellius**; doch wurde es zuerst von **Cartesius** bekannt gemacht, der vorher die Papiere des **Snellius** gesehen hatte. Der Apparat, Fig. 448, ist derselbe, welchen **Cartesius** anwandte, um das Brechungsgesetz durch Versuche nachzuweisen, welches er a priori als das wahre darzuthun versucht.

Wir werden weiter unten schärfere Beobachtungsmittel kennen lernen, welche mehr geeignet sind, die mathematische Genauigkeit des Brechungsgesetzes darzuthun.

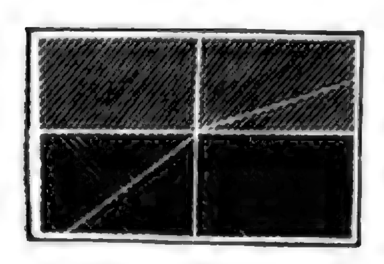
Wenn ein Lichtstrahl aus Wasser in Luft übergeht, so ist der Winkel, welchen der Strahl im Wasser mit dem Einfallslothe macht, der Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen der Strahl in der Luft mit dem Einfallslothe macht, ist in diesem Falle der Brechungswinkel; wenn aber auch die Strahlen ihre Namen verwechselt haben, so behalten sie doch ihren Werth. Wenn n der Brechungsexponent für einen Strahl ist, der aus einem Mittel a in ein Mittel b übergeht, so ist $\frac{1}{n}$ der Brechungsexponent für den Uebergang aus b in a.

Wenn n größer als 1 ist, so ist $sin. i > sin. r$, also auch $i > r$, durch die Brechung wird also der Strahl dem Einfallslothe genähert, das zweite Mittel ist stärker brechend als das erste, Fig. 451.

Fig. 451.



Wenn n kleiner als 1 ist, so ist auch $i > r$; der gebrochene Strahl entfernt sich also vom Einfallsloth, in diesem Falle ist das zweite Mittel das schwächer brechende.



Man drückt dies gewöhnlich dadurch aus, daß man sagt, der Strahl wird dem Einfallsloth genähert oder von demselben entfernt, je nachdem er aus einem dünnern in ein dichteres Mittel übergeht, oder umgekehrt. Diese Ausdrucksweise ist aber nicht streng richtig, weil es oft vorkommt, daß ein weniger dichtes Mittel doch stärker brechend ist; die brechende Kraft ist durchaus nicht der Dichtigkeit proportional.

Der kleinste Werth des Einfallswinkels ist o; für diesen Fall fällt der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe zusammen, und weil $i = o$, so ist auch $r = o$, d. h. mit anderen Worten, wenn ein Strahl rechtwinklig auf die brechende Fläche trifft, so setzt der Strahl ohne Ablenkung seinen Weg fort.

Der größte Werth, welchen der Einfallswinkel haben kann, ist 90^0, und da $sin. 90^0 = 1$, so hat man für diesen Fall

$$\frac{1}{sin. r} = n$$

oder

$$sin. r = \frac{1}{n}.$$

Der sich aus dieser Gleichung ergebende Werth von r wird der Gränzwinkel genannt. Für Luft und Wasser ist $n = \frac{4}{3}$, also $\frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0{,}75$: nun ist aber $0{,}75 = sin. (48^0 35')$, mithin ist für Luft und Wasser $48^0 35'$ der Gränzwinkel; niemals kann ein Lichtstrahl, welcher aus Luft in Wasser tritt, nach der Brechung einen größern Winkel mit dem Einfallslothe machen.

Wenn hingegen ein Lichtstrahl, sich im Wasser fortpflanzend, einen Winkel von $48^0 35'$ mit dem Einfallslothe macht, so wird er nach seinem Austritt in die Luft einen Winkel von 90^0 mit dem Lothe machen, d. h. er wird sich parallel der Trennungsfläche bewegen; alle im Wasser sich bewe-

genden Strahlen aber, welche mit dem Einfallslothe einen Winkel machen, der den Werth des Gränzwinkels übersteigt, können gar nicht mehr austreten, sie werden an der Gränzfläche des Wassers **vollständig gespiegelt** (Fig. 453). Dieser Fall der **totalen Reflexion** ist der einzige Fall einer Spiegelung, bei welcher der Strahl nichts an seiner ursprünglichen Intensität verliert.

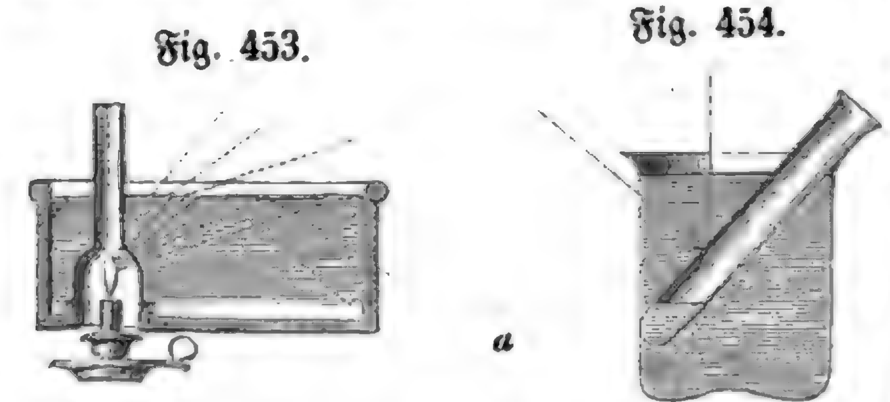


Fig. 453. Fig. 454.

Fig. 454 zeigt ein interessantes Beispiel der totalen Reflexion. In ein Glas mit Wasser tauche man eine unten zugeschmolzene Glasröhre, am besten ein Reagentienglas, wie es die Chemiker gebrauchen, welches leer ist, d. h. nur Luft enthält; wenn man dem Röhrchen ungefähr die Stellung giebt, wie Fig. 454 zeigt, und dasselbe von oben her betrachtet, so erscheint es dem Auge gerade ebenso, als ob es mit Quecksilber gefüllt wäre. Gießt man etwas Wasser in das Röhrchen, so verschwindet dieser Metallglanz gerade so weit, als das eingegossene Wasser reicht. Die Erscheinung ist leicht zu erklären; die von *a* her kommenden Strahlen treffen die Röhre unter einem solchen Winkel, daß sie nicht in die Luft der Röhre austreten können, sie werden also vollständig reflectirt; sobald die Röhre Wasser enthält, hört diese vollständige Reflexion auf.

Die folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten und die daraus sich ergebenden Gränzwinkel für mehrere Substanzen.

Namen der Körper	Brechungsexponenten	Gränzwinkel
Chromsaures Bleioxyd	2,926	19°59′
Diamant	2,470	23 53
Granat	1,815	33 27
Saphir	1,768	34 26
Topas	1,610	38 24
Flintglas	1,600	38 41
Crownglas	1,533	40 43
Quarz	1,548	40 15
Alaun	1,457	43 21
Wasser	1,336	48 28.

Die Größe der durch die Brechung hervorgebrachten Ablenkung wird gefunden, wenn man den Brechungswinkel vom Einfallswinkel abzieht. Wir wollen nun untersuchen, in welchem Verhältnisse die Ablenkung wächst, wenn der Brechungswinkel zunimmt; fassen wir bei dieser Betrachtung einen

bestimmten Fall ins Auge, etwa den Uebergang der Strahlen aus Luft in Glas: in diesem Falle ist der Brechungsexponent $^3/_2$ oder 1,5; es ist also

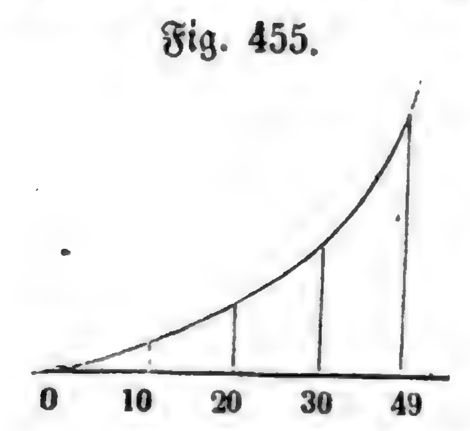
$$\sin. \iota = 1,5 \,.\, \sin. r.$$

Nichts ist nun leichter, als nach dieser Formel für jeden beliebigen Brechungswinkel den zugehörigen Einfallswinkel und die Ablenkung zu finden; die folgende kleine Tabelle enthält für die von 10 zu 10 Grad fortschreitenden Brechungswinkel die entsprechenden Einfallswinkel und Ablenkungen.

r		*i*		Ablenkung
10	. .	15° 5′	. .	5° 5,
20	. .	30 55	. .	10 55
30	. .	48 40	. .	18 40
40	. .	74 34	. .	34 34

Aus dieser Tabelle sieht man, daß die Ablenkung nicht dem Brechungswinkel proportional wächst, sondern daß diese Ablenkung für kleine Einfallswinkel gering ist, für größere aber in einem weit raschern Verhältniß zunimmt als die Brechungswinkel. Beistehende Figur 455 stellt dieses graphisch dar, die Abscissen sind den Brechungswinkeln, die Ordinaten den entsprechenden Ablenkungen proportional aufgetragen.

Fig. 455.



Dem Brechungswinkel 30° entspricht die Ablenkung 18° 40′; wächst der Brechungswinkel um 10°, so nimmt die Ablenkung um 15° 54′ zu, nimmt aber der Brechungswinkel um 10° ab, so wird die Ablenkung nur um 7° 45′ abnehmen, oder allgemein, wenn man, von einer bestimmten Richtung des gebrochenen Strahls ausgehend, den Brechungswinkel wachsen läßt, so nimmt die Ablenkung mehr zu, als sie abnehmen würde, wenn der Brechungswinkel eben so viel verkleinert wäre.

Prismen.

Brechung des Lichts durch Prismen. Ein Prisma nennt man 172
in der Optik ein durchsichtiges Mittel, welches durch zwei gegen einander geneigte Flächen begrenzt ist.

Die Kante des Prismas ist die Linie, in welcher sich die beiden Gränzflächen schneiden oder doch schneiden würden, wenn sie hinreichend verlängert würden.

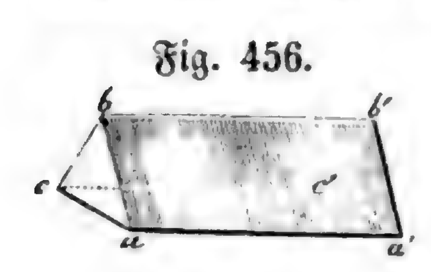
Die Basis eines Prismas ist irgend eine der brechenden Kante gegenüber liegende Fläche, mag sie nun in der Wirklichkeit vorhanden, oder mag sie nur gedacht seyn.

Der brechende Winkel ist der Winkel, welchen die beiden Flächen des Prismas mit einander machen.

Hauptschnitt nennt man den Durchschnitt des Prismas mit einer auf seiner Kante rechtwinkligen Ebene.

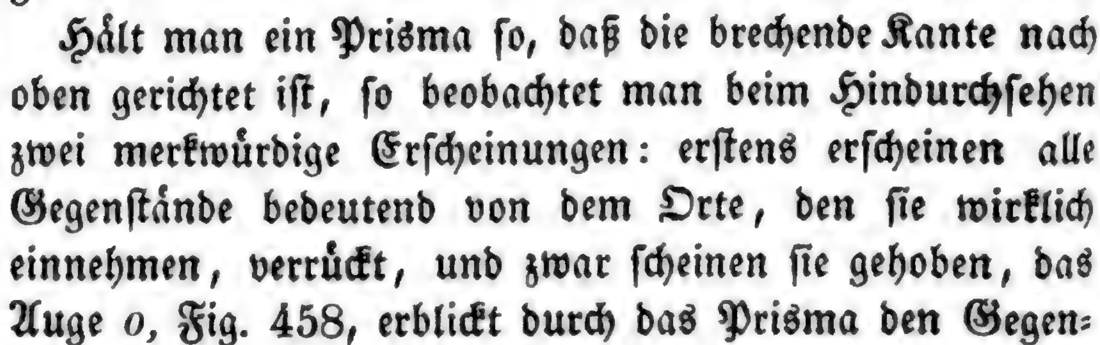
Gewöhnlich wendet man Prismen an, welche durch drei rechtwinklige Flächen $ab\ a'b'$, $bcb'c'$ und $cac'a'$ begränzt sind. Wenn das Licht durch die Flächen ab' und ac' hindurchgeht, so ist aa' die brechende Kante und die Fläche bc' die Basis; bb' ist die brechende Kante, wenn der Lichtstrahl durch die Flächen ba' und bc' geht u. s. w.

Fig. 456.



Der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist ein Dreieck, und je nachdem dieses Dreieck rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig ist, nennt man auch das Prisma selbst rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig.

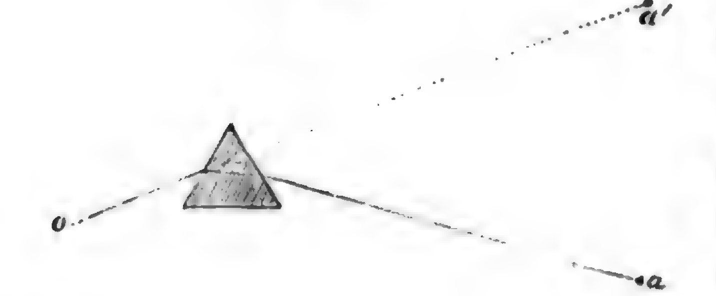
Fig. 457.



Gewöhnlich befestigt man die Prismen auf einem messingenen Statif, Fig. 457. Indem man das Stäbchen t in der Röhre, in der es steckt, auf- und niederschiebt, kann man das Prisma höher oder tiefer stellen, und mittelst des Charniers bei g kann man ihm jede beliebige Stellung geben.

Hält man ein Prisma so, daß die brechende Kante nach oben gerichtet ist, so beobachtet man beim Hindurchsehen zwei merkwürdige Erscheinungen: erstens erscheinen alle Gegenstände bedeutend von dem Orte, den sie wirklich einnehmen, verrückt, und zwar scheinen sie gehoben, das Auge o, Fig. 458, erblickt durch das Prisma den Gegenstand a in a'; zweitens aber scheinen sie mit farbigen Rändern. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet gewesen, so würden alle Gegenstände, durch das Prisma gesehen, nach unten verrückt erscheinen. Ein vertikales Prisma verrückt die Gegenstände nach der rechten oder linken Seite, je nachdem die brechende Kante auf der rechten oder linken Seite sich befindet. Wenn man die Versuche auf diese Weise abändert, so überzeugt man sich leicht, daß alle Gegenstände, durch das Prisma betrachtet, nach der Seite der brechenden Kante hin verrückt erscheinen.

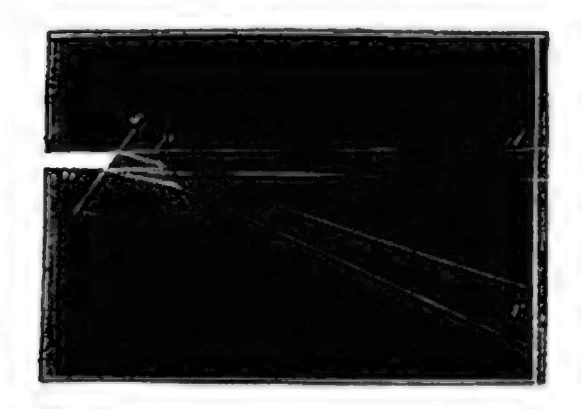
Fig. 458.



Wenn ein Sonnenstrahl durch eine feine Oeffnung in der Richtung $v\,d$ in ein dunkles Zimmer tritt, und man ihn durch ein Prisma auffängt, so beobachtet man ebenfalls eine Ablenkung und eine Färbung. Das Prisma

habe eine horizontale Stellung, und seine brechende Kante sey nach oben gerichtet, so erblickt man statt des weißen runden Sonnenbildchens, welches ohne das Prisma bei *d* erschienen wäre, ein ovales mit den Regenbogenfarben gefärbtes Bild, das **Sonnenspectrum**, in *r*. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet, so würde das farbige Sonnenbild über *d* erschienen seyn. Durch ein vertikales Prisma wird, je nach seiner Stellung, das Sonnenbild rechts oder links abgelenkt.

Fig. 459.

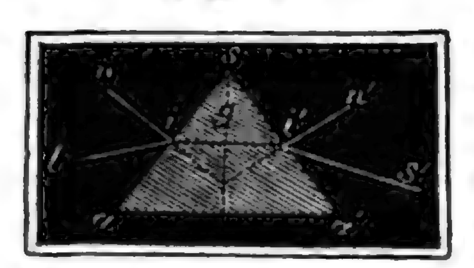


Die eben angedeuteten Farbenerscheinungen werden wir später betrachten und uns vor der Hand nur mit der Ablenkung beschäftigen.

Richtung der Strahlen im Prisma und Bedingungen ihres 173
Austritts. Da der Einfallswinkel und der Brechungswinkel stets in einer Ebene liegen, so ist klar, daß alle einfallenden Strahlen, welche in der Ebene eines Hauptschnitts, also in einer Ebene liegen, welche auf der brechenden Kante rechtwinklig steht, durch das Prisma hindurchgehen, ohne diese Ebene zu verlassen; um also den Gang dieser Strahlen zu verfolgen, haben wir nur die Richtungsänderung in der Ebene dieses Hauptschnitts zu betrachten.

Es sey *a s*, Fig. 460, die erste, *a' s* die zweite Fläche eines Glasprismas; *l i* sey der einfallende, *i i'* der gebrochene, *i' e* der aus dem Prisma austretende Strahl. Beim Uebergange aus Luft in Glas wird der einfallende Strahl gebrochen und dem Einfallslothe *i n* genähert; an der zweiten Fläche angekommen, wird er von neuem gebrochen, beim Uebergang in die Luft aber von dem Einfallslothe *i' n'* entfernt.

Fig. 460.



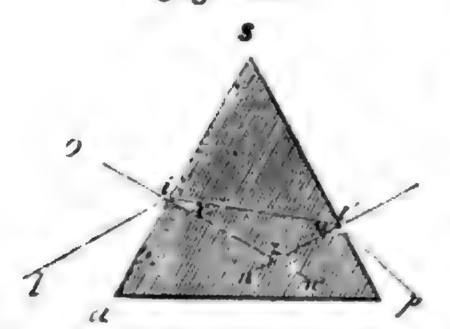
Man sieht wohl ein, daß die Richtung des austretenden Strahls *i' e* vom Brechungsexponenten des Glases in Beziehung auf Luft, von der Größe des brechenden Winkels des Prismas und von dem Einfallswinkel an der ersten Fläche abhängt.

Wir wissen, daß ein Lichtstrahl, welcher sich in einem Mittel fortpflanzt, welches stärker brechend ist als Luft, nicht immer in die Luft austreten kann, und daß eine totale Reflexion stattfindet, wenn der Winkel, den der Strahl mit dem Einfallslothe macht, größer ist als der Gränzwinkel; wir wollen nun untersuchen, unter welchen Umständen der Austritt aus einem Prisma stattfinden kann.

Es sey *v* der Werth des Gränzwinkels (für Glas, dessen Brechungsexponent $= 1{,}533$, ist $v = 40^0\,43'$) und *g* der brechende Winkel des Prismas.

Denken wir uns nun in i, d. h. da, wo ein Strahl in das Prisma eintritt, und in i', da, wo er die zweite Fläche trifft, die Einfallslothe errichtet, so machen diese Einfallslothe einen Winkel z mit einander; es ist aber $z = 180^0 - g$. Bezeichnen wir mit x und y die Winkel, welche der gebrochene Strahl ii' mit den in i und i' errichteten Einfallslothen macht, so sieht man leicht, daß x, y und z die drei Winkel eines Dreiecks sind, daß er also $y = 180^0 - x - z$; setzt man für z seinen Werth $180 - g$, so kommt

Fig. 461.



$$y = g - x.$$

Ein Austritt des Strahls ist möglich, so lange y kleiner ist als der Gränzwinkel v. Wenn g gegeben ist, so kann man leicht ermitteln, bis zu welcher Größe x abnehmen darf, wenn noch ein Austritt möglich seyn soll. Da v der größte Werth ist, den y haben darf, wenn noch ein Austritt stattfinden soll, so hat man in der letzten Gleichung nur $y = v$ zu setzen, um den Gränzwerth von x zu erhalten. Man findet auf diese Weise

$$x = g - v,$$

sobald der Strahl li das Prisma so trifft, daß der Brechungswinkel x kleiner ist als der eben angegebene Werth, so ist kein Austritt möglich, denn alsdann wird y größer als v.

Wenn $g = 2v$, so erhält man für den Gränzwerth von x den Werth $x = v$; da der Brechungswinkel x aber immer kleiner ist als der Gränzwinkel v, so ist bei einem solchen Prisma der Austritt der Strahlen nie möglich; eben so wenig ist dieser Austritt möglich, wenn der brechende Winkel des Prismas den doppelten Werth des Gränzwinkels v noch übersteigt.

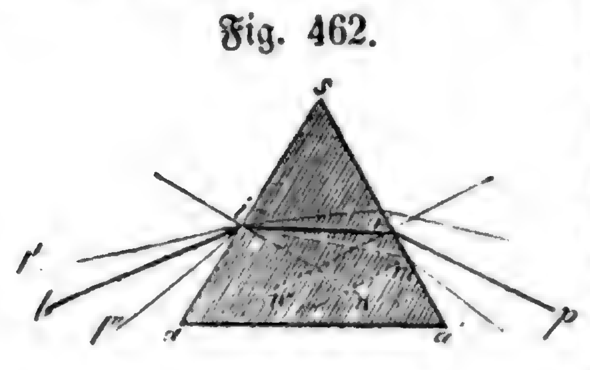
Je mehr nun der brechende Winkel g des Prismas abnimmt, desto kleiner wird auch der Gränzwerth von x, für welchen noch ein Austritt möglich ist, desto mehr darf also auch der einfallende Strahl li sich dem Einfallslothe nähern. Wenn $g = v$, so ist der Gränzwerth für x gleich Null, es können also alle Strahlen austreten, welche in einer Richtung li einfallen, die innerhalb des Winkels oia liegt. Wenn $g < v$, so können auch noch solche Strahlen austreten, deren Eintrittsrichtung in den Winkel ois fällt.

174 **Von dem Minimum der durch ein Prisma hervorgebrachten Ablenkung.** Wenn ein Lichtstrahl so durch ein Prisma geht, daß er mit den beiden Flächen gleiche Winkel macht, so ist die Totalablenkung, welche der Strahl durch das Prisma erleidet, kleiner als bei jeder andern Lage des gebrochenen Strahls.

Von der Wahrheit dieses wichtigen Satzes kann man sich leicht überzeugen. Der Strahl li, Fig. 462, sey so gebrochen, daß der gebrochene

Strahl $i\,i'$ gleiche Winkel mit den Flächen $s\,a$ und $s\,a'$ macht, so ist auch der Brechungswinkel $n\,i\,i'$ gleich dem Winkel $n'\,i'\,i = x$, und die Ablenkung d, die der Strahl bei i erfährt, ist gleich der Ablenkung bei i', folglich ist die totale Ablenkung, d. h. der Winkel, welchen der einfallende Strahl $l\,i$ mit dem austretenden $i'\,p$ macht,

Fig. 462.



$D = 2\,d.$

Wenn nun die Richtung des einfallenden Strahls verändert wird, wenn er etwa in der Richtung $l'\,i$ einfiele, so würde der gebrochene Strahl die Richtung $i\,m$ haben, der Brechungswinkel $n\,i\,m$ wäre also jetzt kleiner als x, während der Winkel, den $i\,m$ mit dem in m errichteten Einfallslothe macht, um eben so viel größer ist als x, die Ablenkung bei i hat also abgenommen, auf der andern Seite aber hat sie zugenommen. Bezeichnen wir die Abnahme der Ablenkung bei i mit α, so ist jetzt hier die Ablenkung $d - \alpha$. Nach der auf Seite 377 angestellten Betrachtung muß aber die Ablenkung bei m um mehr als α zugenommen haben, wir können also die bei m stattfindende Ablenkung mit $a + \alpha + \beta$ bezeichnen. Die Totalablenkung D' ist aber die Summe der an beiden Flächen stattfindenden Ablenkungen, also

$$D' = d - \alpha + d + \alpha + \beta$$

oder

$$D' = 2\,d + \beta,$$

sie ist also größer als die Ablenkung D.

Hätte der einfallende Strahl die Richtung $l''\,i$ gehabt, so wäre die Ablenkung an der ersten Fläche größer als d, an der zweiten kleiner als d geworden, die Zunahme der Ablenkung an der ersten Fläche ist aber bedeutender als die Abnahme an der zweiten, folglich ist auch in diesem Falle die Totalablenkung größer als bei symmetrischem Durchgange des Strahls.

Wenn man durch ein Prisma das Bild eines Gegenstandes betrachtet, so kann man durch Drehung des Prismas leicht die Stellung ausmitteln, für welche die Ablenkung ein Minimum ist; hat man das Prisma so gestellt, so macht auch der gebrochene Strahl im Prisma gleiche Winkel mit den Seitenflächen, oder mit anderen Worten, er steht rechtwinklig auf der Halbirungslinie des brechenden Winkels.

Kennt man den brechenden Winkel g eines Prismas und das Minimum der Ablenkung, welches durch dasselbe hervorgebracht wird, so reichen diese Data hin, um den Brechungsexponenten des Stoffes zu bestimmen, aus welchem das Prisma gemacht ist.

In Fig. 463 sey $l\,i\,i'\,p$ ein Lichtstrahl, welcher das Prisma symmetrisch durchläuft, so ist der Winkel d, den $l\,i$ mit $a\,s$ macht, gleich dem Winkel $a'\,i'\,p = 90^0 - a$, wenn mit a der Einfallswinkel bezeichnet wird. Denken wir uns nun durch die Spitze s des Prismas $n\,o$ parallel mit dem austretenden und $q\,s$ parallel mit dem eintretenden Strahle gezogen, so ist $q\,s\,n$ der Ablenkungswinkel D. Nun aber ist

Fig. 463.

$$D = 180 - d - g - c,$$

ferner ist $d = c = 90^0 - a$, also

$$D = 2\,a - g$$

und daraus

$$a = \frac{D + g}{2}.$$

In der vorigen Nummer haben wir gesehen, daß

$$x + y = g,$$

wenn x und y die Winkel bezeichnen, welche der gebrochene Strahl mit den auf der Eintritts- und Austrittsfläche errichteten Einfallslothen macht. In unserm Falle ist aber $x = y$, folglich $x = \frac{g}{2}$. Der Brechungsexponent n wird bekanntlich gefunden, wenn man den Sinus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, es ist also

$$n = \frac{\sin.\, a}{\sin.\, x},$$

und wenn man für a und x die eben ermittelten Werthe setzt,

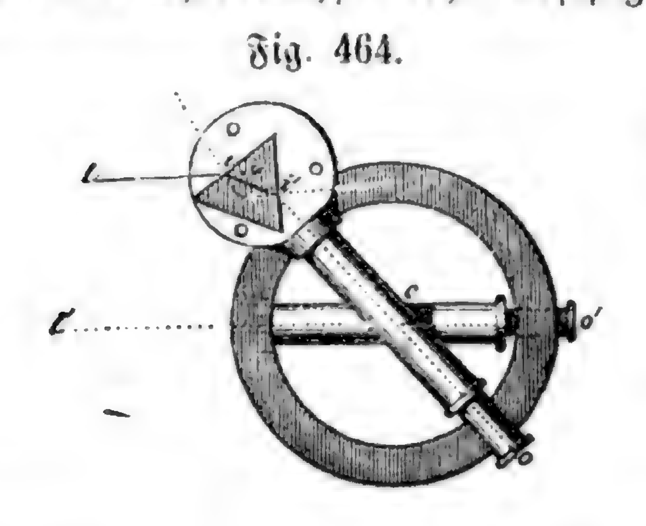
$$n = \frac{\sin.\, \frac{D + g}{2}}{\sin.\, \frac{g}{2}}.$$

Nach dieser wichtigen Formel kann man also stets den Brechungsexponenten n für ein Prisma berechnen, wenn man das **Minimum** der Ablenkung beobachtet hat, welche es hervorbringt, und wenn sein brechender Winkel g gemessen worden ist.

175 **Bestimmung des Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper.** Um den Brechungsexponenten fester Körper zu finden, muß man, wie wir eben gesehen haben, ein Prisma aus demselben verfertigen. Den

brechenden Winkel dieses Prismas kann man mit Hülfe eines Goniometers, das Minimum der Ablenkung aber auf folgende Weise finden. Das Prisma wird vertikal auf eine kleine Platte gesetzt, welche vor dem Objectiv eines Theodolithfernrohrs befestigt ist, wie man dies Fig. 464 sieht.

Fig. 464.



Man kann nun leicht das Fernrohr so drehen, daß man in der Richtung $i'o$ das Bild eines entfernten Visirpunktes erblickt, welcher seine Strahlen in der Richtung $l\,i$ auf das Prisma sendet. Sieht man einmal durch das Fernrohr das gebrochene Bild des Visirpunktes, so kann man leicht das Prisma um seine vertikale Axe etwas drehen, da die Platte, auf der es steht, um eine vertikale Axe drehbar seyn muß. Durch eine solche Drehung des Prismas ändert sich aber auch die Lage des Bildes, man kann ihm aber leicht durch gehörige Drehung des Fernrohrs folgen. Nach wenigen Versuchen findet man auf diese Weise leicht die Lage, in welcher das Prisma die kleinste Ablenkung hervorbringt. Nun nimmt man das Prisma weg, richtet das Fernrohr direct auf den Visirpunkt und lies't dann auf dem getheilten Kreise den Winkel ab, welchen die beiden Lagen des Fernrohrs $o\,i'$ und $o'\,l'$ mit einander machen. Dieser Winkel ist offenbar das Minimum der durch das Prisma hervorgebrachten Ablenkung.

Fig. 465.

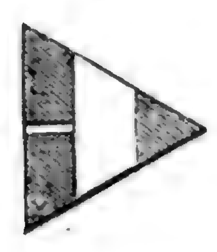
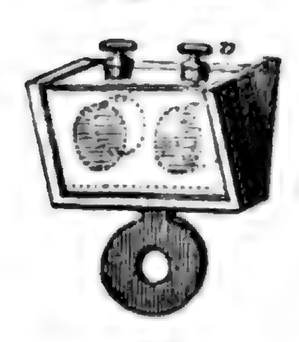


Fig. 466.

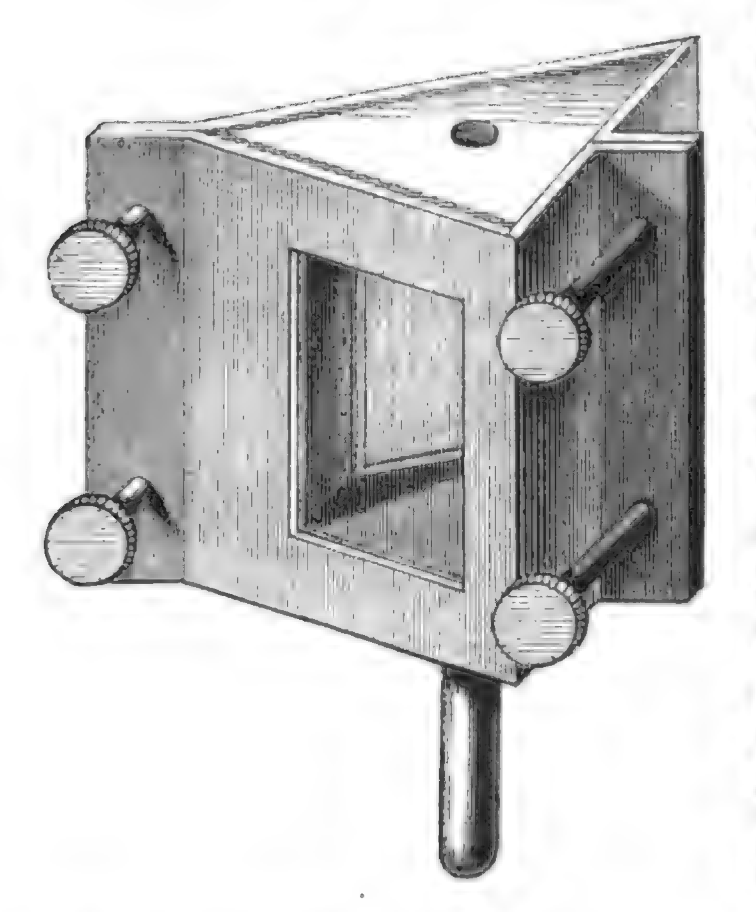


Für Flüssigkeiten bedient man sich genau desselben Verfahrens; um ihnen aber die Gestalt eines Prismas zu geben, verfährt man so: Man bohrt durch zwei Flächen eines Glasprismas ein Loch, wie man Fig. 465 sieht, und dann ein kleineres, von der Basis des Prismas bis auf diese Höhlung. Auf die beiden Flächen, durch welche die Oeffnung geht, werden dann Platten von geschliffenem Spiegelglas aufgelegt und durch eine Messingfassung gehörig festgehalten. Das so gebildete Hohlprisma wird dann durch die kleine Oeffnung mit der Flüssigkeit gefüllt. Fig. 466 stellt ein solches Prisma dar, in welchem sich zwei Hohlprismen neben einander befinden. Die kleinen Seitenöffnungen werden nach der Füllung der Prismen durch eingeriebene Stöpsel verschlossen.

Eine andere Form des Hohlprismas ist Fig. 467 dargestellt. Ein dreiseitiges Prisma von Messing (besser wäre Glas, damit man auch

Säuren einfüllen kann) ist durchbohrt, wie man es Fig. 467 sieht. Die Oeffnung ist entweder viereckig, wie sie die Figur zeigt, oder sie ist rund; letzteres ist für kleinere Prismen besser. Auf den beiden Seiten, welche die brechenden Flächen des Prismas bilden, sind Platten von Spiegelglas aufgelegt, welche durch Hülsen von Messingblech mit Hülfe von 4 Schrauben auf die Flächen des Hohlprismas aufgepreßt werden. Oben ist eine Oeffnung, durch welche die Flüssigkeit eingefüllt und welche selbst durch einen Stöpsel verschlossen werden kann. An kleineren Prismen ist an jeder Seite nur eine Schraube angebracht.

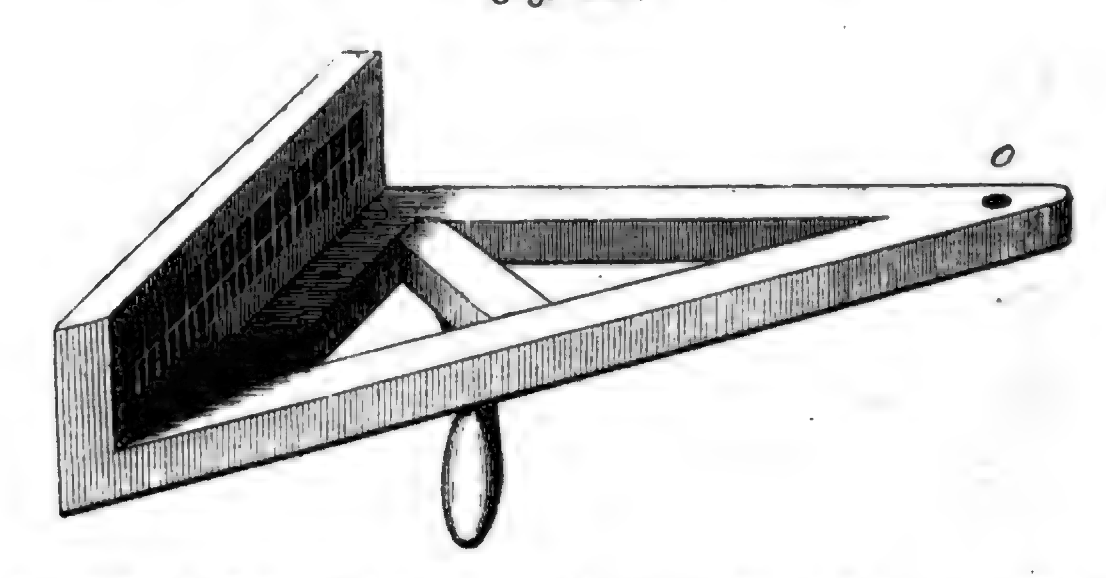
Fig. 467.



Das oben angegebene Messungsverfahren, durch welches das Minimum der Ablenkung eines Prismas ermittelt wird, giebt den Werth des Ablenkungswinkels mit großer Genauigkeit; in vielen Fällen aber, in welchen es genügt, den Brechungsexponenten bis auf zwei, vielleicht auch drei Decimalstellen genau zu haben, ist dies Verfahren doch etwas umständlich und es erfordert doch auch schon ziemlich kostbare Apparate.

In solchen Fällen läßt sich der Apparat Fig. 468 mit Vortheil anwenden. Er besteht aus einem hölzernen Dreiecke, an welchem unten ein Griff befestigt ist, so daß man es wie einen Spiegelsextanten bequem horizontal halten kann. An einer Seite des rechten Winkels steht ein Brettchen vertikal, und auf diesem befindet sich eine Theilung. Bei *o*

Fig. 468.



befindet sich ein Loch, und ein von demselben auf das vertikale Brettchen gefälltes Perpendikel trifft den Nullpunkt der Theilung. In dieses Loch wird nun das Prisma eingesetzt; für Flüssigkeiten ein kleines Hohlprisma von der Art wie Fig. 467.

Wenn das Hohlprisma bis zur Hälfte mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, so erblickt man durch den untern Theil desselben das gebrochene, nach der linken Seite hin verschobene Bild des Nullpunktes der Scala, während man durch den obern Theil die Scala direct sieht. Die Stelle, an welcher das gebrochene Bild des Nullpunktes erscheint, ist veränderlich, je nachdem man das Prisma um seine vertikale Axe etwas mehr nach der einen oder der andern Seite dreht, es läßt sich aber durch ein solches Drehen stets leicht eine Stellung des Prismas ausfindig machen, für welche die Ablenkung ein Minimum ist. Wenn z. B. Wasser in das Prisma gefüllt worden ist, so giebt es eine bestimmte Stellung, für welche das Bild des Nullpunktes mit dem durch den obern Theil des Prismas gesehenen 58. Theilstriche zusammenfällt, für jede andere Stellung des Prismas wird das Bild des Nullpunktes noch weiter abgelenkt erscheinen.

Wenn das Prisma so gestellt ist, daß das Bild des Pfeiles ein Minimum von Ablenkung erfährt, so läßt sich der Brechungsexponent der Flüssigkeit im Prisma leicht aus dem beobachteten Ablenkungswinkel und dem brechenden Winkel des Prismas berechnen.

Der brechende Winkel des Prismas ist für unser Instrument 45°.

Der Ablenkungswinkel ergiebt sich aus der Beobachtung des Theilstriches, mit welchem das Bild des Nullpunktes zusammenfällt; man hat nämlich nur die Zahl dieses Theilstriches durch die Entfernung des Prismas von der Scala zu dividiren, um die Tangente des Ablenkungswinkels zu finden. Die Entfernung des Prismas von der Scala beträgt in unserm Instrumente 200^{mm}, und wenn das Prisma mit Wasser gefüllt ist, so erscheint das Bild des Pfeiles um 58^{mm} nach der Linken gerückt, die Tangente des Ablenkungswinkels ist also in diesem Falle

$$\frac{58}{200} = 0,29.$$

Der Ablenkungswinkel selbst ist also in diesem Falle 16° 10′ 20″.

Den Brechungsexponenten der zu untersuchenden Flüssigkeit berechnet man nun nach der Formel

$$n = \frac{\sin.\ \frac{D+g}{2}}{\sin.\ \frac{g}{2}},$$

in welcher g den brechenden Winkel des Prismas und D das Minimum

des Ablenkungswinkels bezeichnet; für unser Instrument ist $g = 45$ und bei dem eben besprochenen Beispiele $D = 16^0\ 10'\ 20''$.

Um die jedesmalige Berechnung der Brechungsexponenten zu ersparen, sind in der folgenden Tabelle die Brechungsexponenten zusammengestellt, welche den einzelnen Theilstrichen der Scala von 10 zu 10 entsprechen:

Scalentheile	Entsprechende Brechungsexponenten	Differenzen des Brechungsexponenten für einen Scalentheil
50	1,2875	
		0,00525
60	1,3400	
		0,00504
70	1,3904	
		0,00481
80	1,4385	
		0,00459
90	1,4844	
		0,00435
100	1,5279	
		0,00411
110	1,5690	
		0,00385
120	1,6081	
		0,00368
130	1,6449	
		0,00347
140	1,6796	
		0,00325
150	1,7121	
		0,00309
160	1,7430	
		0,00292
170	1,7715	
		0,00270
180	1,7985	
		0,00255
190	1,8240	
		0,00232
200	1,8572	

Erschiene z. B. für eine bestimmte Flüssigkeit beim Minimum der Ablenkung das Bild des Nullpunktes beim Theilstriche 80, so wäre der Brechungsexponent dieser Flüssigkeit 1,4385.

Um auch leicht die Brechungsexponenten für die Zwischenabtheilungen der Scala finden zu können, sind in der letzten Columne der Tabelle die Differenzen der Brechungsexponenten angegeben, welche den einzelnen Theilstrichen entsprechen. Hätte man z. B. den Nullpunkt beim Theilstriche 113 beobachtet, so hätte man zu dem Brechungsexponenten, welcher dem Theilstriche 110 entspricht, also zu 1,5690 noch dreimal die Differenz 0,00385 zu addiren, der Brechungsexponent, welcher dem Theilstriche 113 entspricht, ist also $1{,}5690 + 0{,}00385 \times 3 = 1{,}5690 + 0{,}01155 = 1{,}58055$.

Da der Brechungsexponent für verschiedene Farben nicht gleich ist, so muß man, um genaue Resultate zu erhalten, den Brechungsexponenten

für irgend eine bestimmte Farbe ermitteln, und dies geschieht am besten, wenn man durch farbige, etwa durch rothe, Gläser beobachtet.

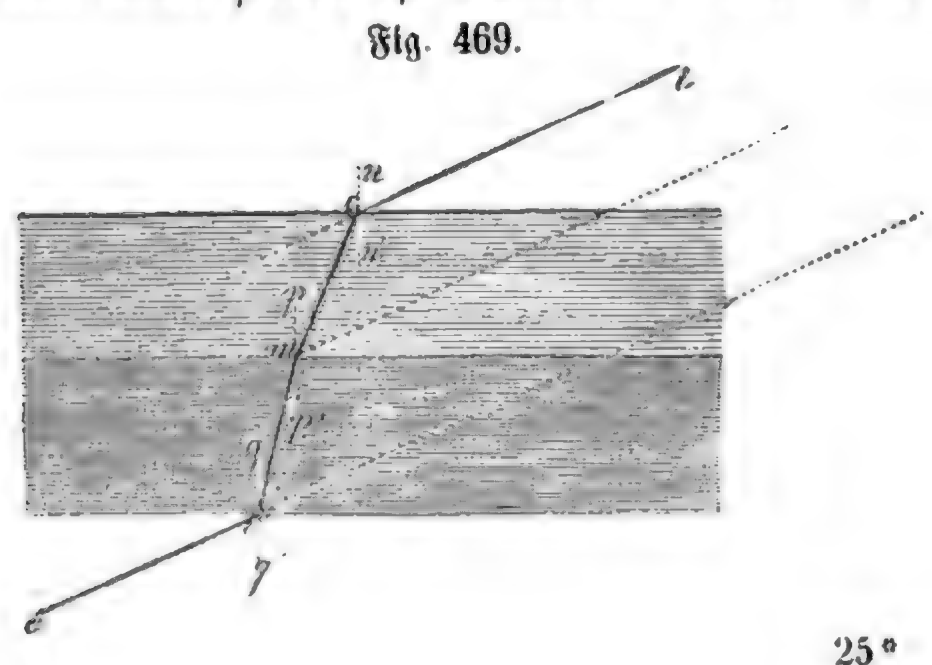
Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von Brechungsexponenten verschiedener Körper.

Aether	1,358	Glas, von St. Gobain	1,543
Alaun	1,457	» grünes . . .	1,615
Alaunlösung, gesättigte.	1,356	Flintglas	
Alkohol	1,372	1 Th. Blei, 4 Th. Kiesel	1,664
Anisöl	1,811	Mohnöl	1,463
Balsam Canada . .	1,532	Obsidian	1,488
» Tolu . . .	1,628	Schwefel, natürlicher .	2,040
Bergkrystall	1,562	Schwefelkohlenstoff . .	1,68
Boracit	1,701	Schwefelsäure,	
Cassiaöl	1,641	spec. Gew. 1,84, . .	1,440
Citronenöl	1,527	Steinsalz	1,498
Eis	1,310	Terpentinöl	1,476
Flußspath	1,436	Topas	1,610
Glas, gemeines . . .	1,596	Thran	1,483

Die Zahlen dieser Tabelle beziehen sich auf den Fall, daß die Lichtstrahlen aus dem leeren Raume in die fraglichen Mittel übergehen; wenn aber ein Strahl z. B. aus Wasser in Glas überginge, so ist klar, daß für diesen Fall der Brechungsexponent ein anderer seyn wird, als wenn der Strahl aus dem leeren Raume in Glas überginge. Es sey n der Brechungsexponent für den Uebergang aus dem leeren Raume in Glas, n' für den Uebergang aus dem leeren Raume in Wasser, so ist $\frac{n}{n'}$ der Brechungsexponent für den Uebergang aus Wasser in Glas.

Um dies zu beweisen, braucht man nur zwei parallele Platten auf einander zu legen, und man wird finden, daß der austretende Strahl $e\ i'$ dem eintretenden immer parallel ist. Wenn nun n und n' die Brechungs-

Fig. 469.

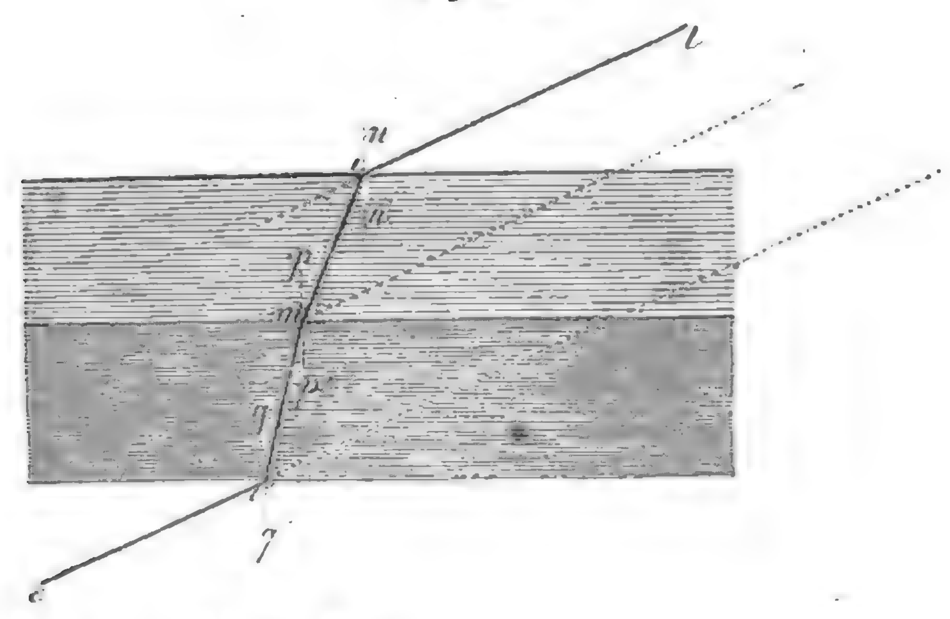


exponenten des ersten und des zweiten Mittels für den leeren Raum sind, so hat man

$$\frac{\sin. a}{\sin. b} = n \text{ und } \frac{\sin. a'}{\sin. b'} = \frac{1}{n'},$$

wenn $a =$ Winkel $l\ i\ n$,
$b =$ Winkel $m\ i\ n' = i\ m\ p$,
$a' =$ Winkel $m\ i'\ q = i'\ m\ p'$,
$b' =$ Winkel $e\ i'\ q'$ ist.

Fig. 470.



Da nun aber $a = b'$, so folgt

$$\frac{\sin. a'}{\sin. b} = \frac{n}{n'}.$$

Es geht daraus hervor, daß, wenn ein Lichtstrahl eine ganze Reihe von parallelen Platten durchläuft, doch endlich wieder parallel mit seiner ursprünglichen Richtung austreten wird.

176 **Vom Brechungsvermögen und der brechenden Kraft.** Man ist übereingekommen, das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsexponenten, also den Werth $n^2 - 1$ die brechende Kraft, den Quotienten aber, welchen man erhält, wenn man die brechende Kraft eines Körpers mit seiner Dichtigkeit dividirt, also $\frac{n^2 - 1}{d}$, sein Brechungsvermögen zu nennen.

Diese Definitionen sind nicht ganz willkürlich, wie es auf den ersten Blick wohl scheinen möchte. Die brechende Kraft ist nach der Emissionstheorie der Zuwachs, welchen das Quadrat der Geschwindigkeit des Lichts beim Uebergange aus dem leeren Raume in einen brechenden Körper erleidet, denn nach dieser Theorie nimmt die Geschwindigkeit des Lichts beim Uebergange in stärker brechende Mittel zu.

Man kann die brechende Kraft eines Körpers auf absolute und relative Weise bestimmen; so sind z. B. 1,326 und 0,785 die absoluten brechen-

den Kräfte oder die Werthe von $n^2 - 1$ für Glas und Wasser; dividirt man aber die erstere Zahl durch die zweite, so erhält man 1,690, welches die relativ brechende Kraft des Glases zu der des Wassers ist.

Das Brechungsvermögen, also der Werth von $\frac{n^2 - 1}{d}$ ist für Glas 0,533, für Wasser 0,785; das Brechungsvermögen des Glases auf das des Wassers bezogen ist aber $\frac{0,533}{0,785} = 0,679$.

Wenn ein Körper sich ausdehnt oder verdichtet, so ändert sich sowohl sein Brechungsexponent, als auch seine Dichtigkeit, sein Brechungsvermögen scheint aber constant zu bleiben, so lange der Körper nicht in den gasförmigen Zustand übergeht.

Bestimmung des Brechungsexponenten für Gase. Um den Bre- 177
chungsexponenten der Luft zu finden, könnte man einen Lichtstrahl aus dem leeren Raume in ein Luftprisma von bekanntem brechenden Winkel übergehen lassen; der umgekehrte Versuch aber, nämlich den Strahl aus der umgebenden Luft in ein luftleeres Prisma treten zu lassen, ist weit leichter anzustellen.

Arago und Biot wandten ein Glasprisma an, wie es Fig. 471, von oben gesehen, dargestellt ist. Es besteht aus einer Glasröhre $t\,t'$, welche 20 bis 30 Centimeter lang ist und 4 bis 5 Centimeter im Durchmesser hat. Die beiden Enden der Röhre sind nach den Richtungen $t\,f$ und $t'\,f'$ schräg abgeschliffen und durch Glasplatten, deren Flächen genau parallel sind, hermetisch verschlossen. Der Winkel, welchen diese beiden Platten mit einander machen, also der brechende Winkel des Prismas, muß wegen der schwachen Brechung des Lichts in den Gasen sehr groß seyn. An dem von Biot und Arago angewandten Apparate betrug dieser Winkel 143° 7′ 28″. In der Mitte der Länge der Röhre und parallel mit den Flächen des Prismas sind zwei einander entgegengesetzte Oeffnungen angebracht, um nach Belieben mittelst einer Luftpumpe das Prisma luftleer zu machen, oder ein Gas einzuführen, welches man dem Versuche unterwerfen will. In diesen beiden Oeffnungen sind Röhrchen eingekittet, welche auf passende Weise mit Hähnen versehen sind und die mit einem Barometer communiciren, welches in jedem Augenblicke den Druck des innern Gases angiebt.

Fig. 471.

Nehmen wir an, das Prisma sey luftleer, die brechende Kante sey vertikal und das Ganze so aufgestellt, daß man nach einem entfernten Punkte

visiren kann. Ein Beobachter in o sieht dann in der Richtung $o\ l$ den Visirpunkt direct, in der Richtung $o\ e$ aber das gebrochene Bild desselben. Der Winkel $l\,o\,e$ muß nun mit großer Genauigkeit gemessen werden, da er höchstens 5 bis 6 Minuten beträgt. Ist dieser Winkel und der brechende Winkel des Prismas bekannt, so kann man nach der obigen Formel den Brechungsexponenten berechnen, wenn man dem Prisma eine solche Stellung gegeben hatte, daß die Ablenkung ein Minimum ist; es sind jedoch noch einige Correctionen wegen der noch im Prisma zurückgebliebenen Luft und wegen des unvollkommenen Parallelismus der Flächen der Glasplatten anzubringen.

Durch oft wiederholte genaue Versuche haben Arago und Biot gefunden, daß für den Uebergang des Strahls aus dem absolut leeren Raume in Luft von 0^0 und unter einem Drucke von 760 Millimetern der Brechungsexponent

$$1{,}000294,$$

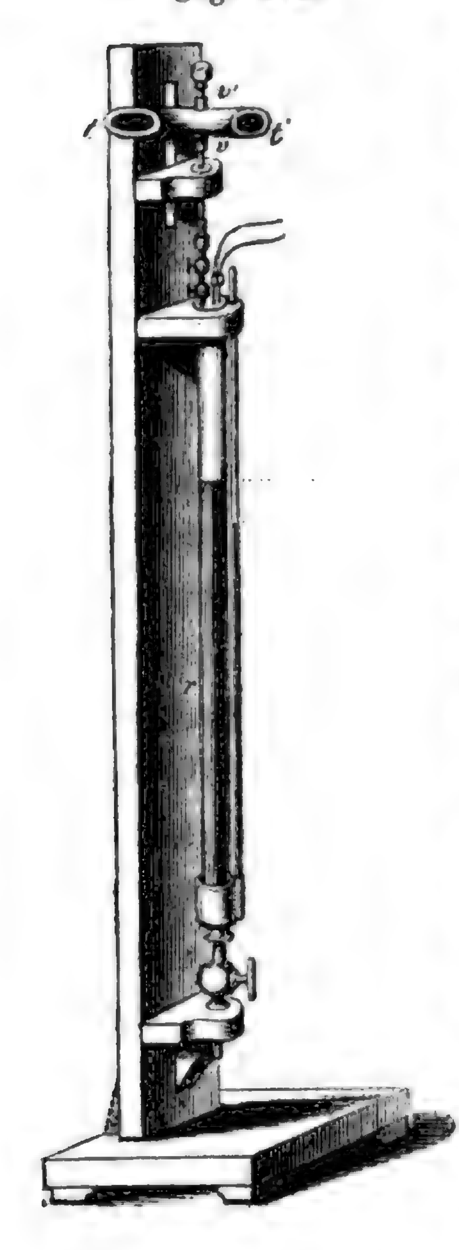
und daß also die brechende Kraft der Luft 0,000588 ist. Dies Resultat stimmt genau mit dem überein, welches Delambre aus der astronomischen Refraction abgeleitet hat.

Ist einmal der Brechungsexponent der Luft bekannt, so füllt man das Prisma mit den zu untersuchenden Gasen, beobachtet die Ablenkung und leitet dann aus dieser Beobachtung ihren Brechungsexponenten ab. Arago und Biot haben diese Versuche mit Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Ammoniak, Kohlensäure und Chlorwasserstoffsäure angestellt und haben gefunden, daß die brechende Kraft der Gase ihrer Dichtigkeit proportional ist oder, was dasselbe ist, daß das Brechungsvermögen eines Gases constant bleibt, wie sich auch der Druck und die Temperatur ändern möge. Dies gilt auch noch für gemischte Gase, d. h. die brechende Kraft einer solchen Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente; wir werden jedoch sogleich sehen, daß dies nach den Untersuchungen von Dulong nicht mehr der Fall ist, wenn die Gase sich chemisch verbinden.

Dulong hatte sich hauptsächlich vorgesetzt, das Brechungsvermögen der Gase bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur zu vergleichen. Ein sinnreicher Kunstgriff, den er anwandte, machte ihm möglich, seinen Resultaten eine wahrhaft bewundernswürdige Genauigkeit zu geben. Dieser Kunstgriff besteht darin, den Gasen eine solche Dichtigkeit zu geben, daß sie genau dieselbe Ablenkung hervorbringen. Zu diesem Zwecke wandte er ein dem vorigen ähnliches Prisma an, dessen brechender Winkel ungefähr 145^0 betrug, welches mit einem Reservoir r, Fig. 472 a. f. S., in Verbindung steht und welches man von der einen Seite her mittelst einer Luftpumpe luftleer machen und von der andern mit einem Gase füllen

kann, dessen Druck sich nach Belieben ändern läßt. Zuerst füllt man das Prisma mit trockner Luft vom Drucke und der Temperatur der umgebenden Atmosphäre. Mit einem guten in einiger Entfernung aufgestellten Fernrohre visirt man nun nach dem durch das Prisma gebrochenen Bilde eines entfernten Visirpunktes; ist dies geschehen, so wird das Fernrohr in dieser Stellung befestigt, das Prisma, ohne es zu verrücken, luftleer gemacht und dann ein anderes Gas, etwa Kohlensäure, eingefüllt. Indem man nun den Druck dieses Gases variirt, kann man es leicht dahin bringen, daß das Bild des Visirpunktes wieder im Fadenkreuze des Fernrohrs einsteht. Die Temperatur ist dieselbe geblieben; der Druck der Kohlensäure im Prisma mag aber z. B. 498mm betragen. Da die Kohlensäure unter diesem Drucke das Licht ebenso stark ablenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 760mm, so ist klar, daß sie unter diesen Umständen denselben Brechungsexponenten und dieselbe brechende Kraft hat wie die Luft; da aber die brechende Kraft der Dichtigkeit proportional ist, so hat man

Fig. 472.



$$498 : 760 = 1 : x,$$

woraus $x = 1,526$ folgt, was der Werth der brechenden Kraft der Kohlensäure für einen Druck von 760mm und die Temperatur der umgebenden Luft ist.

Durch solche Versuche erhält man die brechende Kraft der Gase mit der der Luft verglichen. Die von Dulong erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Namen der Gase	Brechende Kraft im Vergleich mit der der Luft	Absolute brechende Kraft	Brechungsexponenten
Atmosphärische Luft	1,000	0,000589	1,000294
Sauerstoff	0,924	0,000544	1,000272
Wasserstoff	0,470	0,000277	1,000138
Stickstoff	1,020	0,000601	1,000300
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385
Kohlensäure	1,526	0,000899	1,000449
Chlor	2,623	0,001545	1,000772
Chlorwasserstoffsäure	1,527	0,000899	1,000449
Stickstoffoxydgas	1,710	0,001007	1,000503
Salpetergas	1,030	0,000606	1,000303
Kohlenoxydgas	1,157	0,000681	1,000340
Cyangas	2,832	0,001668	1,000834
Oelbildendes Gas	2,302	0,001356	1,000678
Sumpfgas	1,504	0,000886	1,000443
Salzsäureäther	3,720	0,002191	1,001095
Cyanwasserstoffsäure	1,531	0,000903	1,000451
Schweflige Säure	2,260	0,001331	1,000665
Schwefelwasserstoffgas	2,187	0,001288	1,000644
Schwefelätherdampf	5,197	0,003061	1,00153
Schwefelkohlenstoffdampf	5,110	0,003010	1,00150
Phosphorwasserstoffgas	2,682	0,001579	1,000789

Die Zahlen der ersten Columne sind das directe Resultat der Beobachtung; multiplicirt man sie mit 0,000589, welches die absolute brechende Kraft der Luft ist, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder $n^2 - 1$; um daraus nun die Brechungsexponenten zu erhalten, hat man 1 zu addiren und dann die Quadratwurzel auszuziehen.

Aus der Vergleichung dieser Zahlen lassen sich folgende Resultate ziehen:

1) Zwischen der Dichtigkeit und der brechenden Kraft eines Gases und den entsprechenden Größen eines andern findet keine Beziehung Statt.

2) Die brechende Kraft einer Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente. Die Luft besteht z. B. aus 0,21 Sauerstoff und 0,79 Stickstoff; multiplicirt man nun die brechende Kraft des Sauerstoffs 0,924 mit 0,21, die des Stickstoffs 1,020 mit 0,79, so erhält

man die Producte 0,19404 und 0,80580, deren Summe 0,99984 in der That nur sehr wenig von 1 abweicht. Dulong hat auch mehrere Versuche mit künstlichen Mischungen gemacht, welche die Richtigkeit dieses Satzes bestätigten.

3) Wenn ein Gas eine chemische Verbindung ist, so ist seine brechende Kraft bald größer, bald kleiner als die Summe der brechenden Kräfte seiner Elemente, wie man aus der folgenden Tabelle ersieht,

Namen der Gase	Brechende Kraft		Differenz
	beobachtet	berechnet	
Ammoniak	1,309	1,216	+ 0,093
Stickstoffoxydgas	1,710	1,482	+ 0,228
Salpetergas	1,030	0,972	+ 0,058
Wasserdampf	1,000	0,933	+ 0,067
	3,936	3,784	+ 0,015
Salzsäureäther	3,720	3,829	— 0,099
	1,521	1,651	— 0,130
Kohlensäure	1,526	1,629	— 0,093
Chlorwasserstoffsäure	1,527	1,547	— 0,020

wobei die brechende Kraft der Luft zur Einheit genommen ist.

Die Differenzen zwischen der beobachteten und der berechneten brechenden Kraft sind zu groß, als daß sie von Beobachtungsfehlern herrühren könnten.

4) Das Brechungsvermögen einer Substanz im flüssigen Zustande ist größer als das Brechungsvermögen desselben Körpers, wenn er sich im gasförmigen Zustande befindet. In der That ist das Brechungsvermögen des Schwefelkohlenstoffdampfes, bezogen auf Luft, gleich $\frac{5,110}{2,644} = 1,932$, denn 2,644 ist die Dichtigkeit des Schwefelkohlenstoffdampfes. Der flüssige Schwefelkohlenstoff hat eine Dichtigkeit 1,263 und einen Brechungsexponenten 1,678, seine absolute brechende Kraft ist also 1,816, sein absolutes Brechungsvermögen 1,438. Da aber die Luft eine absolute brechende Kraft 0,000588 und im Verhältniß zum Wasser eine Dichtigkeit 0,001299 hat, so ist ihr absolutes Brechungsvermögen 0,453. Demnach ist die brechende Kraft des flüssigen Schwefelkohlenstoffs im Verhältniß zur Luft $\frac{1,438}{0,453} = 3,176$; das Brechungsvermögen des flüssigen Schwefelkohlenstoffs ist also größer als 3, das seines Dampfes kleiner als 2.

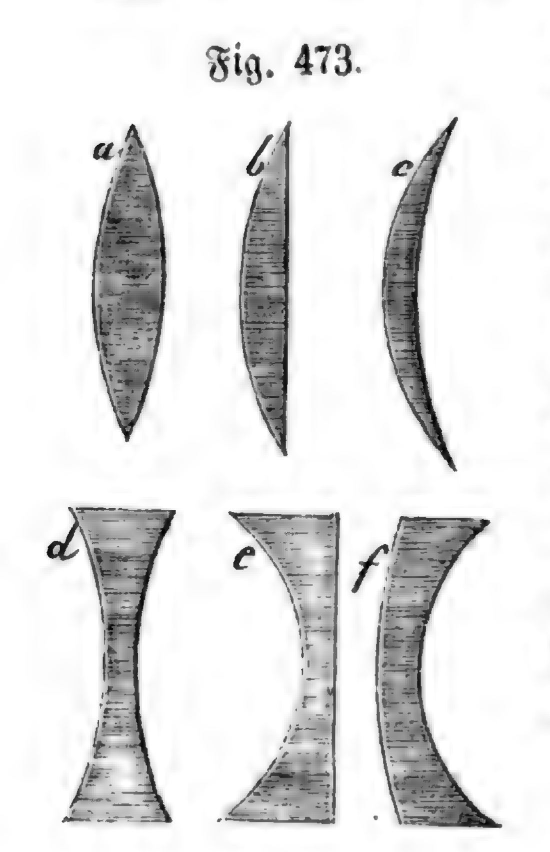
Linsen.

178 **Allgemeine Eigenschaften der Linsen.** Linsen nennt man durchsichtige Körper, welche die Eigenschaft haben, die Convergenz durchgehender Strahlen zu vergrößern oder zu verkleinern.

Wir beschäftigen uns hier nur mit sphärischen Linsen, d. h. mit solchen, deren Gränzflächen nur Stücke von Kugeloberflächen und Ebenen sind, weil diese allein zu optischen Instrumenten verwendet werden. Man hat außerdem noch elliptische, parabolische, cylindrische u. s. w. Linsen, welche analoge Erscheinungen zeigen wie die sphärischen.

Man unterscheidet 6 verschiedene Arten von Linsen, welche Fig. 473 im Durchschnitt dargestellt sind. *a* stellt eine biconvexe Linse dar, d. h. eine solche, die durch zwei nach außen gewölbte Kugelflächen begränzt ist. Die planconvexe Linse *b* ist durch eine ebene und eine convexe Fläche begränzt. Die concav-convexen Linsen, welche durch eine convexe und eine hohle Fläche begränzt sind, wie *c* und *f*, werden auch Menisken genannt; man unterscheidet zwei Arten derselben, je nachdem die Krümmung der hohlen Fläche geringer ist, wie bei *c*, oder stärker wie bei *f*. *d* stellt eine biconcave, *e* eine planconcave Linse vor.

Fig. 473.



Die drei ersteren, *a*, *b* und *c*, sind in der Mitte dicker als am Rande, und heißen Sammellinsen.

Die drei letzteren, *d*, *e* und *f*, welche in der Mitte dünner sind als am Rande, heißen Zerstreuungslinsen.

Die Axe einer Linse ist die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der beiden Kugeloberflächen verbindet, durch welche die Linse gebildet wird. Bei den planconvexen und planconcaven Linsen ist die Axe das von dem Mittelpunkt der Krümmung auf die Ebene gefällte Perpendikel.

Um die wichtigsten Sätze über die Brechung des Lichts durch Linsen zu entwickeln, müssen wir noch einmal zu den Prismen zurückkehren und den Fall näher in's Auge fassen, daß der brechende Winkel des Prismas sehr klein ist.

Für den Fall der kleinsten Ablenkung ist der Werth der Ablenkung

$$D = 2a - g,$$

wo a den Einfallswinkel und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet. Wenn der Brechungswinkel des Prismas sehr klein ist, so trifft

der im Fall der kleinsten Ablenkung einfallende Strahl die Einfallsebene sehr nahe rechtwinklig, wie man Fig. 474 sehen kann; der Einfallswinkel sowohl als der Brechungswinkel sind alsdann ebenfalls sehr klein. Der Sinus des Brechungswinkels x ist dem Sinus des Einfallswinkels a proportional, so lange aber x und a klein sind, verhalten sich ihre Sinus wie die Winkel selbst, es ist also $a = nx$, wenn mit n der Brechungsexponent der Substanz bezeichnet wird, aus welcher das Prisma verfertigt ist; wir haben demnach

Fig. 474

$$D = 2nx - g.$$

Nun ist aber $x = \frac{g}{2}$, wie schon oben S. 382 gezeigt wurde, also

$$D = 2n\frac{g}{2} - g = g\ (n - 1),$$

d. h. **wenn der brechende Winkel der Prismen klein ist, so ist die durch sie hervorgebrachte Ablenkung der Strahlen im Falle des Minimums dem brechenden Winkel des Prismas proportional.**

In Fig. 475 ist $abcd$ ein längliches Rechteck, an welches sich oben das Paralleltrapez $abgf$, unten aber ein ganz gleiches ansetzt; oben setzt sich dann ein Dreieck fgh und unten ein gleiches an. Die beiden nicht parallelen Seiten der Paralleltrapeze bilden verlängert ein gleichschenkliges Dreieck, dessen spitzer Winkel halb so groß seyn soll, als der spitze Winkel des obern Dreiecks bei h.

Fig. 475.

Denkt man sich die ganze Figur um die Axe MN umgedreht, so entsteht ein aus mehreren Zonen gebildeter linsenartiger Körper. Die Mitte desselben bildet eine ebene Scheibe.

Wenn nun Lichtstrahlen, von einem Punkte der Axe MN ausgehend dieses Zonensystem treffen, so kann man die Ablenkung, welche die Lichtstrahlen in einer jeden Zone erleiden, nach den Gesetzen der Brechung in Prismen entwickeln.

Der Punkt S liege so, daß ein von hier ausgehender Lichtstrahl, welcher die Fläche ag in i trifft, beim Durchgang durch $abgf$ das Minimum der Ablenkung erfährt, so wird der austretende Strahl mit dem einfallen-

Digitized by Google

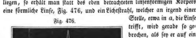
den ganz symmetrisch sein, er schneidet die Axe in einem Punkte R, welcher von der Linse eben so weit absteht als S.

Ein Lichtstrahl, welcher in dem Dreieck hfg das Minimum der Ablenkung erleidet, wird von seiner ursprünglichen Richtung doppelt so stark abgelenkt als in $fgad$, weil der brechende Winkel des oberen Prismas doppelt so groß ist als der des unteren. Ein solcher Lichtstrahl nun, welcher in dem oberen Dreieck das Minimum der Ablenkung erleidet, geht durch dieses Dreieck nach einer Richtung lm, welche mit der Axe MN parallel ist, der eintretende Strahl sowohl als der austretende wird aber mit dieser horizontalen Richtung nothwendig einen doppelt so großen Winkel machen als der eintretende und austretende Strahl, welcher dem Minimum der Ablenkung in $abfg$ entspricht; wenn also von S ein Strahl So ausgeht, welcher mit MN einen doppelt so großen Winkel macht als Si, so wird er in fgh das Minimum der Ablenkung erleiden, und auf der andern Seite symmetrisch austretend nach R gebrochen werden. Der Strahl $SlmR$ passirt die Linse in einer doppelt so großen Entfernung von der Axe als der Strahl $Sikl$, welcher nur eine halb so starke Ablenkung erleidet.

Fig. 475.

Denken wir uns nun die gebrochenen Linien $dbfh$ und $cagh$ der vorigen Figur durch Kreisbogen ersetzt, deren Mittelpunkte auf der Axe MN liegen, so erhält man statt des eben betrachteten linsenförmigen Körpers eine förmliche Linse, Fig. 476, und ein Lichtstrahl, welcher an irgend einer Stelle, etwa in a, die Linse trifft, wird gerade so gebrochen, als sey er auf ein Prisma gefallen, dessen Durchschnitt man erhält, wenn man in a und den gegenüber liegenden Punkten Tangenten an die Kreisbogen zieht.

Fig. 476.



Zöge man nun an einer zweiten Stelle b, welche doppelt so weit von der Axe entfernt ist als a, auf beiden Seiten solche Tangenten, so würden sich diese unter einem Winkel schneiden, welcher doppelt so groß ist als der Winkel, unter welchem sich die bei a gezogenen Tangenten schneiden.

Wenn nun ein Lichtstrahl die Linse bei a parallel mit der Axe durchläuft, so wird er von seinem Eintritt und nach seinem Austritt aus der Linse gleiche Winkel mit der Axe machen, er wird sie in Punkten S und R

Digitized by Google

schneiden, welche zu beiden Seiten gleich weit von der Linse abstehen. Wenn nun von S ein zweiter Lichtstrahl ausgeht, welcher die Linse in b trifft, so wird er eine doppelt so starke Ablenkung erfahren als bei a und deshalb ebenfalls nach R hin gebrochen werden. Ein Lichtstrahl, welcher, von S ausgehend, in c, d. h. in einem Punkte die Linse trifft, welcher dreimal so weit von der Axe entfernt ist als a, wird eine dreimal stärkere Ablenkung erfahren als die bei a einfallenden und deshalb auch nach demselben Punkte R hin gebrochen werden.

Was für die Punkte a, b und c gesagt wurde, gilt auch für die zwischenliegenden; für eine solche Linse, wie Fig. 476, giebt es also auf der Axe einen Punkt S, welcher die Eigenschaft hat, daß alle von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, durch dieselbe nach einem und demselben Punkte R hin concentrirt werden, welcher auf der andern Seite eben so weit von der Linse absteht als S.

Diese Schlüsse sind jedoch nur so lange gültig, als die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande nicht bedeutend ist, denn nur so lange ändert sich die Neigung der Tangenten in demselben Verhältnisse, wie die Entfernung ihrer Berührungspunkte von der Axe.

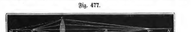
In dem Nächstfolgenden ist nur von solchen Linsen die Rede, bei denen die Krümmung von der Mitte bis zum Rande unbedeutend ist.

So lange der Winkel, unter welchem der einfallende Strahl ein Prisma von kleinem brechenden Winkel trifft, von einem rechten nicht viel abweicht, so lange also die Strahlen nahezu in der Richtung das Prisma treffen, welcher das Minimum der Ablenkung entspricht, wird die durch das Prisma hervorgebrachte Ablenkung von dem Minimum der Ablenkung nicht merklich verschieden seyn, weil ja Einfalls- und Brechungswinkel noch so klein sind, daß man ohne merklichen Fehler statt der Sinus den Einfallswinkel dem Brechungswinkel selbst proportional setzen kann.

Dies gilt nun auch von Linsen. Wenn die Linse, Fig. 476, in c von einem Lichtstrahl getroffen wird, dessen Richtung von der Richtung Sc nicht sehr bedeutend abweicht, so wird die Ablenkung, welche er durch die Brechung in der Linse erfährt, dieselbe seyn wie die Ablenkung, welche der Strahl Sc erleidet.

In Fig. 477 sey S derjenige Punkt der Axe MN, welcher so liegt, daß

Fig. 477.



die von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, dieselbe sym-

metrisch durchlaufen und auf der andern Seite in einem Punkt R vereinigt werden, welcher eben so weit von der Linse absteht als S. Der Strahl

Fig. 477.

Sc, welcher die Linse nahe am Rande trifft, wird nach cR gebrochen, der einfallende und der gebrochene Strahl machen den Winkel ScR mit einander. Wenn nun ein Lichtstrahl nicht von S, sondern von T ausgehend die Linse in c träfe, so würde nach dem, was eben auseinandergesetzt wurde, der Strahl Tc eine eben so starke Ablenkung erfahren als Sc, man würde also die Richtung des Strahls nach dem Austritt aus der Linse erhalten, wenn man die Linie cT' so zieht, daß der Winkel TcT' so groß ist wie der Winkel ScR oder, mit anderen Worten, wenn man über cR einen Winkel RcT' ansetzt, welcher eben so groß ist wie der Winkel, um welchem Tc unter Sc liegt.

Nach dem Punkte T' der Axe wird aber auch der Strahl Td gebrochen, welcher, von T ausgehend, den untern Rand der Linse trifft, ja es werden alle Strahlen, welche, von T ausgehend, die Linse treffen, in T' concentrirt werden, denn in demselben Maaße, in welchem die einfallenden Strahlen der Axe näher liegen, werden sie auch weniger abgelenkt und deshalb sämmtlich in T' vereinigt; so lange wenigstens der Winkel, welchen die äußersten einfallenden Strahlen mit der Axe machen, nicht über eine gewisse Gränze hinauswächst (nicht so groß wird, daß man ohne merklichen Fehler noch die Winkel ihrer Tangenten proportional setzen kann).

Wenn also der leuchtende Punkt von S aus der Linse genähert wird, so wird sich der Vereinigungspunkt der Strahlen auf die andere Seite der Linse von derselben entfernen, je mehr sich T nähert, desto mehr entfernt sich T', doch entfernt sich T' in einem weit rascheren Verhältniß, als sich T nähert.

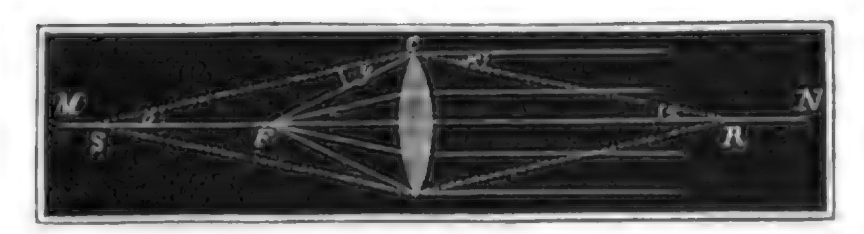
Untersuchen wir nun, wie die Strahlen durch die Linse gebrochen werden, welche von einem Punkte F, Fig. 478, der Axe ausgehen, welcher so liegt, daß $Fc = FS$. In diesem Falle ist der Winkel $o = y = z$. Nun aber wird ja der Strahl Fc durch die Linse so gebrochen, daß der Winkel x, welchen der austretende Strahl mit cR macht, gleich y ist, es ist demnach $x = z$, und daraus folgt, daß der Strahl Fc durch die Linse so gebrochen wird, daß er mit der Axe parallel läuft.

Dasselbe gilt von allen übrigen von F ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, sie treten als ein der Axe paralleles Strahlenbündel aus.

Digitized by Google

Wenn man, was wohl in den meisten Fällen erlaubt seyn wird, die Dicke der Linse gegen die Entfernungen der Punkte *S* und *F* von derselben vernachlässigt, so kann man sagen, der Punkt *F* liege in der Mitte zwischen *S* und der Linse.

Fig. 478.



Wenn also ein leuchtender Punkt von *S* aus der Linse genähert wird, so rückt der Vereinigungspunkt auf der andern Seite von der Linse weg, und wenn der leuchtende Punkt bis *F* vorrückt, so wird der Vereinigungspunkt bis in's Unendliche fortgerückt, die Strahlen treten der Axe parallel aus.

Wenn aber umgekehrt von einem auf der Axe liegenden unendlich weit entfernten Punkte Strahlen auf die Linse fallen, oder, mit anderen Worten, wenn ein Bündel mit der Axe paralleler Strahlen die Linse trifft, so werden sie durch die Linse in *F* vereinigt werden. Dieser Vereinigungspunkt *F* der parallel mit der Axe einfallenden Strahlen führt den Namen des Hauptbrennpunkts.

Rückt der leuchtende Punkt aus unendlicher Entfernung näher, so entfernt sich der Vereinigungspunkt auf der andern Seite von der Linse; ist der leuchtende Punkt in *T'*, Fig. 477, so ist der Vereinigungspunkt in *T*, rückt der leuchtende Punkt noch näher, bis *R*, so ist der Vereinigungspunkt in *S*, nähert er sich der Linse so, daß er in der Mitte zwischen derselben und *R* steht, nähert er sich also bis auf die Brennweite, so laufen die Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse mit der Axe parallel.

Die Brennweite, d. h. die Entfernung des Brennpunktes *F* von der Linse, hängt nicht allein von ihrer Gestalt, sondern auch von dem Brechungsexponenten der Substanz ab, aus welcher sie gefertigt ist.

Für eine Glaslinse, deren Brechungsexponent gerade $^3/_2$ ist, kann man die Brennweite leicht ermitteln.

Wie wir oben gesehen haben, ist das Minimum der Ablenkung in einem Prisma von kleinem brechenden Winkel

$$D = (n - 1) g,$$

wo n den Brechungsexponenten und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet; für $n = {}^3/_2$ wird

$$D = {}^1/_2\, g.$$

In einem Glasprisma von kleinem brechenden Winkel, dessen Brechungsexponent $^3/_2$ ist, ist das Minimum der Ablenkung halb so groß als der brechende Winkel. Wäre also der brechende Winkel des Prismas 10^0,

so würde das Minimum der Ablenkung 5°, wäre der brechende Winkel 6°, so würde das Minimum der Ablenkung 3° seyn.

Wenden wir dies auf unsere Linse an. Wenn ein Lichtstrahl $b\ c$ parallel mit der Are die Linse in c dicht am Rande trifft, so wird er eine Ablenkung erfahren, welche halb so groß ist als der Winkel, unter welchem in c die beiden Kreisbogen zusammentreffen, oder, mit anderen Worten, der Ablenkungswinkel $g\,c\,F$ ist gleich dem in c, welchen die an einen Kreisbogen gezogene Tangente $c\,n$ mit der Vertikalen $c\,d$ macht; wenn aber Winkel $g\,c\,f = n\,c\,d$, so muß $c\,F$ auf der Tangente $c\,n$ rechtwinklig stehen, weil $g\,c$ auf $c\,d$ rechtwinklig steht, $c\,F$ ist also der Radius des Kreisbogens $c\,m\,d$.

Fig. 479.

Für eine solche biconvexe Glaslinse, deren Flächen beide einen gleichen Halbmesser haben, fallen die Brennpunkte zu beiden Seiten mit den Mittelpunkten der Kugelsegmente zusammen.

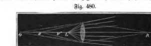
Ist der Brechungsexponent der Linse größer, so liegt der Brennpunkt der Linse näher, ist er aber kleiner, so liegt er weiter von derselben entfernt.

Was von biconvexen Linsen gesagt wurde, gilt auch von converen Menisken und planconvexen Gläsern, d. h. sie haben einen Hauptbrennpunkt, in welchem alle von der andern Seite her parallel mit der Are einfallenden Strahlen concentrirt werden; die Strahlen, welche von einem auf der Are liegenden Punkte ausgehen, welcher um die doppelte Brennweite von dem Glase absteht, werden auf der andern Seite in einem Punkte vereinigt, welcher ebenfalls um die doppelte Brennweite vom Glase absteht.

Für eine planconvexe Linse, deren Brechungsexponent $^3/_2$ ist, steht der Brennpunkt um den doppelten Radius der gekrümmten Fläche von der Linse ab.

Wenn der leuchtende Punkt L, Fig. 480, der Linse so nahe rückt, daß

Fig. 480.

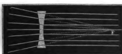


er noch innerhalb der Brennweite liegt, so ist der Strahlenkegel, welcher die Linse trifft, so stark divergirend, daß die Linse nicht mehr im Stande ist, die Strahlen convergent oder auch nur parallel zu machen, sie divergiren aber

nach dem Durchgange durch die Linse weniger als vorher, sie verbreiten sich so, als ob sie von einem Punkte *O* herkämen, welcher weiter von dem Glase absteht als der leuchtende Punkt.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch für Hohlgläser anstellen. Wenn die einfallenden Strahlen parallel sind, so divergiren die Strahlen so, als kämen sie vom Hauptzerstreuungspunkte *F*, Fig. 481; rückt aber der leuchtende Punkt näher, sind also schon die auffallenden Strahlen divergirend, so werden sie nach dem Durchgange durch das Glas noch stärker divergiren, als es für die parallel eintretenden Strahlen der Fall war, der Zerstreuungspunkt rückt also um so mehr dem Glase näher, als der leuchtende Punkt näher kommt.

Fig. 481.



Es ist jetzt noch der Fall zu betrachten, daß die auffallenden Strahlen convergent sind. Wenn die einfallenden Strahlen nach dem Hauptzerstreuungspunkte *F* auf der andern Seite des Glases hin convergiren, so werden die gebrochenen Strahlen nothwendig einander parallel austreten, es ist dies die Umkehrung des in Fig. 481 dargestellten Falles. Convergiren die einfallenden Strahlen stärker, so werden sie auch nach der Brechung noch convergiren, wenn aber die einfallenden Strahlen nach einem Punkte *l*, Fig. 482, convergiren, der weiter vom Glase absteht als

Fig. 482.

der Hauptzerstreuungspunkt, so divergiren sie noch, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase kämen, wie man dies in der Figur sieht. Die Betrachtung dieses letztern Falles ist für das Verständniß des galiläischen Fernrohrs, wovon bald die Rede seyn wird, wichtig.

Secundäre Axen. Bisher haben wir nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe der Linse selbst liegen, es bleibt jetzt noch zu zeigen, daß das Gesagte auch für solche Punkte gilt, welche nicht auf der Hauptaxe liegen, vorausgesetzt, daß die Nebenaxen (secundäre Axen) nur 179

Digitized by Google

einen kleinen Winkel mit der Hauptaxe machen. Mit dem Namen der **Nebenaxe** bezeichnet man die Linie, welche man sich von einem nicht auf der Hauptaxe liegenden Punkte durch die Mitte der Linse gezogen denken kann.

In Fig. 483 sey H ein nicht auf der Hauptaxe liegender leuchtender Punkt, so werden alle von ihm ausgehenden Lichtstrahlen in einem Punkte H' vereinigt werden, welcher auf der Nebenaxe MN' ebenso weit von der

Fig. 483.

Linse absteht wie der Vereinigungspunkt T' der Strahlen, welche von einem Punkte T ausgehen, welcher, auf der Hauptaxe liegend, ebenso weit von der Linse entfernt ist wie H.

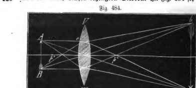
Es ist dies leicht zu beweisen. Der mittlere Strahl HM' geht ungebrochen durch die Linse hindurch; ferner ist $Hc = Tc$ und Winkel $cTM = cHM'$ (wenn auch nicht ganz genau, doch nahe); da der Strahl Tc in c ebenso stark abgelenkt wird wie Hc, so ist noch Winkel $HcH' = TcT'$, folglich ist das Dreieck $HcH' =$ Dreieck TcT', folglich $TT' = HH'$, H' ist also ebenso weit von der Linse entfernt wie T'.

Dasselbe ergiebt sich auch aus der Vergleichung der Dreiecke TdT' und HdH'.

Das **Feld** einer Linse ist der Winkel, welchen zwei der Nebenaxen mit einander noch machen können, ohne daß die Voraussetzungen unseres Beweises merklich unrichtig werden.

180 **Von den durch Linsen erzeugten Bildern.** In Fig. 484 sey AB

Fig. 484.



Digitized by Google

ein Gegenstand, der sich auf der einen Seite vor der Linse VW befindet, aber weiter von ihr absteht als der Brennpunkt F. Die von A ausgehenden Strahlen werden in einem Punkte a auf der von A durch die Mitte O der Linse gezogenen Nebenaxe vereinigt; a ist also das Bild von A; ebenso ist b das Bild von B, mithin ist auch $a\,b$ das Bild des Gegenstandes von $A\,B$; das Bild ist in diesem Falle verkehrt und ist ein wahres Sammelbild.

Von der Mitte der Linse aus gesehen, erscheinen Bild und Gegenstand unter gleichem Winkel, denn der Winkel $b\,o\,a$ ist dem Winkel $B\,o\,A$ als Scheitelwinkel gleich; ob nun das Bild oder der Gegenstand größer ist, hängt demnach davon ab, ob Bild oder Gegenstand am weitesten vom Glase entfernt sind. Nehmen wir an, der Gegenstand liege um die doppelte Brennweite von dem Glase entfernt, so wird das Bild auf der andern Seite in gleicher Entfernung entstehen, in diesem Falle ist also Bild und Gegenstand gleich groß. Rückt der Gegenstand dem Glase näher, so entfernt sich das Bild, es wird also größer. Von solchen Gegenständen also, die um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von dem Glase abstehen, erhält man verkehrte vergrößerte Bilder; so ist in unserer Figur das Bild $a\,b$ größer als der Gegenstand $A\,B$.

Wenn der Gegenstand weiter vom Glase entfernt ist als die doppelte Brennweite, so liegt das Bild näher; von entfernten Gegenständen erhält man also verkehrte verkleinerte Bilder. Wäre $a\,b$, Fig. 484, ein solcher Gegenstand, der um mehr als die doppelte Brennweite vom Glase absteht, so würde man das verkleinerte Bild $A\,B$ erhalten.

Nennen wir g die Größe des Gegenstandes, g' die des Bildes, b die Entfernung des Gegenstandes und m die Entfernung des Bildes vom Glase, so ist

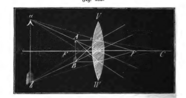
$$g : g' = b : m,$$

d. h. Bild und Gegenstand verhalten sich wie ihre Entfernungen von der Linse.

Bei einer Linse von kurzer Brennweite liegen die Bilder näher am Glase als bei einer solchen von größerer Brennweite, von entfernten Gegenständen geben also die Linsen um so kleinere Bilder, je kürzer ihre Brennweite ist; umgekehrt ist für den Fall, daß die Linse vergrößerte Bilder kleiner Gegenstände giebt, welche sich in der Nähe ihres Brennpunktes befinden, bei gleicher Entfernung des Bildes von der Linse das Bild derjenigen Linsen das größere, welche eine geringere Brennweite haben, weil bei dieser der Gegenstand näher an die Linse heranrückt.

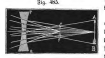
Wenn der Gegenstand noch innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet, so kann kein Sammelbild von ihm entstehen, weil die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Glase näher liegt als der Brennpunkt, nach ihrem Durchgange durch das Glas immer noch divergiren. In Fig. 485 sey $A\,B$ ein solcher innerhalb der Brennweite

Fig. 485.



sich befindender Gegenstand, so divergiren die von A ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch das Glas, als ob sie von a kämen. Die Entfernung des Punktes a vom Glase kann man nach den oben gegebenen Formeln leicht berechnen. Die von B ausgehenden Strahlen divergiren nach dem Durchgange durch die Linse so, als ob sie von b kämen; wenn nun ein Auge sich auf der andern Seite des Glases befindet, so wird es von den Lichtstrahlen, die von dem Gegenstande $A\,B$ ausgehen, so getroffen, als ob sie von $a\,b$ kämen; $a\,b$ ist also das Bild von $A\,B$. Da Gegenstand und Bild innerhalb desselben Winkels $a\,o\,b$ liegen, der Gegenstand aber dem Glase näher liegt, so ist offenbar das Bild in diesem Falle größer als der Gegenstand. Wenn man eine Linse als Lupe anwendet, um kleinere Gegenstände dadurch zu betrachten, so ist es das auf diese Weise vergrößerte Bild, welches man sieht. Wir werden darauf später noch zurückkommen.

Fig. 485.



Die Hohlgläser geben keine Sammelbilder, sondern nur Bilder der Art, wie sie bei Converlinsen entstehen, wenn der Gegenstand sich innerhalb der Brennweite befindet. Da nun eine Hohllinse die Strahlen, welche

von einem Punkte ausgehen, noch divergenter macht, als ob sie von einem näher am Glase liegenden Punkte kämen, so ist klar, daß die Hohlgläser verkleinerte Bilder der Gegenstände zeigen, wie man leicht beim Anblicke der Fig. 486 übersehen wird, wo AB der Gegenstand, pq das Bild ist.

Sphärische Aberration. Man nennt den Winkel, unter welchem 181
der Durchmesser einer Linse von ihrem Brennpunkte aus erscheint, die Oeffnung der Linse. Nur so lange dieser Winkel klein ist, werden alle Strahlen, die von einem Punkte vor der Linse ausgehen, auch wirklich in einem Punkte wieder vereinigt; sobald aber die Oeffnung zu groß ist, werden die Randstrahlen in einem Punkte vereinigt, welcher dem Glase näher liegt als der Vereinigungspunkt der centralen Strahlen. Die Oeffnung einer Linse darf im Allgemeinen nie mehr als 10 bis 12 Grade betragen.

In Fig. 487 sey VW eine solche Linse von großer Oeffnung, so werden die mit der Axe parallel nahe in der Mitte der Linse auffallenden Strahlen im Brennpunkte F vereinigt; die in der Nähe des Randes auf die Linse fallenden werden aber nach dem Punkte n hin gebrochen, der Brennpunkt der centralen Strahlen liegt weiter vom Glase ab als der Brennpunkt der Randstrahlen.

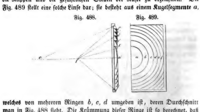
Fig. 487.

Der Grund davon ist leicht einzusehen. Der oben (Seite 397) geführte Beweis, daß alle von einem Punkte ausgehenden Strahlen durch eine sphärische Fläche nach einem Punkte hin gebrochen werden, stützt sich auf die Voraussetzung, daß die Einfallswinkel so klein sind, daß man ohne merklichen Fehler die Sinus der Einfallswinkel den Einfallswinkeln selbst proportional setzen kann; in der That würden auch an stärker gekrümmten Linsen die Randstrahlen denselben Vereinigungspunkt haben wie die centralen Strahlen, wenn die Brechungswinkel immer den Einfallswinkeln proportional wären; nun aber steht der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältnisse, und, wie wir oben gesehen haben, wächst demnach die Ablenkung nicht dem Einfallswinkel proportional, sondern dem $n$fachen Einfallswinkel entspricht eine mehr als $n$fache Ablenkung; den Randstrahlen muß also eine kürzere Brennweite zukommen.

Fresnel'sche Linsen. Es ist Fresnel gelungen, verschieden geformte 182
Linsen zu construiren, mit Hülfe deren das Licht der Leuchtthürme auf 6 bis 7 Meilen auf das Meer mit hinlänglichem Glanze hinausgeworfen

Digitized by Google

werden kann, um den Schiffern genau ihre Lage anzugeben und ihnen so die Klippen und die gefährlichen Stellen der Küste zu bezeichnen. Die Fig. 489 stellt eine solche Linse dar; sie besteht aus einem Kugelsegmente *a*,



welches von mehreren Ringen *b*, *c*, *d* umgeben ist, deren Durchschnitt man in Fig. 488 sieht. Die Krümmung dieser Ringe ist so berechnet, daß der Brennpunkt eines jeden mit dem Brennpunkt *f* des Segmentes *a* zusammenfällt, so daß, wenn sich in *f* eine Lampenflamme befindet, alles von ihr auf die Linse gesandte Licht als ein fast paralleles Lichtbündel austritt; es würde dies genau der Fall seyn, wenn sich die ganze Flamme der Lampe genau im Brennpunkte der Linse befinden könnte. Da nun die Abnahme der Lichtintensität bei großer Entfernung vorzugsweise eine Folge der Divergenz der Lichtstrahlen ist, so ist klar, daß man auf diese Weise das Licht noch auf bedeutende Entfernungen sichtbar machen kann. Man könnte vielleicht glauben, daß eine gewöhnliche Linse dieselben Vortheile bieten würde; wie wir aber gesehen haben, kann eine gewöhnliche Linse höchstens eine Oeffnung von 12 bis 15 Grad haben, während die Ringe der Fresnel'schen Linsen so berechnet sind, daß ihre Oeffnung 40° beträgt; sie senden also nach einer Richtung hin 9mal so viel Licht, als es durch eine gewöhnliche Linse möglich wäre. Es ist hier nicht der Ort, um weiter in die Beschreibung dieser eben so sinnreichen als zweckmäßigen Einrichtung einzugehen.

Digitized by Google

Drittes Kapitel.

Zersetzung des weißen Lichts.

Das weiße Sonnenlicht ist aus verschieden gefärbten Strahlen zusammengesetzt. Um dies zu beweisen, braucht man nur auf die schon oben (Seite 379) angegebene Weise ein Sonnenspectrum zu bilden. In Fig. 490 sey *m* ein Spiegel, welcher, vor dem Laden eines dunkeln 183

Fig. 490. Fig. 491.

Zimmers angebracht, die Sonnenstrahlen durch die Oeffnung *o* in das Zimmer hineinwirft; *p* ist das brechende Prisma, *t* eine Wand, welche die Bilder auffängt. Ehe man das Prisma an seine Stelle setzt, sieht man ein weißes rundes Sonnenbild in *g*, durch das Prisma aber erhält man das in die Länge gezogene gefärbte Bild *r u*. Fig. 490 zeigt die Erscheinung, wie man sie auf der Wand *t* beobachtet.

Durch Abänderung des Versuchs läßt sich leicht nachweisen: 1) daß parallel mit der brechenden Kante des Prismas das Spectrum nicht verlängert, d. h. daß es nicht breiter als das directe Sonnenbild in *g* ist; 2) daß die Verlängerung des Spectrums rechtwinklig auf die Kanten des Prismas von dem brechenden Winkel desselben und von der brechenden Substanz abhängt.

Um Ersteres zu beweisen, braucht man nur die Stellung des Prismas zu verändern; wenn seine brechende Kante horizontal steht, so ist das Spectrum in vertikaler, steht aber die brechende Kante vertikal, so ist es in horizontaler Richtung verlängert.

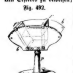


Fig. 492.

Um den zweiten Satz zu beweisen, hat man nur ein veränderliches Prisma anzuwenden, wie ein solches in Fig. 492 dargestellt ist. Der Fuß *p* und die beiden Seitenwände *b* und *b'* sind von Messing, während die beiden Wände *f* und *f'* durch Glasplatten gebildet werden, die in Metallrahmen gefaßt sind. Eine dieser Glaswände ist fest,

Digitized by Google

die andere ist beweglich und kann mit der ersten parallel oder so gestellt werden, daß sie verschiedene Winkel mit derselben macht. Wenn dieser Apparat an die Stelle des Prismas *p*, Fig. 490, gesetzt wird, so beobachtet man gar keine Ablenkung, weil jede der beiden Glaswände durch parallele Flächen begränzt ist; sobald man aber eine durchsichtige Flüssigkeit eingießt, so werden die einfallenden Strahlen abgelenkt und in farbige Strahlen zerlegt. Je nachdem man nun die Flächen *f* und *f'* mehr oder weniger gegen einander neigt, kann man zugleich die Ablenkung und die Färbung des Spectrums verändern. Um zu zeigen, daß die Länge des Spectrums von der Substanz des Prismas abhängt, braucht man nur verschiedene Flüssigkeiten einzugießen, während man den Winkel des Prismas unverändert läßt. Gießt man z. B. Wasser ein, so ist das Spectrum bei weitem nicht so lang, als wenn man Zimmetöl, Kreosot oder gar Schwefelkohlenstoff eingießt.

Unter sonst ganz gleichen Umständen ist das Spectrum, welches ein Prisma von Flintglas erzeugt, länger als das durch ein Kronglasprisma von gleichem Winkel erzeugte Spectrum.

Bei diesen Versuchen wird man bald sehen, daß sich in der Mitte des Spectrums ein weißer Streifen bildet, wenn die Länge desselben nicht wenigstens doppelt so groß ist als seine Breite; wenn aber das Spectrum sehr in die Länge gezogen ist, so verschwindet das Weiß vollständig, und man unterscheidet im Spectrum sieben Hauptfarben in folgender Ordnung: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violet.

Diese Farben werden die Regenbogenfarben, prismatischen Farben oder auch einfache Farben genannt. Wir werden bald sehen, daß es eigentlich unzählig viele verschiedene Farben im Spectrum giebt, daß aber unter diesen das Auge diese sieben Hauptnuançen unterscheidet.

Das rothe Ende des Spectrums ist jederzeit der Stelle zugekehrt, an welcher das runde weiße Sonnenbild *g*, Fig. 491, erscheinen würde, wenn das Prisma nicht da gewesen wäre, die rothen Strahlen haben also die geringste Ablenkung erfahren.

Wenn die Oeffnung im Laden ungefähr 1 Centimeter im Durchmesser hat, wenn der brechende Winkel des Prismas 60° ist und man das Spectrum in einer Entfernung von 6 Metern auffängt, so erhält man schon eine recht vollständige Trennung der Farben, d. h. das Spectrum wird überall lebhaft gefärbt erscheinen und kein Weiß mehr in der Mitte zeigen; jedoch erscheinen die einzelnen Farben noch reiner, wenn die Oeffnung noch kleiner ist.

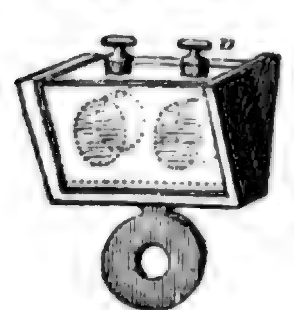
Um das prismatische Farbenbild zu sehen, ist es nicht nöthig, daß man durch ein Prisma ein Sonnenspectrum auf einer weißen Wand hervorbringt, man braucht nur durch ein Prisma nach einem schmalen hellen Gegenstande hinzusehen. Betrachtet man z. B. eine Kerzenflamme durch

ein vertikal gehaltenes Prisma, so erscheint sie bedeutend in die Breite gezogen und auf die erwähnte Weise gefärbt. Wenn man in den Laden eine kleine Oeffnung von ungefähr 1^{cm} Durchmesser einschneidet, so sieht man durch diese Oeffnung den hellen Himmel, also eine helle Scheibe auf dunklem Grunde. Betrachtet man nun diese Scheibe durch das Prisma, so sieht man statt des weißen Kreises ein sehr in die Länge gezogenes farbiges Bild, von welchem Alles gilt, was oben von dem an die Wand geworfenen Spectrum gesagt wurde.

Die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen sind ungleich brechbar. 184
Dieser Satz geht schon daraus hervor, daß das weiße Licht durch ein Prisma in verschiedenfarbige Strahlen zerlegt wird; die rothen Strahlen bilden mit den violeten nach dem Durchgange durch das Prisma einen Winkel, sie divergiren, und zwar sind die violeten Strahlen mehr von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt als die rothen. Die violeten Strahlen sind unter allen die am stärksten brechbaren, die rothen sind es am wenigsten. Die grünen Strahlen sind stärker brechbar als die rothen und weniger als die violeten, weil im Spectrum das Grün zwischen Roth und Violet liegt.

Denken wir uns für einen Augenblick, daß das weiße Licht nur rothe und violete Strahlen enthielte, so ist klar, daß man statt des Spectrums nur zwei runde, von einander getrennte Sonnenbilder erhalten würde, von denen das eine roth, das andere violet ist. Man kann in der That solche getrennten Bilder sichtbar machen; manche Körper nämlich haben die Eigenschaft, nicht alle farbigen Strahlen gleich gut durchzulassen, gewisse Strahlen also zu absorbiren. Dahin gehören z. B. farbige Gläser, farbige Flüssigkeiten. Füllt man z. B. eine Auflösung von schwefelsaurem Indigo in das Hohlprisma Fig. 493 oder Fig. 467, sieht man alsdann durch dasselbe nach der in der vorigen Nummer besprochenen kleinen kreisförmigen Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers, so erblickt man zwei getrennte Bilder der hellen Scheibe, nämlich ein rothes und ein blaues. Eine Auflösung von Chromalaun, in das Hohlprisma gefüllt, zeigt ein rothes und ein grünes Bild u. s. w. Noch schöner zeigen sich die getrennten farbigen Bilder, wenn man die farbige Flüssigkeit, zwischen zwei parallele Glaswände eingeschlossen, dicht vor das Auge hält und dann durch die Flüssigkeit und ein Glasprisma den hellen Gegenstand betrachtet. Bei dieser Form des Versuchs kann man auch statt der farbigen Flüssigkeit gefärbte Gläser anwenden.

Fig. 493.



Das ganze Spectrum besteht also aus einer Reihe auf einander folgender kreisförmiger Bilder, welche theilweise über einander fallen. Je kleiner die Oeffnung ist, von welcher die weißen Strahlen auf das Prisma fallen, desto kleiner werden die einzelnen runden Bilder, während doch die

Fig. 494.

Mittelpunkte der einzelnen farbigen Bilder nicht näher rücken, die verschiedenen Farben fallen also weniger über einander; je kleiner die Oeffnung ist, desto reiner werden also auch die einzelnen Farben erscheinen.

185 **Jede Farbe des Spectrums ist einfach.** Jede Farbe ist einfach, wenn sie sich auf keine Weise weiter in andere Farben zerlegen läßt; wir wollen nun zeigen, daß diese Eigenschaft wirklich den prismatischen Farben zukommt.

Wenn man ein Spectrum auf einer Wand auffängt, an einer bestimmten Stelle derselben, etwa da, wo die violeten Strahlen auffallen, ein Loch macht, so werden alle Farben aufgefangen, und nur ein farbiger Strahl geht durch die Oeffnung hindurch; dieser Strahl nun läßt sich auf keinerlei Weise weiter zerlegen, und wenn man ihn auch abermals durch ein Prisma gehen läßt, so bleibt die Farbe doch unverändert.

Fig. 495

Nach Newton nennt man das einfache Licht auch homogenes Licht.

186 **Aus den einfachen Farben des Spectrums läßt sich das weiße Licht wieder zusammensetzen.** Wenn man das Spectrum mit einer Linse l auffängt, so werden die verschiedenfarbigen Strahlen durch dieselbe in einem Punkte f vereinigt, und wenn man hier das Sonnenbild auf einem mattgeschliffenen Glase oder auf einem Papierschirme auffängt, so erscheint es wieder blendend weiß, obgleich verschiedenfarbige Strahlen auf die Linse auffielen. Hält man den Schirm nicht in den Brennpunkt f, sondern weiter von der Linse weg, so erhält man wieder ein umgekehrtes Spectrum $r' u'$, ein Beweis, daß sich

Fig. 496.

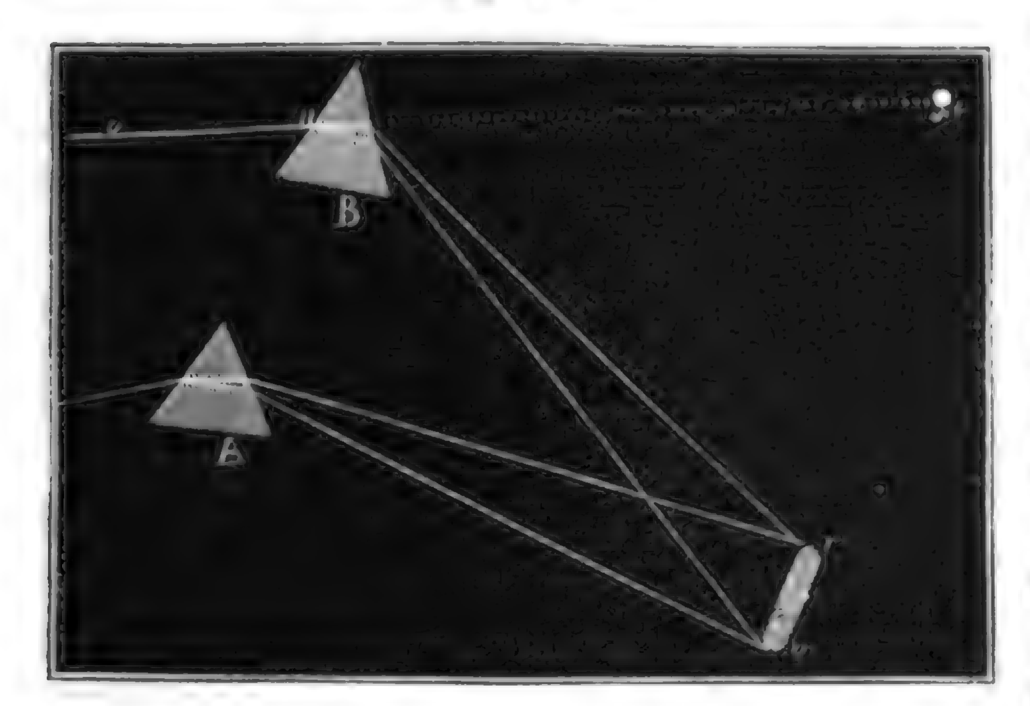
Digitized by Google

die verschiedenfarbigen Strahlen in f kreuzten, und wenn man in f einen Spiegel anbringt, so bilden die reflectirten Strahlen ebenfalls wieder ein Spectrum $u'' r''$.

Man kann sich zu diesen Versuchen auch eines Sammelspiegels anstatt einer Linse bedienen.

Daß die prismatischen Farben zusammen Weiß geben, geht aus dem sehr überraschenden, ebenfalls von Newton angegebenen Versuche hervor, daß das lange prismatische Farbenbild, durch ein zweites Prisma gesehen, unter günstigen Umständen wieder als eine vollkommen weiße und runde Scheibe erscheint. In Fig. 497 sey $r\ v$ ein Spectrum, welches, durch das Prisma A erzeugt, auf einer weißen Wand aufgefangen ist. Wenn nun ein zweites Prisma B so aufgestellt wird, daß es dasselbe Spectrum $r\ v$ an derselben Stelle erzeugen würde, wenn ein Sonnenstrahl in der Richtung $o\ n$ darauf fiele, so ist klar, daß auch die Strahlen, die von dem Spectrum auf dieses Prisma B fallen, in der Richtung $n\ o$ austreten werden; ein in o befindliches Auge muß also in der Richtung $o\ n\ s$ ein rundes weißes Bild des farbigen Spectrums sehen. Die Stellung, die man dem Prisma B geben muß, läßt sich leicht durch den Versuch ausmitteln.

Fig. 497.

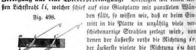


Wenn man eine kreisförmige Scheibe in sieben Sectoren theilt und diese mit Farben bemalt, die den prismatischen möglichst ähnlich sind, so erscheint die Scheibe bei rascher Rotation nicht mehr farbig, sondern weißlich; sie würde vollkommen weiß erscheinen, wenn die Sectoren mit den reinen prismatischen Farben bemalt werden könnten, und wenn die Breite der einzelnen farbigen Sectoren genau in demselben Verhältnisse zu einander ständen, wie die Breiten der entsprechenden Theile des Spectrums. Um nach demselben Principe mit reinen prismatischen Farben operiren zu können, brachte Münchow das Prisma mit einem Uhrwerke in Verbindung, um es in eine rasche oscillirende Bewegung versetzen zu können. Durch diese Bewegung des Prismas geht nun auch das auf einem Schirme aufgefangene Spectrum rasch hin und her, und da zeigt sich dann statt des farbigen

Spectrums ein weißer Lichtstreif, der nur an den Enden noch etwas farbig erscheint. Das Auge empfängt nämlich an jedem Punkte des Schirms rasch auf einander die Eindrücke aller einzelnen Farben, die einzelnen Eindrücke verwischen sich und bringen so die Empfindung von Weiß hervor.

187 **Alles zusammengesetzte Licht erleidet durch Brechung eine Zerlegung und eine Wiedervereinigung.** Verfolgen wir einen weißen Lichtstrahl *li*, welcher schief auf eine Glasplatte mit parallelen Wänden fällt, so wissen wir, daß er beim Eintritt in die Platte in unzählig viele verschiedenartige Strahlen zerlegt wird, von denen der äußerste rothe die Richtung *ir*, der äußerste violete die Richtung *iu* hat. Alle diese Strahlen aber treten parallel mit *li* wieder aus, und so entsteht zwischen

Fig. 498.



re und *ue* ein Bündel paralleler Strahlen, welche von *re* bis nach *ue* hin alle möglichen einfachen Farben, vom äußersten Roth bis zum äußersten Violet, haben. Dies scheint auf den ersten Anblick der Erfahrung zu widersprechen, denn man weiß, daß weißes Licht nach seinem Durchgang durch farblose Platten mit parallelen Flächen durchaus weiß bleibt. Dieser scheinbare Widerspruch ist aber leicht zu heben; ein zweiter weißer Strahl *l'i'*, welcher mit dem ersten parallel auf die Platte fällt, wird ebenso wie dieser eine Zerstreuung erfahren, und nach dem Austritt wird sich ebenfalls ein Bündel verschiedenfarbiger unter sich paralleler Strahlen zwischen *r'e'* und *u'e'* bilden. Ebenso verhält es sich nun mit jedem weißen Strahl, der zwischen *li* und *l'i'* parallel mit diesen auf die Platte auffällt. Etwas rechts von *li* wird ein weißer Strahl auffallen, welcher einen blauen Strahl in der Richtung *ue* giebt, noch etwas weiter ein anderer, welcher einen grünen, ein dritter, welcher einen gelben u. s. w., endlich auch einer, welcher einen rothen, in derselben Richtung *ue* austretenden Strahl giebt. Alle diese in derselben Richtung austretenden verschiedenfarbigen Strahlen, welche freilich von verschiedenen einfallenden weißen Strahlen herrühren, geben natürlich wieder weiß.

188 **Von den complementären Farben und den natürlichen Farben der Körper.** Da alle einfachen Farben, im richtigen Verhältniß (d. h. in dem Verhältniß, wie es das Spectrum giebt) vereinigt, weißes Licht bilden, so reicht es hin, eine oder mehrere der einfachen Farben zu unterdrücken oder nur ihr Verhältniß zu ändern, um aus Weiß irgend einen Farbenton zu machen. Unterdrückt man z. B. im weißen Licht das Roth des Spectrums, während alle anderen Farben ungeändert bleiben, so wird man eine bläuliche Färbung erhalten, der man nur wieder Roth hinzufügen darf, um das Weiß wieder herzustellen. Zwei Farbentöne, welche

Digitized by Google

diese Bedingung erfüllen, d. h. welche zusammengenommen Weiß geben, heißen complementäre Farben. Jede Farbe hat auch ihre complementäre, denn wenn sie nicht weiß ist, so fehlen ihr gewisse Strahlen, um Weiß zu bilden, und diese fehlenden Strahlen zusammengenommen machen die complementäre Farbe aus. Violet, welches mehr oder weniger ins Rothe übergeht, ist die complementäre Farbe der verschiedenen grünen Farben. Wir haben oben gesehen, daß eine Lösung von schwefelsaurem Indigo, in ein Prisma gebracht, von einem weißen Gegenstand ein rothes und ein blaues Bild giebt. Das rothe Bild ist sehr scharf begränzt, das blaue nicht so, es geht etwas ins Violet und auch etwas Weniges ins Grün über; es fehlt also dem von der Indigolösung durchgelassenen Licht Gelb und Orange vollständig, dann fast alles Grün und etwas Violet. Diese fehlenden Farben zusammen geben aber offenbar eine Mischung, in welcher Gelb bedeutend vorherrscht; Gelb ist also complementär zu dem Blau der Indigosolution, wie denn überhaupt gelbe Farbentöne die complementären zu blauen sind. Je mehr das Blau in Grün übergeht, desto mehr wird das complementäre Gelb ins Roth übergehen.

Wir werden später noch öfters Gelegenheit haben, von den complementären Farben zu reden.

Das Prisma, welches uns gedient hat, um das Sonnenlicht zu zerlegen, dient uns auch, um die natürlichen Farben der Körper zu analysiren; man braucht nur von den zu untersuchenden farbigen Körpern schmale Streifen zu schneiden und diese durch das Prisma zu betrachten.

Man klebe auf ein schwarzes Papier eine Reihe farbiger Papierstreifchen, die ungefähr 1 Millimeter breit sind, ungefähr wie man in Fig. 499 sieht.

Fig. 499.

1 sey weiß, 2 gelb, 3 orange, 4 hochroth, 5 grün und 6 blau; man kann zu diesem Zweck von solchen farbigen Papieren nehmen, wie sie von den Buchbindern zu den Titeln auf den Rücken der Bücher gebraucht werden, weil diese Papiere sehr gesättigte schöne Farben haben. Betrachtet man nun diese farbigen Streifen aus der Entfernung von einigen Fußen durch ein Prisma, dessen Axe mit der Längenrichtung der Streifen parallel läuft, so erscheinen sie natürlich von ihrer Stelle verrückt, zugleich aber sind alle Farben in ihre Elementfarben zerlegt. Das weiße Papier giebt ein vollkommnes Spectrum mit allen Farben, vom äußersten Roth bis zum äußersten Violet. Das von dem gelben Papier herrührende Farbenbild kommt dem vollkommnen Spectrum am nächsten. Roth, Orange, Gelb und Grün sind vorhanden, nur das untere blaue und violete Ende des Spectrums fehlt; der Farbe

Digitized by Google

des gelben Papiers fehlt also nur noch Blau und Violet, um Weiß zu bilden. Das Farbenbild des Papierstücks Nro. 3 (orange) ist schon weit weniger vollständig; hier fehlen außer den violetten und blauen Strahlen auch noch die grünen. Am wenigsten ausgebreitet ist das Farbenbild des rothen Papiers Nro. 4, es zeigt außer Roth nur etwas weniges Orange, das Roth dieses Papiers ist also fast reines prismatisches Roth. In den Farben der bisher betrachteten Papiere 1 bis 4 war Roth enthalten; die Gränzen dieser 4 Farbenbilder fallen also oben in eine gerade Linie zusammen, während sie unten treppenförmig abgestuft sind. Die Farben der Papiere 5 und 6 aber (grün und blau) enthalten nur sehr wenig Roth, deshalb fehlt das rothe Ende ihres Farbenbildes fast ganz, und daher kommt es auch, daß diese beiden letzten Farbenbilder weit mehr abgelenkt erscheinen als das Bild des rothen Papiers Nro. 4.

Wenn man nicht ein schmales weißes Papier, sondern ein breites durch das Prisma betrachtet, so sieht man es in der Mitte weiß und nur an den Rändern farbig. Gesetzt, man betrachte den weißen Papierstreifen *a b*, Fig. 500, durch ein Prisma, dessen Axe rechtwinklig auf der Längenrichtung des Papiers steht, so werden die verschiedenfarbigen Bilder des Streifens zum Theil übereinander fallen. Das rothe Bild des Streifens erstrecke sich z. B. von *r* bis *r'*, das orange von *o* bis *o'*, das gelbe von *g* bis *g'* u. f. w., das violete endlich von *v* bis *v'*, so ist klar, daß zwischen *v* und *r'* Bilder von allen prismatischen Farben zusammenfallen, die ganze Stelle von *v* bis *r'* muß also weiß erscheinen. Zwischen *r* und *o* ist nur rothes Licht, zwischen *o* und *g* Roth und Orange, zwischen *g* und *gr* Roth, Orange und Gelb; das rothe Ende des Bildes wird also in einen gelblichen Ton übergehen. Zu den drei erwähnten Farben kommt nun an der zunächst nach unten folgenden Stelle noch Grün, dann Blau u. f. w. Das obere Ende des Bildes ist also Roth und geht allmälig durch Gelb in Weiß über.

Fig. 500.

Das andere Ende des Bildes ist violet und geht durch Blau in Weiß über.

Was hier von dem weißen Papierstreifen gesagt ist, gilt von jedem weißen Gegenstand von bedeutenderer Ausdehnung, den man durch ein Prisma betrachtet, er erscheint nur an den Rändern gefärbt.

Ein breiter schwarzer Streifen auf weißem Grunde bietet, durch ein Prisma betrachtet, gerade die umgekehrten Erscheinungen dar, das prismatische Bild erscheint nämlich an dem Ende, welches am wenigsten abgelenkt ist, mit einem violetten und blauen Rande, am andern Ende aber mit einem

Digitized by Google

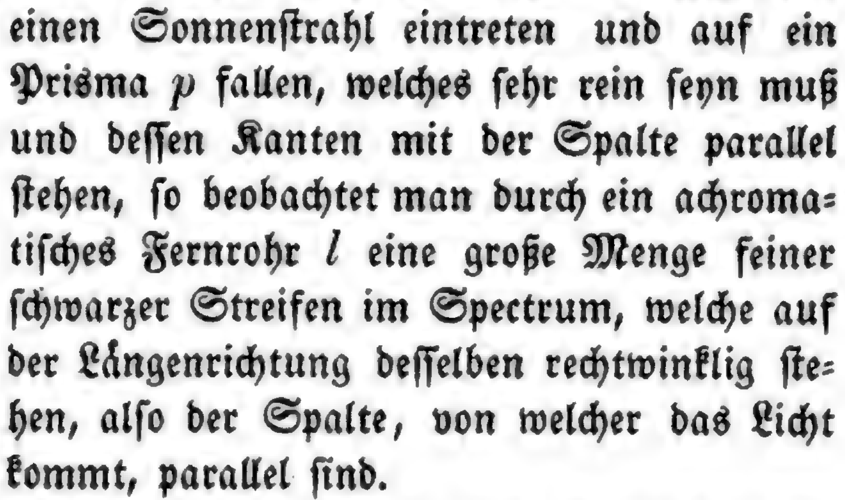
rothen und gelben. Um diese Umkehrung zu erklären, braucht man nur zu bedenken, daß die Farben nicht von dem schwarzen Streifen selbst, sondern von den weißen Räumen herrühren, die ihn begränzen. Wenn der schwarze Streifen selbst sehr schmal ist, so verschwindet im Bilde das Schwarz in der Mitte vollständig.

Viertes Kapitel.

Von den Streifen im Spectrum, der Dispersion und dem Achromatismus.

Läßt man in ein dunkles Zimmer durch eine sehr feine Spalte *o*, Fig. 501, 189
einen Sonnenstrahl eintreten und auf ein Prisma *p* fallen, welches sehr rein seyn muß und dessen Kanten mit der Spalte parallel stehen, so beobachtet man durch ein achromatisches Fernrohr *l* eine große Menge feiner schwarzer Streifen im Spectrum, welche auf der Längenrichtung desselben rechtwinklig stehen, also der Spalte, von welcher das Licht kommt, parallel sind.

Fig. 501.



Dieses merkwürdige, von Fraunhofer entdeckte Phänomen ist Fig. 502 dargestellt. Man sieht, daß die Linien mit einer großen Unregelmäßigkeit über das ganze Spectrum verbreitet sind. Einige dieser Streifen sind sehr fein und erscheinen als isolirte kaum sichtbare schwarze Linien, andere hingegen liegen einander sehr nahe und gleichen eher einem Schatten als getrennten Linien; endlich giebt es einige, welche bei etwas bedeutenderer Ausdehnung sehr scharf und bestimmt erscheinen. Um mitten in dieser Verwirrung einige feste Punkte zu haben, hat Fraunhofer sieben Streifen ausgewählt, die er mit *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* und *H* bezeichnete, welche den doppelten Vortheil bieten, daß sie leicht zu erkennen und daß die durch sie im Spectrum gemachten Abtheilungen nicht gar zu ungleich sind. Zwischen *B* und *C* liegen 9 feine scharfe Linien, von *C* bis *D* zählt man ungefähr 30, von *D* bis *E* 84, von *E* bis *F* mehr als 76, unter denen sich

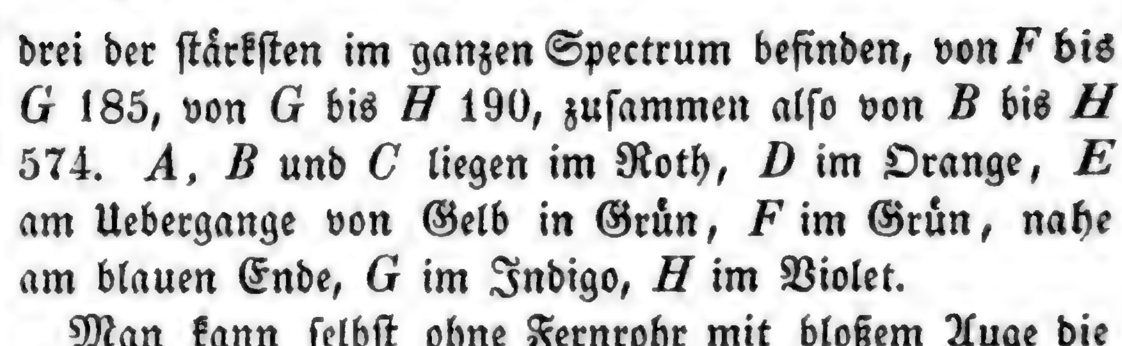


Fig. 502.

drei der stärksten im ganzen Spectrum befinden, von *F* bis *G* 185, von *G* bis *H* 190, zusammen also von *B* bis *H* 574. *A*, *B* und *C* liegen im Roth, *D* im Orange, *E* am Uebergange von Gelb in Grün, *F* im Grün, nahe am blauen Ende, *G* im Indigo, *H* im Violet.

Man kann selbst ohne Fernrohr mit bloßem Auge die Streifen sehen, wenn man ein Prisma von Flintglas, dessen brechender Winkel 70 bis 80° ist, oder ein mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Hohlprisma anwendet.

Auch auf einem Schirme, auf welchem man das Spectrum auffängt, kann man den Streifen sichtbar machen. Man lasse durch eine etwa $1/2$ Millimeter breite Spalte einen durch den Spiegel des Heliostates reflectirten Sonnenstrahl in das dunkle Zimmer fallen und stelle das Prisma 6 bis 10 Schritt weit von der Spalte auf, so wird man leicht ein schönes Spectrum erhalten, und kann denselben auf einem Schirm von halbdurchsichtigem Papier, Durchzeichenpapier, auffangen. Hier sieht man nun noch keine dunkle Streifen, es werden jedoch dann mehrere sichtbar, sobald man eine zweite Spalte, die jedoch etwas weiter seyn kann, unmittelbar vor dem Prisma aufstellt.

Nachdem Fraunhofer diese wichtige Entdeckung gemacht hatte, stellte er folgende Sätze fest: 1) daß die Lage der Streifen von dem brechenden Winkel des Prismas ganz unabhängig ist und 2) daß auch die Natur der brechenden Substanz auf dieselben keinen Einfluß hat.

Bis dahin schien das Licht der Sonne und das aller übrigen natürlichen oder künstlichen Lichtquellen ganz identisch zu seyn, und es war wichtig zu untersuchen, ob dies auch in Beziehung auf die schwarzen Streifen der Fall ist. Von diesem Gesichtspunkt ausgehend machte Fraunhofer Versuche mit dem Lichte des elektrischen Funkens, dem Lampenlichte, dem Lichte der Venus und dem des Sirius.

Das elektrische Licht giebt helle Streifen anstatt der schwarzen, einer besonders, der sich durch seine Lebhaftigkeit auszeichnet, befindet sich im Grün.

Das Lampenlicht giebt ebenfalls helle Streifen, besonders kann man deren zwei im Roth und Orange unterscheiden.

Das Licht der Venus giebt dieselben Streifen wie das

Sonnenlicht, nur sind sie weniger leicht zu unterscheiden; das Licht des Sirius endlich giebt ebenfalls dunkle Streifen, die aber von denen der Sonne und den Planeten ganz verschieden sind; besonders bemerklich sind deren drei, einer im Grün und zwei im Blau.

Andere Sterne erster Größe scheinen Streifen zu geben, die von denen der Sonne und des Sirius verschieden sind.

Brechungsexponenten der verschiedenen Strahlen des Spec- 190
trums. Die Bestimmung des Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen ist für die Theorie der Optik sowohl, wie für die Construction der optischen Instrumente von der höchsten Wichtigkeit. Die Unveränderlichkeit der Streifen im Spectrum macht nun diese Bestimmung ungleich genauer als es bis dahin möglich war, da man nur auf die nicht scharf begränzten Nüancen einstellen konnte. Statt nun den Brechungsexponenten der rothen, der gelben, der grünen u. s. w. Strahlen zu ermitteln, bestimmt man jetzt die Brechungsexponenten der mit *B, C, D, E, F, G* und *H* bezeichneten Streifen nach den oben erläuterten Methoden.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger sehr genauen Versuche von Fraunhofer. Mit n_1, n_2, n_3, ... n_7 sind die Brechungsexponenten der Streifen *B, C,D ... H* bezeichnet.

Brechende Substanzen.	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
Flintglas No. 13	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crownglas No. 409	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
id.	1,330977	1,331709	1,333577	1,335849	1,337788	1,341261	1,344162
Kali	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpentinöl	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas No. 3 .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas No. 30	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas No. 13	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas Lit. M	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas No. 23	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669686

Von der Dispersion, dem Verhältniß der Dispersion in ver- 191
schiedenen Mitteln und den zerstreuenden Kräften. Wenn man mit Aufmerksamkeit die Spectra untersucht, welche durch Prismen verschiedener Substanzen erzeugt werden, so sieht man bald, daß die Farben, obgleich in derselben Ordnung auf einander folgend, doch nicht proportionale

Längen einnehmen. Ein Flintglasprisma z. B. giebt verhältnißmäßig weniger Roth und mehr violet, als ein Prisma von Crownglas; es hängt dies offenbar mit den Brechungsexponenten der verschiedenen Farben zusammen. Der Unterschied zwischen dem Brechungsexponenten der rothen und der violeten Strahlen wird mit dem Namen der Dispersion, der Zerstreuung des Lichtes, bezeichnet; ein Mittel ist um so mehr zerstreuend, je größer diese Differenz ist. So ist z. B. nach der vorhergehenden Tabelle die Dispersion zwischen den Streifen *B* und *H* durch folgende Zahlen ausgedrückt.

Flintglas No. 13	0,043313
Crownglas No. 9	0,020734
Wasser	0,013242
id.	0,013185
Kali	0,016739
Terpentinöl	0,023378
Flintglas No. 3	0,038331
Flintglas No. 30	0,042502
Crownglas No. 13	0,020372
Crownglas Lit. M.	0,024696
Flintglas No. 23	0,043090.

Das Wasser besitzt also unter allen diesen Substanzen die schwächste Dispersion, das Flintglas die größte. Man kann dies dem Auge leicht sichtbar machen, wenn man ein Prisma von Wasser und eins von Flintglas in der Weise bildet, daß etwa die rothen Strahlen durch beide gleiche Ablenkung erleiden; das Spectrum des Flintglases wird alsdann noch bedeutend länger seyn als das des Wasserprismas.

Die folgende Tabelle enthält noch die Differenzen der Brechungsexponenten der rothen und violeten Strahlen für einige andere interessante Substanzen.

Alkohol	0,011
Aether	0,012
Anisöl	0,044
Tolubalsam	0,065
Peruvianischer Balsam	0,058
Cassiaöl	0,089
Diamant	0,056
Olivenöl	0,018
Phosphor	0,156

Realgar, geschmolzen	0,394
Steinsalz	0,029
Schwefelkohlenstoff	0,0308.

Diese Resultate sind nach Brewsters Messungen von Young berechnet.

Wenn man die totale Dispersion, d. h. den Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der äußersten Strahlen, oder der Streifen B und H für irgend eine Substanz kennt, so sind damit die übrigen Verhältnisse des Spectrums noch nicht gegeben; um diese zu kennen, muß man noch wissen, welches der Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der Streifen B und C, C und D u. s. w. ist. So sind z. B. die Unterschiede zwischen dem Brechungsexponenten von B und C für Flintglas 0,001932, für Crownglas 0,001017, für Wasser 0,000777.

Wenn man die partielle oder totale Dispersion einer Substanz durch die entsprechende Dispersion einer andern Substanz dividirt, so erhält man das Verhältniß der Dispersion für diese beiden Substanzen. Auf diese Weise ist aus der Tabelle Seite 417 die folgende berechnet.

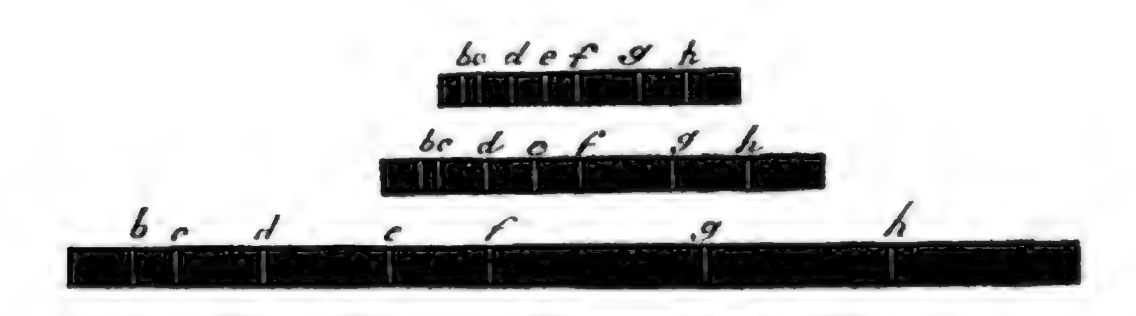
Tabelle des Verhältnisses der partiellen Dispersion für mehrere Substanzen.

Brechende Substanzen.	$\frac{n_2-n_1}{n'_2-n'_1}$	$\frac{n_3-n_2}{n'_2-n'_1}$	$\frac{n_4-n_3}{n'_4-n'_3}$	$\frac{n_5-n_4}{n'_5-n'_4}$	$\frac{n_6-n_5}{n'_6-n'_5}$	$\frac{n_7-n_7}{n'_7-n'_6}$
Flintglas No. 13. u. Wasser . . .	2,562	2,871	3,073	3,193	3,640	3,726
Flintglas No. 13 u. Crownglas No. 9	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crownglas No. 9 u. Wasser . . .	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Terpentinöl und Wasser	1,371	1,557	1,723	1,732	1,860	1,963
Flintglas No. 13 u. Terpentinöl .	1,868	1,844	1,783	1,843	1,861	1,899
Flintglas No. 13 u. Kali	2,181	2,388	2,472	2,545	2,674	3,844
Kali und Wasser	1,175	1,228	1,243	1,254	1,294	1,310
Terpentinöl und Kali	1,167	1,268	1,386	1,381	1,437	1,498
Flintglas No. 3 u. Crownglas No. 9	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,957
Crownglas No. 13 u. Wasser . .	1,309	1,436	1,492	1,518	1,604	1,651
Crownglas Lit. M u. Wasser . . .	1,537	1,682	1,794	1,839	1,956	2,052
Crownglas Lit. M u. Crownglas No. 13	1,174	1,171	1,202	1,211	1,220	1,243
Flintglas No. 13 u. Crownglas Lit. M	1,667	1,704	1,715	1,737	1,770	1,816
Flintglas No. 3 u. Crownglas Lit. M	1,517	1,494	1,482	1,534	1,579	1,618
Flintglas No. 30 u. Crownglas No. 13	1,932	1,904	1,997	2,061	2,143	2,233
Flintglas No. 23 u. Crownglas No. 13	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Aus dieser Tabelle ersieht man, daß nicht allein die zerstreuenden Kräfte verschiedener Körper sehr ungleich sind, sondern auch, daß die entsprechenden partiellen Dispersionen verschiedener Substanzen nicht für alle Theile des Spectrums in gleichem Verhältniß stehen. So ist z. B. die Differenz der Brechungsexponenten von B und C im Flintglas 2,562mal, die Differenz der Brechungsexponenten von G und H aber 3,726mal so groß als die entsprechende Differenz für Wasser.

Um von der Verschiedenheit der zerstreuenden Kräfte eine recht klare Vorstellung zu erhalten, müssen wir die Spectra verschiedener Substanzen mit einander vergleichen. In Fig. 503 mag der oberste schwarze Streifen

Fig. 503.



das Spectrum eines Wasserprismas vorstellen. Um die Vertheilung der Farben in diesem Spectrum anzugeben, ist die Lage der sieben Streifen durch weiße Linien markirt, welche mit den Buchstaben b, c, d, e, f, g und h bezeichnet sind. Der Streifen f, welcher in der Mitte des Grün liegt, fällt hier auch ziemlich in die Mitte des ganzen Farbenbildes, von f bis zum violeten Ende ist nur etwas länger als von f zum rothen, von f bis b ist so weit als von f bis h. Ein Prisma, aus Crownglas No. 9 verfertigt, würde nun bei gleicher Ablenkung der mittleren Strahlen ein breiteres durch den mittleren Streifen dargestelltes Spectrum geben, aber nicht alle einzelnen Abtheilungen dieses Spectrums sind in demselben Verhältniß gewachsen wie das ganze Spectrum. Während beim Wasserprisma $fb = fh$, ist nun fb etwas kleiner als fh; bei dem Crownglasprisma ist also das rothe und gelbe Ende des Spectrums im Vergleich gegen das blaue und violete weniger ausgebreitet als beim Wasserprisma. In der That ist die Entfernung von c bis d, also ungefähr die Breite des Orange, beim Glasprisma 1,349mal so groß als beim Wasserprisma, während die Entfernung von g bis h für Glas 1,697mal so groß ist als für Wasser.

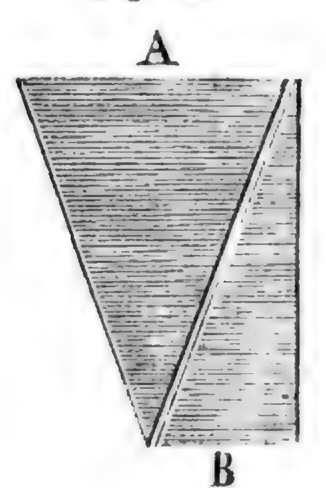
Noch auffallender sind die Unterschiede zwischen dem Spectrum eines Wasser- und Flintglasprismas bei gleicher Ablenkung der mittleren Strahlen. In unsrer Figur stellt der unterste Streifen das Spectrum des Flintglasprismas dar; man sieht, daß es bedeutend länger ist als das Spectrum des Wasserprismas, daß aber auch hier wie beim Crownglas die Entfernung von f bis

zum rothen Ende im Vergleich gegen die Entfernung von *f* bis zum violeten Ende hier kleiner ist als beim Wasser. Die Entfernung *b c* ist für Flintglas 2,562mal, *gh* aber 3,726mal so groß als die entsprechende Entfernung für das Wasserprisma.

Die zerstreuende Kraft einer Substanz ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man seine Dispersion durch den um 1 verminderten Brechungsexponenten der mittleren Strahlen dividirt. Man nimmt für den mittleren Brechungsexponenten gewöhnlich den des Streifens *E*.

Vom Achromatismus. Man nennt Prismen achromatisch, wenn 192
sie die Eigenschaft haben, die Lichtstrahlen abzulenken, ohne sie zugleich in Farben zu zerlegen; achromatische Linsen solche, für welche die Brennpunkte der verschiedenfarbigen Strahlen genau zusammenfallen, welche die Gegenstände frei von allen farbigen Rändern zeigen. Man hielt lange Zeit den Achromatismus für unmöglich, d. h. man glaubte, daß das Licht ohne Zersetzung nicht abgelenkt werden könnte. Newton selbst hatte diese Ansicht, weil er glaubte, daß die Dispersion stets der brechenden Kraft der Körper proportional sey. Die Möglichkeit oder Unmöglichkeit des Achromatismus war lange Zeit der Gegenstand von Discussionen zwischen den ausgezeichnetsten Gelehrten, wie Euler, Clairaut und d'Alembert. In der That hatte Hell schon im Jahre 1733 wirkliche achromatische Fernröhren construirt, allein er publicirte seine Erfindung nicht; Dollond machte sie ebenfalls im Jahre 1757 und veröffentlichte sie. Dollond's Entdeckung war ohne Zweifel für die Astronomie ein Ereigniß von der höchsten Wichtigkeit, um ihm aber seine volle Bedeutung zu geben, mußte erst noch die mathematische Theorie des Achromatismus entwickelt werden, ohne welche die nöthigen Verbesserungen in der Praxis nicht möglich waren. Gegenwärtig noch, nachdem so viele Fortschritte in der Optik, in der Bearbeitung der Gläser gemacht worden sind, bei allen Hülfsmitteln, welche der Calcul dem Physiker liefert, gehört der Achromatismus doch noch sowohl für die Theorie als auch für die Praxis zu den delicatesten und schwierigsten Aufgaben. Hier können wir natürlich nur die Principien entwickeln, auf welchen die Construction achromatischer Prismen und Linsen beruht.

Fig. 504.



Wenn man zwei Prismen *A* und *B* so zusammenstellt, daß die brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind, so wird das eine die Wirkungen des andern mehr oder weniger vollständig aufheben. Die durch *A* hervorgebrachte Farbenzerstreuung wird offenbar durch das Prisma *B* aufgehoben werden, wenn

unter sonst gleichen Umständen ein jedes der beiden Prismen für sich allein ein eben so großes Spectrum giebt als das andere, denn in diesem Falle ist die Wirkung des Prismas *B*, in Beziehung auf die Farbenzerstreuung, der des Prismas *A* genau gleich, und entgegengesetzt.

Wenn die Dispersion wirklich dem Brechungsvermögen proportional wäre, wie dies Newton meinte, so könnten zwei Prismen von verschiedenen Substanzen nur dann gleiche Spectra geben, wenn auch die durch das eine hervorgebrachte Ablenkung der des andern gleich ist, wenn also zwei solcher Prismen in der Art, wie Fig. 504 zeigt, zusammengestellt sind, so würde durch dieses System freilich die Farbenzerstreuung, mit dieser aber auch zugleich die Ablenkung aufgehoben werden.

Nun aber haben, wie bereits erwähnt wurde, spätere genaue Versuche gezeigt, daß Newtons Meinung in diesem Punkte irrig war; so ist z. B. die Dispersion im Flintglas bedeutend größer als beim Crownglas, während doch die mittleren Brechungsexponenten beider Glassorten nicht so sehr verschieden sind; bei gleicher Ablenkung ist ja das Spectrum eines Flintglasprismas Nro. 13 2,089mal so groß, als das eines Crownglasprismas.

Wenn der brechende Winkel der Prismen nicht gar zu groß ist, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Breite des Farbenbildes dem brechenden Winkel proportional sey; gesetzt nun, man habe ein Crownglasprisma von 25°, so kann man leicht den Winkel eines Flintglasprismas berechnen, welches dieselbe Farbenzerstreuung giebt. Da die totale Dispersion des Flintglases 2,089mal so groß ist als die des Crownglases, so muß der brechende Winkel des Flintglasprismas auch 2,089mal kleiner, also $\frac{25^0}{2,089} = 11^0 58'$ seyn. Die Farbenzerstreuung eines Flintglasprismas von $11^0 58'$ ist eben so groß wie die eines Crownglasprismas von 25^0; zwei solcher Prismen also in der Weise combinirt, wie Fig. 504 andeutet, werden keine Farbenzerstreuung mehr hervorbringen.

Es bleibt jetzt noch zu ermitteln, welche Ablenkung dieses System von Prismen hervorbringt. Wir haben oben Seite 395 gesehen, daß dies Minimum der Ablenkung *D*, welche ein Prisma hervorbringt,

$$D = 2a - g$$

ist, wenn a den Einfallswinkel und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet; wir wissen aber ferner, daß in diesem Fall der Brechungswinkel den Werth $\frac{g}{2}$ hat, und daß $sin. a = n\, sin. \frac{g}{2}$ ist. Wenn aber g klein

ist, so kann man auch ohne merklichen Fehler $a = n . \frac{g}{2}$ setzen, und so erhält man für D den Werth

$$D = g\ (n - 1).$$

Setzen wir $g = 25^0$, $n = 1{,}546$, so erhalten wir für die Ablenkung der mittleren Strahlen für das Crownglasprisma den Werth

$$D = 13{,}56^0.$$

Auf dieselbe Weise berechnet man aber die Ablenkung durch ein Flintglasprisma von $11^0\,58'$, wenn man in obigen Werth von D setzt $n = 1{,}671$ und $g = 11^0\,58' = 11{,}967$; es ergiebt sich

$$D' = 8{,}03^0.$$

Die beiden Prismen, in entgegengesetzter Lage mit einander verbunden, geben also noch eine Ablenkung von $13{,}56 - 8{,}03 = 5{,}53 = 5^0\ 31'$.

Aus diesen Betrachtungen ergiebt sich also, daß man zwei aus verschiedenen Substanzen construirte Prismen so combiniren kann, daß eine Ablenkung erfolgt, und daß dennoch die violeten und rothen Strahlen, nachdem sie das System durchlaufen haben, nicht divergiren, sondern in derselben Richtung austreten; dadurch ist aber doch noch kein absolut vollkommener Achromatismus hervorgebracht; er ist um so unvollkommener, je mehr die Verhältnisse der partiellen Dispersionen von einander abweichen. Wäre die Vertheilung der Farben im Spectrum des Flintglases genau dieselbe wie beim Crownglase, so würde der Achromatismus vollkommen seyn. Diese Bedingung ist, wie man aus der Tabelle auf Seite 419 sehen kann, für Flintglas Nro. 13 und Terpentinöl fast vollständig erfüllt, aus diesen beiden Substanzen könnte man also sehr nahe vollkommen achromatische Prismen construiren.

Wir haben gesehen, daß der brechende Winkel eines Prismas von Flintglas n^0 13 2,089mal kleiner seyn muß als der des Crownglasprismas, wenn beide combinirt die Eigenschaft haben sollen, die rothen und violeten Strahlen gleich stark abzulenken. Mit Hülfe der Tabelle auf Seite 419 übersieht man leicht, daß der Winkel des Flintglasprismas 1,900mal kleiner seyn müßte, wenn die Strahlen, welche den Streifen B und C entsprechen, gleiche Ablenkung erleiden sollen.

Man müßte den Winkel des Flintglasprismas 2,044mal, oder 2,195mal kleiner machen, um diese Bedingung für die Streifen D und E, oder G und H zu erfüllen. Dieser Fehler ist jedoch nicht sehr bedeutend.

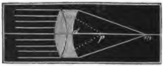
Eine jede einfache Linse, aus welchem Stoffe sie auch gebildet seyn mag, wird für jede andere Strahlenart auch einen anderen Brennpunkt haben, weil die Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen nicht gleich sind. Der Brennpunkt der rothen Strahlen liegt der Linse näher als der Brennpunkt der violeten. Die Brennpunkte der rothen und violeten Strahlen fallen nicht bei allen Linsen gleichweit auseinander; es hängt dies nämlich einerseits von der Krümmung der Linsen, andererseits von dem Zerstreuungsvermögen der Substanz ab. Wenn die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande unbedeutend ist, so fallen auch die Brennpunkte für die verschiedenen Farben näher zusammen.

Der eben erwähnte Umstand hat zur Folge, daß die Bilder solcher Linsen mehr oder weniger unrein, daß sie bald mehr oder weniger mit farbigen Säumen eingefaßt erscheinen. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man durch eine stark gewölbte Linse etwa die Lettern eines Buches betrachtet, oder durch eine solche Linse das Bild entfernter Gegenstände auf einer matten Glastafel erzeugt; man wird Alles mit farbigen Rändern umgeben sehen. Weil nun aber dadurch die Schärfe der Bilder in Mikroskopen sowohl, als auch in Fernröhren sehr leidet, so war die Entdeckung der Construction achromatischer Linsen für die practische Optik von der größten Wichtigkeit.

Der Achromatismus der Linsen beruht auf denselben Principien wie der Achromatismus der Prismen; achromatische Linsen sind aus einfachen Linsen verschiedener Glassorten zusammengesetzt. Gewöhnlich ist eine Crownglaslinse mit einer Flintglaslinse combinirt.

Die Wirkung der Linsen auf verschiedenfarbige Strahlen ist von der Art, daß eine Sammellinse die violeten Strahlen stärker convergiren, eine Hohllinse aber sie stärker divergiren macht als die rothen Strahlen; man begreift demnach wohl, wie eine Combination einer Hohllinse und einer Sammellinse, wie in Fig. 505, die Farbenzerstreuung ganz aufheben

Fig. 505.



kann; wenn nun die beiden Linsen von verschiedenen Glassorten sind, so ist die Aufhebung der Farbenzerstreuung möglich, ohne daß deshalb auch die Brechung aufhört.

Wenn eine Sammellinse von Crownglas und eine Hohllinse von Flintglas gleich starke Farbenzerstreuung hervorbringen, so werden beide combinirt gar keine Farbenzerstreuung bewirken; da aber das Flintglas überhaupt stärker farbenzerstreuend wirkt, so wird eine Hohllinse von Flintglas, welche die Farbenzerstreuung einer Sammellinse von Crownglas aufhebt, doch nicht im Stande seyn, auch die durch die Sammellinse bewirkte Convergenz der Strahlen ganz aufzuheben, die beiden Linsen zusammen werden also noch wie eine Sammellinse wirken, während die Farbenzerstreuung aufgehoben ist, sie bilden also eine *achromatische Linse*.

Auf die nähere Entwickelung des Verhältnisses, in welchem die Krümmungen beider Gläser stehen müssen, um eine achromatische Linse zu bilden, können wir hier natürlich nicht eingehen, es kann hier nur das Princip angedeutet werden.

Da die Coincidenz der äußersten Strahlen nicht auch die der mittleren bedingt, so ist klar, daß der Achromatismus der Linsen im Allgemeinen aus denselben Gründen nicht ganz vollkommen seyn wird, warum es bei den Prismen nicht der Fall ist.

Fünftes Kapitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

193 Die Empfindung des Lichts und der Farbe rührt von einer Affection besonderer Nerven her, deren feine Enden sich als eine Nervenhaut ausbreiten. Die Empfindung des Dunklen rührt von einer vollkommenen Ruhe dieser Nervenhaut her, jeder Reiz derselben bringt aber die Empfindung von Helligkeit, von Licht hervor; ganz vorzüglich wird dieser Reiz durch die Lichtstrahlen hervorgebracht, welche die Körper der Außenwelt durch das Auge auf die Nervenhaut, die Netzhaut, senden, doch ist auch die Empfindung von Licht und Farbe durch andere Ursachen ohne Mitwirkung der von außen kommenden Lichtstrahlen möglich, z. B. durch den Druck des Blutes (Flimmern vor den geschlossenen Augen). Ein äußerer Druck auf das geschlossene Auge, eine elektrische Entladung sind ebenfalls im Stande, Lichtempfindungen hervorzubringen.

Zum Unterscheiden äußerer Gegenstände durch das Gesicht reicht es nicht hin, daß die von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen auf die Nervenhaut fallen, es sind besondere lichtsondernde Apparate nöthig, welche bewirken, daß die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nur eine bestimmte Stelle der Nervenhaut treffen, und daß von dieser Stelle die von anderen Punkten herkommenden Lichtstrahlen abgehalten werden; auf diese Weise sind die verschiedenen Stellen der Netzhaut verschieden afficirt, und dadurch wird eine Unterscheidung möglich. Wo solche lichtsondernde Apparate fehlen, wie dies bei vielen niederen Thierklassen der Fall ist, da kann kein eigentliches Sehen, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel, von Tag und Nacht stattfinden; doch sind selbst für eine solche Lichtempfindung noch besondere Nervenapparate nöthig.

Nicht bei allen Thierklassen, bei denen ein eigentliches Sehen stattfindet, sind die zur Isolirung der Lichteindrücke bestimmten Apparate auf dieselbe Weise eingerichtet; man unterscheidet zwei wesentlich verschiedene Arten von Augen, nämlich 1) die musivisch zusammengesetzten Augen der Insecten und Crustaceen und 2) die mit Sammellinsen versehenen Augen der Wirbelthiere.

194 **Zusammengesetzte Augen.** Erst durch die klassischen Untersuchungen Müller's ist das Wesen der musivisch zusammengesetzten Augen klar gemacht worden (Physiologie des Gesichtssinnes 1826 und Handbuch der Physiologie des Menschen 1837). Auf der converen Nervenhaut steht eine ungeheuere Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, und nur diejenigen Strahlen können die Basis eines solchen Kegels auf der Nerven-

haut erreichen, die in der Richtung der Axe dieses Kegels einfallen. Alles seitlich einfallende Licht wird absorbirt, weil die Seitenwände der Kegel mit einem dunkelfarbigen Pigmente bekleidet sind. In Fig. 506 sey *fcbg* ein Durchschnitt der convexen Nervenhaut mit den darauf sitzenden durchsichtigen Cylindern, so ist klar, daß die von dem leuchtenden Punkte *A* ausgehenden Strahlen nur in *cb*, der Basis des abgestumpften Kegels *abcd*, die Nervenhaut treffen können; schon die Basis der beiden neben *abcd* liegenden Kegel wird nicht mehr von den von *A* ausgehenden Strahlen getroffen; ein leuchtender Punkt *B* sendet seine Strahlen wieder an eine andere Stelle der Netzhaut u. s. w. Auf die Basis eines solchen durchsichtigen Kegels wird natürlich alles Licht wirken, welches von Punkten herkommt, die in der Verlängerung des Kegels liegen, und die Lichteindrücke von allen Punkten, welche Licht auf die Basis desselben Kegels senden, werden sich auch vermischen, und somit sieht man leicht ein, daß die Deutlichkeit des Bildes auf der Nervenhaut um so größer seyn wird, je größer die Anzahl der Kegel ist. Sehr treffend charakterisirt Müller das Sehen solcher Augen, indem er sagt: »Die Darstellung des Bildes in mehreren tausenden gesonderten Punkten, wovon jeder Punkt einem Feldchen der Außenwelt entspricht, gleicht einer Mosaik, und man kann sich aus einer kunstreichen Mosaik die beste Vorstellung von dem Bilde machen, welches die Geschöpfe, die eines solchen Organs theilhaftig sind, von der Außenwelt erhalten werden.«

Fig. 506.

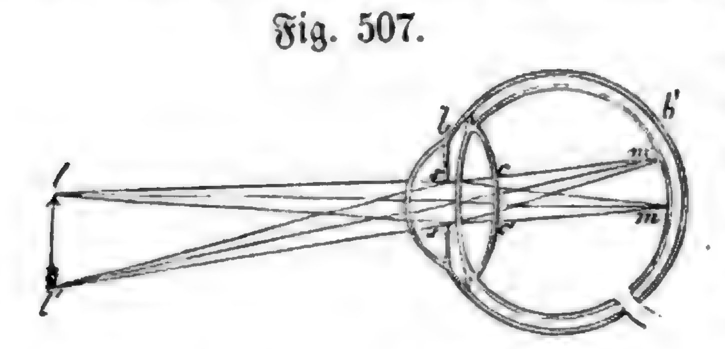
Die Größe des Sehfeldes solcher Augen hängt natürlich von dem Winkel, den die Axen der äußersten Kegel mit einander machen, also von der Wölbung der Augen, ab. Die durchsichtige Haut, welche das ganze Auge nach außen hin bedeckt, die Hornhaut, ist gewöhnlich in Facetten abgetheilt, und jede einzelne Facette entspricht einem der eben besprochenen durchsichtigen Kegel. Die Zahl der Facetten eines solchen Auges ist in der Regel sehr groß; ein einziges Auge enthält oft 12 bis 20 Tausend solcher Facetten.

Nicht alle Insecten haben solche musivisch zusammengesetzte Augen, die Spinnen z. B. haben einfache linsenhaltige Augen, welche ganz so gebaut sind wie die Augen der Wirbelthiere; ja es giebt viele Insecten, welche außer den musivisch zusammengesetzten auch noch einfache linsenhaltige Augen haben, doch läßt der Bau derselben, so wie auch ihre Stellung

vermuthen, daß sie nur zum Sehen der allernächsten Gegenstände bestimmt sind.

195 **Einfache Augen mit Sammellinsen.** Auf der Netzhaut der mit Collectivlinsen versehenen Augen entsteht das Bild ganz auf dieselbe Weise, wie die Sammelbilder der gewöhnlichen Linsen; die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche die Vorderfläche des Auges treffen, werden nämlich durch die durchsichtigen Medien des Auges nach einem Punkte der Netzhaut hin gebrochen. Fig. 507 soll den Durchschnitt eines menschlichen Auges darstellen. Der ganze Augapfel ist von einer festen harten Haut umgeben, welche nur auf der Vorderseite durchsichtig ist; dieser durchsichtige Theil wird die Hornhaut (cornea), der weiße undurchsichtige Theil die harte Haut (tunica sclerotica) genannt; die durchsichtige Hornhaut ist stärker gewölbt als der übrige Theil des Augapfels. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut (iris), welche eben ist und die Wölbung der durchsichtigen Hornhaut gleichsam von dem übrigen Theile des Auges abschneidet. In der Mitte der Regenbogenhaut bei $s\,s'$ befindet sich eine kreisförmige Oeffnung, welche von vorn gesehen vollkommen schwarz (das Schwarze im Auge) erscheint; diese Oeffnung führt den Namen der Pupille. Hinter der Iris und der Pupille befindet sich die Krystalllinse $c\,c'$; sie befindet sich in einer durchsichtigen Kapsel, durch welche sie auch an der äußeren Wand, Hülle des Auges, befestigt ist. Zwischen der Linse und der Hornhaut befindet sich eine klare etwas salzige Flüssigkeit, die wässrige Feuchtigkeit (humor aqueus), der ganze Raum hinter der Linse ist dagegen mit einer durchsichtigen gallertartigen Substanz, der Glasfeuchtigkeit (humor vitreus), angefüllt. Die Krystalllinse selbst ist vorn flacher als hinten.

Fig. 507.



Ueber die Sclerotica ist im Innern des Auges die Aderhaut (tunica choroidea) ausgebreitet, und über dieser endlich liegt die Netzhaut (retina), welche nur eine Ausbreitung des Sehnerven ist. Die Aderhaut, welche die ganze innere Höhlung des Auges bekleidet, ist mit einem schwarzen Pigment überzogen; diese Schwärzung ist nöthig, damit nicht durch Reflexionen im Innern des Auges die Reinheit der Bilder gestört wird. Aus demselben Grunde werden ja auch die Fernröhre innen geschwärzt.

Folgendes sind die Dimensionen der wichtigsten Theile des menschlichen Auges:

Krümmungshalbmesser der Sclerotica	10	bis	11mm
Krümmungshalbmesser der Hornhaut	7	»	8
Durchmesser der Iris	11	»	12
Durchmesser der Pupille	3	»	7
Dicke der Hornhaut	1		
Entfernung der Pupille von der Hornhaut	2		
Entfernung der Pupille von der Linse	1		
Vorderer Krümmungshalbmesser der Linse	7	»	10
Hinterer Krümmungshalbmesser derselben	5	»	6
Durchmesser der Linse	10		
Dicke derselben	5		
Länge der Augenaxe	22	»	24

Die Lichtstrahlen, welche auf dies Auge fallen, treffen entweder auf den vordern Theil der Sclerotica, das Weiße im Auge, und werden unregelmäßig nach allen Seiten zerstreut, oder sie dringen durch die Hornhaut in das Auge ein; die äußeren der durch die Hornhaut eingedrungenen Strahlen fallen auf die Iris und werden nach allen Seiten hin unregelmäßig zerstreut, wodurch die Farbe der Regenbogenhaut sichtbar wird. Die centralen Strahlen endlich fallen durch die Pupille auf die Linse und werden durch dieselbe nach der Retina hin gebrochen, und zwar so, daß die von einem Punkte eines äußeren Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche durch die Pupille gehen, in einem Punkte auf der Netzhaut wieder vereinigt werden. So entsteht denn auf der Netzhaut ein Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände. In Fig. 507 ist z. B. m das Bild des Punktes l, m' das Bild von l'.

Man kann sich leicht durch den Versuch an einem etwas großen Thierauge, etwa an einem Ochsen- oder Pferdeauge, davon überzeugen, daß auf der Netzhaut wirklich ein kleines verkehrtes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände entsteht; man braucht es nur oben vorsichtig zu öffnen, um durch die Glasfeuchtigkeit auf die Netzhaut sehen zu können; ist das Auge auf einen hellen Gegenstand, etwa auf ein Fenster, gerichtet, so erkennt man auf der Netzhaut deutlich ein kleines verkehrtes Bildchen desselben. Am leichtesten läßt sich das Bild auf der Netzhaut weißsüchtiger Thiere, z. B. weißer Kaninchen, zeigen, bei welchen der schwarze Ueberzug der Aderhaut fehlt, während zugleich der hintere Theil des Sclerotica durchsichtig ist. An solchen Augen lassen sich die Netzhautbilder ohne weitere Präparation zeigen.

Deutliches Sehen in verschiedenen Entfernungen. Wir haben 196
oben schon gesehen, daß das Bild einer Linse seine Lage ändert, wenn der Gegenstand genähert oder entfernt wird; das Bild entfernt sich nämlich

um so mehr vom Glase, je näher der Gegenstand heranrückt. Da nun das Auge ganz so wirkt wie eine Linse, da wir die Gegenstände nur dann scharf sehen können, wenn die Vereinigungspunkte der gebrochenen Strahlen genau auf die Netzhaut fallen, wenn also auf der Netzhaut ein scharfes Bild entsteht, so sollte man meinen, daß wir nur in einer bestimmten Entfernung die Gegenstände deutlich sehen könnnten; doch zeigt die Erfahrung das Gegentheil, ein gesundes Auge kann alle Gegenstände deutlich sehen, die mehr als 8 Zoll weit entfernt sind, das Auge muß also offenbar die Fähigkeit haben, sich den verschiedenen Entfernungen zu accommodiren.

Man kann dies auch durch einen ganz einfachen Versuch darthun: man mache auf eine durchsichtige Glastafel einen kleinen schwarzen Fleck und halte die Tafel 10 bis 12 Zoll weit vom Auge, so kann man willkürlich den Fleck, oder durch die Glastafel hindurch die entfernteren Gegenstände deutlich sehen. Sieht man die entfernten Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig und unbestimmt, umgekehrt aber erscheinen die fernen Gegenstände verwaschen, wenn man den Fleck deutlich sieht; wenn also die fernen Gegenstände deutlich erscheinen, so werden die vom dunklen Flecke ausgehenden Strahlen nicht auf der Netzhaut vereinigt, und umgekehrt; das Auge hat also die Fähigkeit sich selbst für ein Sehen in die Nähe und in die Ferne einzurichten.

Wenn die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen vor oder hinter der Netzhaut vereinigt werden, so wird auf der Netzhaut statt des hellen Punktes ein kleiner Zerstreuungskreis gebildet, und dies ist die Ursache, warum Gegenstände, die sich in einer Entfernung befinden, für welche das Auge nicht gerade accommodirt ist, undeutlich erscheinen. Das Accommodationsvermögen hat aber seine Gränzen, denn wenn die Gegenstände dem Auge gar zu nahe gebracht werden, so sind die inneren Veränderungen, deren das Auge fähig ist, nicht mehr hinreichend, um zu machen, daß das Bild auf die Netzhaut fällt, in diesem Falle liegen die Vereinigungspunkte hinter der Netzhaut, und auf der Netzhaut selbst bilden sich statt des scharfen Bildes Zerstreuungskreise der einzelnen leuchtenden Punkte, so daß keine scharfe Unterscheidung mehr möglich ist. Einen Stecknadelknopf z. B., den man nur 1 bis 2 Zoll weit vom Auge hält, kann man nicht deutlich sehen.

Da sich die Vereinigungsweite der Strahlen von der Linse entfernt, wenn die Gegenstände näher rücken, so ließe sich das deutliche Sehen in verschiedenen Entfernungen durch die Annahme erklären, daß man die Länge der Augenaxe willkürlich vergrößern und verkleinern könne; für nahe Gegenstände müßte dann die Augenaxe länger seyn als für entfernte oder, mit anderen Worten, für nahe Gegenstände wäre die Netzhaut weiter von

der Hornhaut entfernt. Olbers hat berechnet, wie groß die Verlängerung der Augenaxe seyn müßte, um das deutliche Sehen von einer Entfernung von 4 Zoll bis ins Unendliche zu erklären; aus diesen Rechnungen ergeben sich die Zahlen der folgenden kleinen Tabelle:

Entfernung des Gegenstandes	Entfernung des Bildes von der Hornhaut
Unendlich	0,8997 Zoll
27 Zoll	0,9189 »
8 »	0,9671 »
4 »	1,0426 »

Demnach würde bei unveränderter Krümmung der Linse und der Hornhaut nur eine Verlängerung der Augenaxe von ungefähr 1 Linie hinreichen, um das deutliche Sehen von einer Entfernung von 4 Zoll bis ins Unendliche zu erklären.

Wollte man die Accommodationsfähigkeit des Auges aus einer Veränderung der Krümmung der Hornhaut erklären, so müßte man, nach den Rechnungen von Olbers, folgende Variationen annehmen:

Entfernung des Gegenstandes	Radius der Hornhaut
Unendlich	0,333 Zoll
27 Zoll	0,321 »
20 »	0,303 »
5 »	0,273 »

Wenn sich also der Krümmungshalbmesser der Hornhaut nur von 0,333 bis 0,300 änderte und die Augenaxe sich um $\frac{1}{2}$ Linie verlängern und verkürzen könnte, so würde sich daraus die Accommodationsfähigkeit des Auges für alle Entfernungen von 4 Zoll bis ins Unendliche erklären lassen.

Wenn sich auch durch solche Annahmen die Accommodationsfähigkeit erklären läßt, so ist doch die Richtigkeit dieser Ansicht durchaus noch nicht bewiesen, ja es sind mancherlei Einwürfe dagegen erhoben worden, wenigstens ist eine so starke Veränderung in der Krümmung der Hornhaut ziemlich unwahrscheinlich.

Andere Physiologen nehmen eine Zusammendrückung und Ortsveränderung der Linse zu Hülfe, um die Accommodation des Auges zu erklären; es ist dies wohl möglich, doch nicht erwiesen. Vielleicht ist die Accommodationsfähigkeit in einem Zusammenwirken aller bisher erwähnten Ursachen zu suchen.

Die Pupille erweitert sich bekanntlich im Dunkeln und zieht sich mit zunehmender Helligkeit mehr und mehr zusammen; man beobachtet aber auch, daß die Pupille beim Betrachten naher Gegenstände kleiner ist, als wenn man einen fernen Gegenstand fixirt; dies bringt nun Pouillet mit dem Accommodationsvermögen in Zusammenhang, welches er auf folgende Weise erklärt: die Linse besteht nämlich nicht aus concentrischen Schichten, sondern aus Schichten von ungleicher Krümmung und Dichtigkeit; dadurch ist es nun nach Pouillet's Meinung möglich, daß die Brennweite des mittleren Theils der Linse kleiner ist als die Brennweite für die Randstrahlen; beim Betrachten naher Gegenstände sind die Randstrahlen, deren Vereinigungspunkt jenseits der Netzhaut liegen würde, durch die Kleinheit der Pupille ausgeschlossen, während bei Fixirung ferner Gegenstände gerade Randstrahlen das Bild geben. Bei weit geöffneter Pupille würden freilich die centralen Strahlen fernere Gegenstände sich vor der Netzhaut vereinigen und auf derselben einen Zerstreuungskreis bilden; die Ausbreitung vom Vereinigungspunkte bis zur Retina würde aber nach Pouillet's Meinung nur unbedeutend seyn, dann wäre aber auch die Helligkeit der Zerstreuungskreise zu gering, um das lichtstarke Bild der Randstrahlen undeutlich zu machen.

Wäre Pouillet's Ansicht richtig, so müßte jede Veränderung im Durchmesser der Pupille auch eine Veränderung des Accommodationsvermögens zur Folge haben, was nicht der Fall ist. Am entschiedensten spricht aber gegen diese Ansicht folgender Versuch:

Man mache in ein Kartenblatt ein Loch von ungefähr 2 Millimeter Durchmesser, also kleiner noch als die kleinste Oeffnung der Pupille, und halte diese Oeffnung dicht vor's Auge, so kann man durch sie nach Belieben immer noch nahe und ferne Gegenstände deutlich sehen, das Auge kann sich also fürs Sehen ferner Gegenstände accommodiren, obgleich durch das Kartenblatt alle Randstrahlen von der Linse abgehalten sind.

197 **Weite des deutlichen Sehens, Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit.** Es ist schon oben angeführt worden, daß man Gegenstände, die dem Auge gar zu nahe gebracht werden, nicht mehr deutlich sehen kann. Für ein jedes Auge giebt es eine bestimmte Entfernung, über welche hinaus man die Gegenstände dem Auge nicht nähern darf, wenn man sie ohne Anstrengung noch deutlich sehen will; in diese Entfernung, welche die Weite des deutlichen Sehens oder auch nur die Sehweite genannt wird, hält man unwillkürlich beim Lesen ein Buch, welches mit Lettern von gewöhnlicher Größe gedruckt ist. Bringt man die Gegenstände näher, so kann man sie nur mit Anstrengung deutlich sehen, bei noch größerer Nähe endlich ist gar kein deutliches Sehen mehr möglich. Bei einem ganz gesunden Auge beträgt die Weite des deutlichen Sehens 8 bis 10 Zoll.

Ein Auge, dessen Sehweite geringer ist, nennt man **kurzsichtig**, wenn sie aber größer ist, **weitsichtig**.

Die Undeutlichkeit des Sehens ganz naher Gegenstände rührt, wie schon erwähnt wurde, daher, daß die von einem Punkte des nahen Gegenstandes ausgehenden Strahlen so stark divergiren, daß die brechenden Medien des Auges nicht im Stande sind, sie so stark convergent zu machen, daß ihre Vereinigung auf der Netzhaut stattfände; da die Vereinigungsweite in diesem Falle hinter die Netzhaut fällt, so erscheinen sie mit einem Zerstreuungskreise. Wenn man nun die Bildung dieses Zerstreuungskreises zu verhindern im Stande ist, so kann man selbst ganz nahe vors Auge gebrachte Gegenstände noch deutlich sehen.

Man mache mit einer Stecknadel ein feines Loch in ein Kartenblatt und halte es dicht vor das Auge, so wird man durch dasselbe die Lettern eines ganz nahe gehaltenen Buches noch ganz deutlich, und zwar bedeutend vergrößert sehen, während man nach Entfernung des Kartenblattes durchaus keinen Buchstaben mehr zu erkennen im Stande ist. Der Grund liegt darin, daß von einem Punkte des ganz nahen Gegenstandes aus nur in einer einzigen Richtung, durch die feine Oeffnung Strahlen ins Auge dringen können, und diese werden auch nur in einer einzigen Stelle die Netzhaut treffen, während, wenn das Kartenblatt die übrigen Strahlen nicht abhält, von einem Punkte des Gegenstandes aus ein ganzes Strahlenbündel durch die Pupille ins Auge gelangt, welches auf der Netzhaut einen Zerstreuungskreis bildet.

Hierher gehört auch der interessante und lehrreiche Versuch des Pater **Scheiner** (oculus sive fundamentum opticum etc. 1652). Wenn man in ein Kartenblatt zwei feine Nadellöcher macht, deren Entfernung von einander kleiner seyn muß als der Durchmesser der Pupille, und die Oeffnungen dicht vor das Auge hält, so sieht man einen kleinen Gegenstand, etwa einen Nadelknopf, den man innerhalb der Sehweite vor die Löcher hält, doppelt. Von dem kleinen Gegenstande gelangen nämlich nur zwei ganz feine Strahlenbündel durch die beiden Löcher ins Auge; diese beiden Strahlen convergiren aber nach einem Punkte, der hinter der Netzhaut liegt, sie treffen also die Netzhaut in zwei verschiedenen Punkten; es sind dies zwei isolirte Punkte des Zerstreuungskreises, welcher auf der Retina entstehen würde, wenn die übrigen Strahlen nicht durch das Kartenblatt aufgefangen würden.

Wenn man den kleinen Gegenstand mehr und mehr entfernt, so nähern sich die Bilder, weil die beiden durch die Löcher ins Auge fallenden Strahlen nun weniger divergiren und also auch nach einem Punkte hin gebrochen werden, welcher der Retina näher liegt. Hat man den Gegenstand bis auf die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt, so fallen

die beiden Bilder vollkommen zusammen, weil ja alle Strahlen, die von einem Punkte ausgehen, der gerade um die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt ist, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden.

Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vor's Auge gehalten wird, sieht man begreiflicherweise nahe und ferne Gegenstände gleich scharf, ohne daß das Auge nöthig hätte, sich den Entfernungen zu accommodiren, da ja ohnehin die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen auch nur in einem Punkte die Netzhaut treffen. durch eine solche Oeffnung kann man deshalb auch zu gleicher Zeit nahe und ferne Gegenstände deutlich sehen. Es fragt sich nun, in welchem Accommodationszustande sich das Auge beim Sehen durch eine feine Oeffnung befindet? offenbar in dem normalen Zustande, zu dessen Erhaltung gar keine Thätigkeit erfordert wird, das Auge befindet sich in dem Zustande, wie es dem Sehen von Gegenständen, die sich in der Weite des deutlichen Sehens befinden, entspricht.

Kehren wir jetzt zum Scheiner'schen Versuche zurück; wenn ein fernerer Gegenstand durch die beiden Oeffnungen betrachtet wird, so müssen offenbar die von ihm ausgehenden durch die beiden Löcher ins Auge gelangenden Strahlen schon in einem Punkte vor der Netzhaut zusammentreffen, da ja der Accommodationszustand des Auges sich nicht ändert; hinter dem Kreuzungspunkte divergiren aber die beiden Strahlen wieder, sie treffen die Netzhaut in zwei verschiedenen Punkten, mithin wird man auch fernere Gegenstände doppelt sehen. Durch die beiden kleinen Oeffnungen also sieht man einen feinen Gegenstand nur dann einfach, wenn er sich in der Weite des deutlichen Sehens befindet.

Auf den Scheiner'schen Versuch hat man Instrumente gegründet, welche zur Ermittelung der Sehweite dienen sollen und den Namen Optometer führen. Young's Optometer besteht aus einem gespannten feinen Faden, welcher durch die kleinen Löcher betrachtet wird.

Die Kurzsichtigkeit (Myopie) und die Weitsichtigkeit (Presbyopie) sind Fehler, deren Grund wohl am richtigsten in einem mangelhaften Accommodationsvermögen zu suchen ist, was besonders daraus hervorgeht, daß die Gewöhnung einen großen Einfluß auf diese Fehler ausübt; Kurzsichtigkeit entsteht oft dadurch, daß das Sehen in der Ferne vernachlässigt wird, und Kinder, welche beim Lesen und Schreiben das Gesicht zu dicht auf das Papier halten, werden in Folge dessen kurzsichtig. Auch dadurch, daß man längere Zeit durch ein Mikroskop sieht, wird ein sonst gutes Auge vorübergehend kurzsichtig, ja dieser Zustand dauert oft mehrere Stunden lang (Müller's Physiologie).

Das einfachste Mittel, die Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit zu ver-

bessern, besteht, wie schon bemerkt wurde, darin, daß man eine feine, etwa in ein Kartenblatt gemachte Oeffnung dicht vor das Auge hält. Durch dieses Mittel, welches schon in dem bisher Gesagten seine Erklärung gefunden hat, wird die Schärfe des Bildes freilich auf Kosten der Helligkeit hergestellt.

Ein zweites Mittel sind die Brillengläser, und zwar wendet man bei kurzsichtigen Augen Hohlgläser, bei fernsichtigen Convexgläser an. Bei einem kurzsichtigen Auge fallen die Bilder ferner Gegenstände vor die Netzhaut, und das Auge hat nicht das Vermögen, sich so zu accommodiren, daß sie auf die Netzhaut selbst gebracht würden; man verändert deshalb das Refractionsvermögen des Auges durch vorgesetzte Hohlgläser in der Weise, daß die ins Auge gelangenden Strahlen weniger stark convergiren, und macht dadurch ihre Vereinigung auf der Netzhaut möglich.

Bei fernsichtigen Augen fällt das Bild naher Gegenstände hinter die Netzhaut, ohne daß das Auge im Stande ist, sich diesem Refractionsvermögen zu accommodiren; man wendet deshalb Convexgläser an, um die Strahlen convergenter zu machen und dadurch ihren Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Je nachdem ein Auge mehr oder weniger kurzsichtig oder weitsichtig ist, muß man stärkere oder schwächere Gläser anwenden; man wählt die Gläser so, daß die Weite des deutlichen Sehens, welche entweder größer oder kleiner ist als bei einem ganz gesunden Auge, durch Mitwirkung der Gläser ebenfalls 8 bis 10 Zoll, also eben so groß ist wie bei einem guten Auge.

Die Kurzsichtigkeit kommt am häufigsten im mittleren Lebensalter, die Fernsichtigkeit aber im höheren Alter vor.

Achromatismus des Auges. Bei gewöhnlichen Linsen fallen die Brenn- 198
punkte der verschiedenen farbigen Strahlen nicht zusammen, und daher rühren die farbigen Säume, welche man an den Rändern der durch eine gewöhnliche Linse betrachteten Gegenstände wahrnimmt, namentlich, wenn die Oeffnung der Linsen groß ist und die Gegenstände sich nicht in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden. Wir haben auch schon oben gesehen, wie man achromatische Linsen, d. h. solche construiren kann, für welche dieser Fehler aufgehoben ist. Unser Auge ist nun ebenfalls ein achromatisches Instrument, denn wir sehen die Gegenstände rein und ohne farbige Säume.

Da der Achromatismus der Linsen durch eine Combination verschiedener brechender Substanzen von ungleicher zerstreuender Kraft hervorgebracht wird, so läßt sich die Möglichkeit der Achromasie des Auges sehr wohl einsehen, da ja ein Lichtstrahl auf seinem Wege durchs Auge der

Reihe nach drei verschiedene Media zu durchlaufen hat, welche zusammen wie eine achromatische Linse wirken.

Das Auge ist jedoch nicht ganz vollkommen achromatisch, denn wir sehen einen Gegenstand nur dann rein, wenn sich das Auge der Entfernung dieses Gegenstandes gehörig accommodirt hat. Man erblickt z. B. sehr lebhafte Farbensäume an einem nahe vor dem Auge befindlichen dunklen Gegenstande, wenn man an ihm vorbei das Auge auf ferne Gegenstände richtet und diese deutlich sieht; wenn man z. B. in ein Kartenblatt ein Loch von etwa 1 Linie Durchmesser macht, es 5 bis 6 Zoll weit vom Auge hält und durch dasselbe nach einem fernen Gegenstande visirt, so erscheinen die Ränder der Oeffnung farbig.

199 **Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges und der Außenwelt.** Der Act des Sehens beruht lediglich darauf, daß die Affectionen der Nervenhaut auf eine uns freilich unerklärliche Weise zum Bewußtseyn kommen. Eigentlich nehmen wir also nur einen bestimmten Zustand, eine gewisse Affection der Netzhaut wahr; daß wir aber diese Wahrnehmung nach außen verlegen, daß wir die Netzhautbilder gleichsam in Anschauungen der Außenwelt verwandeln, ist Sache eines unmittelbaren Urtheils; in diesem Urtheile haben wir durch fortwährende übereinstimmende Erfahrungen eine solche Sicherheit erlangt, daß wir die Netzhaut gar nicht als wahrnehmendes Organ empfinden, daß wir die unmittelbaren Empfindungen mit dem verwechseln, was nach unserem Urtheile die Ursache derselben ist. Diese Substitution des Urtheils für die Empfindung geschieht ganz unwillkürlich, sie ist uns so zu sagen zur andern Natur geworden.

Da wir überhaupt für die Empfindung auf der Netzhaut eine Vorstellung der Außenwelt setzen, so substituiren wir auch für jedes Netzhautbild einen Gegenstand außer uns. Daß wir den Gegenstand, welcher einem bestimmten Netzhautbildchen entspricht, nach einer bestimmten Richtung hin suchen, ist aber sicherlich ebenso das Resultat fortgesetzter consequenter Erfahrung, wie das nach außen Wirken des Gesichtssinnes überhaupt. Denken wir uns den Gegenstand und sein Netzhautbildchen durch eine gerade Linie verbunden, so ist dies die Richtung, nach welcher wir die Bilder nach außen hin projiciren. Volkmann hat gezeigt, daß, wenn man von jedem Punkte des Netzhautbildchens eine gerade Linie nach dem entsprechenden Punkte der Außenwelt zieht, daß alle diese Linien sich in einem Punkte schneiden, welcher im Innern des Auges und zwar etwas hinter der Linse liegt; diesen Punkt nennt er den Kreuzungspunkt (Neue Beiträge zur Physiologie des Gesichtssinnes. 1836. und Pogg. Ann. XXXVII. Bd.).

Es ist oben gezeigt worden, daß von den äußeren Gegenständen auf der Netzhaut verkleinerte und verkehrte Bilder entstehen, und es ist deshalb die Frage aufgeworfen worden, warum wir nicht alle Dinge verkehrt sehen? Diese Frage findet nun in den eben angestellten Betrachtungen ihre genügende Antwort; zu dem Bewußtseyn, daß überhaupt ein Netzhautbild existirt, daß ein Bildchen auf dem oberen oder unteren Theile der Netzhaut liegt, daß es sich auf der rechten oder linken Seite derselben befindet, gelangen wir erst durch optische Untersuchungen; die Empfindung der Nervenhaut kommt nicht als solche zum Bewußtseyn, sondern sie wird unwillkürlich nach einer bestimmten Richtung nach außen hin projicirt, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher sich die Gegenstände befinden, welche die Netzhautbilder veranlassen. Nach dieser Richtung hin finden wir aber die Gegenstände auch durch andere sinnliche Wahrnehmungen, z. B. durch den Tastsinn, es besteht also zwischen den verschiedenen sinnlichen Wahrnehmungen in Beziehung auf die Ortsbestimmung die vollkommenste Harmonie; wir würden die Gegenstände verkehrt sehen, wenn diese Uebereinstimmung nicht stattfände.

Mit der durch das Gesichtsorgan vermittelten Vorstellung der außer uns befindlichen Dinge verbinden wir auch eine Vorstellung von ihrer Größe und Entfernung. Die Bildchen auf der Netzhaut liegen neben einander, und wenn wir die entsprechenden Gegenstände nicht als unmittelbar neben einander, sondern auch hinter einander befindlich erkennen, kurz wenn wir uns von der flächenhaften Wahrnehmung zu einer Vorstellung der Tiefe des Raumes erheben, so ist das nicht Sache der Empfindung, sondern des Verstandes. Das Kind hat noch keine Vorstellung von den Entfernungen, es greift nach dem Monde, wie es nach Dingen in seiner Umgebung greift. Die Vorstellung von der Tiefe des Sehraums erhalten wir erst dadurch, daß wir uns im Raume bewegen, daß sich die Bilder bei dieser Bewegung ändern und daß wir durch unsere eigene Ortsveränderung einen Begriff von der Entfernung der Gegenstände bekommen.

Die scheinbare Größe der Gegenstände hängt von der Größe des Netzhautbildchens ab. Denken wir uns von den beiden Endpunkten eines Netzhautbildchens Linien nach den entsprechenden Endpunkten des Gegenstandes gezogen, so schneiden sich diese Linien im Kreuzungspunkte unter einem Winkel x, den man den Sehwinkel nennt; die Größe dieses Winkels ist aber der Größe des Netzhautbildes proportional; man kann deshalb auch sagen, daß die scheinbare Größe der Gegenstände von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem sie erscheinen. Zwei Gegenstände von

Fig. 508.

verschiedener Größe, wie AB und $A'B'$, können gleiche scheinbare Größe haben, wenn ihre Größe ihrer Entfernung vom Auge proportional ist; verschiedene Gegenstände also, deren Größe sich verhält wie 1 : 2 : 3 u. s. w., werden in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleich großem Gesichtswinkel erscheinen.

Unser Urtheil über die wahre Größe der Gegenstände und ihrer Entfernung wird erst durch fortgesetzte Erfahrung erlangt und kann durch Uebung einen bewundernswürdigen Grad von Sicherheit erreichen.

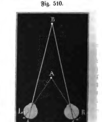
200 **Sehen mit zwei Augen.** Wenn wir beide Augen auf einen Gegenstand richten, so sehen wir ihn einfach, wenn das Auge für die Entfernung eingerichtet ist, in welcher er sich befindet; wir sehen ihn aber jederzeit doppelt, sobald sich das Auge einer größern oder kleinern Entfernung accommodirt; wir sehen den Gegenstand scharf und deutlich, wenn wir ihn einfach sehen, undeutlich und verwaschen, sobald er doppelt erscheint.

Wir können ganz nach Willkür einen Gegenstand einfach oder doppelt sehen; man halte z. B. zwei Finger gerade hinter einander vor das Gesicht, und zwar so, daß der eine ungefähr 1 Fuß, der andere 2 Fuß weit entfernt ist, so sieht man den hintern doppelt, wenn man die Augenaxen auf den erstern richtet; den vordern aber, wenn man den hintern Finger fixirt.

In Fig. 509 seyen L und R die beiden Augen, A und B zwei in ver-

Fig. 509.

Fig. 510.



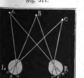
Digitized by Google

schiedenen Entfernungen vor dem Auge befindliche Gegenstände. Wenn man den Gegenstand A fixirt, so sind die Axen beider Augen (die Augenaxe ist die gerade Linie, welche die Mitte der Netzhaut mit dem Mittelpunkte der Linse und der Pupille verbindet) nach A gerichtet, sie machen also einen ziemlich bedeutenden Winkel mit einander, das Bild von A erscheint aber in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut; fixirt man nun den entferntern Gegenstand B, wie dies in Fig. dargestellt ist, so wird der Winkel der Augenaxen kleiner, und nun erscheint das Bild von B in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut.

Wenn A fixirt ist, wie Fig. 509, so liegt das Bild von B im linken Auge rechts, im rechten aber links von der Mitte der Netzhaut; die Bilder b und b' liegen also in beiden Augen nicht auf entsprechenden Stellen der Netzhaut, und darin ist wohl auch der Grund zu suchen, warum der Gegenstand B hier doppelt gesehen wird. Da das Bild b im linken Auge rechts von a liegt, so scheint uns B links von A zu liegen, während das rechte Auge den Gegenstand B links von A sieht, weil das Bild b' rechts von a' ist. Hat man den Gegenstand A mit beiden Augen so fixirt, daß man ihn nur einmal sieht, B aber doppelt erscheint, so kann man das linke oder rechte Bild von B verschwinden machen, je nachdem man die von B auf das linke oder rechte Auge fallenden Strahlen auffängt. Hat man hingegen den entferntern Gegenstand B fixirt, so daß A doppelt gesehen wird, wie in Fig. 510, so verschwindet das rechts erscheinende Bild von A, wenn man das linke Auge verdeckt.

Um einen Gegenstand mit beiden Augen einfach zu sehen, ist es nicht nöthig, daß die beiden Augenaxen genau auf ihn gerichtet sind, daß also sein Bild in jedem Auge auf die Mitte der Netzhaut fällt, denn sonst könnte man ja nur einen einzigen Gegenstand einfach sehen, alles Andere würde doppelt erscheinen. Eine ganze Reihe von Gegenständen kann zu gleicher Zeit mit beiden Augen einfach gesehen werden, wenn sie nur ihre Bilder in beiden Augen auf entsprechende Stellen der Netzhaut werfen. In Fig. 511 stellen L und R wieder die beiden Augen dar, A, B und C drei verschiedene Gegenstände vor denselben; die Bilder der drei Gegenstände folgen sich in beiden Augen in derselben Ordnung, auf der Netzhaut beider Augen nämlich liegt das Bild von B in der Mitte, das Bild von C links, das von A rechts; weil die Netzhautbilder c und c' links von b und b' liegen, so erblicken beide Augen

Fig. 511.



Digitized by Google

den Gegenstand C rechts von B; ebenso sehen beide Augen den Gegenstand A links von B, weil die Netzhautbilder a und a' rechts von b und b' liegen.

Wenn man einen Gegenstand mit beiden Augen einfach sieht, wenn also sein Bild auf entsprechende Stellen beider Netzhäute fällt, so sieht man ihn heller als mit einem Auge; man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man einen Streifen von weißem Papier ansieht und vor das eine Auge einen dunkeln Schirm so hält, daß für dieses Auge die eine Hälfte des Papierstreifens bedeckt wird: der Theil des Papiers, welcher mit beiden Augen zugleich gesehen wird, erscheint heller als die andere Hälfte, die man nur mit einem Auge sieht.

Der Grund, warum wir mit beiden Augen einfach sehen können, ist wohl jedenfalls ein innerer, also im Verlaufe der Nervenfasern zu suchen und nicht eine Folge der Gewohnheit. »Beide Augen sind gleichsam zwei Zweige mit einfacher Wurzel, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel ist gleichsam in zwei Zweige für beide Augen gespalten,« sagt Müller, in dessen Schriften man auch Näheres über die verschiedenen Versuche findet, die zur Erklärung dieser wunderbaren Verkettung gemacht wurden.

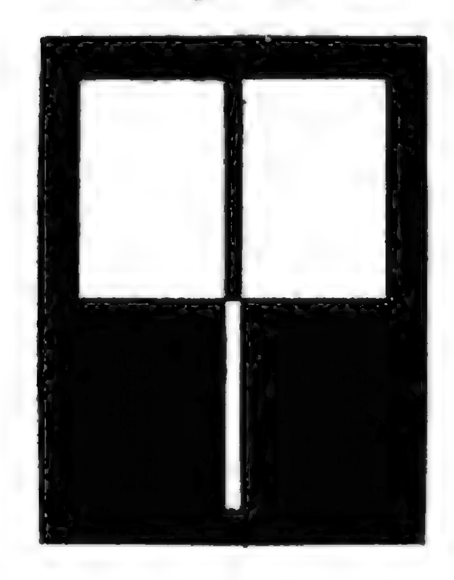
201 **Gränzen der Sichtbarkeit.** Wenn ein Gegenstand noch gesehen werden soll, so darf der Gesichtswinkel, unter welchem er erscheint, nicht unter einer gewissen Gränze liegen, die sehr von der Erleuchtung und der Farbe des Gegenstandes, der Natur des Hintergrundes und der Individualität der Augen abhängt. Für ein gewöhnliches Auge ist bei mäßiger Beleuchtung ein Gegenstand noch unter einem Sehwinkel von 30 Sekunden sichtbar, ein sehr heller Gegenstand, wie ein glänzender Silberdraht, wird aber auf dunklem Grunde noch unter einem Gesichtswinkel von 2 Sekunden gesehen. Auch dunkle Körper können auf weißem Grund sehr deutlich gesehen werden, selbst wenn sie auch sehr fein sind; ein mittelmäßiges Auge kann ein Hauptthaar vor dem mäßig hellen Himmel noch in einer Entfernung von 4—6 Fuß deutlich unterscheiden.

202 **Irradiation.** Wenn der Mond sichelförmig erscheint und zugleich der Rest seiner Scheibe durch schwache Beleuchtung von aschfarbigem Lichte wahrnehmbar ist, so scheint die Sichel überzugreifen, d. h. sie scheint einer Scheibe von größerm Halbmesser anzugehören als der Rest des Mondes. Eine solche scheinbare Vergrößerung wird fast überall beobachtet, wo man einen hellen Gegenstand auf dunklem Grunde sieht; umgekehrt aber erscheint ein dunkler Gegenstand auf hellem Grunde verkleinert. Man hat die hierher gehörigen Erscheinungen mit dem Namen der Irradiation bezeichnet. Ganz besonders hat Plateau die Gesetze der Irradiation zu ermitteln gesucht (Pogg. Ann. Ergänzungsband 1842).

Die folgende Vorrichtung ist sehr geeignet, diese interessante Erscheinung zu zeigen. Die obere Hälfte einer Pappscheibe von 20^{cm} Höhe und 15^{cm}

Breite überziehe man mit weißem Papier, während die untere Hälfte schwarz angestrichen wird. Die obere Hälfte theilt man dann durch einen schwarzen Streifen von 5 Millimeter Breite, die untere durch einen ebenso breiten weißen Streifen, so daß der weiße Streifen in der Verlängerung des dunklen liegt, wie man Fig. 512 sieht. Diesen Apparat stelle man neben einem Fenster auf, so daß er wohl beleuchtet ist, und entferne sich 4 bis 5 Meter davon, so wird der weiße Streifen auffallend breiter erscheinen als der schwarze. Noch auffallender kann man die Erscheinung machen, wenn man die weißen Felder und den weißen Streifen ganz ausschneidet und den Apparat an einer der oberen Scheiben eines Fensters so befestigt, daß man durch die ausgeschnittenen Stellen den hellen Himmel erblickt.

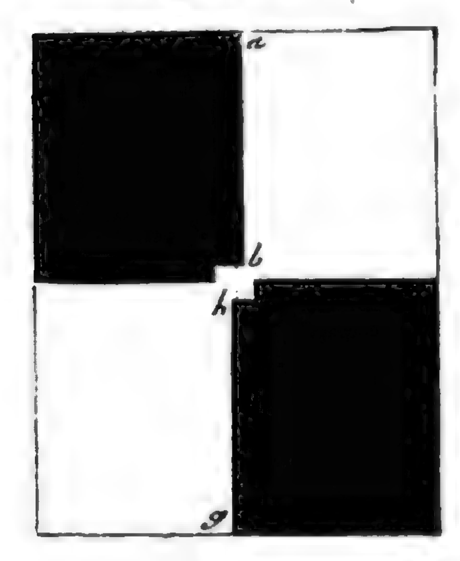
Fig. 512.



Der Grund der Irradiation ist in einer Ausbreitung des Lichteindrucks auf der Netzhaut zu suchen, sie ist also in Beziehung auf den Raum, was das Beharren der Eindrücke auf der Netzhaut, wovon sogleich die Rede seyn wird, in Beziehung auf die Zeit ist.

Da die Irradiation keine objective, sondern eine rein subjective Erscheinung ist, so wird sie auch nicht für alle Personen gleich stark seyn. Auf eine weiße Papptafel von denselben Dimensionen, wie die Fig. 513 dargestellte, male man zwei schwarze Felder so, daß der Rand *a b* ein Millimeter rechts, der Rand *g h* 1^{mm} links von der vertikalen Mittellinie der Tafel liegt. Aus einiger Entfernung betrachtet, scheinen nun die Ränder *a b* und *g h* in eine vertikale Linie zu fallen; doch ist diese Entfernung für verschiedene Individuen sehr ungleich. Plateau fand, »daß bei einer Person diese Coincidenz schon bei einer Entfernung von 2,5 Metern stattfand, was für den Winkelwerth der Irradiation $1'22''$ giebt; bei einer andern Person trat aber die Coincidenz erst bei einer Entfernung von 12 Metern ein, bei dieser betrug also der Winkelwerth der Irradiation nur $17''$.

Fig. 513.



Der Winkelwerth der Irradiation ist unabhängig von der Entfernung des Gegenstandes vom Auge; die absolute Breite also, welche wir der Irradiation beilegen, ist unter übrigens gleichen Umständen der Entfernung des Gegenstandes proportional.

Die Irradiation zeigt sich bei allen Entfernungen, von der Weite des deutlichen Sehens bis zu unendlicher Entfernung.

Die Größe der Irradiation wächst mit zunehmender Lichtstärke, doch wächst sie nicht in demselben Verhältnisse wie die Helligkeit, sondern in einem bei zunehmender Helligkeit stets abnehmenden Verhältniß.

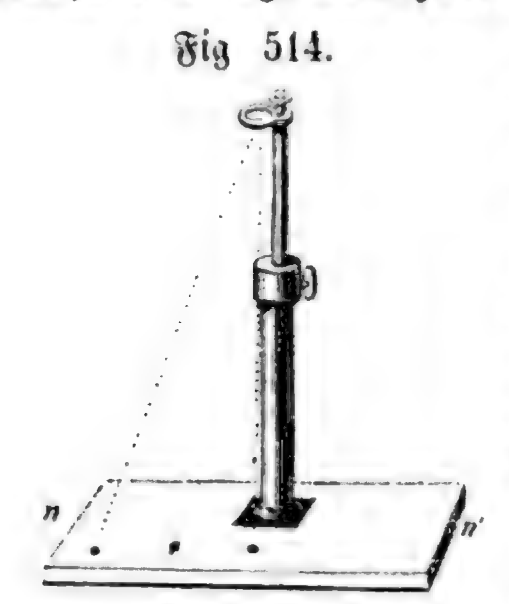
Die Existenz der Irradiation wurde einige Zeit hindurch selbst von ausgezeichneten Astronomen und Physikern bezweifelt; weil die mit den besten Fernröhren angestellten Beobachtungen von dem Einflusse der Irradiation ganz frei waren, so fand man z. B. den Durchmesser des Mondes ganz gleich, man mochte die Messung bei Tag machen, wo er nur ganz matt auf dem blauen Himmel erscheint, oder des Nachts, wo er glänzend auf dem dunklen Grunde steht. Dies ist aber sehr wohl erklärlich. Der Gesichtswinkel, unter welchem wir den Durchmesser des Mondes sehen, beträgt ungefähr 30 Minuten; wenn nun der Winkelwerth der Irradiation für das beobachtende Auge 1 Minute beträgt, so erscheint offenbar der Durchmesser des Mondes durch die Irradiation um zwei Minuten, also um $\frac{1}{15}$, vergrößert. Betrachtet man nun den Mond durch ein gutes Fernrohr, so wird wohl der Durchmesser des Mondes, aber nicht die Irradiation, vergrößert; nehmen wir an, das Fernrohr bewirke eine 100malige Vergrößerung, so wird der Durchmesser des Mondes unter einem Gesichtswinkel von 3000′ erscheinen; wenn nun dieser Winkel durch die Irradiation noch um 2′ vergrößert wird, so beträgt doch diese Vergrößerung nur $\frac{1}{1500}$, sie übt also hier einen verhältnißmäßig sehr geringen Einfluß aus. Bedenkt man nun außerdem noch, daß die Intensität des Lichts durch die starke Vergrößerung geschwächt wird, daß also auch deshalb noch der Einfluß der Irradiation geringer ausfällt, so begreift man sehr gut, wie bei Beobachtungen mit guten Fernröhren der Einfluß der Irradiation ganz verschwindet.

203 **Verschwinden schmaler Gesichtsobjecte.** Die Ausbreitung des Lichteindrucks auf der Nervenhaut erklärt auch, warum schmale Körper auf weißem Grunde, bis zur Ermüdung der Augen betrachtet, endlich ganz verschwinden, so daß man nur den weißen Grund noch wahrnimmt. Es gelingt dies auf den seitlichen Theilen der Netzhaut leichter als in der Mitte. Schmale farbige Körper, etwa farbige Papierstreifen auf weißem Grunde sind zu diesem Versuche am geeignetsten; eine schwarze Linie auf weißem Grunde verschwindet sehr schwer.

Am auffallendsten ist das Verschwinden der Gesichtsobjecte an der Stelle der Netzhaut, wo der Sehnerv eintritt; man hielt früher diese Stelle der Netzhaut für ganz unempfindlich und nannte sie deshalb auch das punctum coecum; diese Meinung ist jedoch irrig. Wenn das Bild eines Gegenstandes gerade auf das punctum coecum fällt, so wird er deshalb nicht wahrgenommen, weil der auf den umgebenden Theilen der Netzhaut hervorgebrachte Lichteindruck sich so leicht dieser Stelle mittheilt.

Auf die folgende Weise läßt sich am leichtesten das Verschwinden der Gesichtsobjecte auf dem punctum coecum zeigen: auf eine weiße horizontale Fläche *n n'* legt man zwei kleine dunkle Scheibchen von 1 bis 1,5 Linien Durchmesser, welche ungefähr 3 Zoll weit von einander entfernt sind, und bringt dann das rechte Auge vertikal über den Punkt links oder das linke vertikal über den Punkt rechts, und zwar so hoch, daß die Entfernung des Auges von dem nächsten Punkte ungefähr 5mal so groß ist, als die Entfernung der beiden Scheibchen von einander; dann aber muß die Verbindungslinie der beiden Augen auch der Verbindungslinie der beiden Scheibchen parallel seyn. Nehmen wir an, man habe das linke Auge mit Beobachtung der angegebenen Bedingungen vertikal über den Flecken rechts gebracht, so wird alsdann das rechte Auge geschlossen und mit dem offenen der gerade unter ihm liegende Fleck fixirt; wenn man nun gleichzeitig das Scheibchen links noch wahrnimmt, so hat man nur nöthig, es etwas links oder rechts zu rücken, um es gänzlich verschwinden zu machen. Hat man das Scheibchen in diese Stellung gebracht, so fällt sein Bild gerade auf das punctum coecum; rückt man das Scheibchen wieder aus dieser Stelle heraus, so daß sein Bild wieder auf eine andere Stelle kommt, so wird es alsbald wieder wahrgenommen.

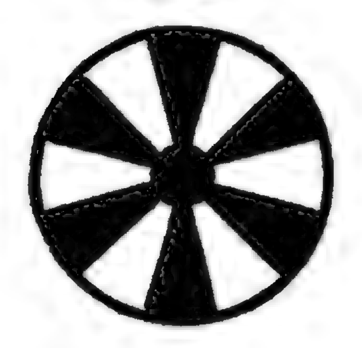
Fig 514.



Diese Erscheinung ist schon von Mariotte entdeckt worden.

Dauer des Lichteindrucks. Wenn man mit einer glühenden Kohle 204
rasch einen Kreis beschreibt, so kann man die Kohle selbst nicht unterscheiden, sondern man sieht einen feurigen Kreis. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, daß eine durch einen Lichteindruck afficirte Stelle der Retina nicht augenblicklich wieder zur Ruhe kommt, wenn der Lichteindruck selbst aufgehört hat; aus demselben Grunde kann man auch die Speichen eines schnell laufenden Rades nicht unterscheiden, und die obere Fläche eines Kreisels, welcher mit abwechselnd weißen und schwarzen Sectoren bemalt ist, wie Fig. 515, erscheint bei rascher Rotation gleichförmig grau. Wenn aber der Kreisel, im Dunkeln rotirend, momentan erleuchtet wird, etwa durch einen Blitz oder einen elektrischen Funken, so kann man die einzelnen Sectoren deutlich unterscheiden.

Fig. 515.



Macht man in eine Pappscheibe von 2 — 3 Zoll Durchmesser diametral gegenüberstehend zwei Löcher, durch welche man Fäden zieht, wie

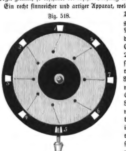
Fig. 516 und Fig. 517 zeigen, so kann man mit Hülfe dieser Fäden die

Fig. 516. Fig. 517.

Scheibe rasch drehen, so daß man abwechselnd die eine und dann wieder die andere Seite sieht. Macht man nun auf die eine Seite einen schwarzen Streifen in der Richtung der beiden kleinen Löcher, auf die andere Seite einen Streifen, welcher auf dieser Richtung rechtwinklig steht, so sieht man bei rascher Umdrehung ein Kreuz, weil der Eindruck des horizontalen Streifens im Auge noch nicht erloschen ist, wenn der verticale Streifen sichtbar wird. Ist auf die eine Seite ein Käfig, auf die andere ein Vogel gemalt, so erscheint bei rascher Drehung der Vogel im Käfig u. s. w.

Ein recht sinnreicher und artiger Apparat, welcher sich ebenfalls auf die Dauer des Lichteindrucks gründet, ist die sogenannte **Wunderscheibe** oder das **Phenakistoskop**. Eine Scheibe von 20 bis 25 Centimeter Durchmesser kann um eine horizontale Axe x in eine rasche Rotationsbewegung versetzt werden; am Rande dieser Scheibe befindet sich eine Reihe von Oeffnungen, welche in gleichen Abständen auf einander folgen; in der Fig. 518 dargestellten Wunderscheibe befinden sich 8 solcher Löcher. Innerhalb des durch die 8 Löcher gebildeten Ringes ist nun eine kleinere bemalte Scheibe befestigt, auf welcher ein und derselbe Gegenstand in 8 auf einander

Fig. 518.



Digitized by Google

folgenden Stellungen abgebildet ist, so daß jedem Loch eine andere Stellung entspricht. In unserer Figur ist ein ganz einfacher Gegenstand gewählt, nämlich ein Pendel. Unter der mit 1 bezeichneten Oeffnung ist das Pendel dargestellt, wie es eben seine äußerste Stellung links erreicht hat; unter der Oeffnung 2 sehen wir das Pendel, wie es sich der Gleichgewichtslage schon wieder genähert hat, bei 3 hat es die Gleichgewichtslage erreicht u. s. w. Dieser Apparat wird nun so vor einen Spiegel gehalten, daß die bemalte Fläche dem Spiegel zugekehrt ist und man durch eine Oeffnung, etwa durch die oberste, das Bild der bemalten Scheibe im Spiegel sieht. Wenn nun die Scheibe rotirt, so geht eine Oeffnung nach der andern vor dem Auge vorüber, während aber die Zwischenräume vor dem Auge hergehen, sieht man nichts. Nehmen wir an, daß in einem bestimmten Momente die Oeffnung 1 vor dem Auge vorübergeht, so erblickt man unter derselben das Bild des Pendels in seiner größten Ausweichung; der in diesem Moment ins Auge gelangende Lichteindruck bleibt nun, bis die zweite Oeffnung vor's Auge kommt, und nun erscheint das Pendel an derselben Stelle, an welcher man es eben erst in seiner größten Ausweichung gesehen hatte, der Gleichgewichtslage etwas genähert; das Bild dieser zweiten Lage bleibt im Auge, bis die dritte Oeffnung vor dasselbe gelangt, und nun sieht man das Pendel in seiner Gleichgewichtslage u. s. w.; die auf diese Weise der Reihe nach dem Auge vorgeführten Stellungen des Pendels machen nun täuschend den Eindruck, als ob man ein Pendel wirklich oscilliren sähe. Statt des Pendels kann man auch andere Gegenstände wählen, die man der Reihe nach in eben so viel verschiedenenen Stellungen dargestellt hat, als Löcher vorhanden sind, so daß jeder Oeffnung eine andere Stellung entspricht. Sehr täuschend lassen sich auf diese Weise Bewegungen von Menschen und Thiergestalten darstellen, die man in den verschiedenen auf einander folgenden Stellungen aufgezeichnet hat.

Ebenso wie die Gegenstände eine gewisse Größe haben müssen, um durch das Auge wahrnehmbar zu seyn, ebenso muß auch der Lichteindruck eine namhafte Zeit andauern, um eine Wirkung auf die Netzhaut hervorzubringen; aus diesem Grunde wird ein sehr schnell sich bewegender Körper, z. B. eine Kanonenkugel, nicht gesehen; das Bild der fliegenden Kugel bewegt sich auf der Netzhaut mit solcher Geschwindigkeit, daß es an keiner Stelle derselben wahrgenommen werden kann.

Die Nachwirkungen auf der Netzhaut sind um so stärker und dauern um so länger fort, je intensiver und andauernder die primitive Einwirkung war. Die Nachbilder heller Gegenstände sind hell, die Nachbilder dunkler Gegenstände dunkel, wenn das Auge einer ferneren Lichteinwirkung entzogen wird. Sieht man z. B. längere Zeit unverwandt durch ein Fenster nach dem hellen Himmel, wendet man alsdann das Auge weg, indem man

es zugleich schließt, so sieht man noch immer die hellen Zwischenräume begränzt durch die dunklen Fensterrahmen; wendet man dagegen das Auge auf eine weiße Wand, so erscheint im Nachbild hell, was im ursprünglichen dunkel war, und umgekehrt; man sieht z. B. die Fensterrahmen hell und die Zwischenräume dunkel. Diese Umkehrung ist leicht zu erklären: wird das geblendete Auge auf die weiße Wand gerichtet, so sind die vorher durch das helle Licht afficirten Stellen der Netzhaut weniger empfindlich gegen das weiße Licht der weißen Wand, als diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das Bild der dunklen Fensterrahmen gefallen war.

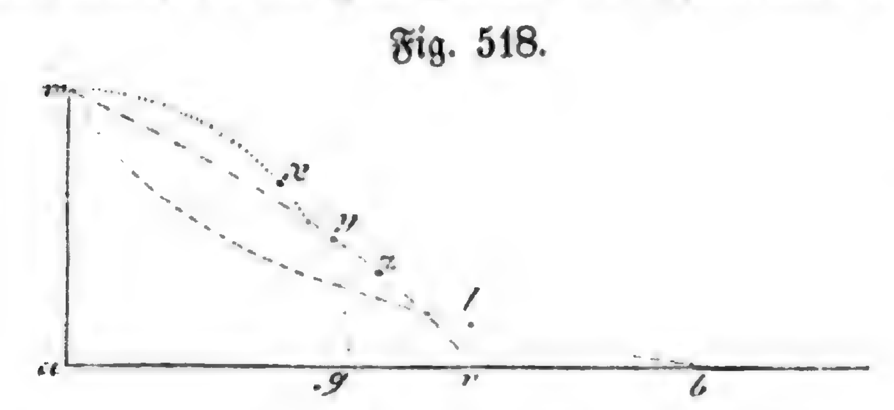
205 **Farbige Nachbilder.** Unser Gesichtsorgan empfindet oft Farbeneindrücke, die nicht unmittelbar durch äußere Objecte hervorgebracht sind, sondern in einem eigenthümlich gereizten Zustande der Netzhaut ihren Grund haben. Man nennt solche Farben subjective oder auch physiologische. Die farbigen Nachbilder sowohl als auch die Farben, welche durch Contraste hervorgebracht werden, gehören hierher.

Die Nachbilder, von denen in voriger Nummer die Rede war, sind immer mehr oder weniger gefärbt, und zwar ist diese Färbung um so entschiedener, je intensiver der primitive Lichteindruck war, welcher die Nachbilder veranlaßte. Man fixire z. B. einige Zeit lang ein Kerzenlicht recht scharf, schließe dann die Augen und wende sie nach einer dunklen Stelle des Zimmers, so glaubt man noch immer, die Flamme vor den Augen zu haben, aber sie verändert nach und nach ihre Farbe; sie wird alsbald ganz gelb, geht dann durch Orange in Roth, von Roth durch Violet in grünliches Blau über, welches immer dunkler wird, bis das Nachbild endlich ganz verschwindet. Wendet man hingegen das durch das Kerzenlicht geblendete Auge auf eine weiße Wand, so folgen sich die Farben des Nachbildes in fast entgegengesetzter Ordnung, d. h. man sieht anfangs ein ganz dunkles Nachbild auf dem hellen Grunde, welches alsbald blau, grün, gelb wird und ist endlich vom weißen Grunde nicht mehr zu unterscheiden, wenn das Nachbild ganz verschwunden ist, d. h. wenn die Netzhaut sich ganz wieder erholt hat. Der Uebergang von einer Farbe zur andern beginnt am Rande und verbreitet sich von da aus nach der Mitte. Dieselbe Reihe von Farbenerscheinungen beobachtet man an den Blendungsbildern weißer Papiere, die auf schwarzem Grunde liegend von der Sonne beschienen sind u. s. w.

Der Grund dieser Erscheinungen ist wohl darin zu suchen, daß die Nachwirkung auf der Netzhaut nicht für alle Farben des Spectrums gleich lange dauert und daß die Abnahme der Intensität der Nachwirkung nicht für alle Farben dasselbe Gesetz befolgt. Um das Abklingen der Farben im Nachbild eines weißen Gegenstandes zu erklären, müßte man annehmen, daß der Eindruck des Gelben am ersten verlischt, dann Roth und endlich Blau; daß aber das Gelb anfangs langsam, dann rascher, das Blau aber

umgekehrt anfangs rasch und später langsam an Intensität abnimmt, ungefähr so wie es in Fig. 518 durch eine graphische Darstellung erläutert wird. Die Abscissen sind der Zeit, die Ordinaten der Intensität der Nachwirkung proportional; es stellt also ag die Zeit dar, welche von dem Augenblick an vergeht, in welchem das Auge der Einwirkung des blendenden weißen Gegenstandes entzogen wird, bis zu dem Momente, in welchem die Nachwirkung der in dem weißen Licht enthaltenen gelben Strahlen gänzlich erloschen ist; ar und ab stellen die entsprechenden Zeiten für das rothe und blaue Licht dar; die Kurven mg, mr und mb stellen das Gesetz dar, nach welchem die Intensität der Nachwirkung für Gelb, Roth und Blau abnimmt; die übrigen Farben des Spectrums wollen wir der Einfachheit wegen vor der Hand noch unberücksichtigt lassen. In dem Moment, in welchem das Auge der Einwirkung des blendenden Gegenstandes entzogen wird, hat das Auge noch die Empfindung von Weiß, weil es durch alle Farben gleichmäßig afficirt ist; nun nimmt aber anfangs die Nachwirkung aller anderen Farbenstrahlen rascher ab als die der gelben, deshalb wird das Nachbild bald eine gelbe Färbung annehmen müssen. Die gelbe Färbung geht aber alsbald durch Orange in Roth über, weil nach einiger Zeit die Intensität des gelben Nachbildes so rasch abnimmt, daß bald das rothe Nachbild überwiegend wird; da aber dieses auch eher ganz verschwindet als das blaue Nachbild, so wird sich endlich die blaue Färbung geltend machen müssen.

Fig. 518.



Die Kurve für Orange würde so zu legen seyn, daß sie die Kurve mg in x, mr aber in y schnitte; die Kurve für Grün würde mr in z, mb in t scheiden.

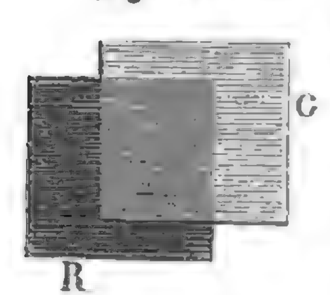
Wendet man das geblendete Auge auf eine weiße Fläche, so erscheint das Nachbild dunkel, weil die geblendeten Stellen der Netzhaut für das weiße Licht der Fläche unempfindlicher sind; nun aber bleibt anfangs die Nachwirkung der rothen und gelben Strahlen noch vorherrschend, während die der blauen rasch abnimmt, das Auge wird also für blaues Licht eher wieder etwas empfindlich, das auf dem hellen Grund zuerst ganz dunkel erscheinende Nachbild wird also zunächst eine blaue Färbung annehmen. Die Nachwirkung des Gelb erlischt auf der Netzhaut zuerst, sie erhält also ihre volle Empfindlichkeit für die gelben Strahlen zuerst, in dieser Periode also wird das geblendete Auge auf eine weiße Fläche sehend ein gelbes Nachbild wahrnehmen, nachdem dasselbe Nüancen durchlaufen hat, welche

immer denen complementär sind, welche man in denselben Momenten bei geschlossenem Auge würde wahrgenommen haben. In der That braucht man nur das bis dahin geschlossene Auge zu öffnen, wenn das Nachbild auf dunklem Grunde eine bestimmte Farbe erlangt hat, und es auf eine weiße Fläche zu richten, um sogleich das complementäre Nachbild auf weißem Grunde zu sehen. Nachdem das Auge seine volle Empfindlichkeit für Gelb wieder erlangt hat, erlangt es alsbald auch der Reihe nach seine volle Empfindlichkeit für die anderen Farben wieder, und somit geht das gelbe Nachbild auf dem hellen Grunde in ein weißes über, d. h. man kann es endlich nicht mehr von dem hellen Grunde unterscheiden.

Wenn man längere Zeit einen farbigen Fleck auf weißem Grunde scharf fixirt und dann das Auge seitwärts auf die weiße Fläche richtet, so sieht man ein complementär gefärbtes Nachbild; war der Fleck blau, so ist das Nachbild gelb, war er roth, so ist es grün u. s. w. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die Netzhaut für die Farbe des Objectes abgestumpft und also für diejenigen im weißen Licht enthaltenen Farben empfindlicher wird, die nicht in der Nüance des Objectes enthalten sind, welches die Blendung veranlaßte.

Daß die Retina durch das längere Betrachten eines stark erleuchteten farbigen Gegenstandes allmälig gegen diese Farbe abgestumpft wird, geht auch daraus hervor, daß sie nach und nach immer matter und unscheinbarer wird. Man kann sich davon am leichtesten auf folgende Weise überzeugen. Man fixire längere Zeit ein farbiges, etwa ein rothes Quadrat,

Fig. 519.



welches sich auf einem weißen Grunde befindet, und wende dann das Auge nur etwas seitwärts, so daß das complementäre Nachbild zum Theil noch auf das farbige Quadrat fällt, wie dies Fig. 519 angedeutet ist. Der freie Theil des Nachbildes erscheint jetzt grün, der frei gewordene Theil des ursprünglichen Bildes, d. h. derjenige Theil, welcher seine Strahlen jetzt auf Stellen der Netzhaut sendet, die vorher noch nicht von dem rothen Lichte getroffen waren, erscheint lebhaft roth; da aber, wo beide Quadrate über einander fallen, sieht man ein weit matteres Roth, denn die von diesem Theile des objectiven rothen Quadrates ausgehenden Strahlen treffen noch immer solche Stellen der Netzhaut, welche gegen den Eindruck des rothen Lichtes schon mehr abgestumpft sind.

Sehr auffallend ist das Unscheinbarwerden der Farben bei einem von Brewster angegebenen Versuch. Man betrachte das Spectrum einer Kerzenflamme anhaltend durch ein Prisma, so werden nach und nach die Farben immer unscheinbarer; zuerst verschwindet Roth und Grün, dann Blau, endlich auch das Gelb, und man sieht statt des farbigen Spectrums

nur noch einen langen weißlichen Streifen; am sichersten gelingt der Versuch, wenn man mit der Hand das obere Augenlied festhält, um es am Herunterfallen zu verhindern.

Sollte man es bei einer Kerzenflamme nicht zum Verschwinden der Farben bringen können, denn diese, wie alle subjectiven Gesichtserscheinungen, entwickeln sich nicht bei allen Individuen mit gleicher Intensität, so nehme man eine intensivere weiße Flamme zum Object. Auf jeden Fall gelingt der Versuch, wenn man durch das Prisma direct das Sonnenbild betrachtet; das Licht ist so intensiv, daß man sogleich nur einen weißen Streifen ohne alle Färbung wahrnimmt.

Man hat gegen die eben gegebene Erklärung der complementären Nachbilder eingewendet, daß man das complementäre Nachbild selbst dann wahrnimmt, wenn man das Auge nicht auf eine weiße, sondern auf eine schwarze Fläche richtet, daß also das weiße Licht hier gar nicht in Betracht zu ziehen sey. Wenn man aber auch auf einer dunklen Fläche das complementäre Nachbild wahrnimmt, so ist es doch sehr dunkel und ungleich weniger intensiv, als wenn man das Auge auf eine helle Fläche richtet; schon dieser Umstand beweis't, welch wichtigen Antheil das objective Weiß an der Erscheinung hat. Daß man auf der dunklen Fläche überhaupt noch ein complementäres Nachbild unterscheiden kann, rührt wohl größtentheils daher, daß eine solche Fläche doch nie absolut dunkel ist und immer noch etwas weißes Licht in's Auge sendet. Da man jedoch auch unter solchen Umständen complementäre Nachbilder beobachtet hat, bei welchen jedenfalls gar kein weißes Licht in's Auge fiel, so suchen Andere die Ursache der complementären Nachbilder lediglich in der Thätigkeit der Netzhaut, und man muß auch zugeben, daß die Netzhaut selbst, durch einen primitiven Farbenreiz afficirt, in einen solchen Zustand übergehen kann, als ob sie durch das complimentäre Licht getroffen würde. Für sich allein reicht keine der beiden Ansichten aus, um alle hierher gehörigen Erscheinungen zu erklären, eine genügende Theorie wird wohl beide Ursachen zugleich berücksichtigen müssen. Unter den Gelehrten, welche über die eben besprochenen Erscheinungen, so wie über die Contrastfarben gearbeitet haben, sind besonders Plateau und Fechner zu nennen. Pogg. Ann. XXXII. XLIV. und L.

Contrastfarben. Ein grauer Fleck erscheint auf einer weißen Fläche 206
dunkler, auf einer schwarzen heller, als wenn die ganze Fläche mit demselben grauen Tone überzogen wäre. Ein Versuch, welcher dies recht deutlich zeigt, ist folgender: man bringe einen schmalen undurchsichtigen Körper, etwa ein Bleistift, zwischen eine Kerzenflamme und eine weiße Fläche, so wird man einen dunklen Schatten auf hellem Grunde sehen; bringt man nun eine zweite Kerzenflamme neben die erstere, so sieht man zwei dunkle Schatten auf dem hellem Grunde; jeder dieser Schatten ist aber jetzt durch

eine Kerze also eben so stark erleuchtet, als vorher die ganze Fläche war, und doch hielt man vorher die Fläche für hell und jetzt den Schatten für dunkel; dieser Versuch beweis't den bedeutenden Einfluß des Contrastes.

Noch auffallender sind die Contrasterscheinungen bei Betrachtungen farbiger Gegenstände, wobei man oft complementäre Farben sieht, welche objectiv gar nicht vorhanden sind.

Legt man einen schmalen grauen Papierschnitzel auf ein lichtgrünes Papier, so erscheint der Streifen röthlich, legt man ihn auf ein blaues Papier, so erscheint er gelb, kurz er erscheint immer complementär zur Farbe des Grundes. Sehr deutlich nimmt man die Erscheinung wahr, wenn man einen ungefähr 1^{mm} breiten Streifen von weißem Papier auf eine Tafel von farbigem Glase klebt und dann durch dasselbe nach einer weißen Fläche, etwa nach einem Blatt weißen Papiers sieht, oder auch, indem man die eine Seite des Glases ganz mit einem dünnen Papier bedeckt, auf die andere den schmalen Streifen befestigt und dann das Glas vor eine Kerzenflamme hält; der Streifen erscheint dann complementär zur Farbe des Glases, also roth auf einem grünen Glase, blau auf einem gelben u. s. w.

Hierher gehören auch die sogenannten farbigen Schatten, welche erscheinen, wenn in farbigem Lichte ein schmaler Körper einen Schatten wirft und dieser Schatten durch weißes Licht beleuchtet ist. Man erhält solche farbigen Schatten am leichtesten auf folgende Weise: man läßt Lichtstrahlen durch ein farbiges Glas auf eine weiße Fläche, etwa auf weißes Papier, fallen, so daß sie nun farbig erscheint; fängt man nun an irgend einer Stelle die das Papier beleuchtenden farbigen Strahlen durch einen schmalen Körper auf, so erhält man einen schmalen Schatten, welcher nur durch das ringsum verbreitete weiße Tageslicht erhellt ist; dieser Schatten erscheint nun complementär zum Grunde; wendet man ein rothes Glas an, so erscheint der Schatten grün; er erscheint blau, wenn man ein gelbes Glas anwendet u. s. w. Die Farben dieser Schatten sind rein subjectiv.

Manchmal beobachtet man auch farbige Schatten, welche wirklich objectiv verschiedenfarbig sind; sie entstehen, wenn ein Körper bei doppelter Beleuchtung zwei Schatten wirft und die beiden Lichtquellen verschiedene Farben haben, denn alsbald ist der eine Schatten nur durch Licht von der einen, der andere Schatten nur durch Licht von der andern Farbe beleuchtet. Solche farbigen Schatten entstehen, wenn in der Dämmerung das bläuliche Himmelslicht in ein Zimmer fällt, in welchem sich eine brennende Kerze befindet; hält man ein Stäbchen so, daß es einen Schatten im Kerzenlicht, einen zweiten im Tageslicht auf eine weiße Fläche wirft, so erscheint der eine Schatten blau, der andere gelb, weil der eine nur durch das bläuliche Tageslicht, der andere nur durch das gelbliche Kerzenlicht beleuchtet ist; doch möchte auch bei diesem Falle der Contrast einen großen Einfluß

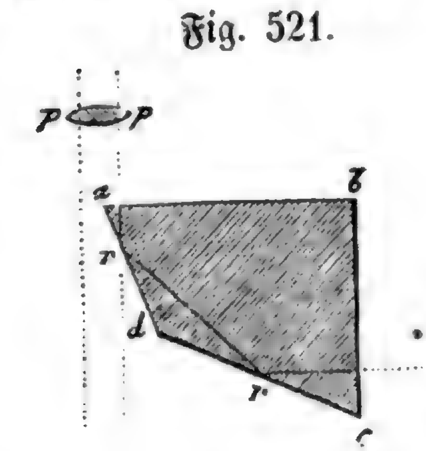
auf die Intensität der Farbenerscheinung und somit die Erscheinung einen theils objectiven, theils subjectiven Grund haben.

Was die Erklärung der farbigen Nebelbilder betrifft, so ist sie wohl darin zu suchen, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut durch farbiges Licht afficirt wird, diese directe Wirkung auch auf die benachbarten Stellen der Netzhaut in der Weise reagirt, daß sie in einen dem primitiven Eindruck complementären Zustand versetzt werden.

Jede Zusammenstellung von Farben, welche complementär zu einander sind, macht einen angenehmen Eindruck auf das Auge, was leicht begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut direct durch irgend eine Farbe afficirt wird, sie ja selbst ein Bestreben zeigt, auf den benachbarten Stellen diesen Gegensatz hervorzurufen. Jede Zusammenstellung nicht complementärer Farben ist dagegen unharmonisch und macht einen um so unangenehmern Eindruck, je intensiver die Farben sind; man nennt solche Zusammenstellungen grell oder schreiend. So wird z. B. eine grüne Uniform mit carmoisinrothen Aufschlägen einen angenehmen Eindruck machen, eine rothe Uniform mit gelben Aufschlägen würde dagegen Jedermann für geschmacklos erklären. Ueber die Contrastfarben hat Chevreul ein höchst interessantes Werk geschrieben.

Wollaston's camera lucida **oder** clara. Dieser Apparat dient, um 207
die Umrisse irgend eines Gegenstandes, etwa eines Hauses, einer Landschaft u. s. w. nachzuzeichnen. Er besteht im Wesentlichen aus einem vierseitigen Prisma $abcd$, Fig. 521, welches bei b einen rechten und bei d einen stumpfen Winkel von 135^0 hat; die Fläche cb ist gegen das Object gekehrt, dessen Zeichnung man entwerfen will. Ein vom Gegenstande kommender Lichtstrahl dringt zuerst an der Fläche cb rechtwinklig in das Prisma ein, erleidet an der Fläche cd eine erste und an der Fläche ad eine zweite totale Reflexion und tritt endlich nahe bei dem Eck a rechtwinklig zur Fläche ab wieder aus. Wird nun das Auge etwas über diese Fläche gehalten, so daß sich die Pupille etwa in pp' befindet, so ist klar, daß man durch die eine Hälfte der Pupille das reflectirte Bild des Gegenstandes x sehen wird, während man durch die andere Hälfte der Pupille direct an dem Eck a vorbei nach einem horizontalen weißen Blatt Papier sieht, auf welchem sich dieses Bild projicirt. Wenn man nun mit der Hand den Bleistift auf das Papier hält, so sieht man zugleich die Spitze des Bleistiftes und das Bild, man kann also leicht die Contouren des letzteren mit dem Bleistift nachfahren.

Fig. 521.



Damit dieses Instrument für die Anwendung bequemer sey und das Auge nicht ermüde, muß man gefärbte Gläser anwenden, um zu machen,

daß beide Bilder ungefähr gleiche Helligkeit haben, und Linsen, um zu bewirken, daß die Strahlen von beiden mit gleicher Divergenz auf das Auge fallen, damit das Auge sich für beide accommodiren kann.

Nach Sömmering's Angabe kann man eine camera clara ganz einfach aus einem kleinen Metallspiegel machen, der in der Mitte ein Loch von 3 bis 4 Millimetern Durchmesser hat. Man sieht die Gegenstände direct durch das Loch und das Bild des Bleistiftes und des Papiers im Spiegel.

208 **Die camera obscura.** Die von dem Neapolitaner Porta um die Mitte des 17ten Jahrhunderts erfundene camera obscura besteht im Wesentlichen aus einer Sammellinse von etwas großer Brennweite, durch welche ein Bild entfernter Gegenstände, etwa einer Landschaft, entworfen wird; um den Effect dieses Bildes möglichst zu heben, muß von der Fläche, auf welcher es aufgefangen wird, alles seitliche, nicht hierher gehörige Licht sorgfältig ausgeschlossen werden, d. h. es muß in einer dunklen Kammer aufgefangen werden.

Die bisher gebräuchlichsten Formen der camera obscura sind in Fig. 522 und Fig. 523 dargestellt. Fig. 522 stellt einen Kasten dar, an dem sich ein Hals *a b c d* befindet, in welchem eine Sammellinse *b c* angebracht ist; die durch diese Linse in den dunklen Kasten eindringenden Strahlen werden durch einen, in einem Winkel von 45⁰ gegen die Axe der Linse geneigten ebenen Spiegel nach oben reflectirt, so daß das Bild eines entfernten Gegenstandes bei *i k* auf einer matt geschliffenen Glastafel aufgefangen werden kann. Der Deckel *g h* dient, um das fremde Licht von dem Bilde möglichst abzuhalten. Wenn die mattgeschliffene Seite des Glases nach oben gekehrt ist, so kann man auf demselben mit Bleistift die Umrisse des in *i k* entstehenden Bildes nachfahren und so eine naturgetreue Zeichnung der Gegenstände erhalten.

Fig. 522.

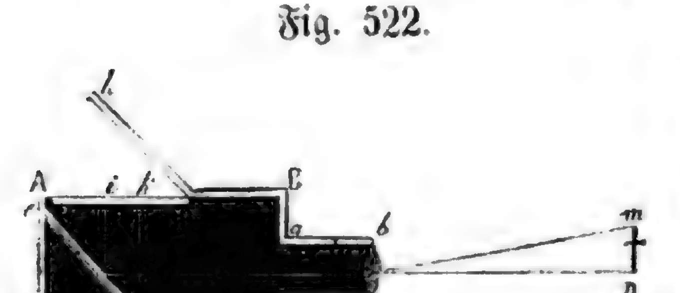
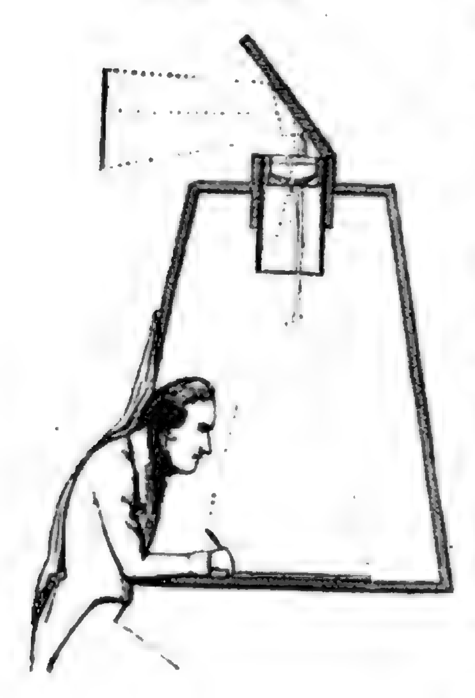


Fig. 523 stellt einen ziemlich hohen Kasten dar, auf dessen Boden ein Blatt weißes Papier gelegt wird; durch die obere Fläche des Kastens geht eine Röhre, welche die Sammellinse enthält, über welcher sich dann ein in einem Winkel von 45⁰ gegen die Vertikale geneigter ebener Spiegel befindet. Die von dem Gegenstande kommenden Strahlen werden durch den Spiegel nach unten reflectirt, so daß das Bild auf der Fläche des Papiers entsteht.

Fig. 523.



Dieses Bild ist sehr lebhaft, weil durch die Wände des Kastens alles seitliche Licht ausgeschlossen ist, und man kann deshalb die Contouren dieses Bildes leicht mit Bleistift nachfahren.

Die Nettigkeit der in einer camera obscura entstehenden Bilder hat wohl schon oft den Wunsch erregt, diese Bilder gewissermaßen fixiren zu können; und wenn wohl auch die Meisten diesen Wunsch als ein pium desiderium betrachteten, so hat es doch auch nicht an solchen gefehlt, welche sich bestrebten ihn zu realisiren. Da das Licht chemische Wirkungen hervorbringt, da es z. B. das Chlorsilber schwärzt, so lag wenigstens die Möglichkeit vor, durch das Bild der camera obscura bleibende Eindrücke hervorzubringen. Von der Erfindung Daguerre's, welcher bekanntlich eine solche Methode erfand, durch welche die Bilder der camera obscura auf eine wahrhaft bewundernswürdige Weise fixirt werden, soll weiter unten die Rede seyn.

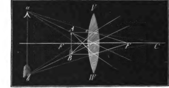
Die für die Anfertigung Daguerre'scher Bilder vortheilhafteste Construction der camera obscura ist diejenige, welche Voigtländer in Wien diesem Apparat gegeben hat. Die Linse, die er zu seinem Apparat anwendet, besteht aus einer Combination von Crownflintglaslinsen, welche nach Petzwal's Angaben geschliffen sind und durch welche das auf einer Ebene aufgefangene Bild ungleich schärfer wird, als es bei einer gewöhnlichen achromatischen Linse der Fall ist.

Die Luppe oder das einfache Mikroskop. Wir haben oben gesehen, daß 209
die scheinbare Größe eines Gegenstandes von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem er erscheint; der Sehwinkel wird aber um so größer, je mehr der Gegenstand dem Auge genähert wird; nun aber können wir ihn nur bis zu einer gewissen Gränze, der Weite des deutlichen Sehens, dem unbewaffneten Auge nähern, wenn noch eine scharfe Unterscheidung der Gränzen und der einzelnen Theile möglich seyn soll, und dadurch ist auch einer weiteren Vergrößerung des Sehwinkels eine Gränze gesetzt. Ein jedes Instrument, welches eine weitere Vergrößerung für den Sehwinkel kleiner naher Gegenstände möglich macht, als es bei unbewaffnetem Auge der Fall ist, wird ein Mikroskop genannt. Nach dieser Erklärung ist auch die kleine Oeffnung im Kartenblatt, welche oben auf Seite 433 besprochen wurde, ein Mikroskop und zwar ein einfaches, doch bezeichnet man mit dem Namen des einfachen Mikroskopes in der Regel nur Collectivlinsen von kurzer Brennweite.

Um zu begreifen, wie eine einfache Sammellinse als Mikroskop dienen kann, braucht man nur einen Blick auf Fig. 524 zu werfen. Es sey VW eine Sammellinse, AB ein Gegenstand, der sich innerhalb der Brennweite des Glases befindet, so divergiren alle von einem Punkte des Gegenstandes AB ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgang durch die Linse gerade so, als ob sie von dem entsprechenden Punkte des Bildes ab herkämen, wie dies schon oben auf Seite 404 gezeigt wurde; ein hinter der Linse be-

findliches Auge wird aber den Gegenstand durch die Linse deutlich sehen

Fig. 524.



können, wenn sich das Bild $a\,b$ in der Weite des deutlichen Sehens befindet; in diesem Falle aber liegt der Gegenstand selbst dem Auge weit näher, ohne die Linse würde man ihn also nicht mehr deutlich sehen können. Die vergrößernde Kraft der Linse ist also im Wesentlichen darin zu suchen, daß sie es möglich macht, den Gegenstand dem Auge sehr nahe zu bringen, wodurch denn natürlich auch der Sehwinkel vergrößert wird.

Um die durch die Lupe hervorgebrachte Vergrößerung zu bestimmen, müssen wir die Größe des Sehwinkels, unter welchem das Bild $a\,b$ dem Auge erscheint, wenn es sich in der Entfernung des deutlichen Sehens befindet, mit der Größe des Sehwinkels vergleichen, unter welchem der Gegenstand selbst erscheinen würde, wenn er eben so weit vom Auge entfernt wäre.

Genau läßt sich der Winkel, unter welchem das Bild $a\,b$ erscheint, nur dann ermitteln, wenn die Entfernung des Glases vom Kreuzungspunkte im Auge bekannt ist; da man aber das Auge dicht hinter das Glas hält und die Dicke der Linse selbst unbedeutend ist, so kann man ohne merklichen Fehler den Kreuzungspunkt mit dem Mittelpunkte o der Linse zusammenfallend annehmen; unter dieser Voraussetzung ist nun die Vergrößerung leicht zu berechnen.

Von O aus gesehen erscheint der Gegenstand $A\,B$ und das Bild $a\,b$ unter gleichem Gesichtswinkel, wir finden also die Vergrößerung, wenn man den Gesichtswinkel, unter welchem $A\,B$ erscheint, mit demjenigen vergleicht, unter welchem derselbe Gegenstand erscheinen würde, wenn er bis in die Weite des deutlichen Sehens vom O entfernt, wenn er also an die Stelle des Bildes $a\,b$ gesetzt wäre. Da die scheinbare Größe eines Gegenstandes seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional ist, so verhält sich der Gesichtswinkel $A\,O\,B$ zu dem Winkel, unter welchem $A\,B$ von O aus betrachtet erscheinen würde, wenn dieser Gegenstand bis $a\,b$ fortgerückt

Digitized by Google

wäre, umgekehrt wie die Entfernungen des Gegenstandes AB und des Bildes ab von O. Bezeichnen wir die Entfernung des Bildes von O mit d, die Entfernung des Gegenstandes AB vom Auge mit x, so ist die Vergrößerung $\frac{d}{x}$, wo für d die Weite des deutlichen Sehens zu setzen ist.

Nehmen wir an, was freilich nicht der Fall ist, das Bild befände sich in der Weite des deutlichen Sehens, der Gegenstand aber im Brennpunkte der Linse, so wäre die Vergrößerung $\frac{d}{f}$, wenn f die Brennweite des Glases darstellt. Dieser Ausdruck $\frac{d}{f}$ giebt uns nun freilich nicht den wahren Werth der Vergrößerung an, er macht aber ein annähernd richtiges Urtheil über die Vergrößerung der Luppe möglich.

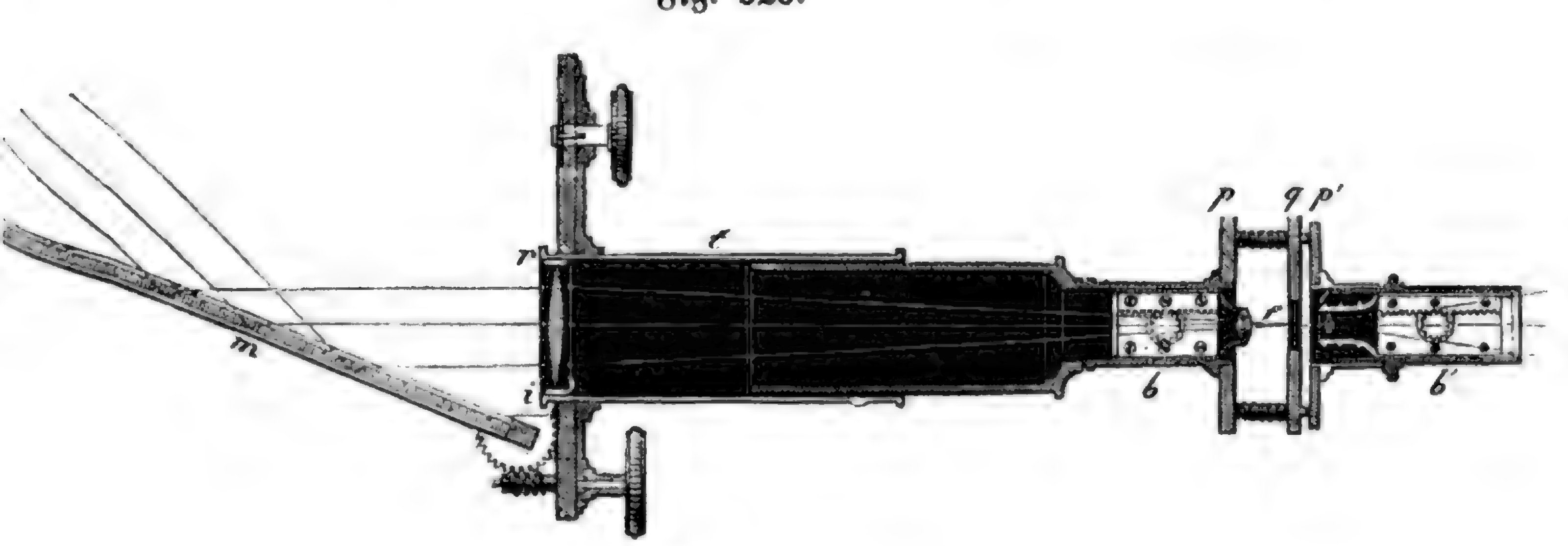
Wenn das Bild ab in der Entfernung d entstehen soll, so muß sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite befinden, a ist also jedenfalls kleiner als f, der wahre Werth der Vergrößerung ist also jedenfalls noch etwas größer als $\frac{d}{f}$.

Wenn z. B. die Weite des deutlichen Sehens 10 Zoll, die Brennweite der Linse 2 Zoll ist, so wird die Vergrößerung noch etwas mehr als $\frac{10}{2}$, d. h. noch etwas mehr als 5 betragen.

Je kleiner der Werth von f wird, d. h. je geringer die Brennweite der Linse ist, desto kleiner wird auch der Werth von x, desto größer der Werth von $\frac{d}{x}$, desto stärker ist also die Vergrößerung. Eine Luppe von kurzer Brennweite vergrößert also stärker als eine solche von größerer Brennweite.

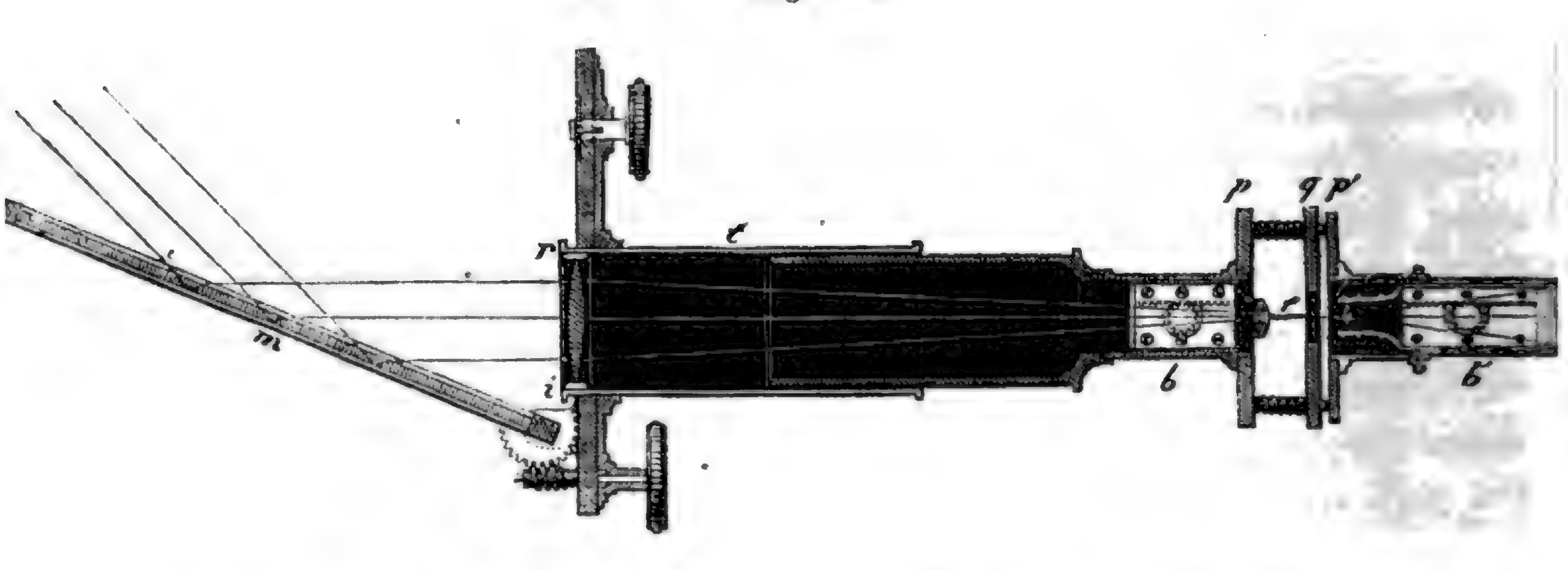
Das Sonnenmikroskop. Dieses Instrument, dessen Wirkung zu 210
den interessantesten und instructivsten in der Optik gehört, besteht aus einem Systeme von Gläsern, welche zur Erleuchtung der Objecte dienen, und aus einem Systeme von Linsen von kurzer Brennweite, welche ein Sammelbild der Objecte geben. Fig. 525 stellt ein solches Sonnenmikroskop dar.

Fig. 525.



Der Spiegel *m* reflectirt das Sonnenlicht nach der Röhre *t*, parallel

Fig. 526.



mit der Axe derselben. Die Linse *i r* macht die Strahlen etwas convergirend, eine zweite Linse *f* vermehrt aber noch diese Convergenz, so daß die Strahlen in einem Brennpunkte vereinigt werden, welcher sich sehr nahe bei dem, dem Versuche zu unterwerfenden Objecte befindet. Damit dies nun jederzeit möglich sey, muß die Linse beweglich gemacht werden: die Bewegung wird durch ein Getriebe hervorgebracht, dessen Knopf sich außerhalb der Röhre befindet, und welches in eine kleine gezahnte Stange eingreift, welche an der Fassung der Linse *f* befestigt ist.

Die Ajustirung des Objects ist ein sehr wichtiger Punkt. Will man z. B. kleine Körper beobachten, welche sich in Flüssigkeiten befinden, wie Blutkügelchen, Infusorien, kleine Kryställchen, die sich in der verdampfenden Auflösung bilden u. s. w., so reicht es hin, einen Tropfen der Flüssigkeit auf ein Glas mit parallelen Flächen zu setzen und dann diese Platte in den Apparat zu bringen, in dem man den Tropfen den Erleuchtungslinsen zukehrt. In anderen Fällen wird das Object nur zwischen zwei Glasplatten gebracht, in noch anderen Fällen endlich werden die Gegenstände in ein mit ebenen Glaswänden versehenes Gefäß gebracht, welches eine Flüssigkeit enthält; letzteres Verfahren wird z. B. angewandt, wenn man die Circulation des Blutes im Schwanze der Kaulquappe oder die Circulation der Kügelchen der Chara beobachten will. Alle diese Gegenstände können nun leicht in dem Mikroskope mit Hülfe eines in Fig. 526 dargestellten Mechanismus befestigt werden; *p* und *p'* sind viereckige Platten von Messing, welche an ihren Ecken durch Stäbchen desselben Metalls verbunden sind. Um jedes Stäbchen geht eine spiralförmig gewundene Feder herum, welche eine dritte Platte *q* gegen die Platte *p'* drückt. Zwischen die Platten *q* und *p'* nun werden die Glasplatten mit den Objecten eingeschoben. Dieses ganze System von Platten ist nun noch um die Axe der Röhre *t*

drehbar, so daß man den Gegenstand in verschiedene Lagen bringen kann, ohne dadurch das Bild zu stören.

Ist nun so das Object gehörig ajustirt und beleuchtet, so ist es leicht, ein vergrößertes Bild davon zu erhalten. Dazu dient nämlich die achromatische Linse *l*, welche in der That die Objectivlinse ist. An der Fassung dieser Linse ist eine gezahnte Stange befestigt, in welche ein Getriebe eingreift, wodurch die Linse *l* nach Belieben verschoben werden kann. Man nähert oder entfernt nun die Linse von dem Gegenstande, bis man endlich ein scharfes helles Bild auf einer weißen Wand, einem Leinentuch oder einem Papierschirm in einer Entfernung von 10, 15 bis 20 Fuß auffängt. Da hier ein wirkliches Bild entsteht, so versteht sich von selbst, daß das Object jenseits des Brennpunktes der Linse *l* sich befinden muß. Man kann die Vergrößerung berechnen, wenn man die Entfernung des Gegenstandes von der Linse in die Entfernung des Bildes von derselben dividirt. Will man aber die Vergrößerung direct beobachten, so muß man als Object ein Glasmikrometer anwenden, dessen Theilung eine bekannte Größe hat, und dann die Größe der Abtheilungen in dem Bilde messen.

Man hat auch ähnliche Mikroskope construirt, in denen das Licht der Sonne durch künstliches Licht, etwa durch das Licht eines im Knallgasgebläse glühend gemachten Kalkstückchens (Drummond'sches Kalklicht), oder auch nur durch das Licht einer intensiv leuchtenden Lampe ersetzt ist. Die Vergrößerung muß um so geringer seyn, je weniger intensiv das beleuchtende Licht ist.

Die Zauberlaterne (laterna magica) beruht auf denselben Principien, nur sind die Gegenstände in größeren Dimensionen auf Glas gemalt und werden durch das Licht einer Lampe erleuchtet, die höchstens eine 15- bes 20fache Vergrößerung erlaubt.

Das zusammengesetzte Mikroskop. Die Principien, auf welchen 211
die Construction aller, wenn auch in ihrer sonstigen Einrichtung noch so sehr abweichenden Mikroskopen beruht, sind folgende:

1) Die Gegenstände, welche man dem Versuche unterwerfen will, befinden sich nahe bei einer Sammellinse *b* von kurzer Brennweite, und zwar etwas jenseits des Brennpunktes. Diese Linse, sie mag nun einfach oder zusammengesetzt, achromatisch oder nicht seyn, wird die Objectivlinse oder das Objectiv des Mikroskops genannt.

2) Die wirklichen und vergrößerten Bilder, welche von den Objecten durch das Objectiv entworfen werden, werden durch eine Sammellinse *c* betrachtet, welche hier als Luppe dient; diese zweite Linse, welche ebenfalls

einfach oder zusammengesetzt, achromatisch oder nicht achromatisch seyn kann, wird das Ocularglas oder das Ocular des Mikroskops genannt.

Fig. 527.

So ist denn jedes dioptrische Mikroskop im Wesentlichen aus einem Objectiv und einem Ocular zusammengesetzt, und die Vergrößerung des Mikroskops ist das Product der Vergrößerungen, welche jedes dieser Gläser hervorbringt. Wenn z. B. das Objectiv im Durchmesser 5mal, das Ocular aber 10mal vergrößerte, so würde ein solches Mikroskop den Durchmesser der Gegenstände 50mal, die Oberfläche also 2500mal vergrößern. Eine 1000fache Vergrößerung des Durchmessers, also eine 1,000,000fache Vergrößerung der Oberfläche würde man erhalten, wenn die Vergrößerungen des Objectivs und des Oculars respective wären 100 und 10, oder 50 und 20, oder 40 und 25 u. s. w.

Nach diesen Grundsätzen ist es leicht, aus den Dimensionen eines Mikroskops seine Wirkungen zu berechnen. Nehmen wir z. B. an, das Objectiv habe 5 Millimeter, das Ocular 20 Millimeter Brennweite, das Object befinde sich $^1/_{10}$ Millimeter weit von dem Brennpunkte des Objectivs, so wird das Bild in einer Entfernung von 255 Millimetern entstehen, das Bild ist also 40mal so weit von der Linse als das Object, die Vergrößerung des Objectivs ist also eine 40fache; ein Gegenstand von $^1/_{10}$ Millimeter Durchmesser wird also im Bilde einen Durchmesser von 4 Millimetern haben. Um nun das Bild durch das Ocular zu betrachten, muß es 18,62 Millimeter weit vom Bilde sich befinden (wenn man eine mittlere Sehweite von 10 Zoll oder 270 Millimetern annimmt), durch das Ocular wird also auch eine 14,5fache Vergrößerung hervorgebracht, das ganze Mikroskop vergrößert also $40 \times 14,5$, d. h. 580mal. Unter diesen Voraussetzungen muß das Instrument eine Länge von $255 + 18,62 = 273,62$ Millimetern haben.

Mit demselben Objectiv und demselben Ocular könnte man auch noch stärkere oder schwächere Vergrößerungen hervorbringen, wenn man das Object näher oder weiter von dem Brennpunkte des Objectivs anbrächte; zu gleicher Zeit aber müßte man das ganze Instrument verlängern oder verkürzen, d. h. man müßte die beiden Linsen von einander entfernen oder

Digitized by Google

nähern, weil das durch das Objectiv hervorgebrachte Bild sich von demselben entfernt oder nähert, wenn man das Object näher oder weiter rückt.

Wir haben soeben ein zusammengesetztes Mikroskop von möglichster Einfachheit beschrieben, wie es aus den Händen der ersten Erfinder um das Jahr 1620 hervorging; seit dieser Zeit aber ist es bedeutend verbessert und vervollkommnet worden; in der neuern Zeit hat sich ganz besonders Amici in Modena um die Verbesserung der Mikroskope verdient gemacht. Ganz Vorzügliches leisten die Mikroskope von Chevalier und Oberhäuser in Paris. Ihre Einrichtung wird sogleich näher beschrieben werden. Unter den deutschen Künstlern hat sich in der neuern Zeit Plößl in Wien und Schieck in Berlin durch Anfertigung trefflicher Mikroskope einen großen Ruf erworben.

Fig. 528.

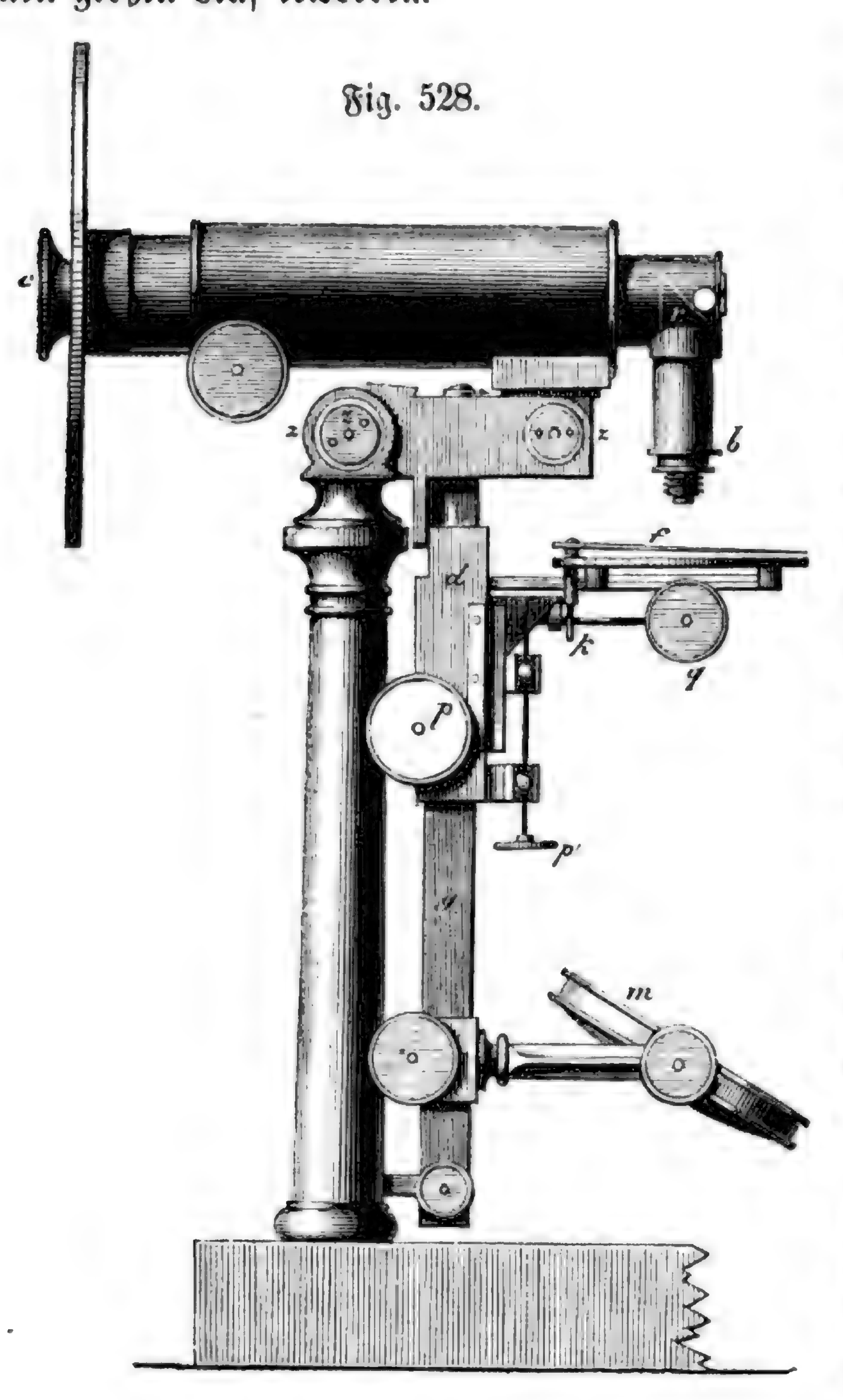


Fig. 528 stellt ein Chevalier'sches Mikroskop in $1/4$ der natürlichen Größe dar. Das Objectiv befindet sich bei *b*, das Ocular bei *c*. Die vom Object kommenden Strahlen gehen in vertikaler Richtung durch das Objectiv hindurch, werden durch die totale Reflexion, welche sie an der Hypotenuse des Prismas *r* erleiden, in horizontaler Richtung gegen das Ocular geworfen; dadurch aber wird die Beobachtung weit bequemer und weniger ermüdend, als es bei solchen Mikroskopen der Fall ist, in welche man in vertikaler Richtung von oben herunter sieht.

Wir wollen jetzt die einzelnen Theile dieses Mikroskopes näher betrachten.

Das Objectiv besteht entweder aus einer einzigen, oder aus zwei, oder aus drei achromatischen Linsen, deren Brennweite 8 bis 10 Millimeter beträgt. Man kann jede der drei mit den Zahlen 1, 2 und 3 bezeichneten Linsen für sich allein an die Röhre schrauben, oder die Linsen 1 und 2 zusammen, so aber, daß die Linse 1 zuerst an die Röhre, dann aber die Linse 2 auf die Fassung der Linse 1 angeschraubt wird. Wenn alle drei Linsen zusammen angewendet werden, so müssen sie gleichfalls in der Ordnung auf einander folgen, wie sie numerirt sind. Mit einer Linse 1 allein erhält man die geringste Vergrößerung, bei welcher auch der Gegenstand am weitesten von dem Objectiv entfernt ist; die Vergrößerung ist bedeutender, wenn die Linsen 2 und 3 allein angewandt werden, sie wächst noch mehr bei zwei Linsen und ist für die drei Linsen zusammen am stärksten; in diesem Falle muß aber der Gegenstand ganz nahe an das Objectiv gebracht werden.

Mit zunehmender Vergrößerung muß begreiflicher Weise die Helligkeit des Bildes abnehmen.

Für jede der verschiedenen Combinationen des Objectivs kann man eines der sechs Oculare anwenden, welche mit den Nummern 1, 2, 3, 4, 5 und 6 bezeichnet sind; die Oculare No. 5 und 6 sind einfache, am besten achromatische Linsen von ziemlich kurzer Brennweite, die übrigen Oculare aber sind aus zwei Collectivlinsen zusammengesetzt, die an den entgegengesetzten Enden eines Metallröhrchens befestigt sind; beide Gläser sind planconvex, und die gewölbte Seite ist dem Objectiv zugekehrt. Das erste, dem Objectiv zugekehrte Glas fängt die vom Objectiv kommenden Strahlen noch eher auf, als sie sich zum Bilde vereinigt haben; diese Linse rückt also das Bild selbst dem Objectiv etwas näher und macht es dadurch kleiner und schärfer; die zweite Linse der Ocularröhre dient als Luppe, um dieses Bild zu betrachten.

Der Hauptvortheil, den solche zusammengesetzten Oculare gewähren, besteht darin, daß der Fehler, welcher bei einer einfachen Ocularlinse durch die Farbenzerstreuung entstehen würde, durch diese Combination größtentheils aufgehoben wird.

Die Objecte werden auf ein durchbrochenes Tischchen *f* gelegt, dieses ist an einer Hülse *d* befestigt, welche den Metallstab *g* umfassend an demselben durch Umdrehung eines kleinen Zahnrades, welches mit Hülfe des Knopfes *p* umgedreht wird, auf und nieder geschoben werden kann. Dadurch ist man im Stande, die auf dem Tischchen liegenden Objecte in die gehörige Entfernung vom Objectiv zu bringen. Die feinere Einstellung geschieht mit Hülfe der Stellschraube *p'*.

Die Stellschrauben k und q dienen, um das Tischchen mit den darauf befindlichen Objecten rechts oder links, vorwärts oder rückwärts zu schieben, und so die Objecte genau unter den Mittelpunkt der Objectivlinse zu bringen.

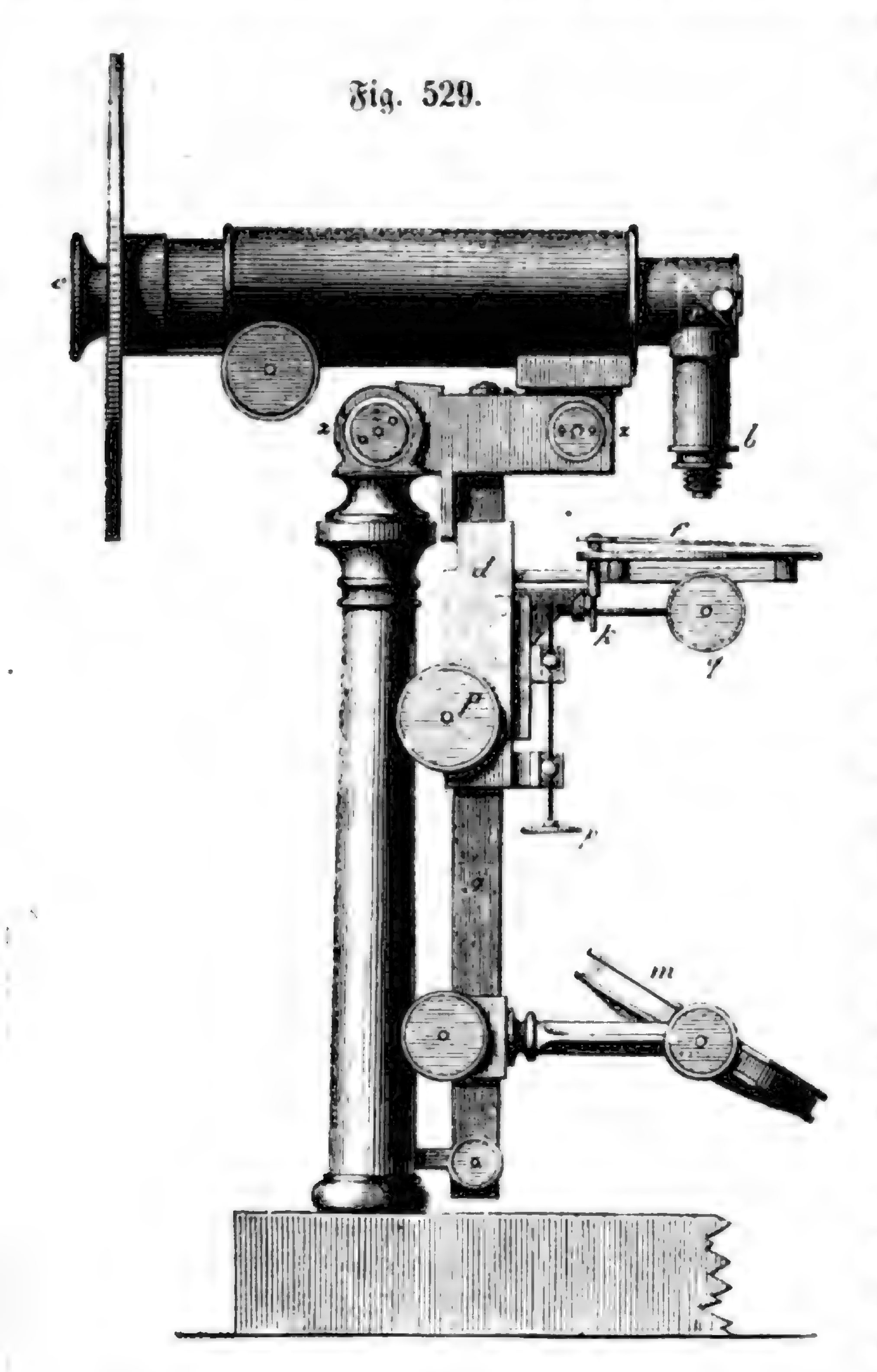


Fig. 529.

Die durchsichtigen Gegenstände werden zwischen zwei Glasplatten gebracht und wo möglich mit einem Tropfen reinen Wassers befeuchtet, so daß sie ganz von dieser Flüssigkeit umgeben sind. Wenn man genöthigt ist, das Object nur auf eine Glasplatte zu legen, so kann man zwar auch noch die Beobachtung anstellen, allein das Bild ist doch weniger klar.

Der Hohlspiegel m reflectirt das Licht des hellen Himmels, der Wolken, oder einer Flamme nach dem Gegenstande hin, so daß er durch das concentrirte Licht stark erleuchtet ist.

Undurchsichtige Gegenstände werden durch eine Sammellinse oder durch einen Hohlspiegel, oder auch durch beide zusammen von oben her erleuchtet.

Eins der besten Mittel, die vergrößernde Kraft eines Mikroskops zu bestimmen, besteht darin, daß man vor dem Ocular eine camera lucida anbringt, so daß man zu gleicher Zeit durch das Mikroskop eine Mikrometertheilung und in der camera lucida das Bild eines vertikal über dem Ocular in passender Entfernung angebrachten Maßstabes sieht; das vergrößerte Bild der Mikrometertheilung und das Bild des Maßstabes fallen

auf diese Weise über einander, und man kann leicht sehen, wie viel Abtheilungen der Mikrometertheilung auf eine Abtheilung des Maßstabes kommen.

Manchmal begnügt man sich damit, die wirkliche Größe der kleinen Objecte mit Hülfe der Mikrometerschrauben q und k zu bestimmen. Die Gänge dieser Schrauben sind sehr flach, so daß eine Umdrehung der Schraube das Tischchen mit dem Objecte nur sehr wenig weiter schiebt; außerdem aber sind noch die Köpfe dieser Schrauben eingetheilt, so daß man auch noch die Unterabtheilungen einer Umdrehung mit Genauigkeit bestimmen kann. Gesetzt nun, ein im Ocular angebrachter Mikrometerfaden berühre gerade die linke Seite des kleinen Gegenstandes, so kann man ihn durch Umdrehung der einen Mikrometerschraube unter dem Faden wegschieben, bis dieser auf der rechten Seite des kleinen Objectes tangirt; die Länge nun, um welche man den Gegenstand verschieben mußte, um ihn aus der einen Lage in die andere zu bringen, ist offenbar seinem Durchmesser gleich; diese Länge ist aber durch die Anzahl der Umdrehungen der Schraube gegeben, wenn man einmal die Höhe eines Schraubenganges kennt.

Wenn man will, kann man das Fig. 529 dargestellte Mikroskop auch vertikal stellen; man braucht nur das Prisma r herauszuschrauben, das Röhrchen mit den Objectivlinsen in die Verlängerung der Röhre zu bringen und dann das Ganze um die Axe z zu drehen, bis die Röhre vertikal steht.

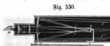
Bei den katoptrischen oder Spiegelmikroskopen ist die Objectivlinse durch einen kleinen Hohlspiegel ersetzt. Besonders ausgezeichnet ist Amici's katoptrisches Mikroskop; da jedoch diese Mikroskope weit seltener gebraucht werden als die dioptrischen, so ist wohl hier eine nähere Beschreibung dieser Instrumente nicht nöthig.

212 **Das Spiegelteleskop.** Teleskope nennt man alle Instrumente, welche dazu dienen, entfernte Gegenstände vergrößert zu zeigen. Sie bestehen aus einem Hohlspiegel oder einer Sammellinse, durch welche ein Bild der entfernten Gegenstände entsteht, welches durch ein einfaches oder zusammengesetztes Ocular betrachtet wird. Wird das Bild durch einen Hohlspiegel erzeugt, so nennt man das Instrument ein Spiegelteleskop. Das wesentlichste Stück desselben ist ein Hohlspiegel von Metall, welcher dem Gegenstande zugekehrt ist, und von welchem also nach den oben Seite 368 besprochenen Gesetzen ein verkehrtes Bild entsteht. Die verschiedenen Spiegelteleskope unterscheiden sich nur in der Art und Weise wie dieses Bild beobachtet wird.

Der Hohlspiegel mm des Gregory'schen Teleskops, Fig. 530, hat in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung cc'; die einfallenden Strahlen

werden so reflectirt, daß in $i\,i'$ ein reelles verkehrtes Bild des fernen Gegenstandes entsteht; dieses Bild nun befindet sich innerhalb der Brennweite des kleinen Hohlspiegels v, durch welchen vor dem Ocular ein aufrechtes Bild des verkehrten Bildes $i\,i'$ entworfen wird. Das Ocular ist hier, wie bei dem Mikroskop, gewöhnlich aus zwei Linsen zusammengesetzt. Die erste macht die von dem Spiegel v kommenden Strahlen etwas convergenter und rückt also das Bild $n\,n'$ dem Spiegel v etwas näher, als es ohne diese Linse der Fall seyn würde; das Bild $n\,n'$ wird nun endlich durch die unmittelbar vor dem Auge stehende Linse betrachtet.

Fig. 530.



Je nachdem die zu betrachtenden Gegenstände näher oder ferner sind, muß der Spiegel v vom Ocular entfernt oder demselben genähert werden. Dies geschieht mit Hülfe der Schraube $b\,s$.

Cassegrain's Teleskop unterscheidet sich von dem Gregory'schen dadurch, daß der Hohlspiegel v durch einen Convexspiegel ersetzt ist, Fig. 531, welcher die von dem großen Hohlspiegel kommenden Strahlen auffängt, ehe sie sich zum Bilde vereinigt haben; sie werden also mit verringerter Convergenz reflectirt, so daß zwischen den beiden Linsen des Oculars ein verkehrtes Bild $i\,i'$ entsteht, welches durch die unmittelbar vor dem Auge befindliche Sammellinse betrachtet wird.

Fig. 531.

Im **Newton'schen Teleskop** werden die vom großen Hohlspiegel kommenden Strahlen durch einen Planspiegel p, Fig. 532, aufgefangen, welcher mit der Axe des Instrumentes einen Winkel von 45^0 macht; auf diese Weise ist es möglich, das Bild durch ein seitwärts angebrachtes Ocular o zu beobachten.

Fig. 532.

Fernröhre nennt man gewöhnlich solche Teleskope, in welchen statt 213
des Hohlspiegels eine Sammellinse angewandt wird. Damit das durch das Objectiv entworfene Bild der fernen Gegenstände rein und scharf sey, muß man dazu eine achromatische Linse wählen; ein solches Objectiv muß also immer aus zwei ungleich zerstreuenden Substanzen verfertigt seyn; gewöhnlich ist es aus zwei sich unmittelbar berührenden Linsen zusammen-

Digitized by Google

gesetzt, wie wir schon oben Seite 424 gesehen haben; bei den dialithischen Fernröhren aber ist die achromatisirende Flintglaslinse von der vordern Kronglaslinse ab und dem Ocular näher gerückt, so daß die Flintglaslinse einen kleineren Durchmesser haben kann. Die verschiedenen Arten der Fernröhre unterscheiden sich durch die verschiedene Einrichtung des Oculars. Bei dem Galiläi'schen Fernrohre besteht das Ocular aus einer einfachen Zerstreuungslinse; das Ocular des astronomischen Fernrohrs hat eine oder zwei Sammellinsen, das Ocular des Erdfernrohrs endlich hat deren vier.

Die Einrichtung des holländischen oder Galiläi'schen Fernrohrs ist Fig. 533 dargestellt. VW ist das Objectiv, welches in ab ein verkehrtes verkleinertes Bild entwerfen würde, wenn die Strahlen nicht schon vorher durch das Hohlglas XZ aufgefangen würden. Nun aber wird das Ocular so gestellt, daß die Entfernung des Bildes ab etwas größer ist als die Zerstreuungsweite des Hohlglases, folglich werden alle nach einem Punkte des Bildes ab convergirenden Strahlen durch das Hohlglas so gebrochen, daß sie nach ihrem Durchgange durch dasselbe so divergiren, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase herkämen (Seite 401); die nach

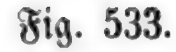
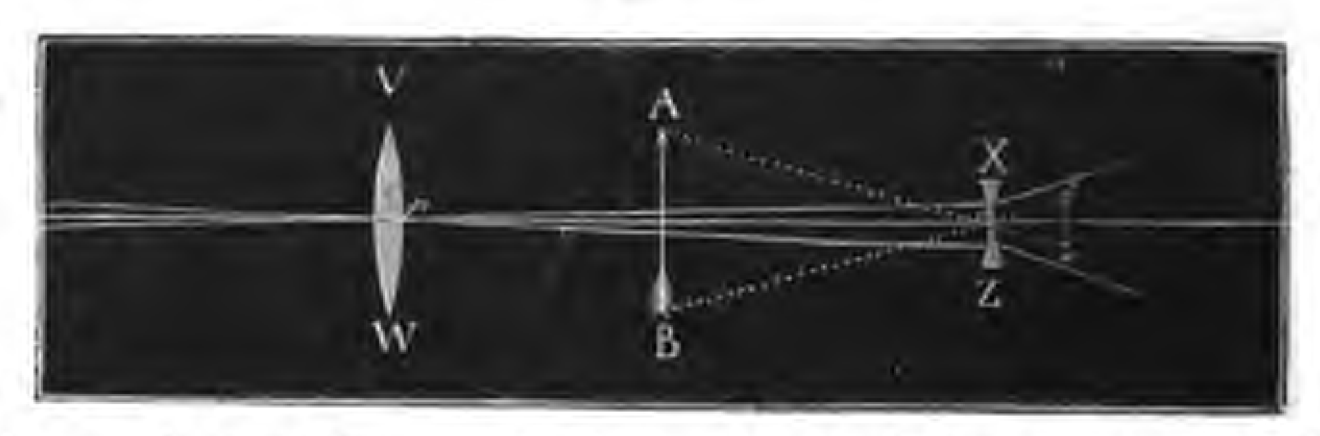


Fig. 533.



b convergirenden Strahlen divergiren also in der Weise, als ob sie von B, die nach a convergirenden, als ob sie von A kämen, man sieht also durch das Fernrohr das aufrechte vergrößerte Bild AB.

Die durch dies Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und die Zerstreuungsweite des Oculars kennt. Der Winkel, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheinen würde, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild $a\,b$ von dem Mittelpunkte des Objectivs aus gesehen erscheint, also gleich dem Winkel $b\,p\,a$; denken wir uns nun das Auge in den Mittelpunkt o des Oculars versetzt, so erscheint, durch das Fernrohr gesehen, der Gegenstand unter dem Winkel $A\,o\,B$, welcher dem Winkel $b\,o\,a$ gleich ist; um zu bestimmen, wie vielmal das Fernrohr vergrößert, haben wir also nur zu ermitteln, wie vielmal der Winkel $b\,o\,a$ größer ist als der Winkel $b\,p\,a$.

Digitized by Google

Die Entfernung des Bildes $a\,b$ vom Objectiv ist gleich der Brennweite f desselben, wenn der Gegenstand sehr weit entfernt ist; die Entfernung des Bildes $a\,b$ vom Ocular ist aber nur unmerklich größer als die Zerstreuungsweite f' dieses Glases, und wir können also ohne merklichen Fehler die Entfernung des Bildes $a\,b$ von o gleich f' setzen. Nun aber verhalten sich die Winkel $b\,p\,a$ und $b\,o\,a$ sehr nahe umgekehrt wie diese Entfernungen, also

$$b\,p\,a : b\,o\,a = f' : f,$$

oder

$$\frac{b\,o\,a}{b\,p\,a} = \frac{f}{f'}.$$

Setzen wir den Winkel $b\,p\,a$, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, $= 1$, so ist der Winkel, unter welchem er in dem Fernrohre erscheint,

$$b\,o\,a = \frac{f}{f'},$$

d. h. man findet die Vergrößerung, wenn man die Brennweite des Objectivs durch die Zerstreuungsweite des Oculars dividirt; die Vergrößerung ist also um so größer, je größer die Brennweite des Objectivs und je kleiner die Zerstreuungsweite des Oculars ist.

Die Entfernung der beiden Gläser ist offenbar sehr nahe gleich $f - f'$; wenn man also verschiedene Oculare mit demselben Objectiv verbindet, so wird die Entfernung der beiden Gläser um so größer seyn müssen, je kürzer die Zerstreuungsweite des Oculars, je stärker also die Vergrößerung ist.

Die bekannten Plößl'schen Feldstecher sind solche galiläische Fernröhre; sie sind mit mehreren (3 bis 4) auf einer Drehscheibe befindlichen verschieden starken Hohlgläsern versehen, so daß man nach Belieben das eine oder das andere vor die Ocularöffnung bringen und so leicht mit der Stärke der Vergrößerung wechseln kann. Für die stärkeren Vergrößerungen muß das Fernrohr natürlich weiter ausgezogen seyn; eben so muß man auch bei Betrachtung näherer Gegenstände das Rohr weiter ausziehen, als wenn man sehr ferne Gegenstände betrachtet. Weil die Axen der aus dem Ocular kommenden Strahlenbündel divergiren, so haben diese Fernröhre bei etwas starker Vergrößerung nur ein kleines Gesichtsfeld. Die galiläischen Fernröhre können auch nur dann eine stärkere, etwa 20 bis 30fache Vergrößerung vertragen, wenn sie in hohem Grade vollkommen construirt sind.

Bei dem astronomischen Fernrohre kommt das Bild des Oculars wirklich zu Stande, und es wird durch eine einfache oder zusammengesetzte Luppe betrachtet, wie man es Fig. 534 sieht; $a\,b$ ist das durch das Objectiv $V\,W$ entworfene verkehrte Bild eines Gegenstandes, welches, durch die Luppe $X\,Z$ betrachtet, in $A\,B$ vergrößert erscheint.

Die Vergrößerung eines solchen Fernrohrs ist leicht zu berechnen, wenn

man die Brennweite des Objectivs und des Oculars kennt, denn der Seh-

Fig. 534.

winkel, unter welchem der Gegenstand dem bloßem Auge erscheint, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild ab von der Mitte des Objectivs VW gesehen wird; durch das Fernrohr erscheint er aber unter demselben Winkel, wie das Bild ba von der Mitte des Oculars XZ aus betrachtet; der eine dieser Winkel verhält sich aber zum andern umgekehrt wie die Entfernung des Bildes ab vom Objectiv zu der vom Ocular; nun aber steht das Bild vom Objectiv um die Brennweite f desselben, vom Ocular aber um die Entfernung f' ab, wenn wir mit f' die Brennweite des Oculars bezeichnen; der Gesichtswinkel, unter welchem der ferne Gegenstand durch das Fernrohr erscheint, verhält sich also zu dem Winkel, unter welchem er mit bloßem Auge gesehen wird, wie f zu f', die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist also $\frac{f}{f'}$.

Die Länge des Fernrohrs ist $f + f'$, d. h. sie ist gleich der Summe der Brennweite der beiden Gläser.

In der Regel wendet man keine einfache Linse als Ocular an, wie wir dies bis jetzt angenommen haben, sondern eine Combination von zwei Linsen. Die zusammengesetzten Oculare der astronomischen Fernröhre sind entweder ganz so eingerichtet wie die zusammengesetzten Oculare der Mikroskope; in diesem Falle entsteht das Bild zwischen den beiden Gläsern des Oculars, oder die beiden Linsen stehen näher zusammen, so daß das Bild schon vor dem Ocular entsteht und durch die beiden Linsen wie durch eine einzige stärkere betrachtet wird.

Daß man durch ein astronomisches Fernrohr die Gegenstände verkehrt sieht, ist klar, denn durch das Objectiv wird ein verkehrtes Bild des entfernten Gegenstandes entworfen, und dieses Bild wird dadurch, daß man es durch eine Luppe betrachtet, nicht umgekehrt.

Die Helligkeit des Bildes hängt von der Größe des Objectivs, die Größe des Gesichtsfeldes von dem Ocular ab.

Um die Gegenstände genau einvisiren zu können, muß in dem astronomischen Fernrohre ein Fadenkreuz angebracht seyn; es befindet sich dies genau

Digitized by Google

an der Stelle, an welcher durch das Objectiv das Bild des zu betrachtenden Gegenstandes entsteht.

Beim Betrachten irdischer Gegenstände ist es unangenehm, Alles verkehrt zu sehen, was bei astronomischen Beobachtungen, so wie auch bei Vermessungen gleichgültig ist. Um nun bei starker Vergrößerung die Gegenstände doch noch aufrecht sehen zu können, hat man nun das Ocular des astronomischen Fernrohrs durch eine Röhre ersetzt, welche in der Regel vier Convexlinsen enthält, und so erhält man das Erdfernrohr. Die vier Linsen in der Ocularröhre bilden gewissermaßen ein nicht gar stark vergrößerndes zusammengesetztes Mikroskop, durch welches man das verkehrte Bild wieder verkehrt, also in aufrechter Stellung sieht. Die beiden vorderen Gläser in der Ocularröhre bilden gewissermaßen das Objectiv dieses Mikroskops, die beiden anderen das Ocular.

Die Vergrößerung des galiläischen und des astronomischen Fernrohrs läßt sich, wie wir gesehen haben, aus der Brennweite der Gläser berechnen; da aber diese Brennweite selbst erst durch einen Versuch ermittelt werden muß, so ist es vorzuziehen, die Vergrößerung der Fernröhre unmittelbar durch den Versuch zu bestimmen. Ganz einfach geschieht dies auf folgende Weise: Man stelle in einiger Entfernung vom Fernrohre einen getheilten Stab, etwa eine Latte, wie man sie zum Feldmessen braucht, auf und betrachte denselben gleichzeitig mit dem einen Auge direct, mit dem andern durch das Fernrohr; man sieht auf diese Weise, wie viel Abtheilungen des mit bloßem Auge gesehenen Maßstabes auf eine durch das Fernrohr vergrößerte Abtheilung fallen, und erhält so unmittelbar den Werth der Vergrößerung. Man kann zu dem eben angegebenen Verfahren auch die Ziegelreihen eines Daches anwenden. Weil es einige Uebung erfordert, mit einem Auge durch das Fernrohr zu sehen, während man mit dem andern danebenher sieht, so möchte auch folgendes Verfahren sehr zu empfehlen seyn. In einer Entfernung von 50 bis 60 Meter stelle man einen getheilten Stab auf, dessen Abtheilungen abwechselnd weiß und schwarz sind; vor dem Ocular bringe man sodann einen kleinen Metallspiegel *m* an, welcher mit der Axe des Rohres einen Winkel von 45° macht und in der Mitte eine Oeffnung von 2 Millimeter Durchmesser hat, so daß man durch diese Oeffnung und das Fernrohr die Latte vergrößert sehen kann. Wenn nun ein zweiter Spiegel *m'* parallel mit dem ersten so angebracht ist, daß die von dem Gegenstande kommenden Strahlen durch denselben nach dem Spiegel *m* reflectirt werden, so sieht man in dem Spiegel *m* das

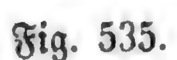
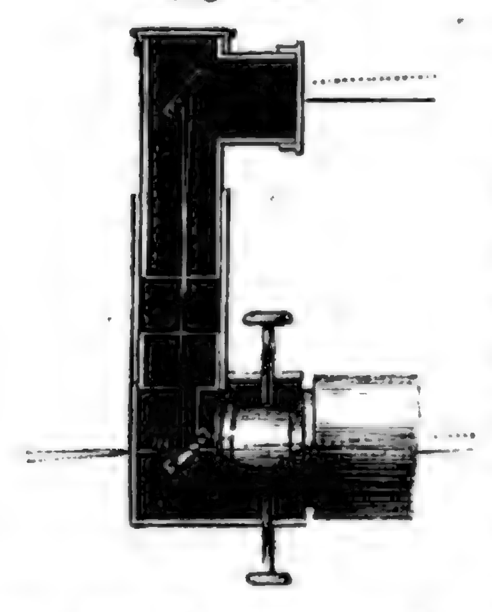


Fig. 535.



unvergrößerte und gleichzeitig durch die Oeffnung das vergrößerte Bild des getheilten Stabes, und kann danach leicht die Stärke der Vergrößerung bestimmen

Die erste Erfindung des Fernrohrs ist einem Zufalle zu danken. Die Kinder eines Brillenmachers in Middelburg spielten mit optischen Gläsern und brachten zufällig zwei in eine Röhre, in welcher der Vater die Gläser aufzubewahren pflegte, so zusammen, daß sie dadurch den Hahn auf dem Kirchthurme vergrößert erblickten; voller Verwunderung zeigten sie es auch ihrem Vater, welcher den Zufall zu benutzen wußte. Galiläi erhielt Nachricht von der in den Niederlanden gemachten Entdeckung, errieth die Combination der Gläser und construirte so das nach ihm genannte Fernrohr, mit welchem er auch die Trabanten des Jupiters entdeckte.

Der Erfinder des astronomischen Fernrohrs ist Keppler; wenn er es auch nicht selbst ausführte, so hat er doch die Construction desselben in seiner »Dioptrik« bekannt gemacht. Fatana hat, ohne Keppler's Dioptrik zu kennen, ein aus Sammellinsen gebildetes Fernrohr zuerst im Jahre 1625 construirt.

Gewöhnlich werden Picard und Huyghens als die Erfinder des Fadenkreuzes angegeben; doch soll nach Herschel diese Ehre einem englischen Astronomen Gascoigne zukommen, welcher zu Cromwell's Zeit in der Schlacht von Marston Moor einen frühen Tod fand. Da das Fadenkreuz an der Stelle ausgespannt ist, an welcher das durch das Objectiv erzeugte Sammelbild entsteht, so ist klar, daß man in dem Galiläi'schen Fernrohre kein Fadenkreuz anbringen kann, weil ja hier dieses Sammelbild gar nicht zur Entstehung kommt.

In früheren Zeiten waren die dioptrischen Fernröhre noch sehr unvollkommen, weil man noch keine achromatischen Objective in Anwendung bringen konnte; man ersetzte deshalb die Objectivlinse durch einen Hohlspiegel, und so entstanden die Spiegelteleskope.

Sechstes Kapitel.

Interferenz und Beugung des Lichts.

214 **Hypothesen über das Wesen des Lichts.** Indem wir bisher die allgemeinen Gesetze der Reflexion, der Brechung und der Zerlegung des Lichts besprachen, haben wir uns nur an die Erfahrung gehalten und haben dabei jede theoretische Ansicht über die Natur des Lichts ganz aus dem Spiele gelassen. Diese rein experimentelle Methode läßt sich nun bei den Beugungserscheinungen nicht mehr mit derselben Einfachheit anwenden,

weil es ganz unmöglich ist, die Gesetze derselben übersichtlich zu machen, ohne eine theoretische Ansicht über das Wesen des Lichts zu Hülfe zu nehmen. Wir wollen zunächst einige Worte über die beiden Hypothesen reden, welche von den Physikern in Beziehung auf das Wesen des Lichts aufgestellt worden sind. Diese Hypothesen sind unter dem Namen der Emissions- oder Emanationstheorie und der Vibrations- oder Undulationstheorie bekannt.

Die Emissionstheorie nimmt an, daß es eine eigenthümliche Lichtmaterie gebe, und daß ein leuchtender Körper nach allen Seiten hin Theilchen dieser feinen Materie mit so ungeheurer Geschwindigkeit aussende, daß ein solches Lichttheilchen in 8 Minuten und 13 Sekunden von der Sonne zur Erde gelangt. Diese Lichtmaterie muß man natürlich als äußerst fein und den Wirkungen der Schwere nicht unterworfen, also als imponderabel annehmen. Die Verschiedenheit der Farben rührt von einer Verschiedenheit in der Geschwindigkeit her; die Reflexion ist nach dieser Ansicht dem Abprallen elastischer Körper analog. Um nach dieser Theorie die Brechung zu erklären, müßte man annehmen: 1) daß sich in den durchsichtigen Körpern hinreichend große Zwischenräume befinden, um den Lichttheilchen den Durchgang zu gestatten, und 2) daß die wägbaren Moleküle auf die Lichttheilchen eine anziehende Kraft ausüben, welche, combinirt mit der einmal erlangten Geschwindigkeit der Lichttheilchen, ihre Ablenkung bewirkt.

Die Vibrationstheorie nimmt an, daß sich das Licht durch die Schwingungen der Theilchen eines unwägbaren Stoffes fortpflanzt, welcher den Namen Aether führt. Nach dieser Theorie ist das Licht etwas dem Schall Analoges; der Schall wird aber durch die Schwingungen der wägbaren Materie, das Licht durch die Schwingungen eines Aethers fortgepflanzt. Der Aether erfüllt den ganzen Weltraum, da das Licht alle Räume des Himmels durchdringt. Der Aether ist aber nicht bloß in den sonst leeren Räumen verbreitet, welche die Gestirne trennen, er durchdringt alle Körper und füllt die zwischen den wägbaren Atomen befindlichen Räume aus.

Wenn der Aether in dem ganzen Weltraume in Ruhe wäre, so würde überall vollkommene Finsterniß herrschen; an einer Stelle aber gleichsam erschüttert, pflanzen sich die Lichtwellen nach allen Seiten hin fort, wie sich die Schwingungen einer Saite in einer ruhigen Atmosphäre weithin verbreiten. Das Licht, welches erst durch eine Bewegung entsteht, ist also wohl von dem Aether selbst zu unterscheiden, wie die Vibrationsbewegung, welche den Schall hervorbringt, von den oscillirenden Theilchen der wägbaren Materie unterschieden wird.

Lange Zeit hindurch zählten beide Theorien Anhänger unter den Physikern. Newton hatte die Emanationstheorie aufgestellt, Huyghens ist

als Schöpfer der Undulationstheorie zu betrachten, die auch Euler vertheidigte; doch erst in neueren Zeiten haben besonders Young's und Fresnel's Arbeiten der Undulationstheorie einen so entschiedenen Sieg verschafft, daß die Emanationstheorie jetzt allgemein als unhaltbar verlassen ist.

Die wichtigste Stütze für die Vibrationstheorie liefern die sogenannten Interferenzerscheinungen, die wir sogleich näher betrachten werden. Die erste hierhergehörige Thatsache wurde von dem Jesuiten Grimaldi beobachtet und in seiner »physico-mathesis de lumine, coloribus et iride. Bologna 1665.« beschrieben. Er beobachtete, daß, wenn man durch eine feine Oeffnung einen Sonnenstrahl in ein dunkles Zimmer eindringen läßt und diesem Strahl einen schmalen Körper aussetzt, alsdann der Schatten dieses Körpers breiter ist, als man nach dem geradlinigen Fortgange der Lichtstrahlen erwarten sollte; ebenso fand er, daß, wenn man die durch die feine Oeffnung eindringenden Strahlen auf einer weißen Fläche auffängt, der erleuchtete Raum größer ist, als ihn, bei Voraussetzung geradliniger Fortpflanzung des Lichts, die geometrische Construction giebt; er beobachtete auch farbige Säume, sowohl im Schatten des schmalen Körpers, als auch am Umfange des erleuchteten Fleckes, und schrieb diese Erscheinungen einer Ablenkung von dem geradlinigen Wege zu, welche die Lichtstrahlen erleiden, wenn sie an den Rändern undurchsichtiger Körper vorübergehen. Diese Ablenkung nannte er Diffraction, später wurde sie auch Beugung und Inflexion genannt.

Diese Versuche sind jedoch für die Vibrationstheorie nicht so direct beweisend wie der folgende: Grimaldi ließ die Sonnenstrahlen durch zwei feine nahe bei einander stehende Oeffnungen in das dunkle Zimmer eintreten und fing sie auf einem Papierblatte in einer solchen Entfernung auf, daß die von den beiden Oeffnungen herrührenden hellen Kreise theilweise über einander fielen. Die durch das Licht beider Oeffnungen erleuchtete Stelle war allerdings heller als die Stellen, welche nur von einer Oeffnung Licht empfingen, doch fand er an den Gränzen dieses stärker erleuchteten Raumes dunkle Streifen an solchen Stellen des Schirmes, welche offenbar Licht von beiden Oeffnungen empfingen, und dennoch waren diese Streifen dunkler als diejenigen Stellen des Papierschirms, welche nur von einer Oeffnung beleuchtet waren. In der That verschwanden diese dunklen Linien, sobald die eine Oeffnung zugehalten wurde, so daß nur durch die andere das Licht einfallen konnte. Grimaldi schloß aus dieser Erscheinung, daß ein erleuchteter Körper dunkler werden kann, wenn neues Licht zu dem hinzukommt, welches ihn schon erleuchtet, und suchte diese sonderbare Erscheinung durch Annahme von Lichtwellen zu erklären.

Während Grimaldi's Beugungsversuche vielfach wiederholt und abge-

ändert wurden, während man eifrig bemüht war, die Gesetze der Inflexion durch genaue Messungen zu ermitteln, ließ man die von Grimaldi ausgesprochene Idee, daß Dunkelheit durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen entstehen könne, ganz unbeachtet, man übersah gerade die Erscheinung, welche den Schlüssel zur Erklärung der Beugungsphänomene hätte geben können. Erst Young nahm diesen Gegenstand wieder auf; er beobachtete die hellen und dunkeln Streifen, welche hinter einem schmalen Körper entstehen, wenn man sie den von einem leuchtenden Punkte oder einer schmalen Lichtlinie ausgehenden Strahlen aussetzt, und fand, daß diese Streifen alsbald verschwinden, sobald das Licht an der einen Seite des schmalen Körpers vorbeizugehen hindert. Young hatte also durch diesen Versuch ebenfalls dargethan, daß zwei Lichtstrahlen, die sehr nahe nach einerlei Richtung fortgehen, bei ihrem Zusammentreffen nicht immer zur Verstärkung der Erleuchtung beitragen, sondern daß sie sich unter Umständen verstärken oder ihre Wirkung gegenseitig vernichten können. Diese gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen bezeichnete Young mit dem Namen der Interferenz.

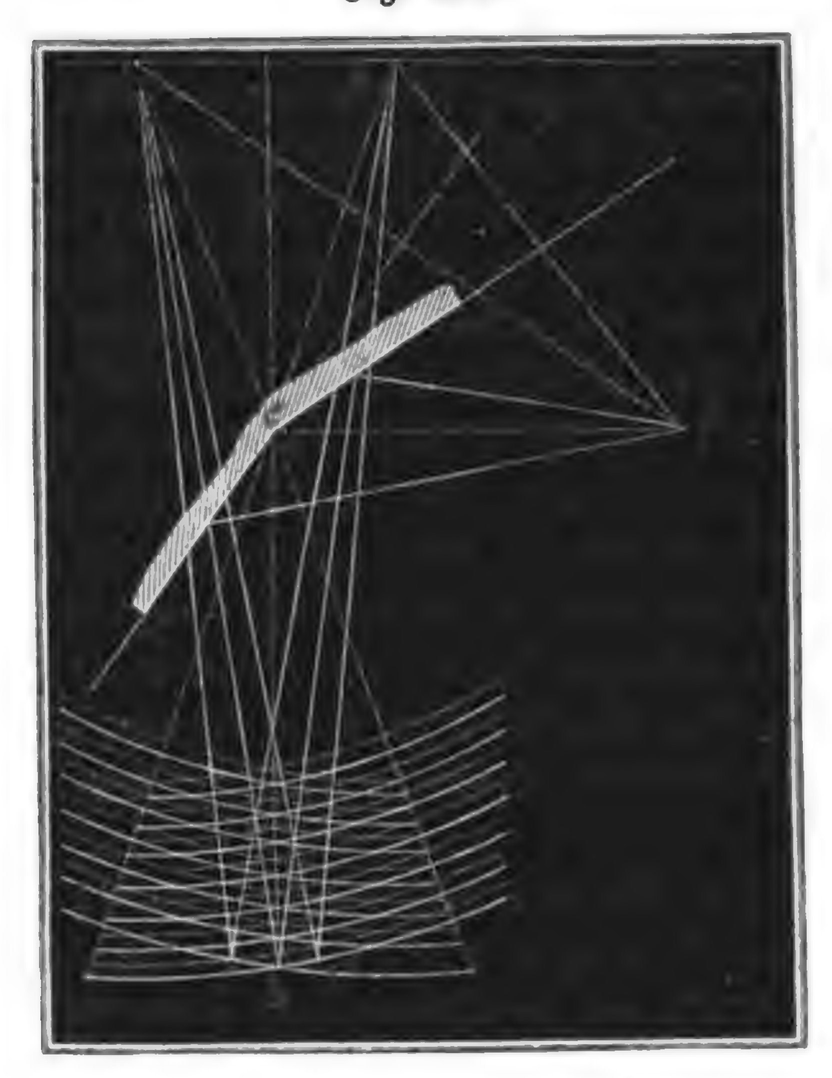
Solche Interferenzen lassen sich nun nach der Emanationstheorie durchaus nicht erklären. Young aber zeigte, daß der Weg, welchen die Lichtstrahlen durchlaufen, um von der Lichtquelle zu einem Punkte hinter dem schmalen Körper zu gelangen, der nicht gerade in der Mitte des geometrischen Schattens liegt, ungleich ist, je nach dem sie auf der einen oder andern Seite des schmalen Körpers vorbeigehen; wenn sich also das Licht durch eine Wellenbewegung fortpflanzt, so begreift man sehr wohl, wie die beiden Lichtstrahlen, welche in einem Punkte hinter dem schattengebenden Körper zusammentreffen, hier je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald mit gleichen, bald mit entgegengesetzten Schwingungszuständen ankommen, sich also gegenseitig verstärken oder aufheben können.

Fresnel's Spiegelversuch. Young's Interferenzversuch spricht ent- 215 scheidend für die Undulationstheorie; man könnte dagegen nur noch etwa einwenden, daß die ganze Erscheinung durch die Beugung des Lichts hervorgebracht wurde, deren Wesen selbst noch nicht gehörig erkannt worden war. Wollte man die Beugung des Lichts und alle damit zusammenhängenden Erscheinungen durch das Princip der Interferenzen erklären, so war zu wünschen, solche Interferenzen auch ohne Beugung hervorzubringen. Fresnel, der durch seine klassischen Arbeiten die Undulationstheorie vollkommen begründete, lös'te diese Aufgabe auf folgende Weise.

Zwei Metallspiegel sind neben einander so aufgestellt, daß die Ebenen beider vertikal sind, daß sie also in einer vertikalen Linie zusammenstoßen; der Winkel, den die beiden Spiegelebenen mit einander machen, muß sehr stumpf seyn, er darf nur wenig kleiner seyn als 180°. Die Fig. 536 stellt

den horizontalen Durchschnitt dieser beiden Spiegel dar; *mc* ist die spiegelnde Fläche des einen, *m'c* die des andern; *c* ist die in der Figur zum Punkte verkürzte Kante, in welcher die beiden Spiegelebenen zusammentreffen.

Fig. 536.



Wenn sich nun in *f* ein leuchtender Punkt befindet, so sendet er Strahlen auf beide Spiegel, es werden also zwei Spiegelbilder des leuchtenden Punktes entstehen, und zwar das eine in *p*, das andere in *p'*; diese beiden Bilder werden sehr nahe zusammenliegen, weil die Spiegelebenen fast zusammenfallen. In einiger Entfernung von den Spiegeln treffen nun die reflectirten Strahlen zusammen und bilden dadurch abwechselnd helle und dunkle vertikale Streifen. Ist *b* ein Punkt, welcher gleichweit von *p* und *p'* entfernt ist, so bildet sich in *b* ein heller Streifen, zu beiden Seiten desselben in *s* und *s'* ein dunkler, auf diese folgen wieder zwei helle in den Punkten *b'* und *b''*, zwei dunkle in *s''* und *s'''* u. s. w.

Da dieser Versuch ein Fundamentalversuch für die Undulationstheorie ist, so ist es nöthig, die Art und Weise, wie er anzustellen ist, näher auseinanderzusetzen.

Die Fig. 537 zeigt die Art und Weise, wie Fresnel seine Spiegel befestigte; durch eine Feder und mehrere Schrauben ist es möglich, den Winkel der beiden Spiegel nach Belieben größer oder kleiner zu machen.

Fig. 537.

Sehr leicht lassen sich Interferenzspiegel auf folgende Weise herrichten: Auf die obere Fläche eines Holzklötzchens, welches ungefähr 10 Centimeter lang, 2^cm hoch und 3^cm breit ist, klebe man an drei Stellen, nämlich in der Mitte und gegen jedes Ende hin, etwas weiches Wachs auf und lege darauf zwei Stücke von geschliffenem Spiegelglas, von denen jedes nahe 5^cm lang und

fast 3^{cm} breit ist. Diese beiden Spiegel müssen auf dem mittleren Wachsstücke zusammenstoßen. Wenn man nun hier, wo beide Spiegel an einander gränzen, dieselben etwas stärker auf das Wachs aufdrückt als an den Enden, so kann man es leicht dahin bringen, daß die Ebenen der beiden Spiegel einen sehr stumpfen Winkel mit einander machen. Ganz besonders kommt es darauf an, daß da, wo die beiden Spiegel zusammenstoßen, keiner über den andern auch nur im Mindesten vorstehe, wovon man sich durch das Gefühl der Fingerspitzen überzeugen kann; man darf hier nicht die mindeste Unterbrechung fühlen, wenn man mit dem Finger (nicht mit dem Nagel) über diese Stelle hinfährt. Die Spiegel müssen natürlich auf der Rückseite geschwärzt seyn.

Was den Winkel betrifft, den die Spiegel mit einander machen sollen, so muß er so groß seyn, daß die beiden Bilder einer ungefähr 8 bis 10 Schritte entfernten Kerzenflamme nur um den Durchmesser dieser Kerzenflamme von einander getrennt erscheinen; wird der Winkel noch größer, so daß die beiden Bilder noch näher rücken, so wird die Interferenzerscheinung noch deutlicher.

Fig. 538.

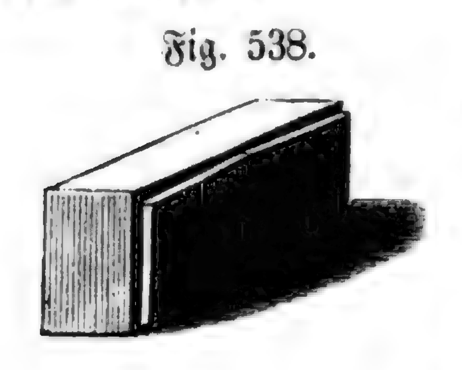


Fig. 539.

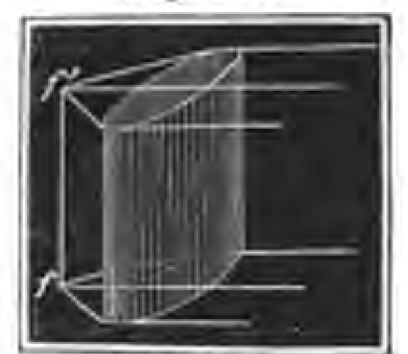
Fig. 538 stellt ein Paar auf diese Weise hergerichteter Interferenzspiegel dar.

Pouillet ersetzte die Interferenzspiegel durch ein Interferenzprisma, welches Fig. 539 im Durchschnitte dargestellt ist. Die beiden Facetten *a* und *b* machen einen sehr stumpfen Winkel mit einander, so daß die von einem leuchtenden Punkte hinter dem Prisma ausgehenden Strahlen nach dem Durchgange durch dasselbe so fortgehen, als ob sie von den zwei nahe bei einander liegenden Punkten ausgegangen wären; die durch die eine Facette gegangenen Strahlen werden also mit den von der andern Facette her kommenden gerade so unter einem sehr spitzen Winkel zusammentreffen, wie dies auch bei den Interferenzspiegeln der Fall ist.

Zum leuchtenden Gegenstande wendet man am besten eine feine Lichtlinie an; man kann sich dieselbe auf mancherlei Art verschaffen; entweder bringt man in dem Laden eines dunkeln Zimmers einen ungefähr 1^{mm} breiten vertikal stehenden Spalt an, durch welchen die von einem vor den Laden angebrachten Spiegel reflectirten Strahlen in horizontaler Richtung eintreten, oder man setzt einen solchen Spalt vor die Flamme einer argandischen Lampe, ja es reicht eine hell brennende Kerzenflamme ohne allen Schirm schon hin, wenn man dieselbe wenigstens in einer Entfernung von 10 bis 12 Schritten von den Spiegeln oder dem Interferenzprisma aufstellt.

Fresnel erzeugte die feine Lichtlinie durch eine Cylinderlinse; eine solche Linse, Fig. 540, ist durch zwei Cylindersegmente gebildet, während eine gewöhnliche Linse durch zwei Kugelsegmente gebildet wird; dem Brennpunkte der gewöhnlichen Linse entspricht bei diesen eine Brennlinie $f f'$. Diese Brennlinie bildet den leuchtenden Streifen.

Fig. 540.

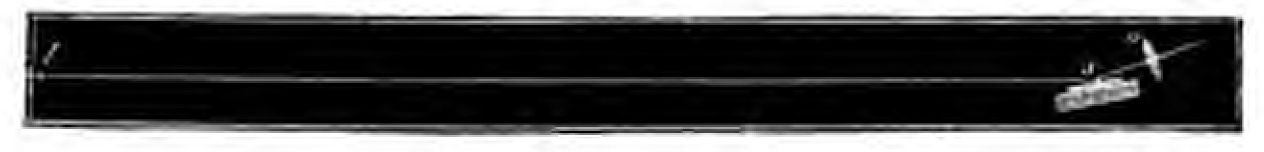


Auch der Lichtstreif auf einem in der Sonne liegenden glänzenden Metallstäbchen oder einem innen geschwärzten Glasröhrchen kann sehr gut zu diesem Interferenzversuche angewandt werden.

Selbst wenn die Lichtquelle keine Lichtlinie, sondern nur ein leuchtender Punkt ist, lassen sich die Interferenzstreifen noch sehr gut zeigen; einen leuchtenden Punkt erhält man, wenn man statt des Schirmes mit dem Spalte einen Schirm mit einer kleinen runden Oeffnung von 1 bis 2 Millimeter Durchmesser vor den Spiegel, welcher die Sonnenstrahlen reflectirt, oder vor die Lampenflammen setzt. Ferner ist zu diesem und zu vielen der folgenden Versuche ein sehr brauchbarer Lichtpunkt das Sonnenbildchen im Focus einer gewöhnlichen Linse von kurzer Brennweite; dann das Sonnenbildchen auf einer Metallkugel, einem Metallknopfe, einer etwas großen Thermometerkugel, einem innen geschwärzten Uhrglase u. s. w.

Fig. 541 zeigt die Anordnung des Versuchs für die Interferenzspiegel:

Fig. 541.



l ist die Lichtquelle, *s* sind die Spiegel, *o* ist die Luppe, durch welche man die Streifen beobachtet, denn sie sind doch meistens zu fein, um mit bloßem Auge wahrgenommen werden zu können.

Es versteht sich von selbst, daß sich die Lichtquelle, die Spiegel und das Auge in einer Horizontalebene befinden müssen.

Will man die Interferenzstreifen mit dem Prisma beobachten, so befestigt man am besten das Interferenzprisma mit seiner Fassung auf einem Stativ und stellt dahinter die Luppe in einer Entfernung von 2 bis 3 Decimeter auf, wie man Fig. 542 a. f. S. sieht; die Lichtquelle, die Mitte des Prismas und die Axe der Luppe müssen in einer geraden Linie liegen.

Digitized by Google

Fig. 542.

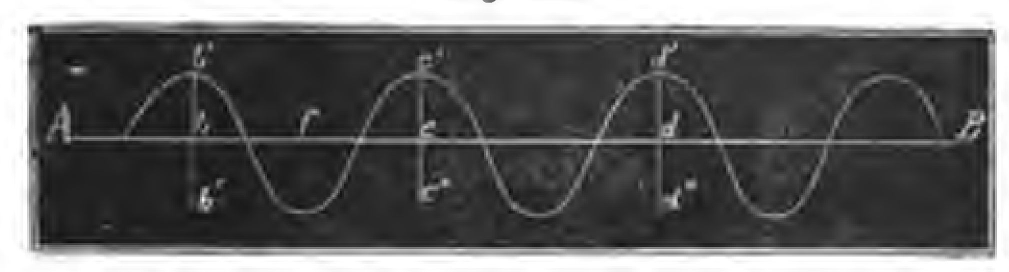
Bringt man vor das Auge ein ziemlich homogenes, etwa ein rothes Glas, so sieht man nur abwechselnd helle und dunkle Streifen, wendet man dagegen kein homogenes, sondern nur weißes Licht an, so erscheinen die Streifen mit verschiedenen Farben gesäumt.

Wir wollen jetzt sehen, wie die Undulationstheorie diese Erscheinung zu erklären im Stande ist.

Elemente der Vibrationstheorie. 216 Die Theilchen eines leuchtenden Körpers vibriren auf ähnliche Weise, wie dies bei den schallenden Körpern der Fall ist, nur sind die Lichtvibrationen ungleich schneller als die Schallschwingungen, dann aber werden sie auch nicht durch die wägbare Materie selbst, sondern durch den Lichtäther fortgepflanzt.

Wenn sich ein Lichtstrahl in der Richtung von A nach B, Fig. 543,

Fig. 543.



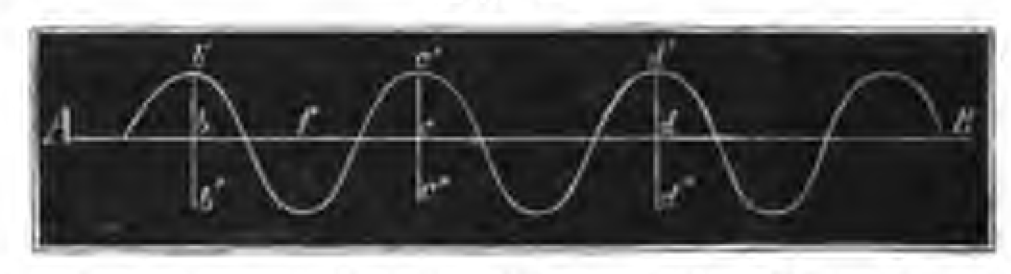
verbreitet, so vibriren alle Aethertheilchen, welche im Zustande des Gleichgewichts auf der geraden Linie AB liegen würden, in Richtungen, welche rechtwinklig auf AB stehen, ungefähr so, wie die Theile eines gespannten Seiles schwingen, wenn man an dem einen Ende einen kräftigen Schlag gegen dasselbe geführt hat. Die Kurve in Fig. 543 stellt die gegenseitige Stellung der vibrirenden Moleküle in einem bestimmten Momente der Bewegung dar.

Betrachten wir die Schwingungen eines Aethermoleküls etwas genauer. Das Theilchen, dessen Gleichgewichtslage in b ist, vibrirt beständig zwischen den Punkten b' und b''. In b' ist seine Geschwindigkeit Null, je mehr sich aber das Theilchen der Gleichgewichtslage nähert, desto mehr wächst seine Geschwindigkeit, welche ihr Maximum in dem Momente erreicht, in welchem das Molekül die Gleichgewichtslage passirt; von nun an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, bis sie endlich in b'' wieder Null wird, worauf dann die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung beginnt.

Digitized by Google

Obgleich sich das Licht mit außerordentlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so geschieht diese Fortpflanzung doch nicht momentan; die Vibrationen eines Aethermoleküls theilen sich also auch nicht momentan den in der Richtung des Strahls ihm folgenden Molekülen mit. Stellen wir uns vor, die ganze Reihe von Molekülen auf der Linie *A B* sey in Ruhe. Wenn nun das

Fig. 544.



Molekül in *b* in einem bestimmten Moment seine Vibrationen beginnt, so werden alle weiter nach *B* hin liegenden Moleküle später zu vibriren beginnen, und zwar um so später, je weiter sie von *b* liegen; während das Molekül *b* eine vollständige Oscillation macht, d. h. während es von *b'* nach *b''* und wieder zurück nach *b'* sich bewegt, wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Molekül *c* fortpflanzen, so daß dieses Molekül seine erste Vibration in demselben Moment beginnt, in welchem *b* seine zweite anfängt. Von nun an werden die Moleküle *b* und *c* stets in gleichen Schwingungszuständen sich befinden, d. h. sie werden gleichzeitig nach derselben Seite hin sich bewegend die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig das Maximum der Ausweichung auf der einen und auf der andern Seite von *AB* erreichen.

Die Entfernung *bc* zweier Aethermoleküle, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden, heißt, wie wir schon früher gesehen haben, eine Wellenlänge. Wenn *cd* auch eine Wellenlänge ist, so wird das Molekül *d* seine erste Oscillation in demselben Augenblick beginnen, in welchem *c* seine zweite und *b* seine dritte Oscillation beginnt; *d* wird von nun an mit *c* und *b* sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Wenn *f* in der Mitte zwischen *b* und *c* liegt, d. h. wenn es um eine halbe Wellenlänge von *b* entfernt ist, so befindet sich das Molekül in *f* stets in Schwingungszuständen, welche denen der Moleküle in *b* und *c* entgegengesetzt sind. Wenn *b* und *c* das Maximum der Ausweichung oberhalb *AB* erreichen, so erreicht *f* das Maximum der entgegengesetzten Seite. Das Molekül *f* passirt mit *b* und *c* gleichzeitig die Gleichgewichtslage, allein in entgegengesetzter Richtung sich bewegend.

Wenn zwei Aethertheilchen auf dem Wege eines Lichtstrahls um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von einander entfernt sind, so sind sie stets von gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt. Dasselbe gilt von solchen Theilchen, die um $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$ u. s. w. Wellenlängen von einander abstehen.

Die Wellenlänge ist für die verschiedenen Farben nicht gleich; am

größten ist die Wellenlänge der rothen, am kleinsten die Wellenlänge der violeten Strahlen. Wir werden bald sehen, wie es möglich war, die Wellenlänge der verschiedenfarbigen Strahlen mit außerordentlicher Genauigkeit zu bestimmen.

Mit der ungleichen Wellenlänge hängt auch die ungleiche Schwingungsdauer zusammen; die Vibrationen der violeten Strahlen sind die schnellsten, die der rothen dagegen die langsamsten.

Man sieht also, daß beim Licht die Verschiedenheit der Farben der ungleichen Höhe und Tiefe der Töne entspricht.

Die Intensität des Lichts hängt von der Vibrationsintensität, der Größe der Oscillationsamplitude ab. Je größer die Entfernung der Punkte $b' \, b''$, $c' \, c''$ u. s. w. ist, zwischen welchen ein Aethertheilchen hin und her schwingt, desto größer ist die Intensität des Lichtstrahls, welcher durch diese Schwingungen fortgepflanzt wird. Aus Gründen, deren Entwicklung uns hier zu weit führen würde, nimmt man an, daß die Intensität des Lichts dem Quadrate der Vibrationsintensität und nicht der Vibrationsintensität selbst proportional ist; einer 2, 3, 4 mal größern Vibrationsintensität entspricht also eine 4, 9, 16fache Intensität des Lichts.

Von der Art und Weise, wie sich von einem leuchtenden Punkte aus die Lichtwellen ringsum verbreiten, kann man sich ein recht deutliches Bild machen, wenn man die Wellen betrachtet, welche auf der Oberfläche eines stillstehenden Wassers entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft, und die wir auch schon oben betrachtet haben. Von der Stelle aus, an welcher der Stein in das Wasser einsank, verbreiten sich ringsum kreisförmige Wellen; das Fortschreiten dieser Wellen von dem Mittelpunkte der Bewegung aus rührt aber nicht daher, daß die einzelnen Wassertheilchen eine solche fortschreitende Bewegung haben, denn wenn ein leichter Körper, etwa ein Stückchen Holz, in dem Bereiche der Wellenbewegung auf dem Wasser schwimmt, so sieht man dasselbe nur auf- und niedergehen. Die Wassertheilchen an der Stelle, an welcher der Stein ins Wasser fiel, gehen abwechselnd auf und nieder, und diese Bewegungp flanzt sich ringsum mit gleicher Geschwindigkeit fort; alle Wassertheilchen also, welche gleichweit von dem Mittelpunkte entfernt sind, werden sich auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, d. h. sie werden gleichzeitig ihre höchste und gleichzeitig ihre tiefste Stellung erreichen, es werden sich also concentrische Wellenberge und Wellenthäler bilden, wie dies durch Fig. 545 anschaulich gemacht werden soll. Wenn für einen

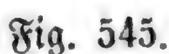


Fig. 545.

bestimmten Moment die ausgezogenen Kreise den Wellenbergen, die punktirten aber den Wellenthälern entsprechen, so werden die Wellenberge nach außen hin in der Weise fortschreiten, daß nach einer kurzen Zeit gerade an den punktirten Stellen sich die Wellenberge befinden, die Thäler aber in den ausgezogenen Kreisen.

Sämmtliche Wassertheilchen, welche zwischen zwei auf einander folgenden Wellenbergen oder zwei Wellenthälern liegen, bilden eine **Welle**, die **Wellenlänge** aber ist die Entfernung von einem Wellenberge zum nächsten oder von einem Wellenthale zum folgenden. Während ein Wassertheilchen, etwa a, von seiner höchsten Stellung niedergeht und dann wieder bis zur Gipfelhöhe eines Wellenberges aufsteigt, wird der Wellenberg um eine Wellenlänge fortschreiten; bezeichnen wir mit v die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten, mit t die Schwingungsdauer, also die Zeit, welche während des Nieder- und Aufgangs eines Wassertheilchens vergeht, so ist offenbar

Fig. 546.

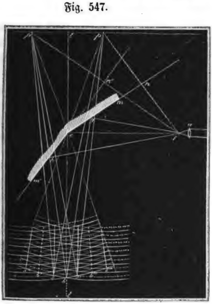
$$\lambda = v \,.\, t,$$

wenn λ die Wellenlänge bezeichnet. Diese Beziehung zwischen Wellenlänge, Schwingungsdauer und Fortpflanzungsgeschwindigkeit findet auch bei den Lichtvibrationen Statt.

So wie sich die Wasserwellen in concentrischen Kreisen um den Oscillationsmittelpunkt verbreiten, so verbreiten sich die Lichtvibrationen in concentrischen Kugelschichten um die Lichtquelle; die **Oberfläche der Lichtwellen** ist kugelförmig, wenigstens so lange die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen hin dieselbe bleibt.

Diese Principien reichen hin, die **Fresnel'schen** Interferenzstreifen zu erklären. Die von f, Fig. 547, ausgehenden Strahlen werden durch den Spiegel cm so reflectirt, als ob sie von p ausgegangen wären. Betrachten wir zunächst den reflectirten Strahl gb, so müssen alle Vibrationen, welche diesen Strahl fortpflanzen, rechtwinklich auf der Richtung gb seyn, ein Aethertheilchen in b wird etwa abwechselnd nach der rechten und dann wieder nach der linken Seite vibriren. Durch b ist nun ein Kreis um den Mittelpunkt p gezogen, und alle auf diesem Kreise liegenden Punkte s, b', s'' werden durch die vom Spiegel cm reflectirten Strahlen gleichzeitig in denselben Schwingungszustand versetzt, d. h. in demselben Augenblick, in welchem das Theilchen b durch den in der Richtung $g\,b$ reflectirten Strahl von der Rechten zur Linken getrieben wird, sind die Aethertheilchen in s, b', s'' u. s. w. in derselben Weise afficirt.

Fig. 547.



Ein zweiter Kreis ist um p durch den Punkt s' gezogen; der Halbmesser dieses Kreises ist kleiner, und zwar wollen wir annehmen, daß die Differenz der beiden Radien $^1/_2$ Wellenlänge betrage, so ist klar, daß alle auf diesem letztern Kreise liegenden Aethertheilchen sich stets in Schwingungszuständen befinden, welche denen der Aethertheilchen auf dem zuerst besprochenen Kreise entgegengesetzt sind.

So sind nun noch mehrere Kreise um p gezogen, und zwar beträgt die Entfernung zwischen zwei ausgezogenen Kreisen eine ganze, die Entfernung zwischen einem ausgezogenen und einem punktirten Kreise $^1/_2$ Wellenlänge.

Eine ähnliche Reihe von Kreisen ist um den Punkt p' gezogen, und aus diesen Kreisen ersieht man, in welchen Schwingungszustand die Aethertheilchen durch die vom Spiegel $c\,m'$ reflectirten Wellen versetzt werden.

Betrachten wir nun den Effect, welcher durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme hervorgebracht wird.

Der Punkt b liegt gleichweit von p und p' entfernt, folglich ist der Weg $f\,g\,b$ gleich dem Wege $f\,h\,b$, das Aethertheilchen b wird also gleichzeitig durch die beiden Wellensysteme nach derselben Seite hin getrieben; hier wird sich also die Wirkung der beiden Wellensysteme summiren, die Vibrationsintensität des Aethertheilchens b wird also doppelt so groß seyn, als wenn es nur durch ein Wellensystem afficirt worden wäre.

Das Theilchen in s wird durch die vom Spiegel $c\,m$ reflectirten Lichtwellen ebenso afficirt wie b, durch das andere Wellensystem aber gerade in entgegengesetzter Richtung, die Wirkung des einen Wellensystems wird also hier durch die des andern aufgehoben, in s also wird Dunkelheit entstehen.

Ebenso wird in b' und b'', kurz in allen Punkten, in denen sich zwei ausgezogene oder zwei punktirte Kreise schneiden, das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme eine Vermehrung der Lichtintensität zur Folge haben,

Digitized by Google

während in allen Stellen, in welchen sich ein ausgezogener und ein punktirter Kreis schneiden, gar keine Vibrationen stattfinden, also Dunkelheit herrscht.

Fresnel hat mit der größten Genauigkeit die Breite der Streifen, d. h. die Entfernung eines dunklen Streifens vom andern, den Winkel, den die Spiegel mit einander machen, und die Entfernung der Lichtquelle gemessen, und konnte auf diese Weise zeigen, daß in der That die Strahlen, welche, von f ausgehend, durch den Spiegel cm nach b, nach s', b', s''' u. s. w. gelangen, ungleiche Wege zurückgelegt haben, daß die Differenz dieser Wege gleich ist, daß also $pb - ps' = ps' - pb'' = pb'' - ps'''$ u. s. w.

Diese Differenz, welche sich aus den Messungen berechnen läßt, ist aber nichts anderes als die halbe Wellenlänge.

Betrachtet man die Streifen durch ein rothes Glas, so sind sie breiter, als wenn man ein grünes anwendet, daraus folgt aber, daß die Wellenlänge für die rothen Strahlen größer ist als für die grünen. Ueberhaupt sind die Wellenlängen der farbigen Strahlen um so kürzer, je brechbarer diese Strahlen sind. Da die hellen und dunklen Streifen für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht genau an dieselben Stellen fallen, so können die Streifen bei Anwendung von weißem Licht auch nicht rein weiß und schwarz erscheinen, sondern sie müssen farbige Säume zeigen, die um so deutlicher werden, je breiter überhaupt die Streifen sind. Nähere Auskunft über diese farbigen Säume findet man weiter unten.

Durch den Fresnel'schen Spiegelversuch ist also das Princip der Interferenzen begründet. Dieses Princip ist für die physikalische Theorie des Lichts von der größten Wichtigkeit, wir wollen deshalb versuchen, dasselbe durch Zeichnungen möglichst anschaulich zu machen.

In Fig. 548 mögen die Linien AB und CD zwei elementare Licht-

Fig. 548.

strahlen darstellen, welche, von einer Lichtquelle ausgehend, auf verschiedenen Wegen zu dem Punkte a gelangen und sich hier unter einem sehr spitzen Winkel schneiden. Wenn der Weg, welchen der Lichtstrahl CD von der Lichtquelle an bis zu dem Punkte a zurückgelegt hat, gerade eben so groß oder um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen größer ist als die Länge von der Lichtquelle bis zum Punkte a auf dem Wege des andern Strahls, so werden die beiden Strahlen in a in der Weise zusammenwirken, wie es die Fig. 548 darstellt.

Digitized by Google

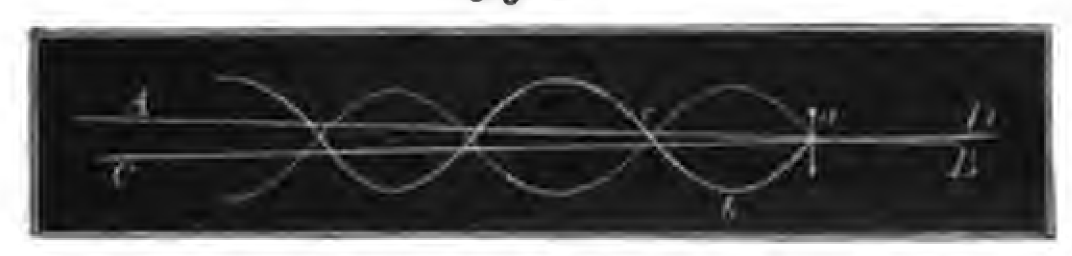
Die Wellenlinie $a\ b\ c\ d$ u. s. w. stellt für irgend einen Moment die gegenseitige Lage der Aethertheilchen dar, welche den Strahl in der Richtung AB fortpflanzen. Das Theilchen b hat eben seine äußerste Stellung unterhalb AB erreicht, das Theilchen a passirt eben die Gleichgewichtslage in der Richtung, welche der kleine Pfeil andeutet.

Die punktirte Wellenlinie zeigt uns den gleichzeitigen Oscillationszustand der Aethertheilchen, welche den Lichtstrahl CD fortpflanzen. Wenn beide Strahlen von der Lichtquelle bis zum Punkte a gleiche Wege durchlaufen haben, so wird das Theilchen a gleichzeitig durch die Vibrationen beider Strahlen auf dieselbe Weise afficirt werden; in dem durch unsre Zeichnung dargestellten Moment wird das Theilchen a durch das zweite Wellensystem ebenfalls nach unten getrieben, die Vibrationsintensität ist also doppelt so groß, als wenn seine Bewegung nur durch die Vibrationen des einen Lichtstrahls bedingt wäre.

In derselben Weise müssen sich auch die Vibrationen zweier Lichtstrahlen unterstützen, welche in einem Punkte zusammentreffen und die in ihrem Gange um irgend ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander abweichen.

Die Fig. 549 versinnlicht das Zusammenwirken zweier Strahlen, von

Fig. 549.



denen der eine dem andern um eine halbe oder irgend ein **ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge** vorausgeeilt ist. Durch die Vibrationen des einen Strahls (die ihm entsprechende Wellenlinie ist ausgezogen, während die dem andern Strahl entsprechende punktirt ist) wird das Theilchen a in demselben Augenblick nach oben getrieben, in welchem die Vibrationen des andern Strahls dasselbe mit gleicher Kraft abwärts zu bewegen streben, die beiden entgegengesetzten Kräfte heben sich also auf, das Theilchen a bleibt in Ruhe.

Wir haben bisher nur diejenigen Fälle betrachtet, in welchen der Gangunterschied der interferirenden Strahlen ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Wenn der Gangunterschied zwischen diese Gränzen fällt, so wird durch die Interferenz der beiden Strahlen auch eine Wirkung hervorgebracht, welche zwischen den Wirkungen der besprochenen Gränzfälle liegt, d. h. es wird keine vollkommene Vernichtung der Vibrationen, aber auch keine Verdoppelung der Vibrationsintensität eintreten können. Die wirklich hervorge-

brachte Vibrationsintensität nähert sich mehr dem einen oder dem andern dieser Gränzwerthe, je nachdem die Gangunterschiede sich mehr einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge oder einem Vielfachen einer ganzen Wellenlänge nähern.

217 **Erklärung der Spiegelung, der Brechung und der Dispersion des Lichts durch die Vibrationstheorie.** Wenn eine Lichtwelle auf irgend ein Medium trifft, in welchem die Elasticität des Aethers größer oder kleiner ist als in dem Mittel, in welchem sie sich bis dahin fortpflanzte, so theilt sie sich in zwei Wellensysteme, von welchen das eine in das Mittel zurückgeht, welches bis dahin die Wellen fortpflanzte, während das zweite Wellensystem in das andere Mittel übergeht; die Richtung beider Wellensysteme weicht von der der einfallenden Wellen ab; das eine System erzeugt die reflectirten, das andere die gebrochenen Strahlen.

Betrachten wir zunächst die Reflexion etwas näher.

In Fig. 550 sey *am* ein Lichtstrahl, welcher in *m* die Trennungsfläche zweier Mittel trifft; durch die Vibrationen dieses Strahls wird nun offenbar das in *m* befindliche Aethertheilchen erschüttert; die Vibrationen des Aethertheilchens in *m* pflanzen sich aber nach allen Seiten hin fort, gerade so, als ob *m* selbst ein leuchtender Punkt wäre. Man sollte demnach meinen, daß sich von *m* aus nach allen Seiten hin Lichtstrahlen verbreiten würden; gewissermaßen ist dies auch der Fall, aber die Vibrationen eines einzigen elementaren Strahls bringen für sich noch keine Wirkung hervor; das, was wir einen Lichtstrahl nennen, besteht aus einer Reihe paralleler elementarer Strahlen, in welchen die entsprechenden Theilchen sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so daß sich ihre Vibrationen gegenseitig unterstützen.

Fig. 550.

Es sey nun *a' m'* ein zweiter, *a'' k* ein dritter elementarer Lichtstrahl, welcher von derselben Lichtquelle kommt; wenn diese Lichtquelle hinlänglich weit entfernt ist, so können die Strahlen *a m*, *a' m'*, *a'' k* als parallel, und die durch *m* und *n* gehende Wellenoberfläche zwischen *m* und *n* als eben betrachtet werden. Diese ebene Welle wird nun in *m* zuerst, später in *n* und noch später in *k* die trennende Oberfläche treffen. Während nun die ebene Welle von *n* bis *k* fortschreitet, verbreitet sich von dem schon früher getroffenen Punkte *m* aus eine sphärische Welle, deren Halbmesser

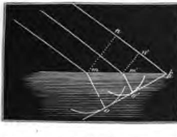
mo der Entfernung nk gleich ist. Denken wir uns ferner $m'n'$ parallel mit mn gezogen, so wird die von m' aus divergirende Welle eine Kugeloberfläche erreichen, deren Radius $m'o'$ gleich $n'k$ ist, während die obere Welle von n' nach k geht. Auf dieselbe Weise werden nun von allen zwischen m und k liegenden Punkten elementare Kugelwellen ausgehen, und eine Fläche, welche alle diese elementaren Kugelwellen gleichzeitig berührt, ist die reflectirte Welle.

Da sich nun $m\,o$ und $m'o'$ verhalten wie $m\,k$ und $m'\,k$, so ist klar, daß die Fläche, welche alle entsprechenden elementaren Kugelflächen berührt, eben ist. Diese reflectirte Welle schreitet nun parallel mit sich selbst fort, und die Richtung der Lichtstrahlen, welche sie erzeugt, ist rechtwinklig auf ok; das reflectirte Lichtbündel wird durch die elementaren Strahlen $m\,l$, $m's$, kr und die dazwischen liegenden gebildet, welche sich gegenseitig unterstützen, also einen wirksamen Lichtstrahl bilden, weil die entsprechenden Aethertheilchen, wie l, s und r, sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Das Dreieck $m\,n\,k$ ist dem Dreieck $m\,o\,k$ gleich, denn $m\,k$ ist beiden gemeinschaftlich, $n\,k = m\,o$ und der Winkel bei o gleich dem bei n, denn beide sind rechte; daraus folgt nun aber, daß der Winkel nkm gleich ist dem Winkel $o\,m\,k$, d. h. daß die einfallenden und reflectirten Strahlen gleiche Winkel mit der spiegelnden Ebene machen. Das Spiegelungsgesetz ergiebt sich also als eine nothwendige Folge aus der Undulationstheorie.

Das Brechungsgesetz läßt sich auf ganz ähnliche Weise ableiten. Es sey in einem bestimmten Moment mn die Lage der einfallenden ebenen Welle; in demselben Moment, in welchem die ebene Welle in n ankommt, wird m der Mittelpunkt eines sphärischen Wellensystems, welches sich auch in dem andern Mittel verbreitet; weil aber die Elasticität des Aethers in diesem zweiten Mittel eine andere ist als in dem Mittel, in welchem sich die Lichtstrahlen bis dahin bewegten, so pflanzen sich die Lichtwellen in beiden Mitteln auch nicht mit gleicher Geschwindigkeit fort; während sich die ebene Welle von n bis k fortbewegt, gelangt die von m ausgehende entsprechende Elementarwelle bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Radius $m\,o$ kleiner ist als $n\,k$, wenn das zweite Mittel stärker brechend ist als das erste. Die einfallende ebene Welle kommt

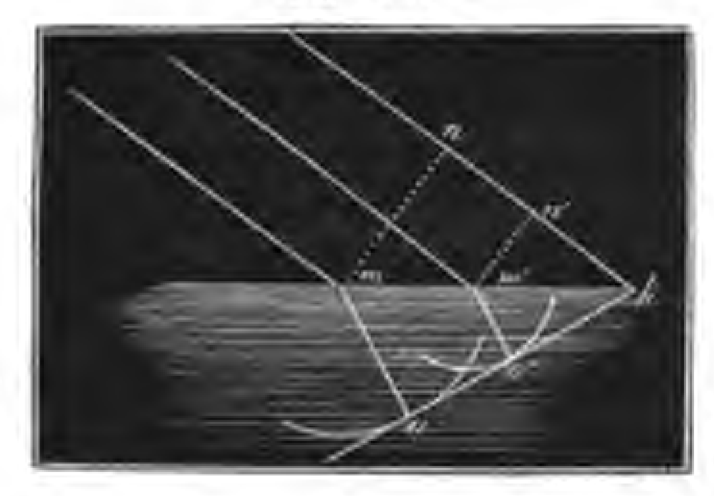
Fig. 551.



Digitized by Google

auch gleichzeitig in m' und n' an, und während sie von n' bis k fortgeht, verbreitet sich die entsprechende elementare Welle von m' bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Halbmesser $m'o'$ sich zu mo verhält wie $n'k$ zu nk. Alle die von den verschiedenen zwischen m und k liegenden Punkten ausgehenden sphärischen Elementarwellen, welche von derselben einfallenden ebenen Welle herrühren, werden also sämmtlich durch eine und dieselbe Ebene $k\,o'\,o$ berührt, und parallel mit dieser Ebene pflanzt sich die gebrochene Welle fort.

Fig. 552.



Die Längen nk und mo verhalten sich wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen in den beiden Mitteln, sie stehen also unter einander in einem constanten Verhältniß; nehmen wir nun aber die Länge mk zur Längeneinheit, so ist $nk = \sin. nmk$ und $m\,o = \sin. m\,k\,o$; wir sehen also, daß der Undulationstheorie zufolge die Sinus der Winkel nmk und mko, d. h. die Sinus der Winkel, welche die einfallende und die gebrochene Welle mit der brechenden Fläche machen, in einem beständigen Verhältniß stehen müssen. Es ist aber der Winkel, welchen die einfallende Welle mn mit der brechenden Oberfläche macht, gleich dem Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen die gebrochene Welle $k\,o$ mit der brechenden Fläche macht, gleich dem Brechungswinkel; folglich muß nach der Undulationstheorie der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältniß stehen, was auch mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Diese Ableitung der Spiegelungs- und Brechungsgesetze ist schon von Huyghens entwickelt worden. Der Grundsatz, daß wirksame Lichtstrahlen erst durch das Zusammenwirken von Elementarstrahlen gebildet werden, ist nach ihm das Huyghens'sche Princip genannt worden.

Die Dispersion (Farbenzerstreuung) des Lichtes erklärt sich dadurch, daß die Wellen derjenigen Strahlen, welchen eine größere Schwingungsgeschwindigkeit zukommt, beim Eintritt in ein brechendes Mittel in einem stärkern Verhältniß verkürzt werden. Cauchy (Memoire sur la dispersion de la lumière, Prague 1836) hat gezeigt, daß überhaupt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwellen von ihrer Schwingungsdauer abhängt, und daß die Art der Abhängigkeit durch die Natur des Mittels bedingt sey, in welchem sich die Wellen fortpflanzen. Ohne Anwendung höherer Rechnung ist hier ein weiteres Eingehen nicht wohl möglich.

Digitized by Google

Die Beugungserscheinungen. Es ist schon oben bemerkt worden, 218
daß zuerst Grimaldi die Ablenkung beobachtete, welche die Lichtstrahlen bei ihrem Vorübergang an den Rändern undurchsichtiger Körper erleiden. Nach ihm wurden die Beugungserscheinungen besonders von Newton studirt; durch seine Bemühungen, sowie durch die Untersuchungen mehrerer späteren Physiker wurden allerdings die empirischen Gesetze derselben ermittelt, allein erst Young, indem er die Diffractionsphänomene durch die Wellentheorie zu erklären versuchte, fand einen inneren Zusammenhang dieser merkwürdigen Erscheinungen auf. Fresnel ging auf dem betretenen Wege weiter und entwickelte in seinem Memoire sur la diffraction de la lumière eine Theorie der Beugungserscheinungen, welche durch Fraunhofer, Herschel und Schwerd noch weiter ausgebildet, ja wir können sagen, vollendet wurde. Fresnel untersuchte und erklärte alle Beugungserscheinungen, welche durch einen ganz schmalen Spalt oder durch einen ganz schmalen undurchsichtigen Körper hervorgebracht werden. Fraunhofer bereicherte die Wissenschaft durch die Untersuchungen der durch Gitter hervorgebrachten Erscheinungen. Herschel begann die Phänomene zu untersuchen, welche sowohl durch eine als auch durch mehrere dreieckige, quadratische und kreisförmige Oeffnungen hervorgebracht werden. Schwerd endlich gab eine vollständige Erklärung aller Beugungserscheinungen, welche man durch Oeffnungen von beliebiger Form, von beliebiger Zahl und gegenseitiger Stellung beobachtet.

Gehen wir nun zur näheren Betrachtung der Erscheinungen über.

Läßt man durch eine feine Oeffnung einen Sonnenstrahl in ein dunkles Zimmer eintreten, bringt man in die Axe dieses Lichtstrahls 2 bis 3 Meter von der Oeffnung eine dünne Metallplatte, in welche mit einer Nadel ein ganz feines Loch gebohrt ist, so kann man das durch diese zweite Oeffnung hindurchgegangene Licht auf einem weißen Schirm oder besser auf einer mattgeschliffenen Glasplatte in einiger Entfernung auffangen. Man sieht aber unter diesen Umständen nicht bloß einen einfachen weißen runden Fleck, sondern dieser Fleck ist von mehreren Ringen umgeben, deren Durchmesser weit größer ist als es möglich wäre, wenn die Lichtstrahlen ihre geradlinige Richtung verfolgt hätten.

Hätte man statt der feinen kreisförmigen Oeffnung eine feine Spalte angewandt, so würde man auf der Tafel statt der concentrischen Ringe abwechselnd helle und dunkle mit der Spalte parallele Streifen gesehen haben.

Auf ähnliche Weise kann man die Streifen im Schatten schmaler Körper beobachten.

Fresnel ersann eine andere Beobachtungsmethode, welche die Streifen und Ringe ungleich deutlicher und schärfer zeigt, als es bei dem Auffangen auf einem Schirm möglich ist; als Lichtquelle benutzte er die im Brennpunkt

einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer Cylinderlinse concentrirten Sonnenstrahlen und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Lupe ganz in der Weise, die wir schon bei den Versuchen mit den Interferenzspiegeln kennen gelernt haben.

Fraunhofer setzte die beugende Oeffnung unmittelbar vor das Objectiv eines Fernrohrs, welches auf die Lichtquelle gerichtet war, und betrachtete die Erscheinung durch das Ocular. Diese Beobachtungsmethode ist unstreitig die vollkommenste und gestattet zugleich eine sehr genaue Messung, wovon noch weiter unten die Rede seyn wird.

Die einfachsten Vorrichtungen zur Beobachtung der Beugungserscheinungen hat Schwerd angegeben. Die wesentlichste Erleichterung besteht darin, daß er das dunkle Zimmer entbehrlich machte; einen Lichtpunkt liefert das innen geschwärzte Uhrglas oder ein Metallknopf, eine Lichtlinie ein innen geschwärztes Glasröhrchen.

Wenn die Oeffnungen sehr fein sind, so sieht man die Beugungserscheinungen schon sehr schön, wenn man die Oeffaung unmittelbar vor das Auge hält und nach dem Lichtpunkte hinsieht. Solche feine Oeffnungen kann man am leichtesten nach Schwerd's Angaben in Staniolblättchen machen. Kreisförmige Oeffnungen macht man mit Hülfe einer feinen Nadel. Legt man ein Blättchen Staniol auf eine Glasplatte, so kann man mit der Spitze eines scharfen Federmessers einen kurzen feinen Spalt einschneiden; eine parallelogrammatische Oeffnung erhält man, wenn man zwei mit einem feinen Spalte versehene Staniolblättchen quer über einander legt; um eine dreieckige Oeffnung zu erhalten, legt man drei Staniolblättchen so auf einander, daß ihre Ränder nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich lassen.

Um die Staniolblättchen gehörig zu schützen und bequem zum Versuche anwenden zu können, werden sie mit ihrem Rande auf einen Ring (Fig. 553 zeigt einen solchen ungefähr in $1/2$ der natürlichen Größe) von Messingblech aufgeklebt.

Fig. 553.

Auch die größeren Oeffnungen, wie man sie zu den Versuchen mit dem Fernrohre anwendet, werden aus Staniolblättchen ausgeschnitten, die ebenfalls auf einen Ring von Messingblech geklebt und in einer Fassung von Holz befestigt sind, die an das Ende des Fernrohrs paßt, durch welches man beobachten will.

Fig. 554 (a. f. S.) zeigt die Art und Weise, wie man die Oeffnungen vor dem Fernrohre anbringt. *A* ist das Objectivende des Fernrohrs, auf welchem ein Holzring *B* aufgesteckt wird, dessen innere Höhlung mit Leder ausgefüttert ist, damit der etwas conische Holzring *C* ganz genau hinein-

Fig. 554.

paßt. In diesen letzteren Holzring ist der Messingrahm mit dem Staniolblatte *d* eingelassen, in welches die Oeffnungen eingeschnitten sind.

Wenn man mit dem Fernrohre beobachtet, muß es so weit ausgezogen werden, daß man den Lichtpunkt deutlich sieht; auch bei der Beobachtung mit bloßem Auge muß man sich in einer solchen Entfernung vom Lichtpunkte aufstellen, daß man ihn deutlich sehen kann.

In Fig. 555 ist die Erscheinung abgebildet, welche man wahrnimmt, wenn man durch eine schmale Spalte nach einem Lichtpunkte oder, besser, nach einer Lichtlinie sieht, und zwar für den Fall, daß man homogenes Licht anwendet, also z. B. durch ein rothes Glas sieht. In der Mitte der ganzen Erscheinung sieht man einen sehr hellen Streifen, dem zu beiden Seiten, immer durch dunkle Zwischenräume von einander getrennt, andere folgen, deren Lichtstärke sehr merklich abnimmt, je weiter sie von der Mitte entfernt sind.

Fig. 555

Nach Fraunhofer nennt man diese Seitenbilder Spectra erster Ordnung; sie werden um so schmäler, je weiter die Oeffnung ist, deshalb sind sie auch bei einigermaßen breiten Spalten mit bloßem Auge nicht mehr sichtbar.

Für rothes Licht erscheinen diese Streifen breiter als für andere Farben. Fig. 556 zeigt, in welchem Verhältniß die Streifen schmäler werden und einander

Fig. 556.

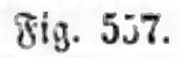


Fig. 557.

näher rücken, wenn man statt des rothen Lichts grünes oder violetes anwendet.

Durch eine parallelogrammatische Oeffnung sieht man die Erscheinung Fig. 557; durch eine kreisförmige Oeffnung einen hellen Fleck mit concen-

Digitized by Google

trischen Ringen umgeben, Fig. 558; durch eine dreieckige Oeffnung sieht man einen sechsseitigen Stern. Wir gehen hier auf die genauere Beschreibung der Phänomene nicht ein, weil sie sich ohnehin aus der Erläuterung derselben ergeben wird.

Fig. 558.

219 **Erklärung der Beugungserscheinungen, welche man durch eine Oeffnung beobachtet.** Wenn das Licht von einem hinlänglich weit entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirms AB fällt, in welchem sich die Oeffnung CD befindet, so kann man alle in dieser Oeffnung befindlichen Aetherteilchen als gleichweit von der Lichtquelle entfernt betrachten, alle diese Aethertheilchen befinden sich also in gleichen Schwingungszuständen. Jedes dieser Aethertheilchen pflanzt aber seine Vibrationen jenseits des Schirms nach allen Seiten hin fort, als ob es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre; die Stärke der Erleuchtung in irgend einem hinter dem Schirme gelegenen Punkte s hängt also nur davon ab, welche Wirkung durch die Interferenz aller in s zusammentreffenden von den verschiedenen Punkten der Oeffnung CD ausgehenden Strahlen hervorgebracht wird.

Fig. 559.

Wenn man eine enge Oeffnung dicht vor das Auge hält, welches wir als fernsichtig annehmen wollen, so werden alle Strahlen, welche von den verschiedenen Punkten der Oeffnung CD einander parallel ausgehen, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt; wir haben also zu untersuchen, unter welchen Umständen alle Elementarstrahlen eines solchen parallelen Strahlenbündels sich gegenseitig vernichten oder unterstützen werden. Auch wenn die Oeffnung vor dem Objectiv eines Fernrohrs angebracht ist, werden alle diejenigen Strahlen zur Interferenz kommen, welche als parallele Strahlenbündel von der Oeffnung auf das Objectiv fallen, denn alle Strahlen eines solchen Bündels werden in der Brennweite des Objectivs in einem Punkte vereinigt; die sich hier bildende Erscheinung wird dann durch das Ocular betrachtet.

Wenn man die Beugungserscheinung auf einem Schirme auffängt, so kommen an jeder Stelle dieses Schirmes solche Strahlen zur Interferenz, welche von den verschiedenen Punkten der Oeffnung nach einem Punkte des Schirmes convergiren; die Convergenz der interferirenden Strahlen nimmt aber natürlich um so mehr ab, je weiter der Schirm von der

Oeffnung entfernt wird; die Erscheinung, wie man sie mit bloßem Auge oder mit dem Fernrohre wahrnimmt, entspricht also dem Falle, daß der Schirm im Vergleich zur Größe der Oeffnung sehr weit von derselben entfernt ist. Die folgenden Erklärungen beziehen sich auch nur auf diesen Fall.

Betrachten wir zuerst ein solches Strahlenbündel, welches sich rechtwinklig zu CD, also in der Richtung der einfallenden Strahlen auch jenseits der Oeffnung, fortpflanzt, wie dies in Fig. 560 der Fall ist. Da alle Aethertheilchen in CD sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so wird dies auch für alle Aethertheilchen der Fall seyn, welche auf einer Linie $m\,n$, $o\,p$ u. s. w. liegen, die auf der Richtung der Strahlen rechtwinklig steht; die Strahlen dieses Bündels werden also, in unendlicher Entfernung zusammentreffend, sich gegenseitig unterstützen; ebenso werden die Strahlen dieses Bündels bei ihrer Vereinigung in einem Punkte der Netzhaut oder in der Brennweite des Objectivs eine Vibrationsintensität erzeugen, welche der Summe der Vibrationsintensitäten aller elementaren Strahlen gleich ist.

Fig. 560.

Ein so vollständiges Zusammenwirken findet für kein anderes von CD ausgehendes Strahlenbündel Statt.

Wenn das von der Oeffnung CD, Fig. 561, ausgehende Strahlenbündel so gegen diese Oeffnung geneigt ist, daß der Fußpunkt a eines von D auf den von C ausgehenden Strahl gefällten Perpendikels $D\,a$ gerade um eine halbe Wellenlänge von C entfernt ist, wenn also $Ca = \frac{1}{2}$ Wellenlänge, so werden die entsprechenden Punkte der von C und D ausgehenden Randstrahlen, wie m und n, o und p u. s. w., sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden, diese beiden Randstrahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten, alle übrigen Strahlen des Bündels aber wirken in der Weise zusammen, daß die Lichtintensität dieses Bündels ungefähr 0,4 von der Intensität des ungebeugten Bündels ist.

Fig. 561.

Ist der Gangunterschied der Randstrahlen gleich 2 halben Wellenlängen,

wie in Fig. 562, so kann man sich die Breite der Oeffnung in zwei gleiche Theile getheilt denken; der von D ausgehende Randstrahl ist alsdann mit dem von der Mitte M ausgehenden in seinem Gange um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge verschieden, beide Strahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten; derselbe Gegensatz findet aber auch zwischen dem ersten, zweiten, dritten u. s. w. Strahl des von der einen Hälfte DM der Oeffnung ausgehenden Strahlenbündels und den entsprechenden Strahlen des von der andern Hälfte MC ausgehenden Strahlenbündels Statt, die Totalwirkung ist also in diesem Falle gleich Null.

Fig. 562.

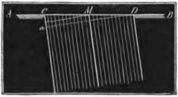
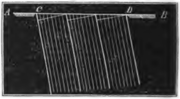


Fig. 563.



Sind die Randstrahlen um 3 halbe Wellenlängen in ihrem Gange verschieden, wie in Fig. 563, so kann man sich das ganze Strahlenbündel in 3 gleiche Theile getheilt denken, und es findet dann zwischen den entsprechenden Strahlen der beiden ersten Drittel ein vollkommener Gegensatz Statt, sie vernichten sich also gegenseitig, und nur die Strahlen des letzten Drittels bringen eine Wirkung hervor. Die Vibrationsintensität, welche durch dieses letzte Drittel hervorgebracht wird, ist offenbar 3mal schwächer als die Vibrationsintensität in dem durch Fig. 561 dargestellten Falle. Die Lichtintensität, welche durch das gebeugte Strahlenbündel, Fig. 563, hervorgebracht wird, ist also 9mal geringer als in dem Falle, daß die Differenz der Randstrahlen nur 1 halbe Wellenlänge betrug.

Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen 4 halbe Wellenlängen, so ist die Lichtintensität, welche durch das Zusammenwirken aller Strahlen dieses Bündels hervorgebracht wird, abermals Null.

Auf dieselbe Weise kann man weiter schließen, und man wird finden, daß die Totalwirkung aller Strahlen eines gebeugten Bündels jedesmal

Fig. 564.

Fig. 565.

0 ist, wenn die Differenz im Gange der Randstrahlen ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt; so oft aber der Gangunterschied der Randstrahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, wird immer noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommen, allein diese Wirkung ist um so geringer, je größer der Gangunterschied der Randstrahlen wird.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich nun leicht die ganze Erscheinung ableiten, wie man sie durch einen Spalt wahrnimmt.

Der Gangunterschied der Randstrahlen eines gebeugten Lichtbündels hängt offenbar von dem Winkel ab, den das gebeugte Strahlenbündel mit der Richtung der einfallenden Strahlen macht; und so lange die Ablenkungswinkel klein sind, wie dies bei diesen Versuchen der Fall ist, kann man den Gangunterschied der Randstrahlen ohne merklichen Fehler dem Ablenkungswinkel proportional setzen; wenn also für einen Ablenkungswinkel b die Differenz im Gange der Randstrahlen 2 halbe Wellenlängen beträgt, so wird die Differenz im Gange der Randstrahlen 4 halbe, 6 halbe, 8 halbe u. s. w. Wellenlängen betragen, wenn der Ablenkungswinkel $2b$, $3b$, $4b$ u. s. w. ist.

Daraus folgt nun, daß in dem durch eine enge Spalte erzeugten Beugungsbilde in der Mitte ein heller Streifen sichtbar seyn muß, auf welchen zu beiden Seiten eine Reihe heller und dunkler Streifen in der Weise auf einander folgen, daß je zwei Minima der Lichtstärke immer um gleiche Winkelabstände von einander entfernt sind, wie dies auch in Fig. 555 der Fall ist. Ist die Entfernung des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes auf jeder Seite gleich n, so ist die Entfernung des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Streifens $2n$, $3n$, $4n$ u. s. w., also der Zwischenraum zwischen je zwei dunklen Streifen stets gleich n; die Entfernung des ersten dunklen Streifens auf der linken Seite von dem ersten auf der rechten ist dagegen gleich $2n$, da ja die Entfernung eines jeden von der Mitte des Bildes gleich n ist.

Zwischen je zwei dunklen Streifen liegen die hellen Stellen des Bildes. Alle Seitenspectra sind gleich breit, weil ja die sie begränzenden dunklen Streifen in gleichen Abständen auf einander folgen, nur das Mittelbild ist doppelt so breit als alle übrigen.

Wenn man die beugende Spalte vor das Objectiv des Fernrohrs eines Theodolithen bringt, welcher die Winkel noch bis auf eine Sekunde angiebt, so kann man leicht die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes messen; man stellt zu diesem Zwecke das Fernrohr zuerst so, daß der vertikale Faden des Fadenkreuzes genau durch die Mitte des Beugungsbildes geht, und dreht es alsdann aus dieser Lage heraus, bis der erste, der zweite, der dritte u. s. w. dunkle Streifen mit jenem

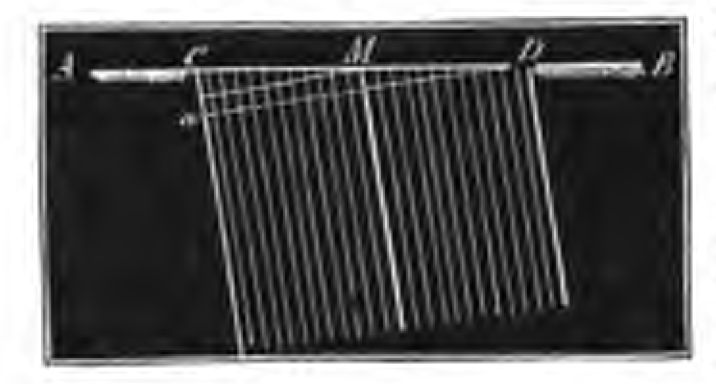
Faden zusammenfällt; die Winkelwerthe der Drehung werden am Nonius des horizontalen Theilkreises des Theodolithen abgelesen. Schwerd fand für eine Spalte, welche 1,353 Millimeter breit war, auf die angegebene Weise folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

Für den 1sten dunklen Streifen			. . . . .	1′ 41″
» »	2ten	» »	. . . . .	3′ 18″
» »	3ten	» »	. . . . .	4′ 55″
» »	4ten	» »	. . . . .	6′ 27″.

In der That ist der für den 2ten, 3ten, 4ten dunklen Streifen gefundene Winkelabstand nahe 2=, 3=, 4mal so groß als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittel erhält man aus diesen Messungen für den Winkelabstand zweier auf einander folgenden dunklen Streifen den Werth 1′ 38,1″.

Aus diesen Messungen kann man nun sehr leicht die Länge einer Lichtwelle berechnen. Wenn Fig. 566 das gebeugte Strahlenbündel vorstellt, welches dem ersten dunklen Streifen entspricht, so muß die Entfernung $C\,a$ einer Wellenlänge gleich seyn; diese Länge läßt sich aber leicht berechnen, da ja die Länge $C\,D$ = 1,353mm und die Größe des Ablenkungswinkels CDa = 1′ 38″ bekannt ist; es ist nämlich $Ca = CD \times \sin. CDa$ = 1,353 . sin. 1′ 38″ = 0,000643.

Fig. 566.



Die Länge der Lichtwelle läßt sich sogar ohne trigonometrische Tafeln berechnen. Denken wir uns um D mit dem Halbmesser 1,353 einen Kreis gezogen, so wird wegen der Kleinheit der Winkel Ca als ein kleines Stück dieses Kreises betrachtet werden können; der halbe Umfang dieses Kreises hat aber die Länge 3,14 . 1,353 = 4,24842mm. Die Länge dieses Halbkreises wird sich aber zur Länge des Bogenstücks Ca verhalten wie 180° zu 1′ 38″ oder wie 648000″ zu 98″. Aus der Proportion

$$648000 : 98 = 4,24842 : X$$

ergiebt sich aber für die Länge der Lichtwellen ebenfalls der schon oben angeführte Werth

$$0,000643^{mm}.$$

Das von Schwerd zu diesem Versuche angewandte rothe Glas ließ nur solche Strahlen durch, welche zwischen die Fraunhofer'schen

schwarzen Streifen *B* und *D* fallen, die Wellenlänge 0,000643^{mm} entspricht also ungefähr dem Roth, welches zwischen *B* und *D* in der Mitte liegt.

Da für die anderen farbigen Strahlen die Streifen näher zusammenrücken, findet man auch für die Wellenlänge dieser Strahlen kleinere Werthe als für das rothe Licht; die Werthe der Wellenlängen, wie sie den schwarzen Streifen des Spectrums entsprechen, sind folgende

B	0,0006879^{mm}	=	0,00002541 Zoll
C	0,0006559	=	0,00002422
D	0,0005888	=	0,00002175
E	0,0005265	=	0,00001945
F	0,0004856	=	0,00001794
G	0,0004296	=	0,00001587
H	0,0003963	=	0,00001464.

Da nach den obigen Betrachtungen die Wellenlänge λ gefunden wird, wenn man die Breite g des beugenden Spaltes mit dem Sinus des Winkelabstandes b des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes multiplicirt, da also

$$\lambda = g \sin. b,$$

so ist auch

$$\sin. b = \frac{\lambda}{g},$$

d. h. der Sinus des Ablenkungswinkels für den ersten dunklen Streifen oder, was dasselbe ist, die Breite der Seitenspectra ist der Breite der Oeffnung umgekehrt proportional. Für eine 2=, 3=, 4mal breitere Oeffnung werden also die Spectra 2=, 3=, 4mal schmäler werden.

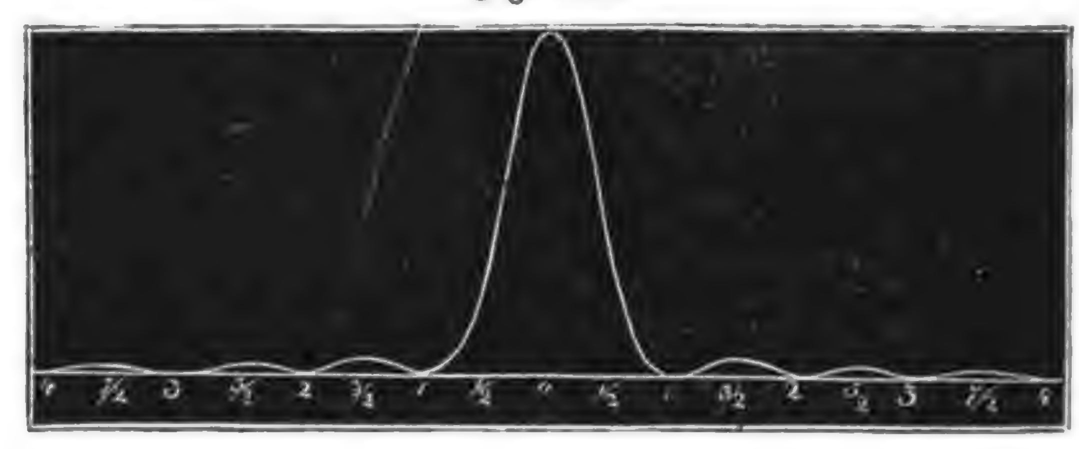
Schwerd fand für die Breite der Spectra im rothen Lichte, bei Anwendung von Spalten verschiedener Breite, folgende Werthe:

Breite des Spaltes.	Winkelbreite der Spectra.
1,353	1′ 38,1″
1,274	1′ 45,7″
0,689	3′ 7,0″.

In der That verhalten sich hier die Winkelbreiten der Spectra sehr nahe umgekehrt wie die Breite des Spaltes. Dieses Verhältniß zwischen der Breite der Spectra und des Spaltes war durch genaue Messungen älterer Physiker schon lange ausgemittelt worden, ehe man die Beugungserscheinungen überhaupt zu erklären wußte.

Das Gesetz, nach welchem die Intensität der Seitenspectra mit ihrer Entfernung von der Mitte des Bildes abnimmt, ist in Fig. 567 graphisch

Fig. 567.



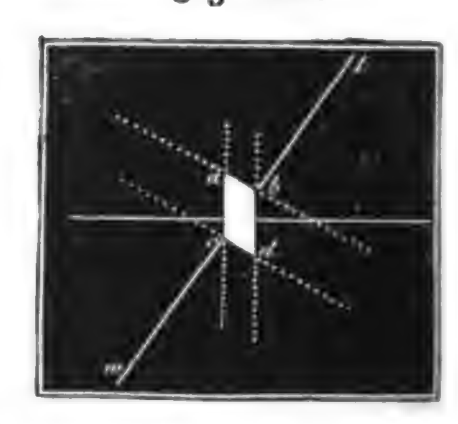
dargestellt. Der Punkt *o* der Abscissenlinie entspricht der Mitte des Bildes, die Punkte 1, 2, 3, 4 dem 1sten, 2ten, 3ten und 4ten dunklen Streifen. Von der Mitte des Bildes an nimmt die Intensität des Lichts ab; sie ist, wie wir gesehen haben, für die Stelle, welche dem Punkte $^1/_2$ entspricht, nur noch 0,4 von der Lichtstärke in der Mitte des Bildes. Es ist ferner schon oben gezeigt worden, daß die Intensität des Lichts bei $^3/_2$ 9mal geringer ist als bei $^1/_2$, aus ähnlichen Betrachtungen aber ergiebt sich, daß in den Punkten $^5/_2$ und $^7/_2$ die Lichtstärke 25mal, 49mal schwächer ist als an der mit $^1/_2$ bezeichneten Stelle.

Mit abnehmender Breite des Spaltes wird natürlich auch die ganze Erscheinung lichtschwächer. Die Oeffnungen, die man vor das Objectiv eines Fernrohrs setzt, können weit größer seyn als diejenigen, welche zur Beobachtung mit dem bloßen Auge bestimmt sind, weil ja die Erscheinung durch das Ocular vergrößert gesehen wird; da aber die vergrößerte Oeffnung eine größere Lichtstärke zur Folge hat, so bietet auch hierin wieder die Beobachtung durch das Fernrohr einen großen Vortheil.

Im Wesentlichen erklärt sich auch nun die Erscheinung Fig. 568, wie man sie durch eine parallelogrammatische Oeffnung wahrnimmt. Das

Fig. 568.

Fig. 569.



Parallelogramm *a b c d*, Fig. 569, bildet einen Theil eines vertikalen Spaltes (und dieser Stellung des Parallelogramms entspricht unsere

Digitized by Google

Beugungsfigur), es wird also offenbar eine horizontale Reihe von Spectren bilden; die Kanten *a b* und *c d* bilden aber einen Theil eines schrägstehenden Spaltes, und ein solcher wird eine Reihe von Spectren erzeugen, die in der Richtung der Linie *l m* auf einander folgen, welche auf der Richtung der Kanten *a b* und *c d* rechtwinklig steht.

Wenn die Entfernung der vertikalen Kanten von einander halb so groß ist als die Entfernung der schrägen, so werden die horizontalen Spectra doppelt so breit werden als die schrägen.

Wir können hier nicht weiter auf die Erklärung dieser Erscheinung, so wie derjenigen, welche durch dreieckige, kreisförmige u. s. w. Oeffnungen hervorgebracht werden, eingehen; denn wenn es auch möglich ist, die Grundsätze der Beugungserscheinungen elementar zu entwickeln, so ist doch bei complicirteren Fällen die Anwendung höherer Rechnung nicht zu entbehren; wir müssen in dieser Beziehung auf Schwerd's classisches Werk über die Beugungserscheinungen verweisen. (Die Beugungserscheinungen aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie analytisch entwickelt von F. M. Schwerd. Mannheim 1835.)

Wir haben bis jetzt nur von den Beugungserscheinungen geredet, wie sie bei Anwendung von homogenem Lichte beobachtet werden. Es ist schon mehrfach angeführt worden, daß die Spectra für die verschiedenen Farben nicht gleiche Breite haben, und daraus geht hervor, daß bei Anwendung von weißem Lichte die Maxima und Minima der Lichtstärke für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen; man wird also an keiner Stelle des Beugungsbildes vollkommene Dunkelheit sehen und an keiner Stelle, die Mitte ausgenommen, Weiß erblicken, überall sieht man Farbentöne, in welchen diejenigen Farben vorherrschen, welche an dieser Stelle gerade einen hellen Streifen bilden, während gerade die Farben fehlen, welche hier im Minimum sind. Die Aufeinanderfolge dieser Farbentöne ist ganz dieselbe wie die, welche wir bald bei den Newton'schen Farbenringen werden kennen lernen.

Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben einander liegende Oeffnungen beobachtet. Wenn zwei oder mehrere gleiche beugende Oeffnungen neben einander stehen, so erscheint im Wesentlichen dieselbe Beugungsfigur, die man auch durch eine dieser Oeffnungen beobachtet haben würde; nur erscheint die Hauptfigur von vielen schwarzen Streifen durchschnitten. So beobachtet man z. B. das Beugungsbild Fig. 570 durch zwei parallelogrammatische Oeffnun- 220

Fig. 570.

Digitized by Google

gen, welche so neben einander stehen, wie man es neben dem Beugungsbilde angedeutet findet. Die Fig. 571 zeigt die Erscheinung, wie sie durch

Fig. 571.

Fig. 572.

zwei kreisförmige Oeffnungen beobachtet wird; drei kreisförmige Oeffnungen, deren Mittelpunkte ein gleichseitiges Dreieck bilden, bringen die Erscheinung Fig. 572 hervor.

Betrachten wir zunächst die durch zwei Oeffnungen hervorgebrachten Beugungserscheinungen, so sehen wir, daß die Spectra erster Ordnung, welche eine solche Oeffnung hervorgebracht haben würde, durch diese schwarzen Streifen in mehrere kleinere Spectra abgetheilt sind, welche Fraunhofer Spectra zweiter Klasse nannte. Besonders scharf und deutlich sind die Spectra zweiter Klasse, welche in dem mittleren Theile der Figur entstehen.

Suchen wir nun die Entstehung dieser schwarzen Streifen, durch welche die Spectra zweiter Klasse gebildet werden, zu erklären.

Die Fig. 573 stellt einen Schirm mit zwei Oeffnungen vor, welche wir der Einfachheit wegen gleich breit und um die Breite einer Oeffnung von einander entfernt annehmen wollen. Solche Strahlenbündel nun, welche, wie die in unsrer Figur dargestellten, in paralleler Richtung von den beiden Oeffnungen ausgehen, werden in einem und demselben Punkte der Netzhaut oder in einem Punkte in der Brennweite des Fernrohrobjectivs vereinigt. Wenn nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel gerade eine solche ist, daß die Elementarstrahlen eines jeden Bündels sich schon unter einander selbst vernichten, so wird auch durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht erzeugt werden können, die dunklen Stellen also, welche man im Beugungsbilde beobachtet, wenn bloß eine Oeffnung vorhanden ist, werden auch dunkel bleiben, wenn man eine zweite Oeffnung derselben Art neben die erstere macht.

Fig. 573.

Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung werden hingegen

Digitized by Google

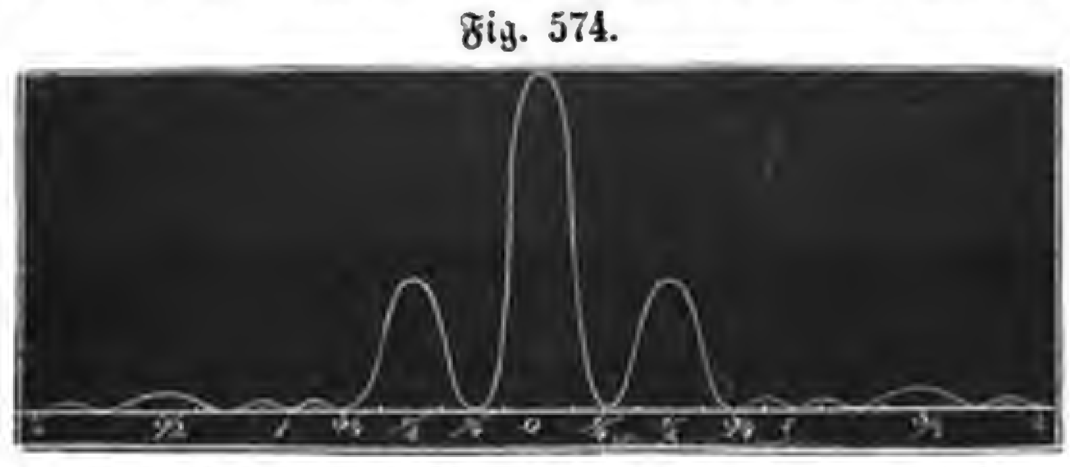
durch das Hinzukommen der zweiten nicht so ganz unverändert bleiben können; denn es kann ja der Fall eintreten, daß jedes der beiden Strahlenbündel für sich allein eine bestimmte Vibrationsintensität erzeugen, also eine helle Stelle im Beugungsbilde hervorbringen würde, daß aber zwischen den beiden Bündeln ein vollkommener Gegensatz stattfindet, so daß beide ihre Wirkung gegenseitig vernichten. Es ist demnach klar, daß durch das Hinzutreten der zweiten Oeffnung an solchen Orten dunkle Streifen entstehen können, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erschienen, also Streifen, welche die Spectra erster Klasse durchschneiden.

Wir wollen nun genau die Stellen bestimmen, an welchen diese neuen schwarzen Streifen auftreten.

Diejenigen Strahlenbündel, welche sich rechtwinklig zur Oeffnung, also ungebeugt, fortpflanzen, sind in ihrem Gange vollkommen übereinstimmend, sie werden sich also unterstützen, die Mitte des ganzen Bildes bleibt also vor wie nach hell.

Von der Mitte des Bildes an gerechnet wird durch die Interferenz der beiden Strahlenbündel das erste Minimum dann entstehen, wenn die entsprechenden Strahlen beider Bilder in ihrem Gange um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von einander verschieden sind, wenn also ein von dem Randstrahle c auf den Randstrahl e gefälltes Perpendikel ca den Randstrahl e in einem Punkte a trifft, welcher von e um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge entfernt ist. Dasselbe Perpendikel trifft aber den Randstrahl d in einem Punkte i, welcher von d um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge absteht. Die beiden Strahlenbündel werden sich also gegenseitig vernichten, wenn der Gangunterschied der Randstrahlen eines und desselben Strahlenbündels gerade $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt; die Ablenkung der Strahlenbündel ist also für diesen Fall 4mal kleiner als die Ablenkung des Strahlenbündels, welches den ersten dunklen Streifen erzeugt, wenn nur eine Oeffnung vorhanden ist. Wenn also in Fig. 574

Fig. 574.



o der Mitte des Bildes entspricht, wenn die Punkte 1 links und rechts von o diejenigen sind, in welchen die ersten dunklen Streifen für eine Spalte beobachtet werden, so wird für die beiden Oeffnungen das erste Minimum bei $\frac{1}{4}$ liegen.

Ein zweiter, ein dritter, ein vierter u. s. w. dunkler Streifen wird durch die Interferenz der beiden Strahlenbündel erzeugt, wenn die Länge *ea*, Fig. 573, $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ Wellenlängen beträgt; in diesem Falle ist aber *di* gleich $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ Wellenlängen, die neuen schwarzen Streifen werden also in den Punkten $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$, Fig. 575, entstehen.

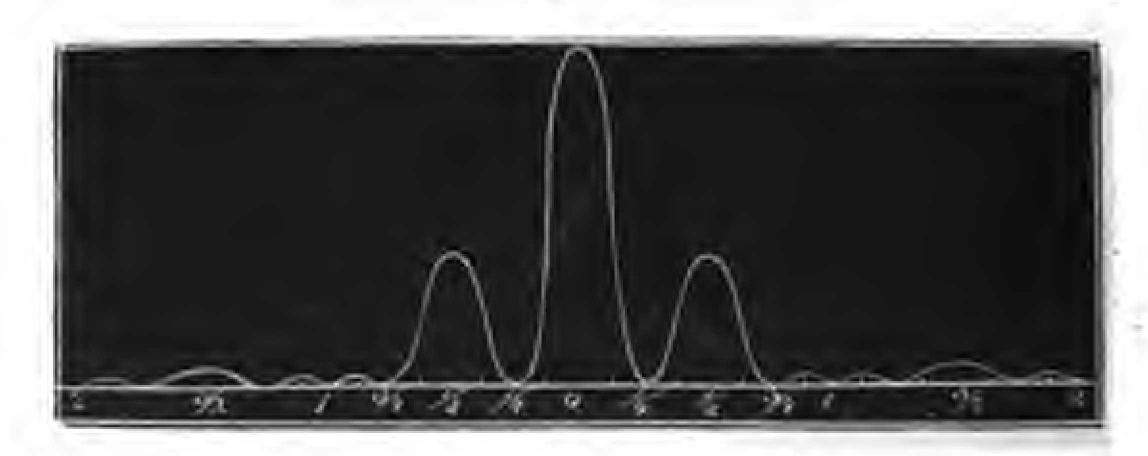
Wir sehen also, daß durch diese dunklen Streifen jedes Seitenspectrum erster Klasse in drei Theile getheilt wird, von welchen der mittlere doppelt so breit ist als die beiden anderen.

Nennen wir die Zwischenräume zwischen je zwei dieser neuen dunklen Streifen Spectra zweiter Klasse, so sehen wir, daß die Spectra zweiter Klasse theils in die Mitte der Spectra erster Klasse fallen, theils aber durch die dunklen Linien halbirt werden, welche je zwei Spectra erster Klasse von einander trennen.

Es bleibt jetzt nur noch die Intensität des Lichts an den verschiedenen Stellen des Beugungsbildes zu bestimmen. In der Mitte des ganzen Bildes, in dem Punkte, welcher mit $^1/_2$ bezeichnet ist, und überall da, wo die Mitte eines Spectrums zweiter Klasse mit der Mitte eines Spectrums erster Klasse zusammenfällt, ist der Gang der von den beiden Oeffnungen kommenden Strahlenbündel vollkommen harmonirend; sie werden also hier eine Vibrationsintensität hervorbringen, welche doppelt so groß ist als für eine Oeffnung; die Lichtstärke ist also an dieser Stelle 4mal größer als wenn nur eine solche Oeffnung da wäre, an den Zwischenstellen hingegen hat im Ganzen die Lichtstärke bedeutend abgenommen.

In Fig. 575 ist die Intensitätskurve für zwei Oeffnungen dargestellt;

Fig. 575.



es ist bei der Construction dieser Kurve angenommen worden, daß jede der beiden Oeffnungen halb so breit sey als diejenige, deren Intensitätskurve in Fig. 567 dargestellt ist; aus diesem Grunde sind die Punkte $^1/_2$, 1, $^3/_2$, 2 u. s. w. hier doppelt so weit von *o* entfernt als dort; ferner ist an den Stellen, in welchen die beiden Lichtbündel zusammenwirken, also in den Punkten 0, $^1/_2$, $^3/_2$ u. s. w., die Lichtstärke gerade so groß als an den entsprechenden Stellen von Fig. 567. Die Minima der

Digitized by Google

Lichtstärke finden sich hier in den Punkten $^1/_4$, $^3/_4$, 1, $^5/_4$, $^7/_4$, 2, $^9/_4$ u. s. w.

Sind noch mehr als zwei Spalten neben einander, so wird die Zahl der schwarzen Streifen, welche die Spectra erster Klasse durchschneiden, noch vermehrt, und dadurch entstehen die Spectra dritter Klasse. Wären z. B. 4 solcher Spalten neben einander wie die beiden, für welche die Intensitätskurve Fig. 575 construirt ist, so würden neue Minima in den Punkten $^1/_8$, $^3/_8$, $^5/_8$, $^7/_8$ u. s. w., welche in unserer Figur noch angedeutet sind, auftreten; dadurch würde aber fast alles Licht zwischen $^1/_8$ und $^3/_8$, ferner zwischen $^5/_8$ und $^{11}/_8$ verschwinden; der Lichtstreifen in der Mitte des Bildes, ferner die Reste der Spectra zweiter Klasse bei $^1/_2$, $^3/_2$ u. s. w. würden also immer schmäler werden; dagegen würde gerade hier die Intensität des Lichts 4mal größer seyn, weil die doppelte Anzahl von Oeffnungen hier die doppelte Vibrationsintensität hervorbringt.

Man begreift nach dieser Auseinandersetzung recht gut, wie die Lichtstreifen bei 0, die Reste der Spectra zweiter Klasse bei $^1/_2$, bei $^3/_2$ u. s. w. immer schmäler und lichtstärker werden, und wie das Licht der zwischenliegenden Stellen immer mehr verschwindet, wenn man die Zahl der Oeffnungen vermehrt.

Dadurch erklären sich nun die von Fraunhofer zuerst beobachteten Beugungserscheinungen, welche durch Gitter, d. h. durch eine Reihe paralleler schmaler Spalten, hervorgebracht werden. Setzt man ein solches Gitter vor das Fernrohr, sieht man dann nach einer Lichtlinie, welche den Spalten parallel ist, so beobachtet man bei Anwendung von homogenem Lichte, etwa wenn man durch ein hinlänglich homogenes Glas sieht, in der Mitte, Fig. 576, das schmale Bild der Lichtlinie, und zu beiden Seiten

Fig. 576.

bei r, r', r'' u. s. w. die Reste der übrig bleibenden Spectra zweiter Klasse als einfarbige helle Lichtstreifen; wenn man auch an anderen Stellen noch schmale Streifen wahrnehmen kann, so sind sie doch im Vergleich gegen die eben erwähnten sehr lichtschwach. Für violettes Licht rücken die entsprechenden Lichtstreifen der Mitte des Bildes in dem Verhältnisse näher, in welchem die violetten Lichtwellen kürzer sind als die rothen, sie werden also bei v, v', v'' u. s. w. wahrzunehmen seyn.

Wenn man weißes Licht anwendet, so gehen die Bilder stetig in einander über, d. h. man sieht zwischen r und v, zwischen r' und v', zwischen r'' und v'' in ununterbrochener Folge eine Reihe von Lichtstreifen ver-

Digitized by Google

schiedener Farben, welche in derselben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben des prismatischen Farbenbildes. Das Spectrum zwischen *r* und *v* wird dem Spectrum eines Prismas ganz ähnlich seyn.

Fig. 1 auf Taf. I. stellt die Erscheinung dar, wie sie bei Anwendung von weißem Licht durch ein Gitter beobachtet wird. In der Mitte sieht man das directe Bild der Lichtlinie, und zwar weiß, weil ja hier die Maxima aller Farben zusammenfallen; auf beiden Seiten dieser Lichtlinie sind ganz dunkle Räume, auf diese folgt ein dem prismatischen Spectrum ähnliches Farbenband, dessen violetes Ende nach innen gekehrt ist. Darauf folgt nach einem zweiten ganz dunklen Zwischenraume ein zweites breiteres Farbenband, dessen rothes Ende über das violette Ende eines dritten Farbenbandes fällt.

Streng genommen, kann an keiner Stelle dieser Spectra vollkommen homogenes Licht seyn, wenn man auch die Zahl der Spalten sehr vermehrt, weil ja außer den Resten der Spectra zweiter Klasse doch nicht alles Licht vollkommen ausgelöscht ist; doch sind die Farben dieser Bänder hinlänglich rein, um in denselben die Fraunhofer'schen Streifen zu erkennen, wenn nur die Anzahl der Spalten des Gitters groß genug ist. Einige dieser Streifen sieht man mit Hülfe des Fernrohrs schon durch ein Drahtgitter mit 90, sehr viele aber schon durch ein Gitter mit 200 bis 300 Oeffnungen auf 1 Zoll.

Die Gitter zu diesen Versuchen erhält man, wenn man die cylindrischen Theile von Stecknadeln parallel neben einander und in gleichen Entfernungen auf einen viereckigen messingenen Rahmen befestigt; feinere Drahtgitter verfertigte Fraunhofer, indem er auf den gegenüberstehenden Enden eines solchen Rahmens die Gänge einer feinen Schraube einschnitt und zwischen diesen Gängen feine Metalldrähte ausspannte; die feinsten Gitter erhielt er, indem er auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit Hülfe einer Theilmaschine Parallellinien radirte, oder solche Linien mit einem Diamant in ein Planglas einschnitt.

Durch feinere Gitter sieht man die Spectra schon sehr schön mit bloßem Auge, ja man kann durch hinlänglich feine Gitter auf diese Weise selbst mehrere der Fraunhofer'schen Linien erkennen.

Wir haben bei den bisherigen Betrachtungen angenommen, daß die dunklen Zwischenräume des Gitters so breit sind wie die Spalten; wenn dies nicht der Fall ist, so treten in den Beugungsbildern Modificationen ein, deren Betrachtung uns hier zu weit führen würde.

Aus den Erscheinungen, welche man durch einfache Gitter beobachtet, erklärt sich auch die prachtvolle in Fig. 2 Taf. I. dargestellte Erscheinung, welche man sieht, wenn man vor dem Objectiv des Fernrohrs zwei solcher Gitter kreuzt und nach einem Lichtpunkte sieht. Die Mitte der Erscheinung

nimmt das weiße Bild des Lichtpunktes ein, welcher von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr violettes Ende nach innen kehren.

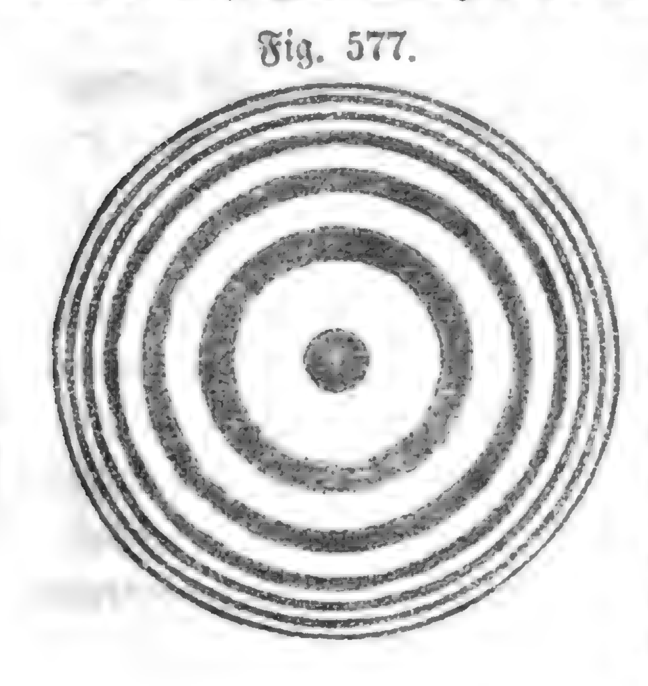
Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man ein Stück Mousselin, Flor, Drahttuch oder Seidenband vor das Fernrohr bringt. Auch die schönen Farbenbilder, welche man sieht, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder (besonders gut dazu sind die Flügel- oder Schwanzfedern kleinerer Vögel) nach einem Lichtpunkte sieht, gehören hieher. Ebenso ist die Glorie von mehreren farbigen Ringen, welche man um die Flamme eines Kerzenlichtes erblickt, wenn man nach demselben durch ein mit einem feinen Staube, etwa mit semen lycopodii, bestreutes Glas sieht, eine Beugungserscheinung.

Feine Gitter zeigen bei reflectirtem Lichte ähnliche Farbenerscheinungen wie bei durchgelassenem; dadurch erklärt sich das schöne Farbenspiel fein gestreifter Oberflächen, z. B. der Barton'schen Irisknöpfe, der Perlmutter u. s. w.

Farben dünner Blättchen. Jeder durchsichtige Körper erscheint leb- 221
haft gefärbt, wenn er nur hinlänglich dünne Schichten bildet, wie man dies am leichtesten an den Seifenblasen sehen kann. Die Flitterchen einer vor der Glasbläserlampe bis zum Zerplatzen aufgeblasenen Glaskugel schillern in den glänzendsten Farben; ähnliche Farben beobachtet man, wenn ein Tropfen Oel (am besten ein ätherisches Oel, z. B. Terpentinöl) sich auf einer Wasserfläche ausbreitet; wenn ein glänzendes Metallstück, im Feuer erhitzt, sich allmählig mit einer Oxydschicht überzieht (Anlaufen des Stahls. Auch dünne Schichten von Luft bringen solche Farben hervor, wie man oft an Sprüngen in etwas dicken Glasmassen sieht.

In der größten Regelmäßigkeit zeigen sich diese Farben in Form von Ringen, wenn man eine Glaslinse von großer Brennweite auf eine ebene Glastafel, oder umgekehrt die ebene Glastafel auf die Linse legt. Newton, welcher diese Farbenringe, die auch nach ihm gewöhnlich die Newton'schen Ringe genannt werden, beobachtete, wandte Linsen an, deren Krümmungshalbmesser 15 bis 20 Meter betrug. Da, wo die Glastafel die Linse berührt, sieht man im reflectirten Lichte einen schwarzen Flecken, der mit farbigen concentrischen Ringen umgeben ist, die nach außen hin immer schmäler und matter werden, ungefähr wie Fig. 577 zeigt. Die Farben folgen von der Mitte aus in folgender Ordnung:

Fig. 577.



Digitized by Google

Schwarz, bläulich Weiß, gelblich Weiß, bräunlich Orange, Roth. — Violet, Blau, gelblich Grün, Gelb, Roth. — Purpurroth, Blau, gelblich Grün, Roth, Carmoisinroth. — Grünlich Blau, Blaßgrün, Gelbgrün, Roth u. s. w.

Die folgenden Ringe sind abwechselnd blaßgrün und blaßroth, sie werden immer matter, so daß man in der Regel nur noch den achten oder neunten Ring unterscheiden kann.

Man sieht diese Ringe auch schon, wenn man Linsen von stärkerer Krümmung, etwa sehr schwache convexe Brillengläser oder Objectivgläser aus Fernröhren anwendet; doch sind alsdann die Ringe weit kleiner, und die Uebergänge der Farben lassen sich nicht mehr gut verfolgen, doch kann man solche Ringe durch eine Luppe vergrößert sehen.

Ritchie schlägt zur Erzeugung der Newton'schen Ringe folgenden Apparat vor: Man nehme zwei Scheiben von dünnem Tafelglase, welche etwa 6 bis 8 Zoll Durchmesser haben, vergolde den Rand der einen auf einer Seite ungefähr $1/4$ Zoll breit durch aufgelegtes Blattgold und lege dann die Platten so auf einander, daß der Goldring zwischen sie kommt. Man kann dann die Ringe dadurch hervorbringen, daß man die Glasplatten in der Mitte auf einander preßt.

Statt der kreisförmigen Scheiben kann man auch ungefähr 1 Zoll breite, 5 bis 6 Zoll lange Glasstreifen anwenden. Wenn sie an dem einen Ende durch ein Goldblättchen getrennt sind und an dem andern Ende zusammengepreßt werden, so entstehen statt der Ringe farbige Streifen.

Sehr brillant sind die Newton'schen Farben an Seifenblasen wahrzunehmen, obgleich sie hier selten in regelmäßiger Ordnung auf einander folgen. Was der näheren Beobachtung der Farben an Seifenblasen besonders im Wege steht, ist ihre große Zerbrechlichkeit. Böttger empfiehlt, die Seife in destillirtem Wasser in einem weißen ungefähr $1/2$ Liter haltenden Arzneiglase durch Erwärmung über einer Weingeistlampe aufzulösen. Wenn die Temperatur nahe zum Siedpunkte gestiegen ist, verschließt man das Glas schnell mit einem passenden Korke und überzieht denselben mit Siegellack. Wird das Glas nach dem Erkalten etwas geschüttelt, so bilden sich dünne Häutchen von Seifenwasser, welche die herrlichsten Farben zeigen und oft Tage lang erhalten werden können.

Die Farben dünner Blättchen lassen sich, ebenso wie die Beugungserscheinungen, vollständig durch das Princip der Interferenzen erklären. Bei der Entwicklung dieser Erklärung müssen wir aber wieder, wie wir dies bisher immer gethan haben, von dem einfachsten Falle ausgehen; wir müssen zuerst die Erscheinung bei homogenem Lichte betrachten.

Sieht man die Newton'schen Ringe durch ein möglichst homogenes Glas an, oder läßt man statt des weißen Lichts das Licht einer Weingeist-

flamme auf den Apparat fallen, so sieht man natürlich nur abwechselnd helle und dunkle Ringe. Newton hat mit der größten Genauigkeit den Durchmesser der verschiedenen Ringe gemessen, und da ihm auch der Krümmungshalbmesser der Linse bekannt war, so konnte er die Dicke der Luftschicht an der Stelle berechnen, an welcher man den ersten, den zweiten, den dritten u. s. w. hellen oder dunklen Ring für eine bestimmte Farbe beobachtet. Auf diese Weise fand er das wichtige Resultat, daß für ein und dieselbe einfache Farbe, etwa für Roth, die dunkelste Stelle des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Ringes an solchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftschicht zweimal, dreimal, viermal u. s. w. so dick ist als an der dunkelsten Stelle des ersten dunklen Ringes. Bezeichnen wir diese Dicke mit $2\,d$, so erscheint, von der Mitte aus gerechnet, das erste Maximum des rothen Lichts an einer Stelle, an welcher die Dicke der Luftschicht d ist. Die dem zweiten, dritten, vierten u. s. w. Maximum der Lichtstärke entsprechende Dicke der Luftschicht ist alsdann $3\,d$, $5\,d$, $7\,d$ u. s. w.

Die Fig. 578 mag das eben Gesagte näher erläutern. In Fig. 578

Fig. 578.

stelle $a\,b\,c$ den Durchschnitt der gekrümmten Glasfläche dar, welche auf der ebenen Fläche $d\,b\,f$ liegt. b ist der Berührungspunkt, in b erscheint also der centrale dunkle Fleck; die Stellen, an welchen man für eine bestimmte Farbe das erste, zweite, dritte u. s. w. Maximum der Lichtstärke beobachtet, sind mit h_1, h_2, h_3 u. s. w., die Stellen, welche dem ersten, zweiten, dritten Minimum der Lichtstärke, also den dunkelsten Stellen der dunklen Ringe entsprechen, sind mit s_1, s_2, s_3 u. s. w. bezeichnet. Vergleicht man nun die Entfernung zwischen den beiden Gläsern, so findet man, daß sie bei s_1, s_2, s_3 u. s. w. zweimal, viermal, sechsmal u. s. w., bei h_2, h_3, h_4 u. s. w. aber dreimal, fünfmal, siebenmal u. s. w. so groß ist als bei h_1.

Für verschiedene Farben sind die Durchmesser der hellen und dunklen Ringe nicht gleich; sie sind am größten für rothes Licht, am kleinsten für violettes; demnach ist auch die absolute Dicke der Luftschicht, welche der Mitte des ersten hellen Ringes für verschiedene Farben des Spectrums entspricht, nicht gleich. Für die Mitte des ersten hellen Ringes ergeben sich aus den Messungen folgende Werthe für die Dicke der Luftschicht:

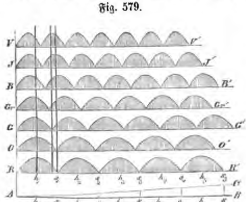
Digitized by Google

Namen der Farben.	Dicke der Luftschicht in Milliontheilen des engl. Zolles.	des Millimeters.
Aeußerstes Roth	6,344	161,15
Gränze zwischen Roth und Orange .	5,866	148,95
» » Orange und Gelb .	5,618	142,70
» » Gelb und Grün .	5,237	133,01
» » Grün und Blau .	4,841	122,97
» » Blau und Indigo .	4,513	114,64
» » Indigo und Violett	4,323	109,80
Aeußerstes Violett	3,997	101,51.

Der Zwischenraum zwischen der ebenen Tafel und der Linse nimmt nicht in demselben Verhältnisse zu, wie die Entfernung von dem Berührungspunkte, anfangs wächst die Entfernung langsam, dann rascher, deshalb sind die ersten Ringe auch breiter als die folgenden; könnte man aber die Erscheinung bequem mit zwei ganz ebenen Glastafeln hervorbringen, so daß die Dicke des Zwischenraumes gleichförmig zunimmt, so müßte auch ein Ring so breit werden wie der andere.

Der bequemeren Uebersicht wegen wollen wir die ganze Erscheinung für einen solchen Apparat näher betrachten, bei welchem die Dicke der farbengebenden Schicht gleichförmig zunimmt. In Fig. 579 sey $A B$ die eine, $A C$ die andere Gränzfläche der dünnen Schicht; bei s_1 sey die Stelle, an welche die Mitte des ersten dunklen Streifens für Roth fällt, so wird nach obiger Tabelle hier die Luftschicht eine Dicke von 155 Milliontel Millimeter haben; das zweite Minimum liegt dann bei s_2, das dritte bei s_3 u. s. w.

Fig. 579.



Die Maxima der Lichtstärke fallen aber gerade in die Mitte zwischen s_1 und s_2, zwischen s_2 und s_3.

Das Gesetz, nach welchem mit zunehmender Dicke der Luftschicht die Lichtstärke zu- und abnimmt, ist auf der Linie $R R'$ dargestellt; die Punkte s_1, s_2, s_3 u. s. w. entsprechen auch hier dem Minimum, h_1, h_2, h_3 u. s. w. dem Maximum der Lichtstärke. Von R an nimmt die Lichtstärke allmälig zu,

sie erreicht bei h_1 ihr erstes Maximum, nimmt dann wieder bis s_1 ab u. s. w.

Für violettes Licht ist die Dicke der Luftschicht, welche dem 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Minimum der Lichtstärke entspricht, geringer; der 1ste, der 2te, der 3te dunkle Streifen wird also dem Berührungspunkte näher liegen, als es beim rothen Lichte der Fall ist. Obiger Tabelle zufolge muß die Entfernung von einem Minimum zum nächsten für die mittleren violetten Strahlen nahe 0,68mal kleiner seyn als für rothes Licht. Auf der Linie VV' ist die Intensitätskurve für violetes Licht gerade so construirt wie auf der Linie RR' die Intensitätskurve für rothes Licht. Vergleicht man die Kurven für rothes und violettes Licht, so sieht man, daß für Violett das 5te Minimum fast an dieselbe Stelle fallen muß, wo man das 3te Minimum für die rothen Strahlen findet.

Auf dieselbe Weise sind in unsrer Figur die Intensitätskurven für die übrigen Farben des Spectrums construirt, und zwar, indem stets darauf Rücksicht genommen wurde, daß die Entfernung von einem Minimum zum andern für die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleich ist, sondern daß sie mit der größeren Brechbarkeit der Strahlen in einem Verhältniß abnimmt, welches man aus der Tabelle Seite 504 leicht berechnen kann.

Aus der Betrachtung der Fig. 579 läßt sich nun auch leicht einsehen, wie die Erscheinung modificirt wird, wenn man statt des einfarbigen Lichts weißes Licht anwendet. Keine Stelle der immer dicker werdenden Luftschicht erscheint absolut dunkel, keine ganz weiß, überall sieht man Farben, die nicht reine Farben des Spectrums, sondern Mischfarben sind.

Errichtet man in s_1 ein Perpendikel, welches durch die Intensitätskurven aller Farben geht, so läßt sich mit Hülfe desselben bestimmen, wie groß die Intensität der verschiedenen Farben an der Stelle ist, in welcher für rothes Licht der erste dunkle Streif erscheint. Roth ist hier im Minimum, Orange dem Minimum nahe, Gelb etwas stärker. Ein Maximum liegt zwischen Indigo und Blau, ungefähr so stark wie Blau wirkt Violett, etwas weniger Grün, es wird also die Luftschicht an der Stelle, an welcher im rothen Licht der erste dunkle Sereifen erscheint, im weißen Licht eine Färbung zeigen, in welcher Blau vorherrscht.

An der Stelle der Platte, welche dem Punkt h_1 entspricht, ist Roth im Maximum, alle anderen Farben nehmen an der Färbung um so weniger Antheil, je mehr sie sich dem Violett nähern, welches fast im Minimum ist; hier wird also Roth vorherrschen.

Durch ähnliche Schlüsse läßt sich die Farbe der Platte an jeder Stelle bestimmen.

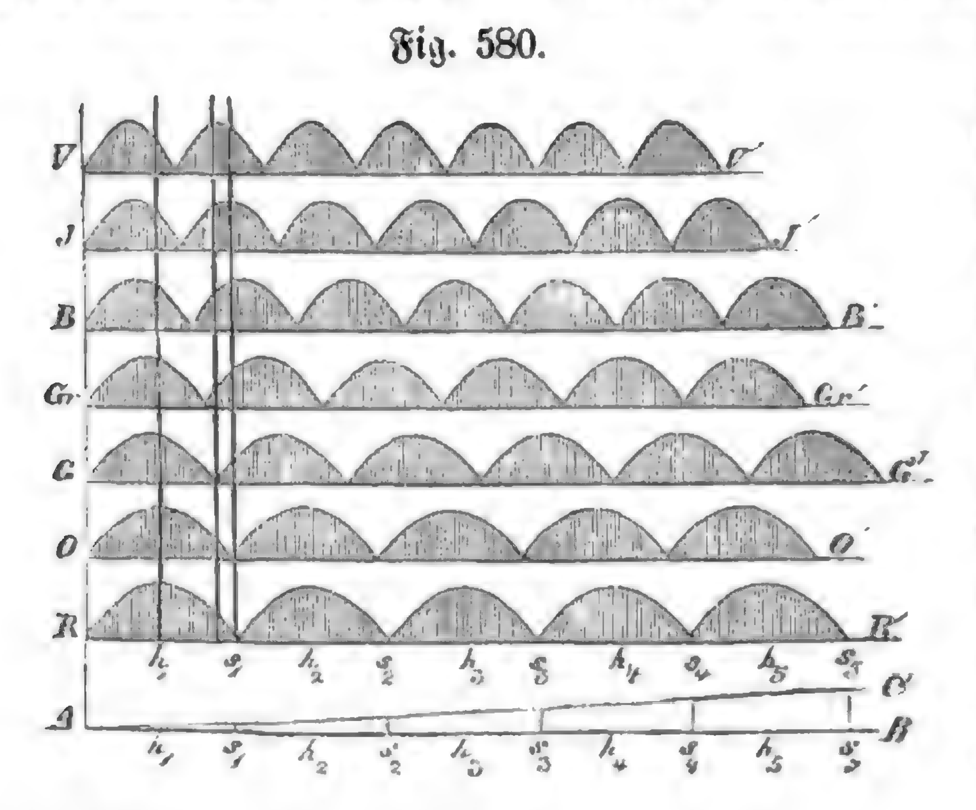
Die verschiedenen Farben des Spectrums zeigen, unter einander verglichen, sehr große Verschiedenheit hinsichtlich ihrer Lichtstärke. Die gelben Strahlen sind die leuchtendsten, die violetten sind am wenigsten leuchtend.

Es geht daraus hervor, daß die Stellen der keilförmigen Luftschicht am hellsten erscheinen werden, in welchen Gelb im Maximum ist; wo aber Gelb im Minimum ist, werden die dunkelsten Stellen seyn. An diesen dunklen Stellen erscheint die Schicht freilich nicht schwarz; sondern farbig, nur sind hier Farben von geringerer Leuchtkraft vorherrschend.

Die Stellen der erwähnten Minima machen gleichsam Abtheilungen unter den auf einander folgenden Farben, nach denen man Farben verschiedener Ordnungen unterscheidet. Alle Farben der Schicht von ihrem dünnen Ende bis zu dem ersten dunklen Streifen (dessen Farbe ein dunkles Purpur ist) heißen Farben der ersten Ordnung; die der folgenden Abtheilung Farben der zweiten Ordnung u. s. w.

Wir haben gesehen, daß bei einer bestimmten Dicke der Luftschicht die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleichen Antheil an der Färbung haben; diejenigen Farben, welche gerade im Minimum ihrer Intensität vorhanden sind, für welche also das Blättchen dunkel erschiene, wenn man sie statt des weißen Lichts anwendete, tragen nichts zur Färbung bei. Diejenigen Farben sind vorherrschend, welche in ihrem Intensitätsmaximum vorhanden sind, oder sich doch demselben nähern. Welchen Antheil die verschiedenen Farben an der Färbung des Blättchens bei bestimmter Dicke haben, kann man aus Fig. 580 ersehen, und man kann danach auch, wie schon gezeigt wurde, auf die Färbung der Schicht bei gegebener Dicke schließen. Um diesen Schluß jedoch zu erleichtern, dient Fig. 581. Diese Figur zeigt eine Reihe von Intensitätskurven, wie sie den auf den rechten Seiten notirten Dicken der Luftschicht zukommen. Die Art und Weise, wie diese Kurven construirt sind, wird auch ihre Bedeutung vollkommen klar machen.

Fig. 580.



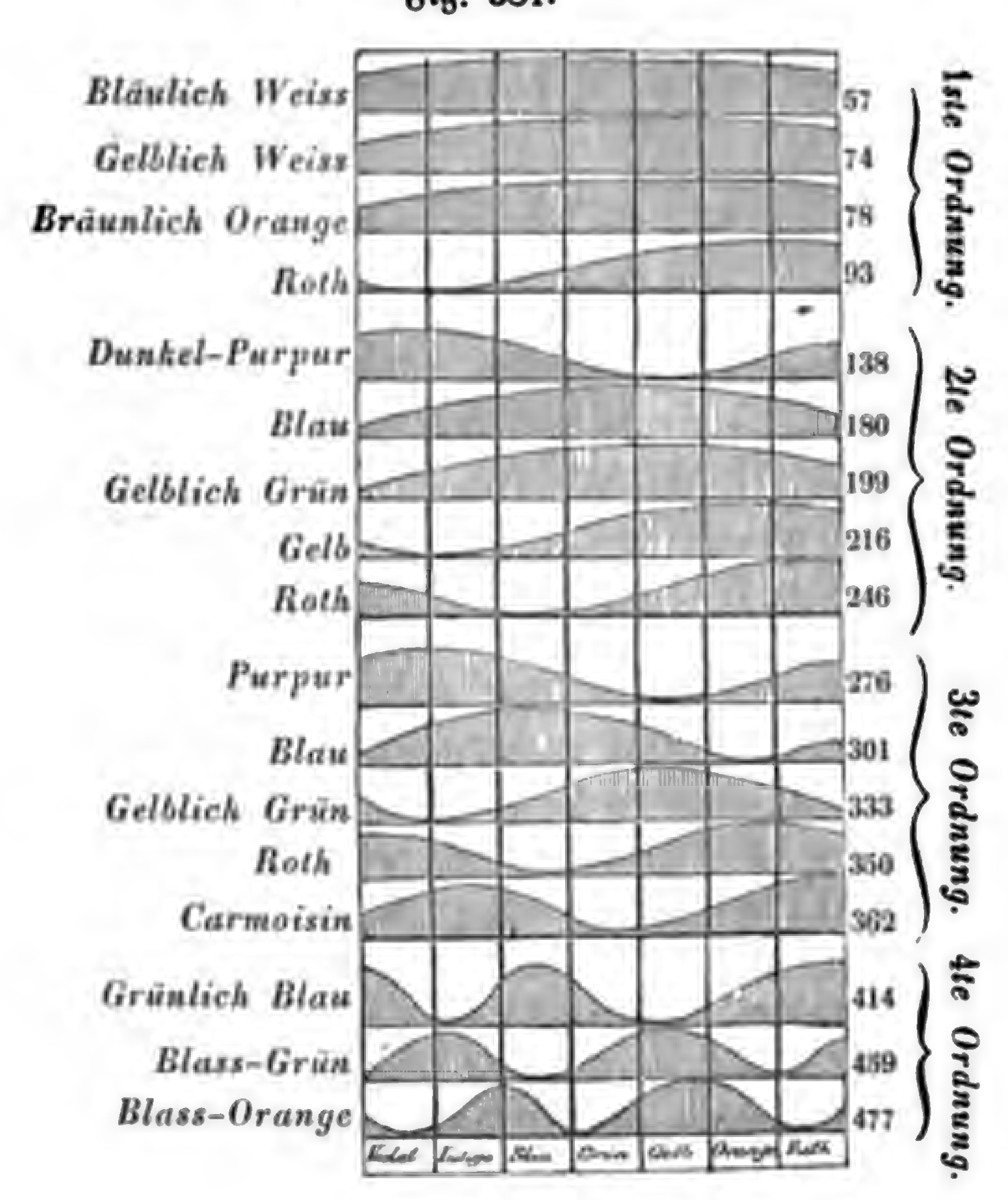
Alle Abscissenlinien sind in 7 Abtheilungen getheilt, welche den 7 Hauptfarben des Spectrums entsprechen. In der Mitte jeder Abtheilung ist die der neben notirten Dicke entsprechende Intensität dieser Farbe als Ordinate aufgetragen, wie sie aus Fig. 580 entnommen ist.

Der Dicke von 0,000138mm entspricht das erste Minimum des gelben Lichts, deshalb ist in Fig. 581 bei 138 die Ordinate in der Mitte der gelben Abtheilung gleich Null. In der Mitte der orangenfarbigen Abtheilung ist ebenfalls die aus Fig. 580 entnommene, derselben Dicke entsprechende Ordinate der orangefarbigen Strahlen aufgetragen. Ebenso sind die in der Mitte der rothen, violeten, blauen und grünen Abtheilungen aufgetragenen Ordinaten diejenigen, wie sie uns Fig. 580 angiebt, welches die Intensitäten der rothen, violetten, blauen und grünen Strahlen für die Dicke 0,000138mm der Schicht sind. Aus dieser Kurve ersehen wir, daß für die erwähnte Dicke Violett im Maximum ist, Indigo und Blau wirken noch stark zur Färbung mit, Grün, Gelb und Orange sehr wenig, Roth wieder stärker. Die Färbung des Blättchens ist also eine Mischung von Blau, Violett und Roth, d. h. ein dunkles Purpur.

Gerade so wie diese sind auch alle Kurven der Fig. 581 nach Fig. 580 construirt. Aus der Betrachtung dieser Kurven ergiebt sich aber leicht die Färbung des Blättchens. So überzeugt man sich leicht, daß bei einer Dicke von 0,000216mm Gelb vorherrscht. Ein Blättchen von 0,000301mm Dicke wird blau erscheinen u. s. w.

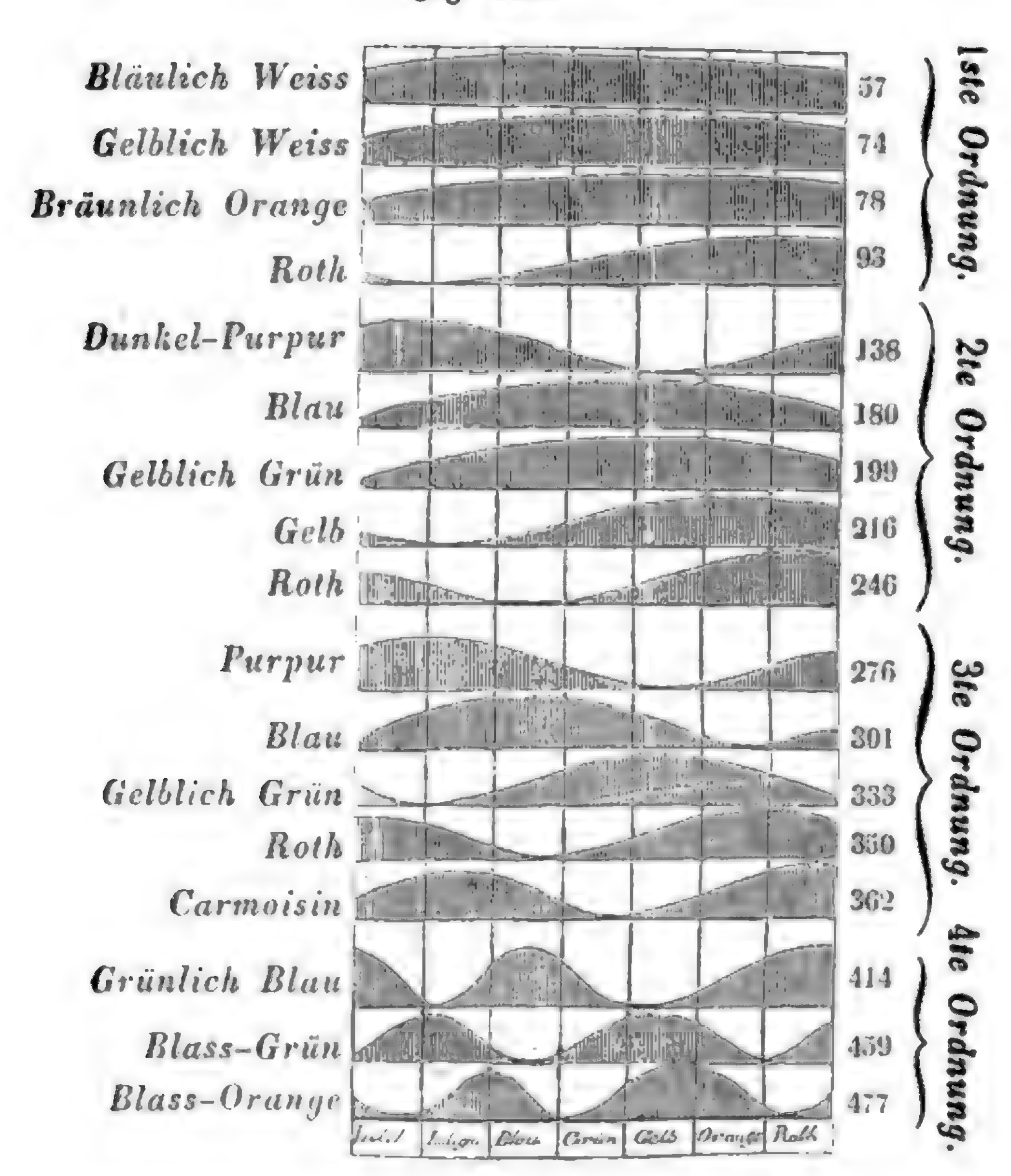
Während die Kurven Fig. 581 für die erste Ordnung wenig gekrümmt

Fig. 581.



sind, nimmt diese Krümmung für die zweite Ordnung schon merklich zu. Die Farben der zweiten und dritten Ordnung sind sehr rein, weil hier, die

Fig. 582.



letzten Farben der dritten Ordnung ausgenommen, nur eine Farbe im Maximum ist, und diese also entschieden vorherrschen kann. In der vierten Ordnung nimmt die Krümmung der Kurven so zu, daß zwei Farben im Maximum sind; keine dieser Farben kann also so entschieden vorherrschen wie in der zweiten und dritten Ordnung. Je mehr aber die Dicke des Blättchens wächst, desto näher rücken sich die Maxima, so daß bei noch größeren Dicken drei, vier Farben im Maximum seyn werden. Je mehr Farben aber im Maximum sind, desto mehr wird die resultirende Färbung sich dem Weißen nähern. Bei immer zunehmender Dicke wird es endlich dahin kommen, daß innerhalb der Gränzen einer jeden Farbe des Spectrums ein Maximum und ein Minimum liegt. Fände sich z. B. ein Minimum im äußersten Violett, eins an der Gränze zwischen Violett und Indigo, zwischen Indigo und Blau, zwischen Blau und Grün, zwischen Grün und Gelb, zwischen Gelb und Orange, zwischen Orange und Roth, ein Maximum aber im mittleren Violett, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange und Roth, so könnte das Resultat der Mischung offenbar nur Weiß geben. So

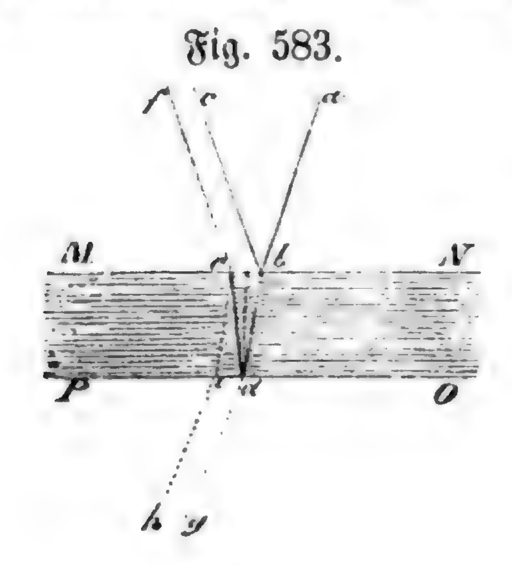
erklärt sich denn, daß die Farben höherer Ordnungen blasser und blasser werden, bis sie endlich ganz in Weiß übergehen, so daß über eine gewisse Dicke hinaus die Blättchen gar keine Farben mehr zeigen.

Wir haben bisher nur die Farben dünner Luftschichten näher betrachtet; für andere durchsichtige Substanzen sind die Gesetze der Erscheinungen dieselben, nur ist die absolute Dicke der Schicht, welche einer bestimmten Farbe entspricht, je nach der Natur dieser Schicht veränderlich. Newton hat gezeigt, daß für verschiedene Substanzen die Dicke, welche derselben Farbe entspricht, sich umgekehrt verhält wie die Brechungsexponenten dieser Substanzen. Erzeugt man z. B. auf die gewöhnliche Weise die Ringe durch Auflegen einer Linse auf eine ebene Glastafel, bringt man dann auf der einen Seite einen Wassertropfen zwischen die beiden Gläser, so wird dieser bald durch die Capillarität bis zum Berührungspunkt der beiden Gläser fortgetrieben, und man hat so auf der einen Seite zwischen den beiden Gläsern eine Wasser-, auf der andern eine Luftschicht; auf der Wasserseite sind aber nun die Ringe weit enger, und zwar stehen die Durchmesser der Ringe für die Wasserschicht zu den Durchmessern der entsprechenden Ringe in der Luftschicht im Verhältniß von 3 zu 4; $\frac{3}{4}$ ist aber das Verhältniß der Brechungsexponenten von Wasser und Luft.

Erklärung der Farben dünner Blättchen durch die Vibrationstheorie. 222 Wenn man mit einiger Aufmerksamkeit die oben besprochenen empirischen Gesetze der Farben dünner Schichten betrachtet, so kann man unmöglich übersehen, daß sie manche Aehnlichkeit mit den Gesetzen der Beugungserscheinungen haben, und somit drängt sich auch die Idee auf, daß die Farben dünner Blättchen gleichfalls ein Interferenzphänomen seyen, wie dies auch Young und Fresnel vollständig bewiesen haben.

Wenn Lichtstrahlen auf irgend eine Schicht eines durchsichtigen Körpers fallen, so werden sie theilweise an der oberen, theilweise an der unteren Fläche derselben reflectirt, und die von beiden Flächen reflectirten Lichtstrahlen werden interferiren und sich je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald gegenseitig vernichten, bald verstärken.

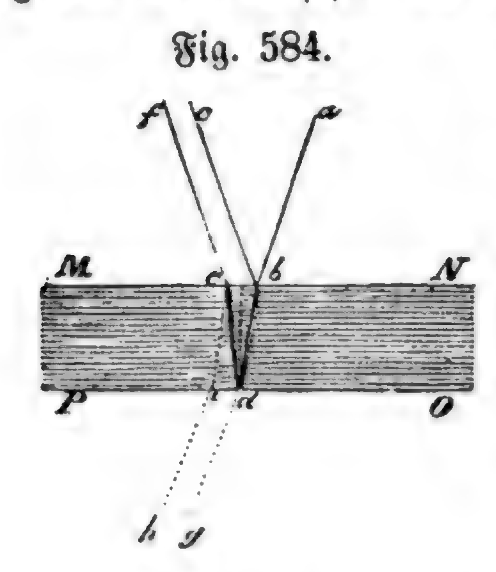
Fig. 583.



Betrachten wir diesen Hergang der Sache etwas näher. In Fig. 583 stelle *MNOP* eine dünne Schicht irgend eines durchsichtigen Körpers vor, welche durch ein Bündel paralleler Strahlen *a b* getroffen wird; dieses Strahlenbündel wird nun theilweise in der Richtung *b c* reflectirt, theilweise aber nach *d* gebrochen. Die gebrochenen Strahlen erleiden aber an der Fläche *OP*

eine zweite Theilung, der reflectirte Antheil tritt bei *e* in derselben Richtung aus wie das schon an der ersten Fläche *MN* reflectirte Strahlenbündel, mithin werden die beiden Strahlenbündel *b c* und *e f* interferiren müssen. Wenn der Weg von *b* nach $d = \frac{1}{2}$ Wellenlänge ist, so ist auch $de = \frac{1}{2}$ Wellenlänge; die Strahlen des auf der Vorderfläche reflectirten Bündels sind also in ihrem Gange von den Strahlen des auf der zweiten Fläche reflectirten Bündels um eine ganze Wellenlänge verschieden, die beiden Bündel werden sich also gegenseitig unterstützen; dasselbe wird der Fall seyn, wenn der Weg *b d e* gleich 2, 3, 4 u. s. w. ganzen Wellenlängen gleich ist. Wäre dagegen der Weg *b d e* gleich $\frac{1}{2}$ Wellenlänge oder gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge, so würden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig vernichten.

Fig. 584.



Suchen wir nun danach die Erscheinung an einer Schicht von gleichförmig zunehmender Dicke abzuleiten. An der Stelle, wo die Dicke der Schicht Null oder doch verschwindend klein ist, werden die beiden Strahlenbündel gar nicht, oder doch nur sehr wenig in ihrem Gange von einander abweichen, an der Berührungsstelle der Linse und des Planglases müßte man also eine helle Stelle wahrnehmen.

Da, wo die Dicke der Schicht $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt, wird der Weg von der oberen Fläche zur unteren und von da zurück zur oberen, also der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $\frac{1}{2}$ Wellenlänge betragen, hier müßte also eine dunkle Stelle seyn.

Die 2te, 3te, 4te u. s. w. dunkle Stelle würde sich da finden, wo die Dicke der Schicht $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Die zwischen den dunklen Streifen liegenden Maxima der Lichtstärke würden sich dagegen da finden, wo die Dicke der Schicht 1, 2, 3, 4 u. s. w. halbe Wellenlängen beträgt.

Diese Folgerungen stimmen aber mit der Erfahrung nicht überein. Zunächst ist da, wo die Dicke der Schicht Null ist, da also, wo die Linse das Planglas berührt, ein **dunkler** Fleck, während man nach unseren Betrachtungen hier einen hellen Fleck erwarten sollte. Wir haben ferner oben (S. 503) gesehen, daß für homogenes Licht die dunkelste Stelle des 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. dunklen Ringes an solchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftschicht 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. so dick ist als am ersten dunklen Ring, während nach unseren Betrachtungen die Dicke der Schicht für den

2ten, 3ten, 4ten u. s. w. dunklen Ring 3mal, 5mal, 7mal u. s. w. so dick seyn müßte als für den ersten.

Um diesen Widerspruch zu heben, müßte man annehmen, daß das von der zweiten Fläche reflectirte Lichtbündel durch irgend eine Ursache noch um $^1/_2$ Wellenlänge mehr verzögert würde, als man nach der Dicke der zweimal durchlaufenen Schicht erwarten sollte. Ein solcher Verlust einer halben Wellenlänge findet aber in der That Statt.

Wenn eine Oscillationsbewegung sich in einem Mittel von gleichförmiger Elasticität und Dichtigkeit fortpflanzt, so kehrt sie niemals zurück; wenn sie sich einer neuen Schicht mittheilt, so bleiben die vorhergehenden Schichten in Ruhe, wie ja auch eine Elfenbeinkugel, wenn sie gegen eine andere von gleicher Masse stößt, dieser ihre Bewegung mittheilt und selbst in Ruhe bleibt; die stoßende Kugel bleibt aber nach dem Stoße nicht in Ruhe, wenn die zweite nicht dieselbe Masse hat, sie springt zurück, wenn die Masse der zweiten Kugel größer ist; sie setzt ihre Bewegung in der ursprünglichen Richtung fort, wenn die Masse der zweiten Kugel kleiner ist. Dies macht nun begreiflich, was vorgeht, wenn eine Lichtwelle die Trennungsfläche zweier Mittel von verschiedener Dichtigkeit trifft. Die unendlich dünne Schicht des ersten Mittels, welche das zweite Mittel berührt, können wir mit der ersten Kugel vergleichen; wegen der Verschiedenheit der Masse bleibt sie nicht in Ruhe, nachdem sie die benachbarte Schicht des zweiten Mittels in Bewegung gesetzt hat, und deshalb findet eine Reflexion Statt; die neue Geschwindigkeit aber, von welcher die letzte Schicht des ersten Mittels unmittelbar nach dem Stoße afficirt ist und welche sich nach und nach den vorhergehenden Schichten desselben Mittels mittheilt, muß aber eine verschiedene Richtung haben, je nachdem die Schicht des zweiten Mittels mehr oder weniger Masse hat als die des erstern, d. h. je nachdem das erste Mittel mehr oder weniger dicht ist als das zweite.

Dieses wichtige Princip, welches Young, geleitet durch die eben auseinandergesetzten Betrachtungen, aufgefunden hat, ergiebt sich auch aus den Formeln, welche Poisson auf analytischem Wege ableitete. Auf die Reflexion des Lichts angewendet, folgt daraus, daß, je nachdem eine Lichtwelle innerhalb oder außerhalb eines dichten Mittels reflectirt wird, die Oscillationsgeschwindigkeit positiv oder negativ ist, daß also in beiden Fällen alle Vibrationsbewegungen eine entgegengesetzte Richtung haben werden.

Wenden wir dies nun auf die dünne zwischen zwei Glasflächen eingeschlossene Luftschicht an, so ist klar, daß zwischen den an der oberen und der unteren Gränzfläche der Luftschicht reflectirten Strahlenbündeln außer der Differenz der durchlaufenen Wege auch noch der Unterschied stattfindet, daß das eine Lichtbündel in Glas, also in einem dichteren Mittel, das andere aber in Luft, also in einem weniger dichten Mittel, an der unteren

Glasfläche reflectirt wird; das an der unteren Glasfläche reflectirte Strahlenbündel wird sich also in einem Schwingungszustande befinden, welcher dem gerade entgegengesetzt ist, den man nach der Länge des durchlaufenen Weges erwarten sollte; die Oscillationen dieses zweiten Strahlenbündels gehen also gerade so vor sich, als ob sie einen um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge größern Weg durchlaufen hätten. Da also, wo die beiden Strahlenbündel zusammenwirken würden, wenn man nur die Differenz der Wege in Betracht zu ziehen hätte, wird ein vollkommener Gegensatz zwischen beiden stattfinden; da aber, wo die Differenz der Wege einen vollkommenen Gegensatz andeutet, werden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig unterstützen; dadurch erklärt sich nun die ganze Erscheinung vollkommen.

Da, wo die beiden Gläser in Berührung sind, ist die Dicke der Luftschicht wenn nicht ganz Null, doch selbst gegen die Länge einer Lichtwelle sehr klein, das Strahlenbündel, welches an der unteren Glasfläche reflectirt wird, hat also keinen merklich längeren Weg zurückgelegt als das andere Strahlenbündel, es ist also in seinem Laufe gegen dieses nur um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge verzögert, an der Berührungsstelle der beiden Gläser muß also ein dunkler Fleck entstehen.

Das folgende Minimum, also der erste dunkle Ring, wird sich da finden, wo der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $\frac{3}{2}$ Wellenlängen beträgt; dieser Gangunterschied entspricht aber der Stelle der Luftschicht, an welcher ihre Dicke $\frac{1}{2}$ Wellenlänge beträgt; denn hier ist die Differenz der Wege (die doppelte Dicke der Schicht) 1 Wellenlänge, dazu kommt aber noch der Verlust einer halben Wellenlänge durch die Spiegelung an der unteren Glasfläche.

Da, wo die Dicke der Luftschicht $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$ u. s. w. Wellenlängen beträgt, ist die Differenz der Wege $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{8}{2}$, der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel also $\frac{4}{2} + \frac{1}{2}$, $\frac{6}{2} + \frac{1}{2}$, $\frac{8}{2} + \frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{9}{2}$ u. s. w. Wellenlängen, und an diesen Stellen muß sich der 2te, der 3te, der 4te dunkle Ring finden; bezeichnen wir die Dicke der Luftschicht für den ersten dunklen Ring mit $2\,d$, so werden demnach die folgenden hellen und dunklen Ringe folgenden Dicken der Luftschicht entsprechen:

Dunkle Ringe	0	$2\,d$	$4\,d$	$6\,d$	$8\,d$	$10\,d$
Helle Ringe	$1\,d$	$3\,d$	$5\,d$	$7\,d$	$9\,d$	$11\,d$.

was mit der Erfahrung vollständig übereinstimmt.

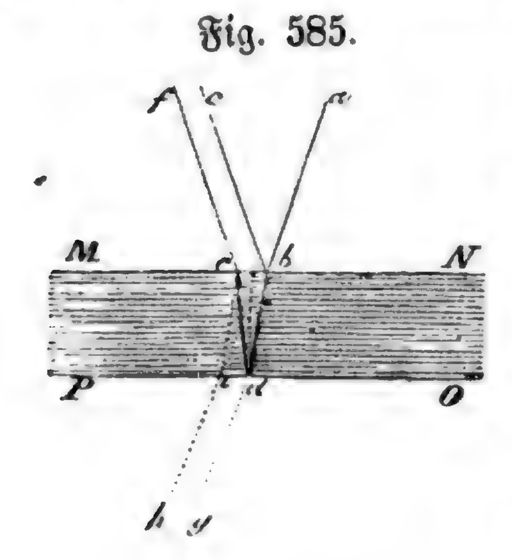
Bisher war nur von homogenen Lichtstrahlen die Rede; für Lichtstrahlen verschiedener Farben müssen die Luftschichten, welche den dunklen Ringen verschiedener Farben entsprechen, in demselben Verhältniß an Dicke abnehmen, als die Wellenlänge dieser Strahlen kürzer ist. Die Zwischenräume zwischen den dunklen Ringen werden also für die brechbaren Strahlen klei-

ner werden, die Ringe werden zusammenrücken, die Maxima und Minima der Lichtstärke können demnach für verschiedenfarbiges Licht nicht zusammenfallen. Auch hierin finden wir wieder die vollkommenste Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Erfahrung.

Farben dünner Blättchen im durchgelassenen Licht. Wir ha- 223
ben bisher nur diejenigen Farben dünner Blättchen betrachtet, welche durch die Interferenz der an den beiden Gränzflächen der dünnen Schicht reflectirten Strahlenbündel entstehen; doch zeigen die dünnen Blättchen auch im durchgelassenen Lichte Farben, die jedoch ungleich blasser sind als die Farben, welche man im reflectirten Lichte beobachtet; außerdem aber sind die Farben des durchgelassenen Lichts stets complementär zu denen, welche man an denselben Stellen im reflectirten Lichte beobachtet. In der Mitte des ganzen Ringsystems sieht man bei durchgelassenem Lichte einen hellen Fleck, und wenn man homogenes Licht anwendet, so findet man, daß die dunklen Ringe jetzt gerade dahin fallen, wo bei reflectirtem Lichte die hellen Ringe waren, und umgekehrt.

Diese Farbenringe werden durch die Interferenz zweier Lichtbündel erzeugt, von denen das eine $d\,g$, Fig. 585, direct durch die dünne Schicht hindurchgeht, während das andere $i\,h$ eine zweimalige innere Reflexion erlitten hat; die beiden Strahlenbündel sind also in ihrem Gange außer der Differenz der Wege noch um eine ganze Wellenlänge verschieden; dadurch erklärt sich leicht der helle Fleck in der Mitte des Ringsystems. Der erste dunkle Ring wird da seyn, wo die Dicke der Schicht $1/4$ Wellenlänge beträgt, denn hier ist die Differenz im Gang der beiden Strahlenbündel $1\frac{1}{2}$; diese Dicke ist d, wenn man, wie oben, mit $2\,d$ die Dicke bezeichnet, welche dem ersten dunklen Ringe im reflectirten Lichte entspricht. Für durchgelassenes Licht entsprechen demnach den hellen und dunklen Ringen einer homogenen Farbe folgende Dicken:

Fig. 585.

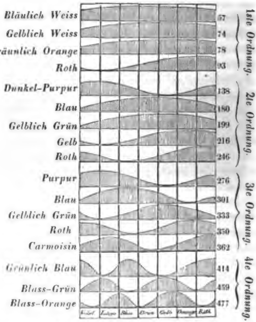


Dunkle Ringe	$1\,d$	$3\,d$	$5\,d$	$7\,d$	$9\,d$	$11\,d$
Helle Ringe	0	$2\,d$	$4\,d$	$6\,d$	$8\,d$	$10\,d$.

Da die Minima aller Farben bei dem durchgelassenem Lichte gerade an die Stelle der Maxima für reflectirtes Licht fallen, so ist klar, daß in der Färbung der dünnen Schicht bei durchgelassenem Lichte gerade die Farben fehlen müssen, die an derselben Stelle bei reflectirtem Lichte vorherrschen,

und umgekehrt; mit Hülfe der Kurven, Figur 586, kann man leicht übersehen, welches die Färbung der Luftschicht für eine gegebene Dicke für durchgelassenes Licht seyn wird. Wenn die Luftschicht eine Dicke von

Fig. 586.



0,000246^{mm} hat, so ist im reflectirten Lichte Roth vorherrschend, die Gränze zwischen Blau und Grün im Minimum, Blau und Grün überhaupt sehr schwach mitwirkend; im durchgelassenen Lichte wird also gerade Blau und Grün vorherrschen, an diesen Stellen wird man also eine bläulich grüne Färbung beobachten.

Da, wo die Luftschicht eine Dicke von 0,000301^{mm} hat, zeigt sie im reflectirten Lichte eine blaue Färbung; Orange ist hier im Minimum, Gelb und Roth nur schwach; im durchgelassenen Lichte wird also Orange im Maximum seyn und außerdem noch Roth und besonders Gelb in der Färbung vorherrschen. Aehnliche Betrachtungen lassen sich für jede beliebige Dicke anstellen.

Daß die Farben im durchgelassenen Lichte so blaß sind, rührt daher, daß die beiden interferirenden Lichtbündel nicht gleiche Intensität haben; das direct durchgegangene Lichtbündel ist nämlich bedeutend intensiver als das andere, welches zwei Reflexionen erlitten hat; wenn also auch der Gang-

Digitized by Google

unterschied der beiden Strahlenbündel ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, so kann doch keine vollkommene Aufhebung stattfinden, die Lichtstärke wird hier zwar geschwächt, aber doch nicht Null seyn. Im reflectirten Lichte dagegen sind die Farben sehr lebhaft, weil die beiden interferirenden Strahlenbündel fast gleiche Intensität haben.

Farben dicker Platten. Wenn ein Sonnenstrahl durch eine 4 bis 224
5 Millimeter weite runde Oeffnung in ein dunkles Zimmer fällt und auf einem hinten belegten Hohlspiegel mm' von Glas aufgefangen wird, Fig. 587, dessen Axe mit der Richtung der einfallenden Strahlen zusammen-

Fig 587.

fällt, so beobachtet man um die Oeffnung herum auf dem zu diesem Zweck innen mit weißem Papier überzogenen Schirm eine Reihe glänzender Farbenringe. Diese schöne Erscheinung ist von Newton entdeckt und von ihm zuerst näher untersucht worden.

Wenn das einfallende Licht homogen ist, so sind die Ringe abwechselnd hell und dunkel, und man kann ihrer in diesem Falle 12 bis 15 unterscheiden, wenn man alle mögliche Sorgfalt anwendet, um alles nicht hierher gehörige Licht möglichst abzuhalten. Wenn man weißes Licht anwendet, so folgen die Farben der Ringe in der Ordnung auf einander wie die Farben dünner Blättchen.

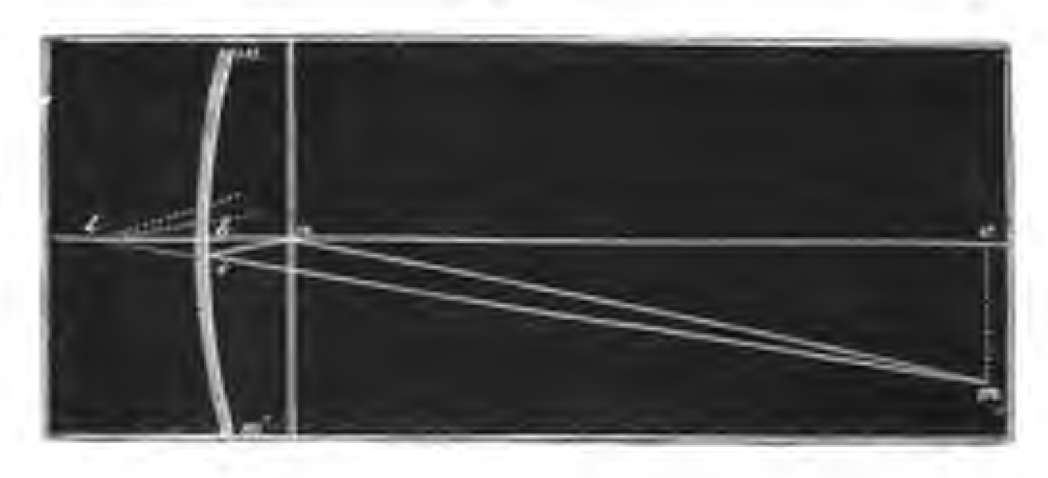
Diese Ringe erhalten die größte Intensität, wenn die Entfernung des Spiegels vom Schirm dem Krümmungshalbmesser des Spiegels gleich ist oder, mit anderen Worten, wenn das Spiegelbild der Oeffnung mit der Oeffnung selbst zusammenfällt. Je weiter man den Spiegel von dieser Lage entfernt, desto blasser werden die Ringe, bis sie endlich ganz verschwinden.

Wenn der Spiegel sehr gut polirt ist, so sind die Ringe immer sehr blaß; um sie möglichst lebhaft zu machen, muß die vordere Fläche etwas matt gemacht werden, entweder indem man etwas darauf haucht, oder indem man sie mit einem feinen Staube, etwa mit Mehl, bestreut, oder endlich indem man eine dünne Schicht mit Wasser verdünnter Milch darauf gießt, welche auftrocknet und anhaftet. Dieser eigenthümliche Umstand wurde von Newton ganz übersehen.

Digitized by Google

Der Herzog von Chaulnes hat den Versuch etwas abgeändert; statt des Spiegels von Glas wandte er einen Hohlspiegel von Metall an und brachte in einiger Entfernung vor demselben eine durchsichtige Platte mit parallelen Wänden, etwa eine Glasplatte, eine Platte von Glimmer oder Gyps an, welche auf einer Seite durch einen ganz dünnen Ueberzug von Milch etwas matt gemacht war; man erhält auf diese Weise ganz ähnliche Farbenringe; die Entfernung der ebenen Platte von dem Spiegel, die man

Fig. 588.



hier nach Belieben verändern kann, entspricht der Dicke des Glasspiegels im Newton'schen Versuch.

Diese Farben lassen sich auf folgende Weise durch die Undulationstheorie erklären. Wenn die Lichtstrahlen in a die matte Fläche treffen, so werden sie theilweise von a aus unregelmäßig zerstreut werden, zum Theil aber in gerader Richtung fortgehen. Die von a aus zerstreuten Strahlen werden durch den Spiegel so reflectirt, als ob sie von l, dem Spiegelbilde von a, ausgingen; die in der Richtung cab auf den Spiegel fallenden Strahlen aber, welche in a noch keine Zerstreuung erlitten haben, werden nur in der Richtung ba reflectirt und auf ihrem Rückwege theilweise von a aus zerstreut. In den verschiedenen Punkten des Schirmes, etwa in m, treffen nun solche Strahlen, die direct nach dem Spiegel gelangt sind und auf ihrem Rückweg in a zerstreut wurden, mit solchen Strahlen zusammen, die auf ihrem Weg zum Spiegel schon eine Zerstreuung erlitten haben und dann direct nach dem Schirm reflectirt wurden; die ersteren Strahlen haben von a aus den Weg von a nach b, von b nach a und von a nach m zurückgelegt, die letzteren aber den Weg von a nach c und von c nach m.

Die Wege $am + 2ab$ und $ac + cm$ sind aber nicht gleich, die beiden in m zusammentreffenden Strahlen werden sich also, je nach der Differenz der durchlaufenen Wege, bald unterstützen, bald aufheben.

Digitized by Google

Siebentes Kapitel.

Polarisation des Lichts.

Ein gewöhnlicher Lichtstrahl besitzt nach allen Seiten hin dieselben Ei- 225
genschaften. Fängt man z. B. einen gewöhnlichen Lichtstrahl durch einen Spiegel auf, so wird er stets reflectirt, welches auch die Lage des Spiegels gegen den Strahl seyn mag. Dies ist jedoch nicht bei allen Strahlen der Fall; es giebt Lichtstrahlen, welche nicht nach allen Seiten hin dieselben Beziehungen zeigen. Diese Eigenthümlichkeit wird mit dem Namen der **Polarisation** bezeichnet, und Strahlen, welche diese Eigenthümlichkeit besitzen, nennt man **polarisirte** Strahlen.

Die Polarisation des Lichts wurde im Jahr 1811 von **Malus** entdeckt. Erst durch diese wichtige Entdeckung wurde es möglich, die schon früher bekannten und auch theilweise richtig erklärten Erscheinungen der **doppelten Brechung**, die wir erst im folgenden Kapitel näher betrachten werden, in allen Beziehungen richtig zu erkennen.

Wir wollen uns zunächst damit beschäftigen, die Erzeugungsarten und die Eigenschaften der polarisirten Lichtstrahlen näher zu betrachten.

Polarisation durch Reflexion. Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl 226
ab auf eine ebene Glastafel *fghi* in einem Winkel von 35° 25′ auf, so wird er zum großen Theil nach den gewöhnlichen Gesetzen in der Richtung *bc* reflectirt. Der in der Richtung *bc* gespiegelte Strahl ist nun durch diese Reflexion **polarisirt**. Um seine Eigenschaften zu untersuchen, muß man den polarisirten Strahl so viel als möglich zu isoliren suchen; wenn sich unter der Glasplatte Gegenstände befinden, welche Lichtstrahlen auf dieselbe senden, die sich nach ihrem Durchgang durch die Platte ebenfalls in der Richtung *bc* fortpflanzen, so neutralisiren diese Strahlen die Eigenschaften des durch Reflexion polarisirten. Wenn demnach solche schädlichen

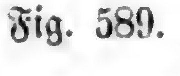
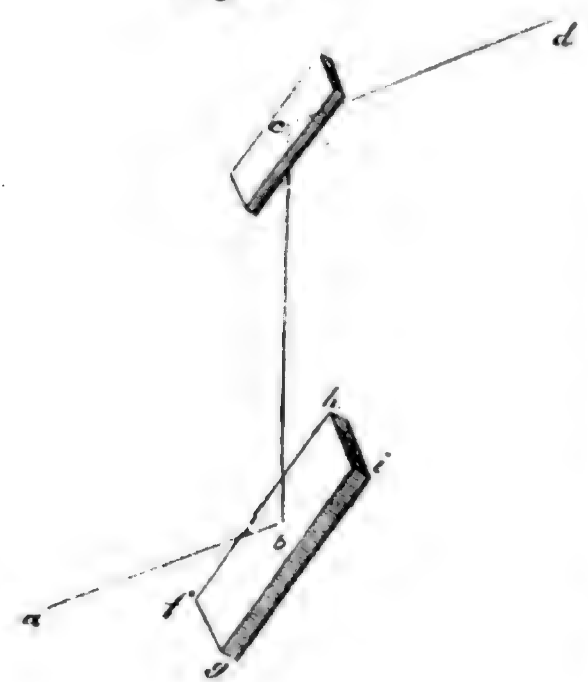


Fig. 589.



Strahlen nicht schon durch die Construction des ganzen Apparates ausgeschlossen sind (ein solcher Apparat wird alsbald beschrieben werden), so muß die Glastafel auf der Rückseite etwa mit Asphalt, schwarzer Oelfarbe oder Tusch geschwärzt seyn. Statt eines auf der Rückseite geschwärzten Spiegels kann man auch einen Spiegel von Obsidian oder schwarzem Glase anwenden.

Fällt der durch Reflexion polarisirte Strahl *b c* auf eine zweite ebenfalls auf der Rückseite geschwärzte Glastafel, welche der unteren parallel ist, so macht der Strahl *b c* auch mit dieser einen Winkel von 35° 25′, und die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt mit der des unteren zusammen. Bei dieser Lage des zweiten Spiegels wird der Strahl *b c* wie jeder gewöhnliche Lichtstrahl reflectirt; dreht man jedoch den oberen Spiegel so, daß die Richtung des Strahls *b c* die Umdrehungsaxe bildet, so bleibt zwar der Winkel, welchen der einfallende Strahl *b c* mit der Spiegelfläche macht, unverändert 35° 25′, allein der Parallelismus der beiden Spiegel hört auf, die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt nicht mehr mit der des unteren zusammen. Dreht man nun auf die angegebene Weise den oberen Spiegel aus der Lage des Parallelismus mit dem unteren heraus, so wird die Intensität des zum zweiten Male reflectirten Strahles um so mehr abnehmen, je mehr der Winkel wächst, den die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren macht, bis dieser Winkel 90° geworden ist oder, mit anderen Worten, bis die Reflexionsebenen beider Spiegel sich unter einem rechten Winkel kreuzen. Bei dieser Stellung wird der Strahl *b c* von dem oberen Spiegel gar nicht mehr reflectirt, was doch der Fall seyn müßte, wenn *b c* ein gewöhnlicher Lichtstrahl wäre. Bei weiter fortgesetzter Drehung des oberen Spiegels nimmt die Intensität des reflectirten Strahles allmälig wieder zu, bis sie wieder ihr Maximum erreicht, wenn die ganze Drehung 180° beträgt. In dieser Stellung fallen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel abermals zusammen. Dreht man noch weiter, so wird der vom oberen Spiegel reflectirte Strahl wieder schwächer und verschwindet ganz, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel wieder gekreuzt sind, also bei einer Drehung von 270° u. s. w.

Eine Vorrichtung, an welcher zwei Polarisationsspiegel so angebracht sind, daß man damit den eben beschriebenen Versuch anstellen kann, heißt Polarisationsapparat. Die einfachste Einrichtung, welche man dem Polarisationsapparat geben kann, ist folgende: An dem einen Ende einer metallenen oder hölzernen Röhre ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel so befestigt, daß er einen Winkel von 35° 25′ mit der Axe der Röhre macht, daß also Strahlen, welche in einem Winkel von 35° 25′ auf den Spiegel fallen, so reflectirt werden, daß sie in der Richtung dieser Axe durch die Röhre hindurchgehen. Am anderen Ende der Röhre befindet

sich ein Ring, dessen Axe mit der Axe der Röhre zusammenfällt, und der sich also in einer zu dieser Axe rechtwinkligen Ebene umdrehen läßt. An diesem Ringe nun ist ein zweiter hinten geschwärzter Spiegel befestigt, welcher ebenfalls einen Winkel von 35° 25′ mit der Axe der Röhre macht; durch Umdrehung des Ringes wird auch der Spiegel mit umgedreht und kann durch diese Drehung in alle die Lagen gebracht werden, von denen eben die Rede war.

Dieser Apparat ist theils zum Gebrauche sehr unbequem, theils aber auch zu vielen Versuchen, von denen noch in der Folge die Rede seyn wird, gar nicht anwendbar. Man hat dem Polarisationsapparat mannigfache Formen gegeben, die bald zu diesem, bald zu jenem Besuche sich am besten eigneten. Alle diese verschiedenen Formen zu beschreiben, würde hier zu weit führen, es mag die genauere Beschreibung des von Nörremberg construirten Apparates genügen, welcher fast zu allen Versuchen der zweckmäßigste ist.

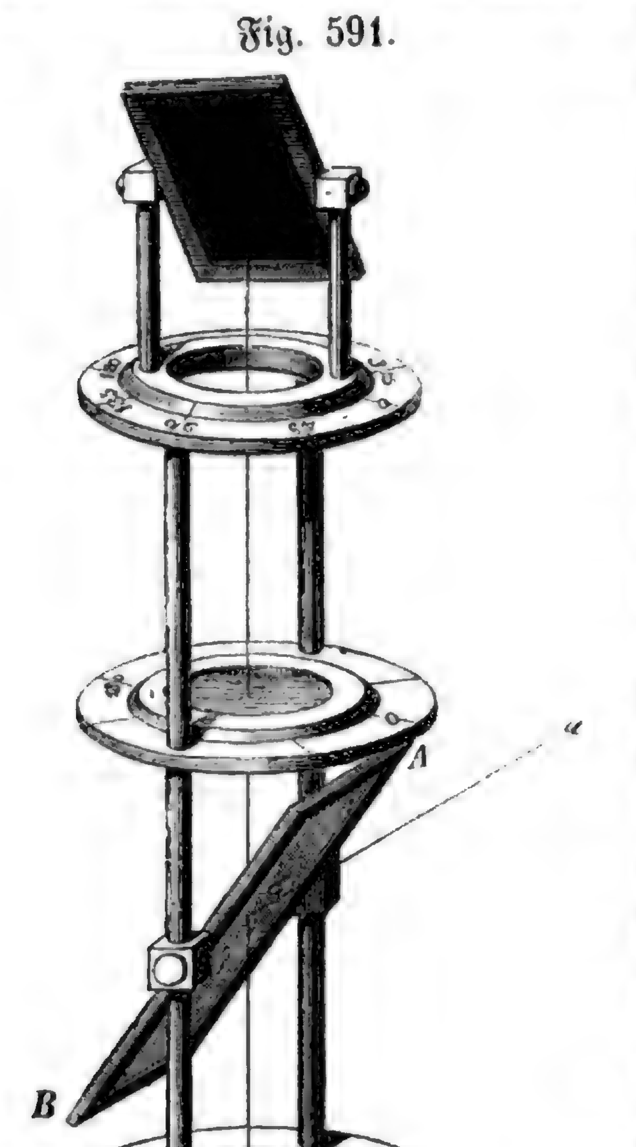
Fig. 590.

Der Nörremberg'sche Polarisationsapparat ist Fig. 590 in 1/4 der natürlichen Größe dargestellt. In einem runden Fußgestell, welches nicht zu leicht seyn darf, damit der Apparat die nöthige Stabilität erhalte, befinden sich am Rande, diametral einander gegenüberstehend, zwei Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen *A B* angebracht ist, welches eine Platte von geschliffenem Spiegelglase einschließt. Dieses Rähmchen und mit ihm der Spiegel ist mittelst zweier Zapfen um eine horizontale Axe drehbar, so daß man dem Spiegel jede beliebige Lage gegen die Richtung des Bleiloths geben kann. Der Spiegel wird jedoch gewöhnlich in einer solchen Lage festgestellt, daß seine Ebene einen Winkel von 35°25′ mit der Vertikalen macht. Fällt bei dieser Stellung des Spiegels ein Lichtstrahl *a b* in einem Winkel von 34° auf den Spiegel, so geht er zum Theil durch das Glas hindurch, und diesen Theil haben wir weiter nicht zu betrachten, zum Theil aber wird er in der Richtung *b c* vertikal nach unten reflectirt. Dieser reflectirte Strahl ist

nun polarisirt, eine durch die Linien *a b* und *b c* gelegte vertikale Ebene ist seine Polarisationsebene.

Auf dem Fußgestelle befindet sich in wagerechter Lage ein gewöhnlicher auf der Rückseite belegter Spiegel, den der polarisirte Strahl *b c* rechtwinklig trifft; er wird also in derselben Richtung zurückgeworfen, in welcher er gekommen war, geht durch den Polarisationsspiegel hindurch und gelangt in vertikaler Richtung zum obern Theile des Apparates. Die oberen Enden der Stäbe (der mittlere Theil des Apparates mag vor der Hand noch unberücksichtigt bleiben) tragen einen in Grade getheilten Ring. Der Nullpunkt dieser Theilung liegt so, daß, wenn man sich durch die Theilstriche 0 und 180⁰ eine Vertikalebene gelegt denkt, diese Ebene mit der Reflexionsebene des untern Spiegels, also mit der Polarisationsebene der durch den untern Spiegel polarisirten Strahlen zusammenfällt. In diesem getheilten Ringe ist ein anderer drehbar, auf welchem diametral gegenüberstehend zwei Säulchen angebracht sind, zwischen welchen ein Spiegel von schwarzem Glase oder ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel ebenso befestigt ist wie der untere Polarisationsspiegel zwischen den Stäben; wie der untere um eine horizontale Axe drehbar, kann der schwarze Spiegel leicht so gestellt werden, daß er einen Winkel von 35⁰ 25′ mit der Vertikalen macht.

Fig. 591.



Der drehbare Ring, auf welchem die Säulchen stehen, ist am Rande etwas zugeschärft, und gerade in der Mitte der vordern Hälfte des Ringes ist eine Linie, ein Index, auf die Zuschärfung gezogen. Eine durch diesen Index auf den Mittelpunkt des Ringes gelegte Vertikalebene fällt mit der Reflexionsebene des schwarzen Spiegels zusammen. Dreht man den Ring, welcher den obern Spiegel trägt, so, daß der Index mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so fallen die Reflexionsebenen des obern und des untern Spiegels zusammen. Dasselbe ist der Fall, wenn der Index bei 180⁰ steht. Wenn der Index bei 90⁰ (wie in unserer Figur) oder bei 270⁰ steht, so macht die Reflexionsebene

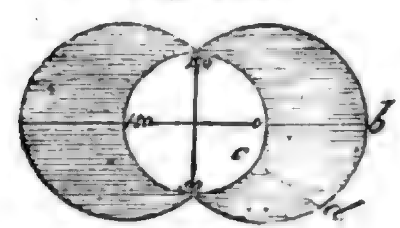
des obern Spiegels einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des untern Polarisationsspiegels.

Die Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation, welche man an diesem Apparate beobachten kann, sind folgende. Wenn beide Spiegel parallel stehen, wenn also der Index des den schwarzen Spiegel tragenden Ringes bei 0° steht, so reflectirt der obere Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen, das Gesichtsfeld ist also hell. Dreht man aber den Zerlegungsspiegel (so wird gewöhnlich der obere Spiegel genannt) aus dieser Lage heraus, so nimmt die Intensität des durch ihn reflectirten Lichts mehr und mehr ab und wird 0, wenn der Index bei 90° steht. In dieser Stellung reflectirt der schwarze Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen nicht mehr, das Gesichtsfeld erscheint dunkel. Dreht man noch weiter, so wird es allmälig wieder heller, und wenn der Index bei 180° steht, ist die Lichtstärke wieder derjenigen gleich, die bei 0° beobachtet wurde. Das Licht nimmt jedoch wieder ab, wenn man noch über 180° hinausdreht, das Gesichtsfeld wird zum zweiten Male dunkel, wenn der Index bei 270° steht.

Es versteht sich von selbst, daß während dieser ganzen Drehung die Richtung des schwarzen Spiegels gegen die Vertikale unverändert bleiben muß. In allen Lagen macht der obere Spiegel einen Winkel von 35° 25′ mit der Vertikalen.

Der Zusammenhang dieser Erscheinungen läßt sich so leicht übersehen, daß es nicht nöthig wäre, sie noch weiter anschaulich zu machen, allein des bessern Verständnisses der complicirteren Erscheinungen der Kreispolarisation wegen wollen wir auch diese einfachen Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation graphisch darstellen.

Fig. 592.



In Fig. 592 stellt die Verlängerung der Radien des Kreises bis zu der Kurve, welche die ganze Figur begränzt, die Intensität des reflectirten Lichts für die verschiedenen Stellungen des obern Spiegels dar. Es repräsentiren also die Linien $o\,b$ und $c\,d$ die Intensitäten des reflectirten Lichts, wenn der Index bei 0 oder bei 38° steht. Es ist $c\,d$ kleiner als $o\,b$, weil in letzterer Stellung weniger Licht reflectirt wird als in der ersten. Man übersieht in der Figur sehr deutlich, daß für 90° und 270° die Intensität des reflectirten Lichts Null, für 0° und 180° aber ein Maximum ist.

Um die Beschreibung des Apparates zu vollenden, wollen wir nun auch noch den Ring betrachten, welcher in der Mitte der Stäbe über dem untern Polarisationsspiegel angebracht ist. In demselben dreht sich ein zweiter, dessen Oeffnung mit einer Glasplatte verschlossen ist, auf welche man

durchsichtige Gegenstände legen kann, deren Verhalten im polarisirten Lichte man untersuchen will. Der Rand dieses drehbaren Ringes ist etwas zugeschärft und mit einem Index versehen, auf dem äußern Ringe ist eine Kreistheilung angebracht, welche der obern entspricht.

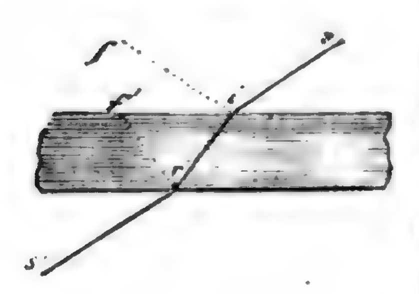
227 **Der Polarisationswinkel.** Giebt man, ohne sonst etwas an dem Apparate zu ändern, dem untern Spiegel eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, stellt man ihn z. B. so, daß er einen Winkel von 25⁰ mit der Vertikalen macht, so werden solche Strahlen zum obern Spiegel des Apparates gelangen, die den untern Polarisationsspiegel unter einem Winkel von 25⁰ getroffen haben. Wiederholt man nun die oben beschriebenen Versuche, so findet man, daß das von dem obern Spiegel zurückgeworfene Licht nie ganz Null wird. Wenn der obere Spiegel so gestellt ist, daß seine Reflexionsebene die des untern kreuzt, wenn also der Index der untern Theilung bei 90⁰ steht, so wird er in dieser Stellung freilich weniger Licht reflectiren als in jeder andern, doch wird immer noch ein Theil der von unten kommenden Strahlen reflectirt.

Es läßt sich daraus schließen, daß die unter einem Winkel von 25⁰ vom untern Polarisationsspiegel reflectirten Strahlen zwar zum Theil, aber doch nicht vollständig polarisirt sind. Je mehr der Winkel, welchen die auf den untern Glasspiegel fallenden Strahlen mit der Ebene dieses Spiegels machen, von 35⁰ 25′ abweicht, desto unvollständiger ist die Polarisation. Der Winkel, für welchen die vollständige Polarisation stattfindet, für Glas also der Winkel 35⁰ 25′, wird der *Polarisationswinkel* genannt.

Der Polarisationswinkel ist nicht für alle Substanzen gleich, jeder Körper hat seinen eigenthümlichen Polarisationswinkel; für Obsidian z. B. ist der Polarisationswinkel 33⁰.

Man hatte schon für viele Körper durch Versuche den Polarisationswinkel bestimmt, als *Brewster* durch Vergleichung der Resultate zu dem merkwürdigen Gesetze geführt wurde, *daß der Polarisationswinkel derjenige ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen rechtwinklig steht.* Wenn also in Fig. 593 $s\,i$ der unter dem Polarisationswinkel einfallende Strahl ist, so wird der reflectirte Strahl $f\,i$ mit dem gebrochenen $i\,r$ einen rechten Winkel machen; für jeden andern Einfallswinkel steht der reflectirte Strahl nicht mehr rechtwinklig auf dem gebrochenen, alsdann ist aber der reflectirte Strahl auch nicht mehr vollständig polarisirt.

Fig. 593.



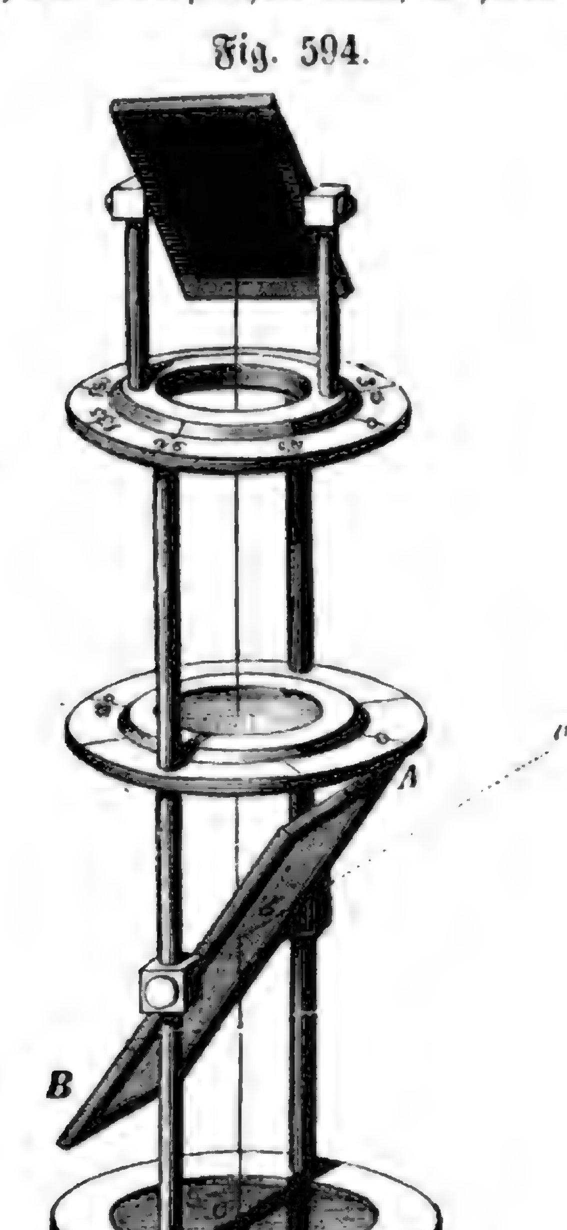
Da der Brechungsexponent der verschiedenfarbigen Strahlen nicht derselbe ist, so ist klar, daß selbst für ein und dieselbe Substanz der Polarisationswinkel nicht für die Strahlen aller Farben

derselbe seyn kann. Es erklärt sich daraus ganz einfach, warum ein Strahl weißen Lichts durch Reflexion niemals absolut vollständig polarisirt seyn kann.

Die richtige Stellung der Spiegel im Polarisationsapparate mittelt man am besten durch den Versuch aus; man stellt beide Spiegel ungefähr in die richtige Neigung gegen die Vertikale, kreuzt ihre Reflexionsebenen und corrigirt alsdann zuerst die Neigung des untern Spiegels, indem man seine Neigung allmälig ändert und ihn in der Lage feststellt, für welche das oben reflectirte Licht im Minimum ist. Ist dies geschehen, so corrigirt man auf dieselbe Weise die Neigung des obern Spiegels.

Bei genauer Untersuchung findet man, daß das von einer Wasserfläche, von einem Schieferdache, von einem polirten Tische u. s. w. reflectirte Licht mehr oder weniger polarisirt ist; ja fast alle spiegelnden Oberflächen können unter Umständen als Polarisationsspiegel dienen. Nur die **metallischen** Oberflächen machen hiervon eine Ausnahme.

Fig. 594.



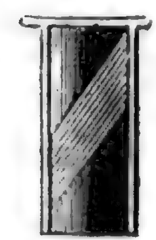
Die Polarisationsebene. Damit 228
ein polarisirter Strahl von einem Polarisationsspiegel, den er unter dem Polarisationswinkel trifft, möglichst vollständig reflectirt werden könne, muß die Reflexionsebene dieses Spiegels eine bestimmte Lage haben; die Ebene nun, mit welcher die Reflexionsebene eines Spiegels zusammenfallen muß, wenn er einen polarisirten Strahl möglichst vollständig reflectiren soll, heißt die **Polarisationsebene** des Strahls. Eine durch den Mittelpunkt des obern Ringes am Apparate Fig. 594 und den Nullpunkt der Theilung gehende Vertikalebene ist z. B. die Polarisationsebene der durch den untern Spiegel polarisirten Strahlen, denn sie werden von dem Zerlegungsspiegel nur dann möglichst vollständig reflectirt, wenn die Reflexionsebene desselben mit der bezeichneten Ebene zusammenfällt, wenn also der Index bei 0 oder 180° steht. Die Polarisationsebene dieser Strahlen fällt aber auch mit der Reflexionsebene des untern Spiegels zusammen, woraus man schließen kann, daß, wenn ein Lichtstrahl durch Spiegelung polarisirt wird, seine Einfallsebene zugleich

auch seine Polarisationsebene ist. Steht der Index am Kopfe des Apparates bei 90° oder bei 270°, so steht die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels rechtwinklig auf der Polarisationsebene der von unten her ihn treffenden Strahlen.

229 **Polarisation durch gewöhnliche Brechung.** Wenn Lichtstrahlen unter einem Winkel von 35° auf eine durchsichtige Glastafel fallen, so werden sie zum Theil reflectirt und durch diese Reflexion polarisirt, zum Theil aber gehen sie auch durch die Glastafel hindurch. Die hindurchgegangenen Strahlen zeigen nun ebenfalls Spuren von Polarisation, und zwar steht ihre Polarisationsebene rechtwinklig auf der Polarisationsebene der an der Vorderfläche reflectirten Strahlen. Läßt man die durchgegangenen Strahlen, deren Polarisation, wie gesagt, sehr schwach ist, auf eine zweite, der erstern parallele Glastafel fallen, so sind sie nach ihrem Durchgange durch diese zweite Glasplatte schon vollständiger polarisirt. Durch eine dritte, vierte, fünfte Glasplatte wird die Polarisation immer vollständiger; durch 8 bis 10 Glasplatten erhalten die durchgegangenen Strahlen schon eine ziemlich vollständige Polarisation.

Ein solches System von Glasplatten kann recht gut statt des Zerlegungsspiegels als Kopf des Polarisationsapparates gebraucht werden. Zu diesem Zwecke setzt man statt des Ringes, welcher den Zerlegungsspiegel trägt, einen Ring mit einem hohlen Cylinder auf den Apparat, und in diesen hohlen Cylinder kann man dann die Röhre Fig. 595 mit den Glasplatten hineinstecken.

Fig. 595.



Wenn man die Säule von Glasplatten statt des Zerlegungsspiegels auf den Apparat aufgesetzt hat, so wird beim Durchsehen durch die Glasplatte das Gesichtsfeld dunkel erscheinen, wenn die Reflexionsebene der Platten mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen zusammenfällt, hell dagegen, wenn die Reflexionsebene der Glasplatten auf der Polarisationsebene der von unten kommenden Strahlen rechtwinklig steht.

230 **Polarisation durch Turmalinplatten.** Nimmt man von dem Polarisationsapparat den Zerlegungsspiegel weg und läßt man statt auf diesen die polarisirten Strahlen auf eine Turmalinplatte fallen, deren Oberflächen der krystallographischen Hauptaxe dieses Minerals parallel sind, so gewahrt man an dem durch die Platte hindurchgegangenen Lichte ganz ähnliche Erscheinungen wie diejenigen, welche man an dem vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichte beobachtete. Hat die Platte eine solche Stellung, daß ihre krystallographische Hauptaxe rechtwinklig auf der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen steht, so läßt sie die Strahlen so vollständig hindurch, als es die Färbung des Minerals erlaubt. Macht

aber die Axe der Platte einen andern Winkel mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist das durchgehende Licht um so schwächer, je kleiner dieser Winkel wird. Fällt die Axe der Platte in die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichts ein Minimum, und falls die Platte dick genug ist, vollständig Null. Die Lage des Krystalls, bei welcher die Axe mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen einen rechten Winkel bildet, entspricht dem Falle, daß der obere Spiegel dem untern parallel ist, die zuletzt erwähnte Stellung des Krystalls aber dem Falle der gekreuzten Spiegel.

Wenn eine solche Turmalinplatte in eine Fassung gebracht ist, welche ebenso wie die, welche die Säule von Glasplatten enthält, auf dem obern Ringe des Polarisationsapparates drehbar ist, so kann die Turmalinplatte ebenso gut wie der Zerlegungsspiegel als Kopf des Apparates dienen, und man kann dieselben Versuche damit anstellen wie mit jenen.

An den Turmalinplatten, welche zu diesen Versuchen geschliffen im Handel vorkommen, sind gewöhnlich keine natürlichen Krystallflächen mehr sichtbar; man kann deshalb der Platte durchaus nicht mehr ansehen, in welcher Richtung ihre Axe liegt. Die Lage der Axe läßt sich aber durch den Versuch am Polarisationsapparate sehr leicht ausmitteln. Stellt man nämlich die Platte so, daß das durchgelassene Licht ein Minimum ist, so wird eine durch den Nullpunkt der Theilung gehende vertikale Ebene, welche zugleich rechtwinklig auf der Oberfläche des Krystalls steht, diesen in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe schneiden.

Aus den erwähnten Versuchen läßt sich schließen, daß, wenn gewöhnliches Licht auf eine solche Turmalinplatte fällt, es nach seinem Durchgange durch die Platte polarisirt seyn wird, und zwar so, daß seine Polarisationsebene rechtwinklig auf der krystallographischen Hauptaxe der Platte steht. Legt man demnach zwei parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatten so auf einander, daß ihre Axen parallel sind, so werden sie einfallendes gewöhnliches Licht ebenso gut durchlassen wie eine Platte, welche so dick ist wie beide zusammengenommen. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene herum, ohne die Lage der andern zu ändern, so wird das durchgelassene Licht schwächer und schwächer, bis es endlich ganz verschwindet, wenn die Axen beider Platten einen rechten Winkel mit einander machen. Zwei solcher Platten bilden also einen kleinen Polarisationsapparat.

Um zwei solcher Platten bequem gebrauchen zu können, hat man sie auf folgende Weise gefaßt. Ein Kupferdraht ist, wie Fig. 596 (a. f. S.) zeigt, in die Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes bilden Ringe, in jedem dieser Ringe ist eine Hülse drehbar, in welche eine Turmalinplatte gefaßt ist. Wenn nicht durch den Druck der Hand oder

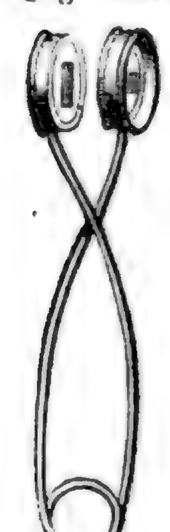


Fig. 596.

durch irgend einen Gegenstand, welchen man zwischen beide Hülsen legt, diese aus einander gehalten werden, so werden die einander gegenüberstehenden Flächen der Hülsen durch die Federkraft des Drahtes sanft an einander gedrückt, so daß, wenn man einen im polarisirten Lichte zu untersuchenden in Kork gefaßten Krystall zwischen beide Hülsen legt, er durch den schwachen Druck hinlänglich festgehalten wird, und daß man die ganze Vorrichtung in jeder beliebigen Lage vor das Auge bringen kann, ohne daß der Krystall herausfällt.

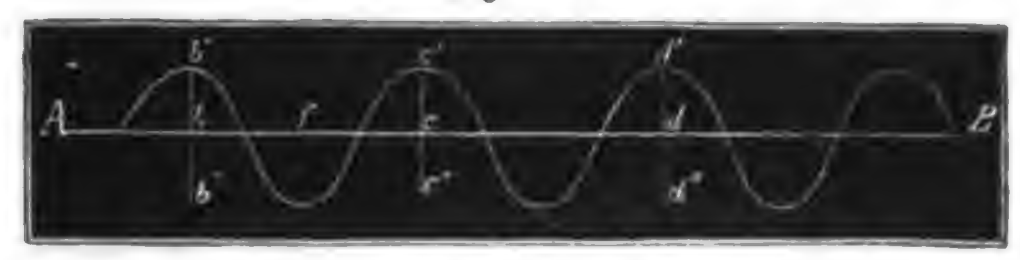
Man findet den Turmalin in den verschiedenartigsten Farben. Häufig kommen Turmalinkrystalle vor, welche dem äußern Ansehen nach ganz schwarz sind, und die nur in ganz dünne Blättchen geschnitten durchsichtig werden. Ganz dünne Blättchen von dieser Art polarisiren zwar das Licht sehr vollständig, es ist aber sehr schwer, Platten zu schleifen, welche dünn genug sind, besonders auch deshalb, weil die Krystalle dieser Art im Innern voller kleiner Risse und Sprünge sind, welche veranlassen, daß der Krystall sich bröckelt, sobald er nur einigermaßen dünn geschliffen wird. Sehr geeignet für den optischen Gebrauch sind die durchsichtigen braunen und röthlichbraunen Turmaline, wenn sie hinlänglich groß sind, daß man aus ihnen Platten schneiden kann, die doch wenigstens 8 bis 9 Quadratlinien Oberfläche haben; denn wenn die Platten noch kleiner sind, so ist das Gesichtsfeld, welches man durch sie bequem übersehen kann, zu klein. Am häufigsten werden die dunkelgrünen zu optischen Zwecken gebraucht; man kann sie am leichtesten in hinlänglicher Größe erhalten, und eine Platte von ½ Linie Dicke polarisirt das Licht vollkommen genug. Je heller die Farbe der Turmaline ist, desto unvollständiger polarisiren sie das Licht uud desto dicker muß man die Platten nehmen, wenn man vollständige Polarisation erhalten will. Die bläulichen polarisiren am schlechtesten und sind deshalb am wenigsten zu empfehlen.

231 **Polarisation durch unregelmäßige Reflexion.** Das Licht, welches eine hell erleuchtete Fläche nach allen Seiten hin unregelmäßig reflectirt, ist immer theilweise polarisirt; um sich davon zu überzeugen, braucht man nur eine solche Fläche durch eine Turmalinplatte zu betrachten, und man wird finden, daß, je nachdem man die Turmalinplatte dreht, die Fläche bald heller, bald dunkler erscheint. Selbst das Licht des heitern Himmels ist oft stark polarisirt, denn wenn man es mit einer Turmalinplatte untersucht, so wird, je nach der Stellung der Platte, der Himmel bald heller, bald dunkler erscheinen; diejenige Lage der Turmalinplatte, für welche er am dunkelsten erscheint, ist rechtwinklig zu derjenigen, für welche sie ein Maximum von Licht durchläßt.

Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie. 232

Ein Lichtstrahl ist polarisirt, wenn alle seine Schwingungen in einer und derselben Ebene stattfinden. Alle Schwingungen des Strahls, dessen Ausweichungskurve Fig. 597 dargestellt ist, finden in der Ebene des Papiers

Fig. 597.



Statt, dieser Strahl ist also ein polarisirter Strahl.

In einem gewöhnlichen Lichtstrahle bleiben die Vibrationen nicht immer in derselben Ebene, sondern sie variiren nach allen möglichen, auf die Richtung des Strahls rechtwinkligen Richtungen.

Die Ebene, in welcher alle Schwingungen eines polarisirten Strahls stattfinden, heißt die Vibrationsebene desselben. Denkt man sich durch die Richtung des Strahls eine Ebene rechtwinklig auf die Schwingungsebene gelegt, so ist dies die Polarisationsebene des Strahls.

Es sey *c*, Fig. 598, die Projection eines polarisirten Lichtstrahls, welcher sich rechtwinklig zur Ebene des Papiers fortpflanzt, *a b* sey die Projection der Schwingungsebene, so ist *d e* die Polarisationsebene. In einem durch Reflexion polarisirten Strahle sind die Schwingungen der Ebene des Polarisationsspiegels parallel. Die Schwingungsebene eines Strahls, welcher durch eine Turmalinplatte polarisirt worden ist, ist der krystallographischen Hauptaxe der Turmalinplatte parallel.

Fällt ein polarisirter Strahl, dessen Projection *c* und dessen Schwingungsebene *a b*, Fig. 599, seyn mag, auf eine Turmalinplatte, deren

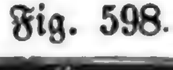


Fig. 598.

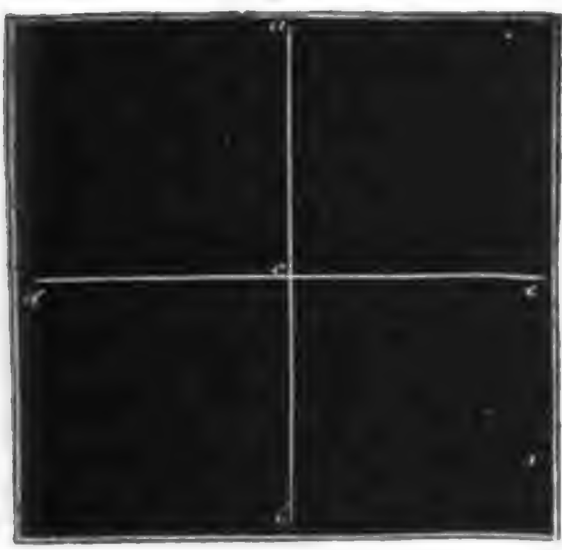
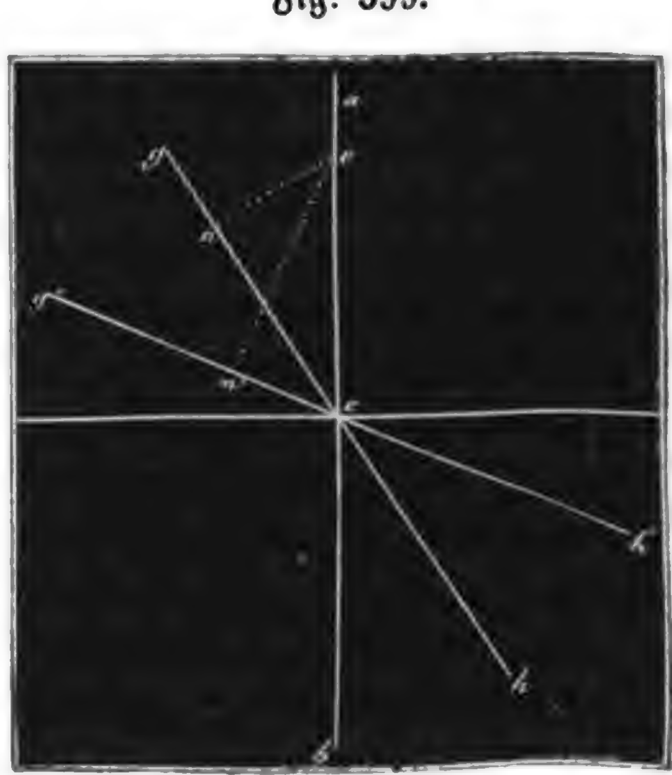
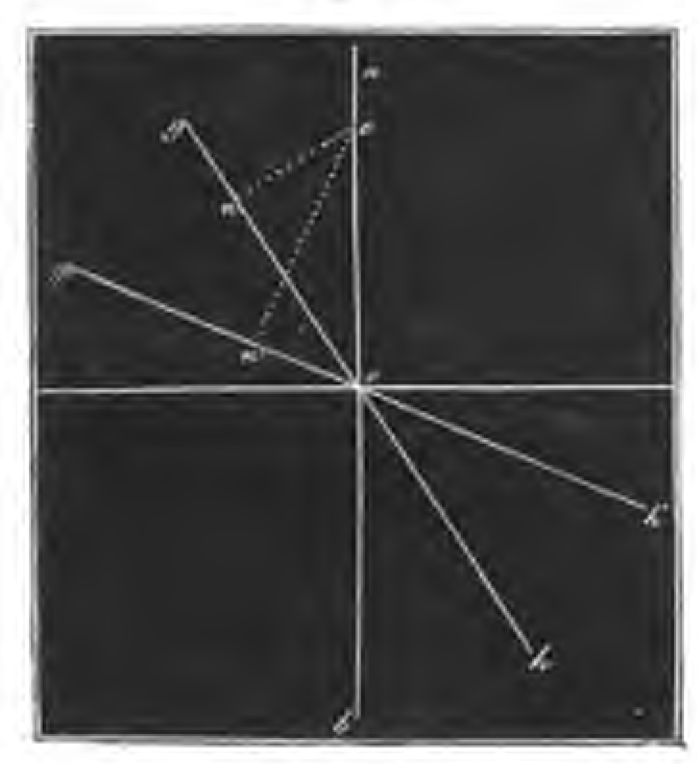


Fig. 599.



Schwingungsebene ebenfalls *a b* ist, so wird der Strahl von der Turmalinplatte durchgelassen. Sieht man also durch eine Turmalinplatte nach dem Polarisationsspiegel eines Polarisationsapparates (d. h. mit anderen Worten, gebraucht man statt des obern Spiegels eine Turmalinplatte), so sieht man das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Hauptaxe der Platte auf der Reflexionsebene des untern Spiegel rechtwinklig ist. Dreht man aber die Turmalinplatte, so wird das Gesichtsfeld dunkler und dunkler, bis es endlich ganz dunkel wird, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der Reflexionsebene des untern Spiegels zusammenfällt.

Fig 600.



Diese Erscheinung ergiebt sich als nothwendige Folge der Theorie. Es stelle *e c* die Vibrationsintensität (d. h. das Maximum der Ausweichung eines Moleküls) für den Strahl dar, welcher durch die Turmalinplatte geht, wenn ihre Schwingungsebene die Richtung *a b* hat. Wenn nun die Platte so gedreht wird, daß ihre Schwingungsebene in die Lage *g h* kommt, so können die in der Ebene *a b* stattfindenden Vibrationen des die Platte treffenden polarisirten Strahles nach der Richtung *g h* offenbar nur Schwingungen von einer geringeren Intensität *c n* hervorbringen, die man nach dem Parallelogramm der Kräfte findet, wenn man von *e* ein Perpendikel *e n* auf *g h* fällt. Offenbar muß nun die Vibrationsintensität *c n*, die man durch diese Zerlegung findet, um so geringer werden, je größer der Winkel wird, den *g h* mit *a b* macht, und muß ganz verschwinden, wenn dieser Winkel ein rechter ist.

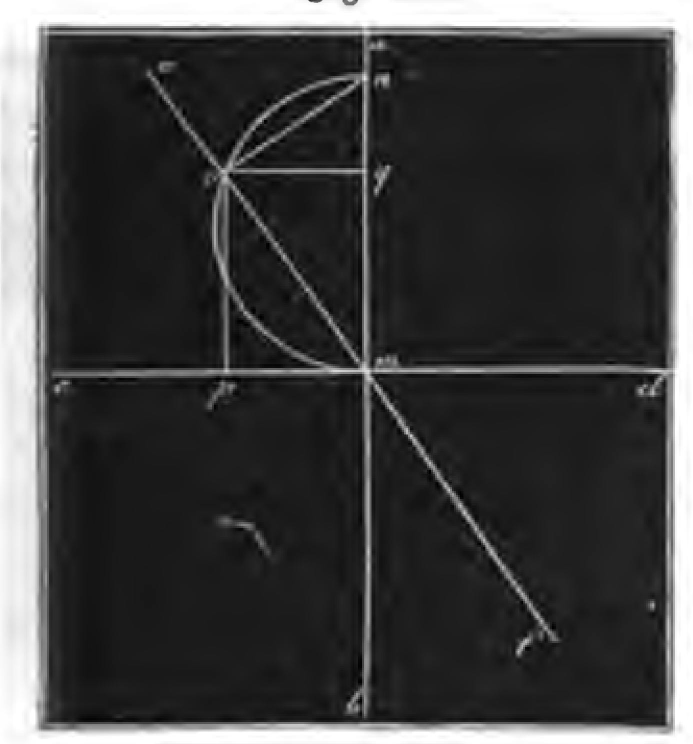
Dieselben Schlüsse gelten auch für den Zerlegungsspiegel des Polarisationsapparates, und man sieht demnach leicht ein, warum der obere Spiegel ein Maximum von Licht reflectirt, wenn beide Spiegel parallel sind, ein Minimum hingegen, wenn sie gekreuzt sind.

Nach diesen Betrachtungen kann man auch schließen, welches die Erscheinungen seyn werden, wenn man eine Turmalinplatte zwischen die gekreuzten Spiegel des Apparates bringt. Fällt die Schwingungsebene des Turmalins mit der des untern oder obern Spiegels zusammen, so muß sie dunkel erscheinen, in jeder andern Lage hell, und zwar am hellsten, wenn die Schwingungsebene der Turmalinplatte den rechten Winkel halbirt, welchen die Schwingungsebene des untern Spiegels mit der des

Digitized by Google

obern macht. Es sey Fig. 601 $a\,b$ die Schwingungsebene des untern Spiegels, $c\,d$ die des obern, $e\,f$ die der zwischen beiden liegenden Turmalinplatte. Es sey ferner $m\,n$ die Vibrationsintensität des vom untern Spiegel polarisirten Strahles. Diese Vibration wird durch die Turmalinplatte zerlegt; die Vibrationsintensität $m\,o$ in der Ebene $e\,f$ findet man, indem man von n ein Perpendikel auf $e\,f$ fällt. Allein der durch die Turmalinplatte gegangene, in der Ebene $e\,f$ mit der Intensität $m\,o$ schwingende Strahl wird durch den obern Spiegel nochmals nach der Ebene $c\,d$ zerlegt, und die bekannte Construction giebt $m\,p$ für die Vibrationsintensität nach dieser zweiten Zerlegung. Es ist klar, daß sich die Größe von $m\,p$ ändert, wenn die Ebene $e\,f$ ihre Lage ändert; wann aber $m\,p$ ein Maximum seyn wird, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Fig. 601.



Weil $m\,o\,n$ ein rechter Winkel seyn soll, so muß der Punkt o, welches auch die Lage der Ebene $e\,f$ seyn mag, stets auf dem Umfange eines Halbkreises liegen, dessen Durchmesser $m\,n$ ist. Nun aber ist $m\,p$ gleich $o\,q$, d. h. gleich dem Perpendikel, welches von der Spitze des rechten Winkels auf die gegenüberstehende Hypotenuse $m\,n$ gefällt wird. Wenn nun der Punkt o mit n zusammenfällt, so ist dieses Perpendikel auch gleich Null (das Gesichtsfeld ist dunkel, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der des untern Spiegels zusammenfällt). Je mehr nun o auf der Peripherie des Kreises von n fortrückt, desto größer wird das Perpendikel $o\,q$, und es erreicht sein Maximum, wenn o um einen Viertelkreis von n absteht, denn in diesem Falle ist das Perpendikel dem Radius des Kreises gleich. Entfernt sich o noch weiter von n, so wird $o\,q$ wieder kleiner, und wird wieder Null, wenn o mit m zusammenfällt. Wenn nun o um einen Viertelkreis von n absteht, so macht die Schwingungsebene $e\,f$ einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene $a\,b$ des einfallenden Strahls. Es ergiebt sich also aus dieser Betrachtung wirklich ein Maximum von Lichtintensität für den Fall, daß die Schwingungsebene des Turmalins einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene eines jeden der beiden Spiegel macht.

Von der Polarisation des Licht durch doppelte Brechung kann erst im folgenden Kapitel die Rede seyn.

Achtes Kapitel.

Von der doppelten Brechung.

233 **Doppelte Brechung des Kalkspaths.** Wir haben bisher immer angenommen, daß beim Uebergange eines Lichtstrahls aus einem Mittel in ein anderes nur ein einziger gebrochener Strahl entstände; viele Körper haben jedoch die merkwürdige Eigenschaft, jeden einfallenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu spalten. Diese mit dem Namen der doppelten Brechung bezeichnete Eigenschaft wurde zuerst von Erasmus Bartholinus am isländischen Kalkspath entdeckt und in einem Werke beschrieben, welches unter dem Titel »Experimenta Crystalli Islandici disdiaclastici, quibus mira et insolita refractio detegitur« im Jahre 1669 zu Kopenhagen erschienen ist.

Alle diejenigen Körper, welche die erwähnte Eigenschaft besitzen, werden doppeltbrechende Körper genannt. Wir wollen zunächst die Erscheinungen der doppelten Brechung am Kalkspathe näher kennen lernen, weil sie an diesem Körper besonders leicht beobachtet werden können.

Der Kalkspath ist bekanntlich krystallisirter kohlensaurer Kalk; die zahlreichen Formen, unter welchen der Kalkspath vorkommt, gehören dem heragonalen Krystallsysteme an und lassen sich sämmtlich von einer und derselben Grundform ableiten. Die Kalkspathkrystalle sind nach drei verschiedenen Richtungen sehr vollkommen spaltbar; und dadurch ist es möglich, aus denselben Rhomboeder durch Spaltung zu erhalten. Besonders schöne, große und durchsichtige Kalkspathkrystalle werden auf der Insel Island gefunden, der isländische Doppelspath wird deshalb auch vorzugsweise zu Versuchen über die doppelte Brechung angewandt.

Wenn man ein durch Spaltungsflächen begränztes Kalkspathrhomboeder dicht vor das Auge hält, um durch dasselbe einen dünnen Körper, etwa eine Stecknadel, zu sehen, so erblickt man zwei deutlich getrennte Bilder; legt man das Rhomboeder auf ein Blatt weißen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat, so sieht man den Punkt doppelt. Aus einer genauen Beobachtung dieser beiden Bilder, wie man sie durch ein Rhomboeder sieht, kann man die Gesetze der doppelten Brechung im Kalkspathe ableiten, wie dies auch Huyghens schon gethan hat.

Legt man auf die eine Fläche eines Kalkspathrhomboeders ein Kartenblatt, in welches mit Hülfe einer Stecknadel ein kleines Loch gestochen worden ist, läßt man dann durch diese kleine Oeffnung einen Sonnenstrahl ab, Fig. 602, auf den Krystall fallen, so wird man auf einem

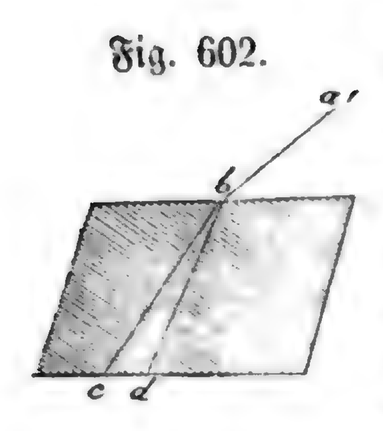


Fig. 602.

etwas durchsichtigen Papierblatte, mit welchem man die der Eintrittsfläche gegenüber liegende Fläche des Rhomboeders bedeckt, zwei helle Punkte, nämlich einen bei *c* und einen bei *d*, erblicken; es sind also von der Oeffnung *b* aus zwei ganz getrennte Strahlen durch den Krystall hindurch gegangen, welche die Austrittsfläche gerade in den Punkten *c* und *d* treffen, der Lichtstrahl *a b* wird also bei seinem Eintritte in den Kalkspathkrystall in zwei Strahlen gespalten, welche, verschiedenen Brechungsgesetzen folgend, den Krystall in verschiedenen Richtungen durchlaufen; der eine Strahl ist stärker von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt als der andere.

Nach der Vibrationstheorie muß man annehmen, daß sich die Lichtwellen in einem stärker brechenden Mittel langsamer fortpflanzen; die ungleiche Ablenkung, welche die beiden Strahlen *c b* und *d b* erleiden, hängt also auch mit einer ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit zusammen, der stärker gebrochene Strahl *b d* pflanzt sich mit geringerer Geschwindigkeit durch den Krystall fort als der andere, oder auch, mit anderen Worten, für den stärker gebrochenen Strahl *b d* ist die Wellenlänge kürzer als für den Strahl *b c*.

Dieser Versuch lehrt uns also zwei verschiedene Strahlenarten kennen, welche den Kalkspath mit ungleicher Geschwindigkeit durchlaufen; daß aber auch in einer und derselben Richtung zwei verschiedene Strahlen sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzen können, geht aus folgendem Versuche hervor. Man lege ein Kalkspathrhomboeder auf ein Blatt weißen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat; wenn man nun auf die obere Fläche des Rhomboeders ein Stückchen Papier mit einer kleinen Oeffnung *b* legt, so sieht man in der Oeffnung *b* das Bild des schwarzen Punktes *a* nur nach zwei ganz bestimmten Richtungen *b o* und *b o'*; daraus geht aber hervor, daß in der Richtung *a b* zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen; denn wenn sich von *a* nach *b* nur ein einziger Strahl mit unveränderlicher Geschwindigkeit fortpflanzte, so könnte er nur nach einer einzigen bestimmten Richtung austreten. Derjenige Strahl *b o'*, welcher beim Austritte aus dem Krystalle am stärksten abgelenkt wird, pflanzt sich in der Richtung *a b* mit geringerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als der andere Strahl, welcher, in derselben Richtung *a b* den Krystall durchlaufend, in der Richtung *b o* austritt.

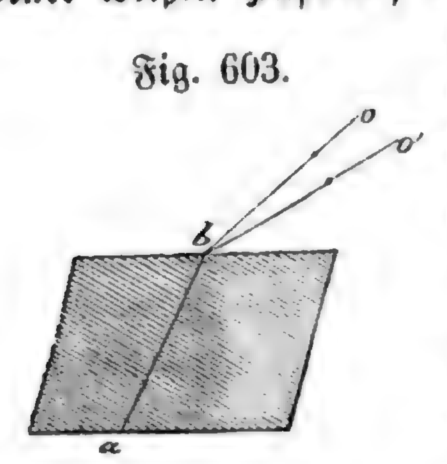
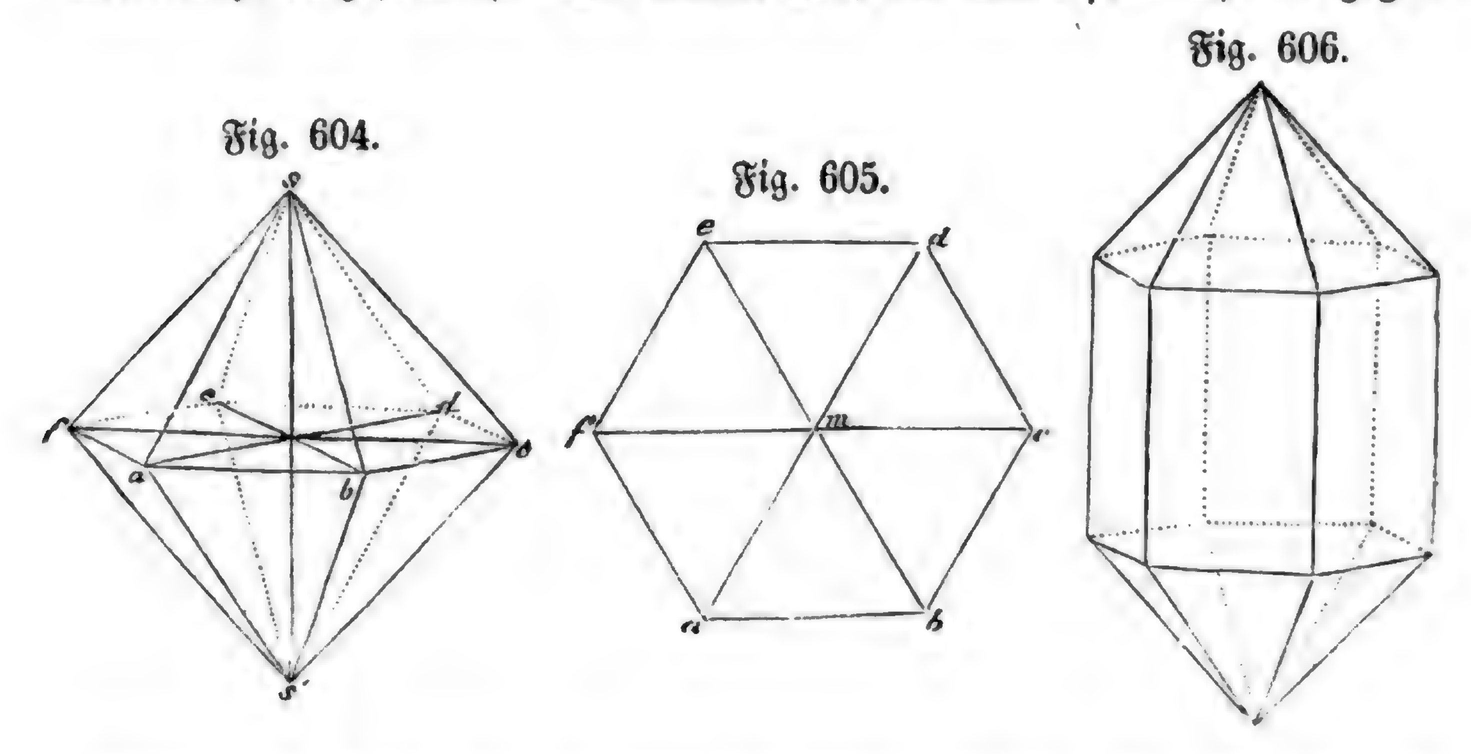


Fig. 603.

Um die Geschwindigkeiten zu ermitteln, mit welchen die beiden Strahlenarten den Krystall durchlaufen, muß man die Brechungsexponenten für dieselben bestimmen, was am besten mit Hülfe von Prismen geschieht. Bevor wir von dieser Bestimmung weiter reden, wollen wir aber zunächst die Krystallform des Kalkspaths näher betrachten, um uns in Beziehung auf die verschiedenen Richtungen, von denen alsbald die Rede seyn wird, gehörig zu orientiren.

234 **Krystallform des Kalkspaths.** Als Grundgestalt des hexagonalen Krystallsystems kann man bekanntlich die doppeltsechsseitige Pyramide, Fig. 604, betrachten, eine Form, welche am Bergkrystalle am häufigsten beobachtet wird. Die sechs horizontalen Kanten bilden, wenn alle Flächen gleichmäßig ausgebildet sind, ein regelmäßiges Sechseck, welches Fig. 605 unverkürzt dargestellt ist. Die Linien *a d*, *b e* und *c f*, welche die gegen-



überstehenden Ecken mit einander verbinden, sind die Nebenaxen; sie sind einander gleich und schneiden sich unter einem Winkel von 60°. Ein auf der Ebene der drei horizontalen Nebenaxen in ihrem Durchschnittspunkte *m* errichtetes Perpendikel verbindet die Spitzen *s* und *s'* der beiden sechsseitigen Pyramiden Fig. 604; es ist dies die Hauptaxe des Krystalls. Beim Bergkrystall verhält sich die Länge einer Nebenaxe zur Länge der Hauptaxe wie 1 zu 1,1.

Wenn die horizontalen Kanten der doppelt sechsseitigen Pyramide durch Flächen abgestumpft sind, welche der Hauptaxe parallel laufen, so entsteht eine regelmäßige sechsseitige Säule, welche oben und unten durch eine sechsseitige Pyramide begränzt ist; es ist dies die gewöhnlichste Form des Bergkrystalls; nur ist er in der Regel mit dem einen Ende aufgewachsen, so daß er nur an einem Ende regelmäßig begränzt ist.

In Fig. 607 ist die sechsseitige Säule oben und unten durch eine ebene Fläche begränzt, welche auf der Hauptaxe rechtwinklig steht; es ist dies eine Form, welche am Kalkspathe häufig beobachtet wird.

Fig. 607.

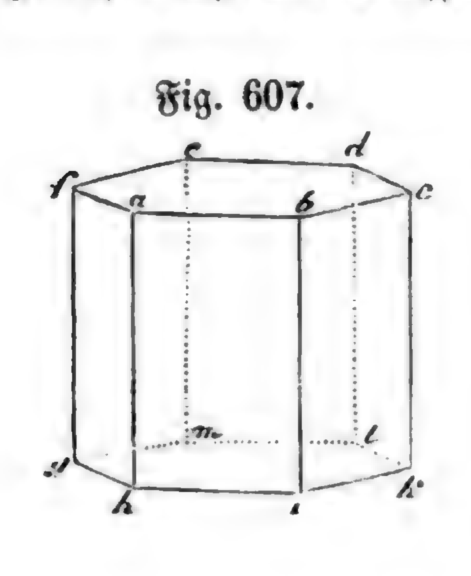
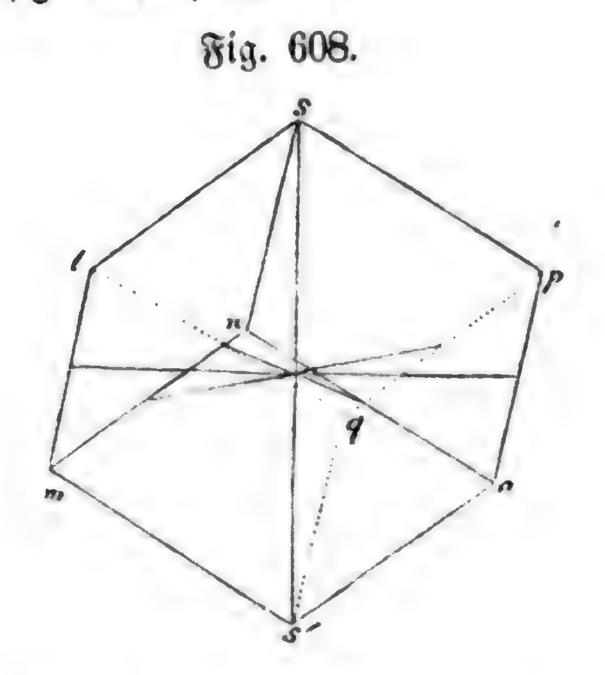


Fig. 608.



Das Rhomboeder Fig. 608 ist die *hemiedrische* Gestalt der doppelt sechsseitigen Pyramide, d. h. man kann sich aus dieser das Rhomboeder dadurch abgeleitet denken, daß die Hälfte der Flächen bis zum Verschwinden der übrigen wächst. Wenn z. B. in Fig. 604 von den oberen Flächen *bcs*, *des* und *fas*, von den unteren aber *abs'*, *cds'* und *efs'* bis zum Verschwinden der übrigen Flächen wachsen, so entsteht das Rhomboeder Fig. 608, in welches zur Erleichterung der Uebersicht die Axen noch eingezeichnet sind.

Beim Kalkspathe verhält sich die Länge einer Nebenaxe zu der Hauptaxe wie 1 zu 0,854.

Die Kanten eines Kalkspathrhomboeders sind nicht gleichartig; jede der drei Kanten nämlich, welche in *s* zusammentreffen, ist durch zwei Flächen gebildet, die sich hier unter einem Winkel von $105^0\ 5'$ schneiden; dasselbe gilt von den drei in *s'* zusammentreffenden Kanten, während in den Kanten *lm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* sich immer zwei Flächen unter einem Winkel von $74^0\ 55'$ schneiden. Man hat also an einem solchen Rhomboeder stumpfe und scharfe Kanten zu unterscheiden.

Auch die Ecken eines Rhomboeders sind von zweierlei Art; in *s* und *s*, nämlich treffen immer drei stumpfe Kanten zusammen, in jeder der andern Ecken aber zwei scharfe und eine stumpfe; um die Ecken *s* und *s'* von den übrigen zu unterscheiden, wollen wir sie *stumpfe* Ecken nennen.

Denken wir uns die scharfen Kanten *lm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* und *ql* des Rhomboeders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel laufen, so entsteht eine sechsseitige Säule, welche oben sowohl als unten durch Rhomboederflächen begränzt ist, eine Combination, welche auch öfters beim Kalkspathe gefunden wird.

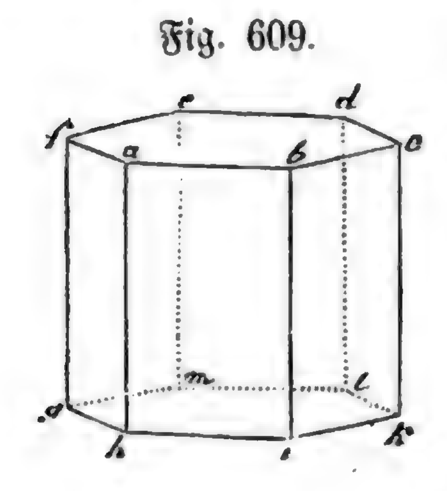
Die Hauptaxe des Krystalls geht durch die Mitte der stumpfen Ecken, d. h. sie macht gleiche Winkel mit jeder der drei stumpfen Kanten.

Wir haben bisher nur solche Rhomboeder betrachtet, an welchen alle Flächen gleichmäßig ausgebildet sind, was meistens nicht der Fall ist. Ein ganz gleichmäßig ausgebildetes Rhomboeder dürfte man z. B. nur in zwei Stücke spalten, um zwei rhomboedrische Stücke zu erhalten, deren einzelne Flächen nicht mehr gleich sind. Durch eine solche Zertheilung ist aber die gegenseitige Lage der Flächen, die Größe der Winkel nicht im mindesten geändert; man unterscheidet vor wie nach scharfe und stumpfe Kanten, spitze und stumpfe Ecken. Die Richtung der Hauptaxe ist immer derjenigen Linie parallel, welche gleiche Winkel mit jeder der drei in einem stumpfen Eck zusammenlaufenden Kanten macht.

235 **Erscheinungen, welche man durch Kalkspathprismen beobachtet.** Wenn man ein Prisma aus Kalkspath verfertigt, so sieht man durch dasselbe in der Regel zwei Bilder eines und desselben Gegenstandes, und zwar ist der Abstand der beiden Bilder nicht allein von dem brechenden Winkel des Prismas, sondern auch von der Richtung abhängig, in welcher die Strahlen den Krystall durchlaufen.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe des Minerals parallel ist. Ein solches Prisma läßt sich am leichtesten aus einem, in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirten Kalkspathe verfertigen, wenn ein solcher Krystall nur groß und durchsichtig genug ist. Wenn die Säulenflächen eines solchen Krystalls eben genug sind, so kann man ihn ohne weitere Bearbeitung schon zu unseren Versuchen anwenden, indem zwei Säulenflächen, welche weder mit einander parallel sind, noch gerade an einander stoßen, wie die Flächen *abhi* und *dckl*, Fig. 609, einen Winkel von 60° mit einander bilden, also ohne Weiteres als die brechenden Flächen eines Prismas dienen können. Um durch diese beiden Flächen einen Gegenstand recht bequem beobachten zu können, wird man am besten thun, alle anderen Säulenflächen matt zu schleifen oder schwarz anzustreichen. Sollten die beiden Säulenflächen, durch welche man beobachten will, wie es oft der Fall ist, nicht ganz eben, sondern etwas gestreift seyn, so muß man sie eben schleifen und poliren.

Fig. 609.



Betrachtet man durch ein solches Prisma irgend einen Gegenstand, etwa eine Kerzenflamme, so sind die beiden Bilder sehr weit von einander entfernt; weil es aber bequemer ist, wenn die beiden Bilder näher beisammen liegen, indem man sie alsdann leichter gleichzeitig übersehen kann,

so ist ein Prisma vorzuziehen, dessen brechender Winkel kleiner ist; ein solches Prisma läßt sich aber auch leicht aus einer sechsseitigen Säule verfertigen, indem man eine Fläche anschleift, welche etwa durch die Kanten $a\ h$ und $c\ k$, und eine zweite, welche durch die Kanten $c\ k$ und $f\ g$ geht. Die brechenden Flächen $a\ h\ c\ k$ und $f\ g\ c\ k$, welche sich in der Kante $c\ k$ schneiden, machen nur einen Winkel von 30^0 mit einander.

Auch aus Rhomboedern kann man solche Prismen schleifen, deren brechende Kante der Axe parallel ist, und zwar wird man aus Rhomboedern schönere und größere Prismen erhalten, weil man wohl große Kalkspathrhomboeder, aber selten große Säulen findet; doch läßt sich die Art und Weise, wie man aus Rhomboedern solche Prismen schleifen kann, nicht so leicht beschreiben, jedenfalls würde uns eine nähere Auseinandersetzung des Verfahrens zu weit führen.

Wenn man mit einem Kalkspathprisma, dessen brechende Kante der Axe parallel ist, nach der auf Seite 382 angegebenen Methode den Brechungsexponenten für das am wenigstens abgelenkte Bild bestimmt, so findet man den Werth 1,483, während man für das andere Bild den Brechungsexponenten 1,654 findet.

In dem eben betrachteten Falle bewegten sich die beiden Strahlen, sowohl der, welchen das am meisten abgelenkte Bild gab, als auch der andere, in solchen Richtungen durch den Krystall, welche auf der Hauptaxe desselben rechtwinklig stehen.

Untersucht man die beiden Bilder eines Kalkspathprismas, dessen brechende Ebenen irgend eine andere Lage gegen die Hauptaxe des Krystalls haben, als es in den bisher besprochenen der Fall war, so werden die Strahlen das Prisma nicht mehr in solchen Richtungen durchlaufen, welche rechtwinklig zur Hauptaxe sind. Bestimmt man abermals die Brechungsexponenten der Strahlen, welche die beiden Bilder geben, so findet man für das am meisten abgelenkte Bild wie vorher den Brechungsexponenten 1,654, für den Brechungsexponenten des andern Strahls findet man aber einen andern zwischen den Gränzen 1,654 und 1,483 liegenden Werth, der mit der Richtung variirt, in welcher der Strahl den Krystall durchläuft.

Der eine Strahl, dessen Brechungsexponent beständig gleich 1,654 gefunden wird, folgt also ganz dem Gesetze der gewöhnlichen Brechung, er wird deshalb der gewöhnliche, der ordentliche oder der ordinäre Strahl genannt; der andere Strahl aber, für welchen kein unveränderliches Verhältniß zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels besteht, heißt der ungewöhnliche, außerordentliche oder extraordinäre Strahl.

Da die ordinären Strahlen stets die am meisten abgelenkten sind, so

pflanzen sie sich auch mit geringerer Geschwindigkeit im Krystall fort als die extraordinären. Aus der Unveränderlichkeit der Brechungsexponenten, welche man für den ordinären Strahl aus allen Versuchen erhält, ergiebt sich, daß die ordinären Strahlen nach allen Richtungen hin den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen; für die ordinären Strahlen also, welche sich von einem Punkte aus nach allen Seiten hin im Kalkspathe verbreiten, ist die Oberfläche der Lichtwellen kugelförmig, wie dies auch für die Lichtwellen der Fall ist, welche sich in einem einfach brechenden Mittel, etwa in Luft, in Wasser, in Glas u. s. w. verbreiten.

Da man für die extraordinären Strahlen nicht immer denselben Brechungsexponenten findet, so ist klar, daß sie sich nicht nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit im Krystall fortpflanzen, daß die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen also nicht kugelförmig seyn kann.

Suchen wir nun zu ermitteln, wie die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen von der Richtung abhängt, in welcher sie den Krystall durchlaufen.

Der kleinste Werth, welchen man für den Brechungsexponenten der extraordinären Strahlen findet, ist 1,483, und diesen Werth findet man, wie schon erwähnt wurde, für den Fall, daß die extraordinären Strahlen in irgend einer Richtung den Krystall durchlaufen, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe des Krystalls steht. Da der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen für alle anderen Richtungen größer ist, so ist klar, daß sich die extraordinären Strahlen im Krystall am schnellsten fortpflanzen, wenn die Richtung, in welcher sie ihn durchlaufen, rechtwinklig auf der krystallographischen Hauptaxe steht.

Die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen ist um so geringer, je mehr sich die Richtung, in welcher sie den Krystall durchlaufen, der krystallographischen Hauptaxe nähert, in der Richtung dieser Axe selbst aber pflanzen sich alle Strahlen mit einer solchen Geschwindigkeit, wie sie dem Brechungsexponenten 1,654 entspricht, also mit der Geschwindigkeit der ordinären Strahlen fort; in der Richtung der Hauptaxe findet also gleichsam gar keine doppelte Brechung Statt; diese Axe ist also optisch von jeder andern Richtung im Krystall verschieden, sie führt deshalb auch den Namen der optischen Axe. Daß in der Richtung der optischen Axe wirklich keine doppelte Brechung stattfindet, läßt sich am einfachsten mit Hülfe eines Prismas zeigen, dessen brechende Flächen ab und bc, Fig. 610, ungefähr gleich stark gegen die Richtung lm der optischen Axe geneigt sind. Je nachdem man ein solches Prisma vor das Auge hält, sieht man ein einziges oder zwei Bilder desselben Gegenstandes; wenn man zwei Bilder

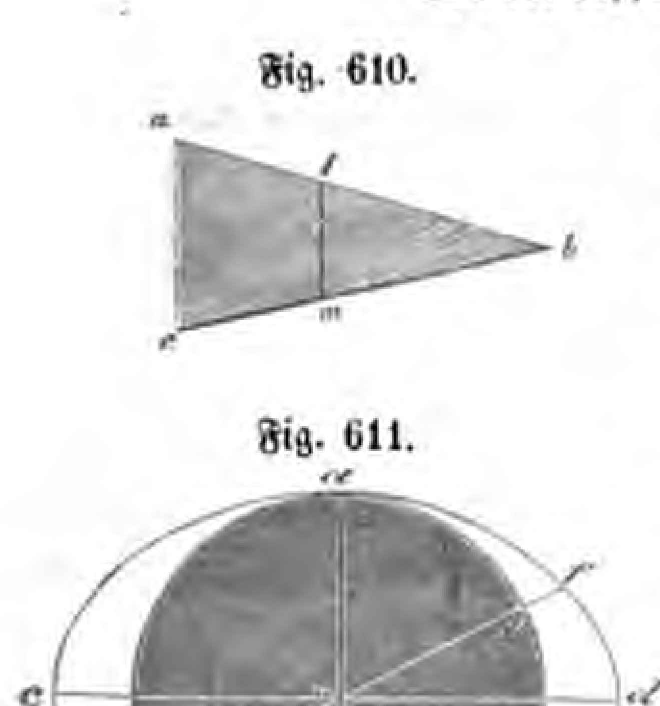


Fig. 610.

Fig. 611.

sieht, so kann man das Prisma so drehen, daß sich die beiden Bilder mehr und mehr einander nähern und daß sie endlich ganz zusammenfallen; in diesem Falle durchlaufen die gebrochenen Strahlen das Prisma in der Richtung der optischen Axe.

In Fig. 611 bezeichne die Linie *a b* die Richtung der optischen Axe in einem Kalkspathkrystall, die Länge *m a* und *m b* aber stelle die Geschwindigkeit der ordinären, *m c* und *m d* die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen dar, mit welcher sie sich rechtwinklig zur optischen Axe im Krystall fortpflanzen.

Eine Ellipse, deren kleine Axe *a b*, deren große Axe aber *c d* ist, stellt uns nun das Gesetz dar, nach welchem sich die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Krystall mit ihrer Richtung ändert. Wollte man z. B. die Geschwindigkeit eines extraordinären Strahls ermitteln, dessen Richtung mit der optischen Axe einen Winkel von 60^0 macht, so hat man nur durch den Mittelpunkt *m* eine Linie *mf* so zu ziehen, daß der Winkel *amf* gleich 60^0 ist; die Länge des Leitstrahls *m f* stellt alsdann die Geschwindigkeit des extraordinären Strahls in der angegebenen Richtung dar, wenn *m a* die Geschwindigkeit der ordinären und *m d* das Maximum der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen darstellt.

Sollte unsere Figur das Gesetz der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Kalkspath nicht allein der Art, sondern auch der Größe nach darstellen, so müßte sich die kleine Axe der Ellipse zur großen wie 1,483 zu 1,654 verhalten.

Denken wir uns um den Punkt *m* einen Kreis mit dem Radius *m a* gezogen und alsdann die ganze Figur um die Axe *a b* umgedreht, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse aber ein Ellipsoid; die Kugel stellt die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen dar.

Denken wir uns irgend einen Punkt im Innern eines Kalkspathkrystalls, von welchem nach allen Seiten hin ordinäre Strahlen ausgehen, so werden sie sich nach allen Seiten mit gleicher Geschwindigkeit verbreiten; gleichzeitig von jenem Mittelpunkte ausgehend, werden sie auch

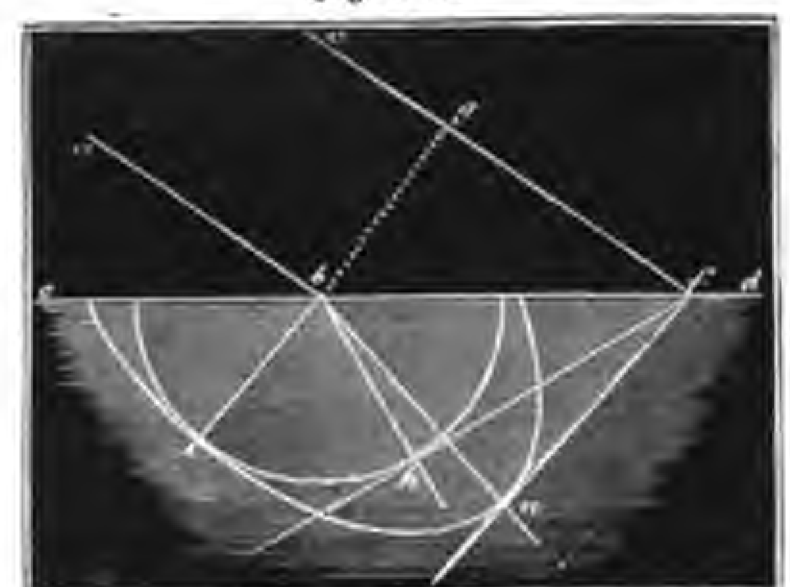
Digitized by Google

gleichzeitig auf der Oberfläche einer um diesen Mittelpunkt gelegten Kugel ankommen; diese Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen.

In gleicher Weise bilden auch die von einem Punkte nach allen Richtungen hin ausgehenden extraordinären Strahlen ein Wellensystem, dessen Oberfläche aber keine Kugel, sondern ein Ellipsoid ist. In unserm Falle ist die Kugel, welche die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen darstellt, ganz von diesem Ellipsoid eingehüllt, da sich ja die ordinären Strahlen langsamer fortpflanzen als die extraordinären; nur in zwei Punkten berührt die Kugel das Ellipsoid, denn die kleine Axe des Ellipsoids ist ja zugleich ein Durchmesser der Kugel.

Dies vorausgesetzt, ist es nun leicht, die Richtung der beiden gebrochenen Strahlen im Kalkspathe durch Construction zu finden. Es sey in Fig. 612 $a\,b$ die Richtung des einfallenden Strahls, $c\,d$ die Oberfläche des Kalkspathkrystalls, so findet man die Richtung des ordinären gebrochenen Strahls nach der schon oben, Seite 483, angegebenen Construction; man zieht nämlich $e\,f$ mit $a\,b$ parallel, fällt von b aus das Perpendikel $b\,g$ auf diese Linie und beschreibt dann um b einen Kreis, dessen Halbmesser sich zu der Länge $g\,f$ verhält wie 1 zu 1,654; zieht man von f aus eine Tangente an den Kreis, so ist die von b nach dem Berührungspunkte h gezogene Linie die Richtung des gebrochenen ordinären Strahls. Wenn nun die optische Axe des Krystalls mit der Richtung $b\,i$ zusammenfällt, so ist der Durchschnitt der Papierebene mit der Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen die in unserer Figur gezeichnete Ellipse; um nun die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahls zu finden, hat man nur von f aus eine Tangente an die Ellipse und dann von b aus nach dem Berührungspunkte n eine Linie zu ziehen, welche letztere dann die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahls ist.

Fig. 612.



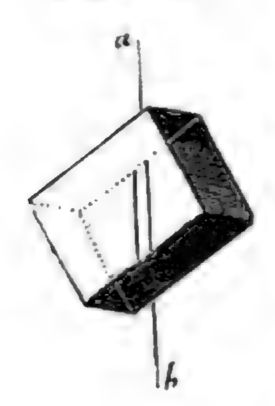
Wir haben bei der eben angegebenen Construction nur einen besondern Fall vor Augen gehabt, nämlich daß die optische Axe des Krystalls in der Einfallsebene des Strahls $a\,b$ liegt, daß also die optische Axe mit der Ebene der Figur zusammenfällt; wenn dies nicht der Fall ist, läßt sich die

Digitized by Google

Richtung des extraordinären Strahls nicht durch Zeichnung ermitteln, weil er alsdann aus der Ebene des Papiers heraustritt; um nämlich die Richtung des extraordinären Strahls zu finden, hätte man durch *f* eine Linie rechtwinklig zur Ebene des Papiers und durch diese Linie eine berührende Ebene an die ellipsoidische Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen zu legen; nach dem Berührungspunkte dieser Ebene und des Ellipsoids, welche im Allgemeinen außerhalb der Einfallsebene liegt, hat man dann von *b* aus eine Linie zu ziehen.

Aus dieser Construction, welche schon von Huyghens angegeben worden ist, ergiebt sich, daß der extraordinäre Strahl nicht immer in der Einfallsebene bleibt, was bei der gewöhnlichen Brechung stets der Fall ist. Um durch den Versuch zu zeigen, daß der extraordinäre Strahl nicht immer mit der Einfallsebene zusammenfällt, verfährt man am einfachsten auf folgende Art: Man ziehe auf ein Blatt weißen Papiers eine gerade Linie und bringe das Auge in irgend einen Punkt der durch die Linie gelegten Vertikalebene, etwa vertikal über den Punkt *b*, Fig. 613. Legt man nun ein Kalkspathrhomboeder so auf das Papier, daß dadurch ein Theil der Linie bedeckt wird, so sieht man im Krystall ein doppeltes Bild der Linie; das eine Bild fällt in die Richtung *a b*, die Strahlen, die es erzeugen, bleiben also in der Einfallsebene, das andere Bild hingegen liegt rechts oder links von *a b*, die Strahlen, welche dieses Bild erzeugen, sind also nicht in der durch die Linie *a b* und das Auge gelegten Einfallsebene geblieben. Nur in einem besondern Falle fällt auch das extraordinäre Bild in die Einfallsebene, wenn nämlich die optische Axe des Krystalls selbst in der Einfallsebene liegt; in diesem Falle decken sich auch die beiden Bilder der Linie.

Fig. 613.



Einaxige Krystalle. Einaxig heißen solche Krystalle, welche nur eine optische Axe haben, d. h. in denen es nur eine einzige Richtung giebt, nach welcher der Krystall von allen Lichtwellen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen wird, wie dies beim Kalkspath und bei vielen anderen Krystallen der Fall ist, die wir bald werden kennen lernen. 236

Beim Kalkspath werden die ordinären Strahlen stärker gebrochen als die extraordinären; alle einaxigen Krystalle nun, bei welchen dies ebenso der Fall ist, werden negative Krystalle genannt. In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten der bis jetzt bekannten einaxigen negativen Krystalle aufgezählt.

Kalkspath (kohlensaurer Kalk)	Glimmer von Kariat
Bitterspath (kohlensaure Kalkmagnesia)	Phosphorsaures Bleioxyd
Braunspath (kohlensaures Kalkeisen)	Strontianhydrat
Turmalin	Saures arseniksaures Kali
Rubellit	Chlorstrontium
Corund	Chlorcalcium
Saphir	Honigstein
Rubin	Schwefelsaures Nickeloxyd
Smaragd	Blutlaugensalz
Beryll	Phosphorsaurer Kalk
Apatit	Arseniksaures Bleioxyd
Idocras (Vesuvian)	Salpetersaures Natron.
Wernerit.	

Solche einaxigen Krystalle, bei denen die extraordinären Strahlen stärker gebrochen werden, heißen **positive**; folgende sind die wichtigsten **einaxigen positiven** Krystalle.

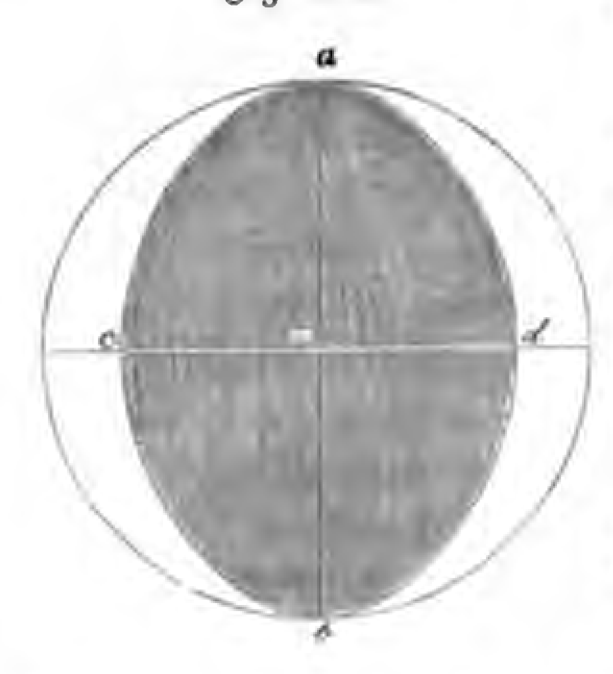
Zirkon	Essigsaures Kalkkupfer
Quarz	Magnesiahydrat
Eisenoxyd	Eis
Wolframsaures Zinkoxyd	Titanit
Apophyllit	Zinnstein.

Nehmen wir z. B. ein Bergkrystallprisma, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe parallel ist, also etwa geradezu eine sechsseitige Säule von Bergkrystall, wie sie sich in der Natur finden, so kann diese ganz in derselben Weise als Prisma dienen, wie ein in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirter Kalkspath; durch ein solches natürliches Quarzprisma sieht man die beiden Bilder weit weniger von einander entfernt, als es bei einem solchen Kalkspathprisma der Fall ist; es ist also zu diesen Versuchen sehr geeignet. Bestimmt man nun mit Hülfe dieses Prismas den Brechungsexponenten für die beiden Bilder, so findet man die Werthe 1,558 und 1,548. Schleift man ein Prisma nach irgend einer andern Richtung, so findet man für den am wenigsten abgelenkten Strahl abermals den Brechungsexponenten 1,548, für den andern Strahl aber einen Brechungsexponenten, welcher zwischen 1,558 und 1,548 liegt; der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen ist also stets größer als der der ordinären, die extraordinären werden also am stärksten gebrochen.

Bei den einaxigen positiven Krystallen fällt, wie bei allen einaxigen Krystallen, die optische Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen. Wenn nun in Fig. 614 ma und mb die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen, mc und md aber die geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit der stärker brechbaren extraordinären Strahlen recht-

winklig zur optischen Axe darstellen, wenn man ferner mit dem Halbmesser *m a* einen Kreis um *m* zieht, über die Axen *a b* und *c d* eine Ellipse construirt und sich dann die ganze Figur um die Axe *a b* umgedreht denkt, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse ein Ellipsoid; die Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen in einem einaxigen positiven Krystall; hier ist die große Axe der Ellipse die Umdrehungsaxe des Ellipsoids, und das Ellipsoid wird ganz von der Kugel eingehüllt.

Fig. 614.

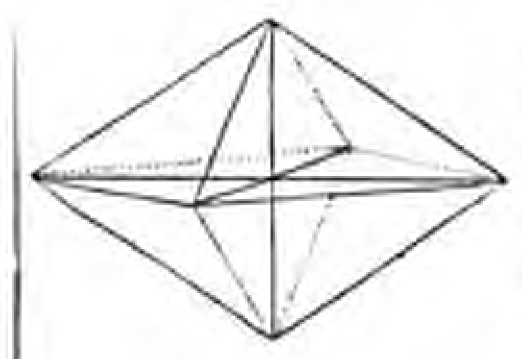


Zusammenhang der Krystallform mit der doppelten Brechung. 237

Alle Krystalle, welche zum regulären Krystallsystem gehören, haben keine doppelte Brechung, alle Krystalle aber, welche zu irgend einem andern Krystallsystem gehören, sind doppeltbrechend. Optisch einaxig sind alle Krystalle des quadratischen und des hexagonalen Systems, alle Krystalle der drei übrigen Arten haben zwei optische Axen; von den zweiaxigen Krystallen wird noch weiter unten die Rede seyn.

Die Grundgestalt des zwei- und einaxigen Krystallsystems ist ein Octaeder mit quadratischer Basis; die beiden horizontalen Axen dieser Grundgestalt sind einander gleich und schneiden sich unter rechtem Winkel, die vertikale Hauptaxe aber, welche auf der Ebene der horizontalen Nebenaxen rechtwinklig steht, ist entweder größer oder kleiner als diese Nebenaxen. Diese Grundform kommt ganz rein beim Honigstein vor; bei diesem Mineral verhält sich die Länge einer Nebenaxe zur Länge der Hauptaxe wie 1 zu 0,746.

Fig. 615.



Wird das obere und untere Eck durch eine Fläche, (die gerade Endfläche) abgestumpft, welche auf der Hauptaxe rechtwinklig steht, so entsteht die Combination Fig. 616, eine Form, welche ebenfalls beim Honigstein und auch beim Apophyllit beobachtet wird; es ist dies auch die Gestalt, in welcher in der Regel das Blutlaugensalz im Handel vorkommt. Das schwefelsaure Nickel-

Fig. 616.

Digitized by Google

oxyd krystallisirt ebenfalls häufig in der Form eins oben und unten abgestumpften Quadratoctaeders.

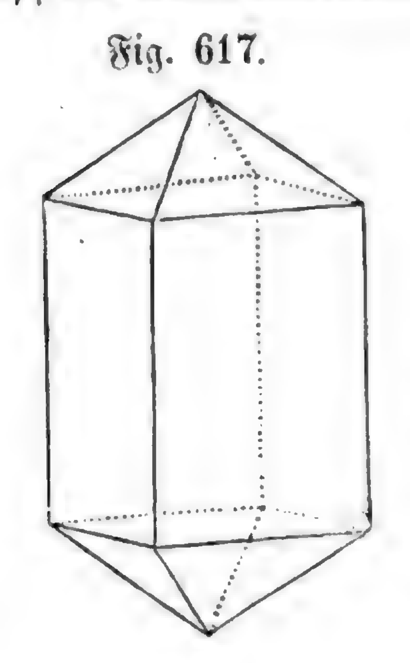


Fig. 617.

Denken wir uns die horizontalen Kanten des Quadratoctaeders durch Flächen abgestumpft, welche mit der Hauptaxe parallel sind, so entsteht die Combination Fig. 617, eine quadratische Säule, welche an beiden Enden durch die Flächen des Quadratoctaeders begränzt ist. Dies ist die Krystallform des sauren arseniksauren Kalis; auch der Zirkon kommt meistens als quadratische Säule vor.

Wenn jede der vertikalen Kanten der Säule, Fig. 617, durch eine Fläche abgestumpft wird, welche auf der einen Nebenaxe rechtwinklig steht, so entsteht eine 8seitige Säule. Diese 8seitige Säule oben und unten durch die gerade Endfläche begränzt, ist die Form, in welcher gewöhnlich das essigsaure Kalkkupfer krystallisirt; manchmal kommt auch diese Form noch mit Octaederflächen combinirt vor.

Außer den eben besprochenen gehören auch noch folgende der oben angeführten optisch einaxigen Krystalle dem quadratischen Krystallsystem an: Wernerit, Vesuvian, Rutil, Zinnstein.

Alle übrigen oben als optisch einaxig angeführten Krystalle gehören dem hexagonalen Krystallsystem an, welches schon bei Gelegenheit der Krystallform des Kalkspaths weiter besprochen worden ist.

Bei allen optisch einaxigen Krystallen fällt die Richtung der optischen Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen.

238 **Polarisation durch doppelte Brechung.** Wenn man die Lichtstrahlen genauer untersucht, welche durch irgend einen doppeltbrechenden Körper hindurchgegangen sind, so findet man, daß sie stets polarisirt sind. Am leichtesten kann man sich davon auf folgende Weise überzeugen: Man halte irgend ein doppeltbrechendes Prisma vor das Auge, so wird man von einem und demselben Gegenstande zwei Bilder sehen; hält man nun zwischen das Auge und das Prisma eine polarisirende Turmalinplatte, so wird man leicht eine bestimmte Stellung derselben ausmitteln können, bei welcher nur eins der beiden Bilder im Prisma sichtbar ist; dreht man alsdann die Turmalinplatte in ihrer Ebene langsam um, so wird alsbald das zweite Bild auch sichtbar werden; je weiter man dreht, desto lichtschwächer wird das erste Bild, während das zweite stärker wird, und wenn man endlich um 90° gedreht hat, so verschwindet das erste Bild, und nur das

zweite ist sichtbar. Daraus geht nun nicht allein hervor, daß die Lichtstrahlen der beiden Bilder polarisirt sind, sondern auch, daß die Polarisationsebene des einen Bildes rechtwinklig auf der Polarisationsebene des andern steht oder, mit andern Worten, daß die beiden Strahlenarten, welche sich durch einen doppeltbrechenden Krystall fortpflanzen, rechtwinklig zu einander polarisirt sind.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist. Die beiden Bilder irgend eines Gegenstandes, etwa einer Kerzenflamme, welche man durch das Prisma sieht, liegen neben einander, wenn man die Kante des Prismas vertikal hält. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet bald das eine, bald das andere Bild, je nachdem man der Turmalinplatte verschiedene Stellungen giebt.

Das eine Bild verschwindet, wenn die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte vertikal, also parallel mit der Kante des Prismas gehalten wird, das andere Bild verschwindet, wenn die Axe der Turmlinplatte wagerecht steht.

Nun aber läßt die Turmalinplatte nur solche polarisirten Strahlen durch, deren Schwingungen mit ihrer Hauptaxe parallel sind; hält man also die Platte so, daß ihre Axe senkrecht steht, so gehen nur die vertikalen Oscillationen durch, hält man sie aber wagerecht, so werden nur wagerechte Schwingungen durchgelassen.

Da nun in den beiden Gränzlagen, wenn nämlich die Axe der Turmalinplatte vertikal oder wagerecht ist, nur ein Bild sichtbar ist, so geht daraus hervor, daß die Vibrationen, welche das eine Bild erzeugen, parallel mit der optischen Axe des Kalkspathprismas sind, während die Aethervibrationen, welche den andern Strahl fortpflanzen, in einer Ebene vor sich gehen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig steht.

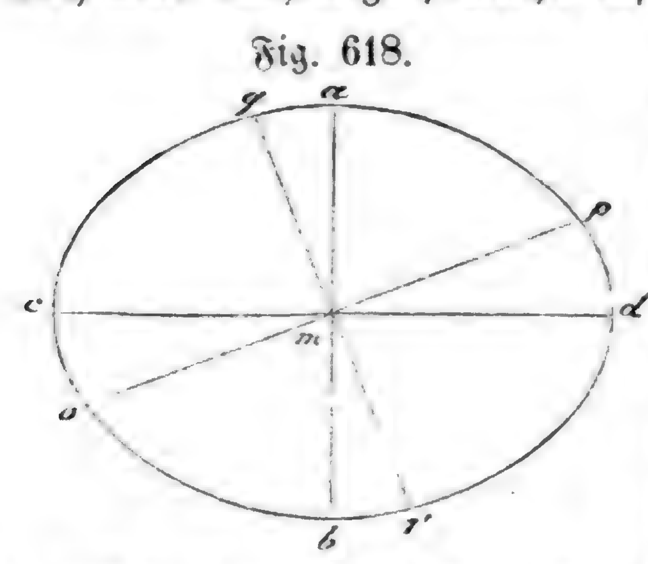
Wie man auch ein Prisma aus Kalkspath oder irgend einem andern einaxigen doppeltbrechenden Krystall schneiden mag, stets findet man, wenn man die beiden Bilder mit Hülfe einer Turmalinplatte untersucht, daß sie rechtwinklig zu einander polarisirt sind; die Richtung, nach welcher die Vibrationen für die beiden Strahlen stattfinden, läßt sich aber auf folgende Weise bestimmen.

Denkt man sich durch die Richtung, in welcher ein Lichtstrahl den Krystall durchläuft, und durch die Richtung der optischen Axe eine Ebene gelegt, so wird eine solche Ebene ein Hauptschnitt genannt; die Schwingungen des ordinären Strahls sind nun stets rechtwinklig auf der Ebene des Hauptschnitts, also auch rechtwinklig auf der Richtung der optischen Axe; die Schwingungen, welche den extraordinären Strahl fortpflanzen, finden dagegen in der Ebene des Hauptschnitts Statt.

239 **Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie.** Um die bisher besprochenen Erscheinungen der doppelten Brechung zu er- erklären, nimmt die Undulationstheorie an, daß in allen doppeltbrechenden Krystallen die Elasticität des Aethers, durch dessen Vibrationen sich die Lichtstrahlen fortpflanzen, nicht nach allen Richtungen dieselbe sey.

So ist z. B. im Kalkspath die Elasticität des Aethers in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe größer als nach jeder andern Richtung, dahingegen ist die Elasticität des Aethers im Kalkspath ein Minimum nach allen Richtungen, welche auf der Axe rechtwinklig stehen.

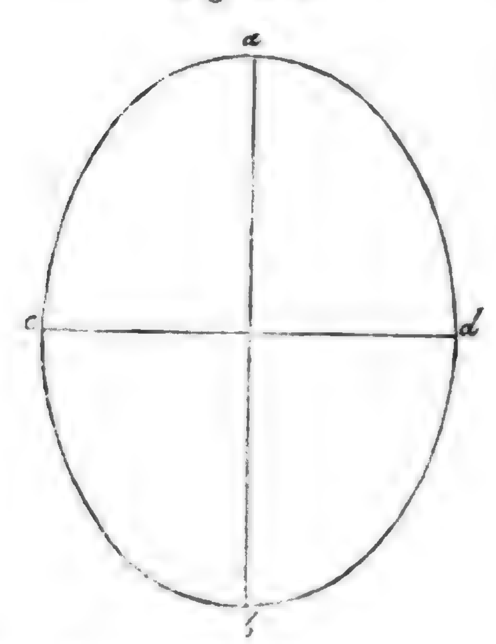
Fig. 618.



Stellen wir durch *a b*, Fig. 618, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe eines positiven Krystalls, durch *c d* die Elasticität rechtwinklig zur optischen Axe dar; beschreiben wir ferner eine Ellipse, deren kleine Axe *a b*, deren große Axe aber *c d* ist, denken wir uns alsdann die ganze Figur um die Axe *a b* umgedreht, so entsteht ein Umdrehungsellipsoid, welches das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen ändert. Dieses Umdrehungsellipsoid führt den Namen der Elasticitätsoberfläche, und zwar ist es die Elasticitätsoberfläche für einaxige positive Krystalle.

Bei negativen Krystallen ist die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe größer als nach jeder andern Richtung, ein Minimum aber nach allen Richtungen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig stehen. Wenn in der Ellipse, Fig. 619, die große Axe *a b* die Elasticität des Aethers in einem einaxigen negativen Krystall, die kleine Axe *c d* aber die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe darstellt, so entsteht durch Umdrehung dieser Ellipse um die große Axe *a b* die Elasticitätsoberfläche einaxiger negativer Krystalle.

Fig. 619.



Jede durch die optische Axe eines einaxigen Krystalls gelegte Ebene schneidet seine Elasticitätsoberfläche in einer Ellipse, jede auf der optischen Axe rechtwinklig stehende Ebene schneidet sie aber in einem Kreise.

Die Fig. 618 stellt uns den Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche eines

positiven Krystalls mit einer durch seine optische Axe gelegten Ebene dar; wenn nun ein Lichtstrahl rechtwinklig zu dieser Ebene, also auch rechtwinklig zur optischen Axe durch den Krystall hindurchgeht, so wird die Geschwindigkeit, mit welcher er sich fortpflanzt, von der Richtung abhängen, in welcher die ihn erzeugenden Vibrationen stattfinden. Wenn *m* die Projection des sich rechtwinklig zur Ebene des Papiers fortpflanzenden Strahls ist, so können seine Vibrationen in der Richtung *a b* oder in der Richtung *c d* stattfinden.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtstrahlen hängt nur von der Elasticität des Aethers in der Richtung ab, nach welcher die Vibrationen stattfinden; da aber in der Richtung *a b* der Aether eine geringere Elasticität hat als in der Richtung *c d*, so werden die parallel mit *a b* vor sich gehenden Schwingungen sich langsamer fortpflanzen als die Vibrationen, welche parallel mit *c d* stattfinden, obgleich für beide Vibrationsarten die Richtung des Lichtstrahls dieselbe ist.

Die Geschwindigkeit eines Lichtstrahls, welcher sich rechtwinklig zur optischen Axe des Krystalls fortpflanzt, würde alle möglichen zwischen den beiden Gränzen liegenden Werthe haben können, welche den Schwingungsrichtungen *a b* und *c d* entsprechen, wenn überhaupt solche Schwingungen, deren Richtung zwischen *a b* und *c d* fällt, sich rechtwinklig zur Axe des Krystalls durch denselben fortpflanzen könnten. Die oben angeführten Versuche beweisen aber, daß sich rechtwinklig zur optischen Axe nur solche Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungsrichtung mit der Richtung der optischen Axe zusammenfällt oder auf ihr rechtwinklig steht; also nur Schwingungen, die parallel mit der kleinen Axe *a b* oder parallel mit der großen Axe *c d* der Ellipse, Fig. 620, sind, pflanzen einen Lichtstrahl rechtwinklig zur optischen Axe des Krystalls fort.

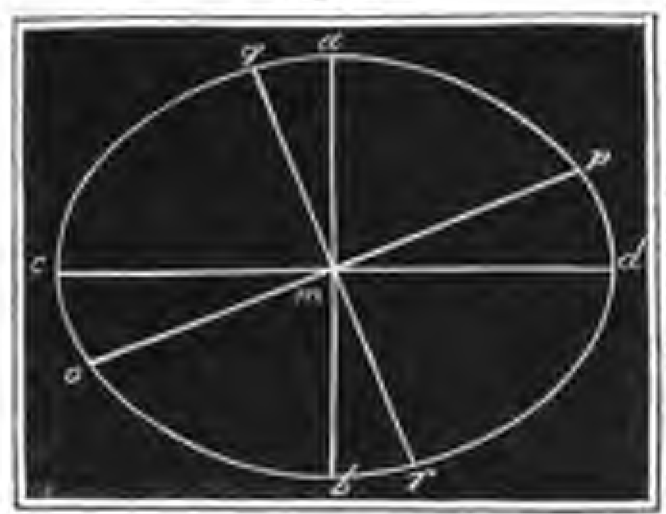
Jede durch den Mittelpunkt der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene schneidet dieselbe in einer Ellipse, wenn sie nicht gerade rechtwinklig auf der optischen Axe steht, denn in diesem Falle ist die Durchschnittslinie ein Kreis; wenn nun ein Lichtstrahl rechtwinklig zu der Ebene eines solchen elliptischen Schnittes den Krystall durchläuft, so müssen die ihn fortpflanzenden Vibrationen mit der Ebene des elliptischen Schnittes parallel seyn; allein nur solche Vibrationen pflanzen sich durch den Krystall fort, die mit der großen oder der kleinen Axe des elliptischen Schnittes parallel sind; und somit werden in jeder Richtung zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen können, je nachdem die Vibrationen, welche den Strahl fortpflanzen, mit der großen oder mit der kleinen Axe des auf der Richtung des Strahls rechtwinkligen elliptischen Schnittes parallel sind.

In welcher Richtung ein Lichtstrahl auch den Krystall durchlaufen mag, so wird doch eine auf seiner Richtung rechtwinklige Ebene die Elasticitäts-

oberfläche in einer Ellipse schneiden, deren eine Axe rechtwinklig auf der optischen Axe des Krystalls steht, während die andere Axe in die Ebene fällt, welche man durch die Richtung des Strahls und die Richtung der optischen Axe legen kann, und die wir schon früher mit dem Namen des **Hauptschnitts** bezeichnet haben.

Nehmen wir z. B. an, es pflanze sich ein Lichtstrahl in der Richtung *o p*, Fig. 620, durch den Krystall fort, so wird eine auf dieser Richtung rechtwinklige, durch die Mitte der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene diese in einer Ellipse schneiden, welche, weil sie auf der Ebene der Figur rechtwinklig steht, hier als Linie *q r* verkürzt erscheint; die eine Axe dieses elliptischen Schnittes ist *q r*, und diese Axe liegt in der durch die Richtung des Strahls *o p* und die optische Axe *a b* gelegten Ebene (hier die Ebene des Papiers), die andere Axe des elliptischen Schnittes erscheint in unserer Figur zur Linie verkürzt, sie fällt mit einem in *m* auf der Ebene des Papiers errichteten Perpendikel zusammen; die Länge dieser Axe aber ist gleich der Axe *c d*, weil ja die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen hin, welche auf der Axe *a b* rechtwinklig sind, dieselbe ist.

Fig. 620.



Nach diesen Betrachtungen begreift man nun sehr wohl, warum die ordinären Strahlen sich nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit im Krystall fortpflanzen, da ja ihre Vibrationen stets rechtwinklig zur optischen Axe sind und die Elasticität des Aethers nach allen auf der optischen Axe rechtwinkligen Richtungen dieselbe ist; die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen aber, deren Vibrationen in der Ebene des Hauptschnitts vor sich gehen, hängt von der Richtung der Strahlen ab. Wenn ein extraordinärer Strahl rechtwinklig zur optischen Axe den Krystall durchläuft, so finden seine Vibrationen in der Richtung der optischen Axe Statt; je mehr sich aber die Richtung des extraordinären Strahls der Richtung der optischen Axe nähert, desto mehr nähert sich der Winkel, den seine Vibrationen mit der optischen Axe machen, einem rechten, desto weniger ist also seine Geschwindigkeit von der Geschwindigkeit der ordinären Strahlen verschieden.

Die Vibrationen eines Strahls, welcher den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchläuft, sind rechtwinklig zur optischen Axe; da aber die Elasticität des Aethers nach allen auf der optischen Axe rechtwinkligen Richtungen dieselbe ist, so findet für Strahlen, deren Richtung mit der optischen Axe zusammenfällt, keine Verschiedenheit in der Geschwindigkeit Statt.

Digitized by Google

Da in einem positiven Krystalle die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe ein Maximum ist, so pflanzen sich auch die ordinären Strahlen, deren Vibrationen rechtwinklig zur optischen Axe vor sich gehen, schneller im Krystall fort als die extraordinären; die ordinären Strahlen werden also weniger stark gebrochen als die extraordinären; in negativen Krystallen dagegen werden die ordinären Strahlen am stärksten gebrochen, weil die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe in diesen Krystallen ein Minimum ist, weil sich also die ordinären Strahlen langsamer im Krystall fortpflanzen als die extraordinären.

Diese Betrachtungen enthalten auch den Grund, warum man annimmt, daß die Vibrationen eines polarisirten Lichtstrahls rechtwinklig zu seiner Polarisationsebene stattfinden. Um die gleichförmige Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen zu erklären, müssen wir nothwendig annehmen, daß ihre Schwingungen rechtwinklig zur optischen Axe stattfinden. Wenn man nun ein Kalkspathprisma vor das Auge hält, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist, so muß man, um das extraordinäre Bild verschwinden zu machen, eine Turmalinplatte so zwischen das Auge und das Prisma bringen, daß die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte rechtwinklig auf der optischen Axe des Prismas steht; da nun die Vibrationen des durch die Turmalinplatte noch sichtbaren Bildes rechtwinklig zur optischen Axe des Kalkspaths sind, so ist klar, daß eine Turmalinplatte gerade solche Vibrationen durchläßt, welche mit ihrer krystallographischen Axe parallel sind, wie wir dies oben schon ohne Weiteres angenommen haben. Wenn man aber durch eine Turmalinplatte nach dem untern Spiegel eines Polarisationsapparates sieht, so bleibt das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Axe der Turmalinplatte, also die Schwingungsrichtung der durchgelassenen Strahlen, auf der Reflexionsebene des untern Spiegels, also auf der Polarisationsebene der zur Turmalinplatte gelangenden Strahlen, rechtwinklig steht.

Doppeltbrechende Prismen als polarisirende Apparate. Da 240
alle Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Krystall durchlaufen haben, polarisirt sind, so kann man auch doppeltbrechende Prismen statt der Polarisationsspiegel oder statt der Turmalinplatten anwenden; namentlich lassen sich doppeltbrechende Prismen sehr gut statt des Zerlegungsspiegels als Kopf des Polarisationsapparates anwenden.

Wenn man ein doppeltbrechendes Prisma als Zerleger im Polarisationsapparat anwenden will, ist es zweckmäßig, dasselbe durch ein Glasprisma zu achromatisiren, damit die prismatische Farbenzerstreuung und die Ablenkung der Bilder nicht störend wirkt. Wenn man ein Kalkspathprisma und ein Glasprisma von gleichem brechenden Winkel zusammenkittet, so findet für den ordinären Strahl weder eine Ablenkung, noch eine Farben-

zerstreuung Statt, da der Brechungsexponent und die Farbenzerstreuung im Glase dem Brechungsexponenten und der Farbenzerstreuung für den ordinären Strahl im Kalkspathprisma ziemlich gleich ist. Sieht man durch ein so achromatisirtes Kalkspathprisma nach irgend einem Gegenstande, etwa nach einer Kerzenflamme, so sieht man zwei Bilder, von denen das eine, das extraordinäre, noch farbige Säume zeigt, während das andere davon frei ist. Dreht man nun das Prisma vor dem Auge um, so bleibt dabei das farblose Bild fast ganz unverrückt stehen, während das farbig gesäumte sich um das erstere dreht.

Um ein achromatisches Kalkspathprisma bequem als Kopf des Polarisationsapparates gebrauchen zu können, wird es in eine Hülse von Messing gefaßt, wie man Fig. 621 sieht; man kann es ganz ebenso auf den Apparat aufsetzen, wie die in Fig. 594 abgebildete Röhre mit der Säule von Glasplatten. Wenn man auf das mittlere Tischchen des Polarisationsapparates einen schwarzen Schirm legt, in dessen Mitte sich eine Oeffnung von etwa zwei Linien Durchmesser befindet, so kann nur durch diese Oeffnung polarisirtes Licht zum obern Theil des Apparates gelangen. Sieht man nach der Oeffnung von oben her durch ein achromatisirtes Kalkspathprisma, so sieht man die Oeffnung doppelt, und wenn man das Prisma um seine vertikale Axe umdreht, so werden die beiden Bilder abwechselnd hell und dunkel; wenn die Helligkeit des einen Bildes zunimmt, so nimmt die des andern ab, und wenn das eine Bild ein Maximum von Helligkeit erreicht hat, so erscheint das andere Bild ganz dunkel, was sich ganz natürlich dadurch erklärt, daß die beiden Strahlenarten, welche sich durch ein doppeltbrechendes Prisma fortpflanzen können, rechtwinklig zu einander polarisirt sind; das eine der beiden Bilder entspricht also dem Fall der parallelen, das andere dem Fall der gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates.

Fig. 621.

Zu vielen Versuchen ist eine Turmalinplatte ungleich bequemer als ein Polarisationsspiegel, nur ist oft die Färbung einer solchen Platte störend; statt der Turmalinplatte könnte man aber fast eben so bequem ein doppeltbrechendes Prisma zur Erzeugung oder Zerlegung des polarisirten Lichts anwenden, wenn es nicht zu gleicher Zeit zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlenbündel lieferte. Auf eine sinnreiche Weise hat nun Nicol zwei Kalkspathprismen so combinirt, daß nur das eine polarisirte Strahlenbündel durch das System hindurchgeht.

In Fig. 622 seyen $a\ b\ c$ und $b\ c\ d$ zwei Kalkspathstücke, die mit den wohlpolirten Flächen $b\,c$ durch Kanadabalsam zusammengekittet sind. Die Fläche $c\,b$ hat nun gegen die durch die Fläche $c\,d$ eindringenden Strahlen eine solche Neigung, daß die stärker brechbaren ordinären Strahlen an der Balsamschicht, deren Brechungsexponent 1,54 ist, schon eine vollständige

Reflexion erleiden, während nur die weniger brechbaren extraordinären Strahlen durch die Balsamschicht hindurch in das andere Prisma gelangen und bei *a b* austreten. Ein solches Prisma giebt also nur ein polarisirtes Bild.

Fig 622.

Wenn man schräg auf eine Wasseroberfläche sieht, so kann man die unter dem Wasserspiegel befindlichen Gegenstände nur schwer erkennen, weil der Glanz der Wasseroberfläche es hindert; da die vom Wasser gespiegelten Strahlen aber größtentheils polarisirt sind, so kann man dieses störende Licht leicht vom Auge abhalten, wenn man sie nach Arago's Angabe mit einer gehörig gehaltenen Turmalinplatte auffängt. Auch das Nicol'sche Prisma läßt sich seiner Farblosigkeit wegen mit Vortheil anwenden, um durch Abhaltung des an der Oberfläche des Wassers gespiegelten Lichts die unter dem Wasser befindlichen Gegenstände sichtbar zu machen.

Rochon's Mikrometer. In Fig. 623 seyen *o b s* und *o b s'* zwei 241
zusammengekittete Prismen von Bergkrystall; die optische Axe des einen steht rechtwinklig auf der Fläche *s b*, sie läuft also mit der Fläche *s o* parallel, die optische Axe des zweiten Prismas hingegen läuft parallel mit der Durchschnittskante der Flächen *o s'* und *b s'*, sie steht also rechtwinklig auf der Ebene des Papiers. Wenn nun von irgend einem Gegenstande her Lichtstrahlen rechtwinklig auf die vordere Fläche *s b* des erstern Prismas fallen, so werden sie ohne alle Ablenkung dieses erste Prisma durchlaufen; beim Uebergang in das zweite Prisma werden die ordinären Strahlen auch nicht abgelenkt, sie treten also mit unveränderter Richtung an der Fläche *o s'* aus; die extraordinären Strahlen hingegen werden durch das zweite Prisma eine Ablenkung erfahren, sie verlassen dasselbe in einer andern Richtung als die ordinären; der Winkel *e*, den die austretenden ordinären Strahlen mit den austretenden extraordinären machen, hängt von der Größe des brechenden Winkels *b o s'* ab, und man kann den Winkel *e* berechnen, wenn die Größe des Winkels *b o s'* bekannt ist, da man ja die Brechungsexponenten der extraordinären und der ordinären Strahlen im Bergkrystall ein= für allemal kennt. Wenn der brechende Winkel *b o s'* 30°, 40°, 50°, 60° ist, so findet man für den Ablenkungswinkel *e* die Werthe 19′ 30″, 28′ 20″, 40′, 57′ 40″.

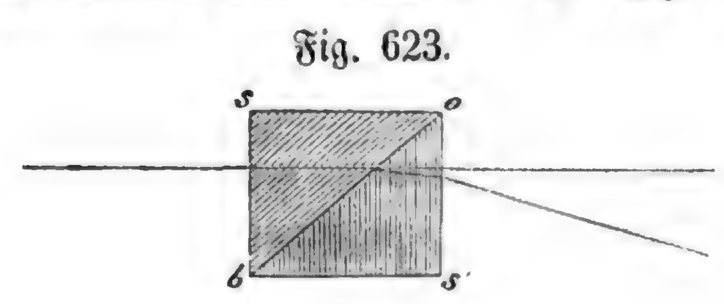


Fig. 623.

Statt den Ablenkungswinkel *e* durch Rechnung zu ermitteln, ist es besser, ihn direct durch den Versuch zu bestimmen. Wenn man nämlich

durch ein solches Prisma nach irgend einem Gegenstande hinsieht, so erblickt man zwei Bilder desselben, die je nach der Größe und Entfernung des Gegenstandes theilweise einander decken oder durch einen Zwischenraum von einander getrennt erscheinen. Wenn nun der zu betrachtende Gegenstand eine kreisförmige Scheibe ist, so ist es leicht, sie in eine solche Entfernung zu bringen, daß die beiden Bilder sich gerade berühren, und in diesem Falle erscheinen die beiden Mittelpunkte gerade um den Durchmesser d der Scheibe getrennt. Bezeichnet man nun die Entfernung der Scheibe mit z, so ist offenbar

$$tang.\ e = \frac{d}{z},$$

wenn mit e der Ablenkungswinkel der extraordinären Strahlen, also der Winkel bezeichnet wird, welchen die nach der Mitte des ordinären und des extraordinären Bildes gezogenen Visirlinien mit einander machen.

Wenn der Winkel e für ein solches Prisma einmal bekannt ist, so kann man mit Hülfe der eben angegebenen einfachen Gleichung für irgend einen Gegenstand, dessen beide Bilder sich gerade berühren, den Durchmesser d berechnen, wenn die Entfernung z bekannt ist, und umgekehrt die Entfernung z finden, wenn man seinen Durchmesser d kennt.

Unser Prisma wird vorzugsweise in Fernröhren angewandt, um den Durchmesser oder die Entfernung von Gegenständen zu bestimmen. Ein mit einem doppeltbrechenden Prisma zu diesem Zweck versehenes Fernrohr führt nach seinem Erfinder den Namen Rochon's Mikrometer. Das Prisma befindet sich zwischen dem Objectiv und dem Ocular des Fernrohrs und kann nach Belieben von dem Objectiv entfernt oder demselben genähert werden.

In Fig. 624 stelle c eine Sammellinse dar, welche auf irgend einem

Fig. 624

Schirm in fm das Bild eines fernen Gegenstandes entwirft; bringt man nun ein Rochon'sches Prisma zwischen die Linse c und den Schirm, so werden die ordinären Strahlen ebenfalls in fm ein Bild entwerfen, die extraordinären Strahlen aber, welche nach dem Austritt aus dem Prisma

Digitized by Google

mit den ordinären einen Winkel e machen, werden ein zweites Sammelbild in $f'm'$ erzeugen.

Da der Winkel, welchen die ordinären und extraordinären Strahlenbündel mit einander machen, unverändert derselbe bleibt, so wird die Entfernung der beiden Bilder fm und $f'm'$ wachsen, wenn man das Prisma vom Schirm entfernt, die Entfernung der Bilder wird aber kleiner werden, wenn man das Prisma dem Schirm nähert, man kann demnach leicht dem Prisma eine solche Stellung geben, daß sich die beiden Bilder auf dem Schirme gerade berühren, wie dies Fig. 625 angedeutet ist.

Fig. 625.

Was eben gesagt wurde, gilt auch noch, wenn diese Linse c das Objectiv eines Fernrohrs ist und wenn man die Bilder nicht auf einem Schirme auffängt, sondern sie durch das Ocular des Fernrohrs betrachtet. Wenn sich die beiden Bilder gerade berühren, so besteht zwischen dem Ablenkungswinkel $fzm = e$ und dem Winkel $fcm = v$, welcher dem Winkel gleich ist, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, folgende Beziehung.

Es ist $tang.\ e = \frac{fm}{fz} = \frac{fm}{h}$, wenn man mit h die Entfernung des Prismas von dem Bilde für den Fall bezeichnet, daß die beiden Bilder sich gerade berühren; ferner ist $tang.\ v = \frac{fm}{fc} = \frac{fm}{f}$, wenn f die Brennweite des Objectivs bezeichnet; daraus ergiebt sich aber die Proportion

$$tang.\ v : tang.\ e = \frac{1}{f} : \frac{1}{h},$$

und daraus folgt

$$tang.\ v = \frac{h}{f}\ tang.\ e.$$

Wenn man das Fernrohr auf irgend einen entfernten Gegenstand richtet und das Prisma so verschiebt, daß die beiden Bilder in Berührung kommen, so kann man nach dieser Formel die Größe des Gesichtswinkels v berechnen, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, da der Werth von e ja ein- für allemal für das Prisma ausgemittelt und die Brennweite des Objectivs bekannt ist. Um den Werth von h, d. h. die Entfernung des Prismas von der Stelle, wo das Objectiv seine Bilder

entwirft, zu messen, muß die Einrichtung getroffen seyn, daß man diese Entfernung an einer außen am Fernrohre angebrachten Theilung ablesen kann. Die Verschiebung des Prismas kann auf ähnliche Weise bewerkstelligt werden, wie die Verschiebung des kleinen Spiegels v in dem Spiegelteleskope.

Anstatt der Theilung, welche die Entfernung des Prismas von der Stelle angiebt, an welcher das Bild des Objectivs entsteht, kann man eine empirische Theilung auftragen, welche ohne Weiteres den gesuchten Winkelwerth v angiebt. Eine solche Theilung erhält man auf folgende Weise.

Man richtet das Fernrohr auf eine kreisförmige Scheibe, deren Entfernung und deren Durchmesser man kennt; der Winkelwerth, unter welchem die Scheibe dem unbewaffneten Auge erscheint, ist leicht zu berechnen, wir wollen z. B. annehmen, er betrage 30′. Man stellt nun das Prisma im Fernrohre so, daß man nur ein Bild der Scheibe sieht, und so erhält man den Nullpunkt der Theilung; alsdann rückt man das Prisma gegen das Objectiv hin, bis sich die beiden Bilder berühren; da man nun weiß, daß der Sehwinkel v gleich 30′ ist, so bezeichnet man die Stelle auf der Röhre, an welcher jetzt das Merkzeichen des Prismas steht, mit 30′, theilt dann die Entfernung dieses Punktes von dem Nullpunkte der Theilung in 30 gleiche Theile und setzt dann diese Theilung auch noch jenseits des Punktes 30 fort. Richtet man nun das Fernrohr auf irgend einen andern Gegenstand, bringt man durch Verschiebung des Prismas die beiden Bilder desselben in Berührung, so kann man ohne Weiteres den Werth des Sehwinkels für diesen Gegenstand auf dem Rohre ablesen.

Neben dieser Theilung, welche die Winkelwerthe angiebt, unter welchen die Gegenstände dem bloßen Auge erscheinen, stehen andere, welche das Verhältniß zwischen der Größe und der Entfernung der Gegenstände angeben. So steht z. B. neben 4′ die Zahl 859, und dies bedeutet, daß die Entfernung eines Gegenstandes 859mal so groß ist als sein Durchmesser, wenn er unter einem Winkel von 4′ erscheint; mit Hülfe dieser Zahlen kann man nun sehr leicht die Größe eines Gegenstandes aus seiner Entfernung, und umgekehrt seine Entfernung aus seiner Größe berechnen.

242 **Zweiaxige Krystalle.** In allen Krystallen, welche zu den drei letzten Krystallsystemen gehören, giebt es zwei Richtungen, in welchen sich alle ebenen Wellen mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, oder, mit anderen Worten, alle diese Krystalle haben zwei optische Axen.

Fresnel, von welchem die Theorie der doppelten Brechung einaxiger Krystalle herrührt, deren Grundzüge wir in Nro. 239 entwickelt haben, fand, daß die doppelte Brechung in zweiaxigen Krystallen ganz anderen Gesetzen folgt; in den zweiaxigen Krystallen giebt es keinen ordinären

Strahl mehr, d. h. keinen, welcher den Krystall nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit durchläuft; also keiner der beiden Strahlen, in welche ein einfallender Lichtstrahl bei seinem Eintritte in einen zweiaxigen Krystall gespalten wird, folgt den Gesetzen der gewöhnlichen Brechung.

Der Winkel, welchen die Richtungen der beiden optischen Axen mit einander machen, ist nicht für alle Krystalle derselbe, wie man aus der folgenden Tabelle ersehen kann.

Namen der Krystalle	Winkel der optischen Axen
Kohlensaures Bleioxyd (Weißbleierz)	5° 15′
Salpeter	5° 20′
Kohlensaurer Strontian	6° 56′
Glimmer (gewisse Arten)	6°
Talk	7° 24′
Barythydrat	13° 18′
Arragonit	18° 18′
Glimmer (gewisse Arten)	25°
Cymophan	27° 51′
Anhydrat	28° 7′
Borax	28° 42′
Glimmer (einige Arten)	30° bis 37°
Schwefelsaure Magnesia	37° 24′
Schwerspath	37° 42′
Natürlicher Borax (Tinkal)	27° 40′
Salpetersaures Zinkoxyd	ungefähr 40°
Stilbit	41° 42′
Schwefelsaures Nickeloxyd	42° 4′
Kohlensaures Ammoniak	43° 24′
Schwefelsaures Zinkoxyd	44° 4′
Glimmer	45°
Lepidolith	45°
Benzoësaures Ammoniak	45° 8′
Schwefelsaures Ammoniak	49° 42′
Topas (von Brasilien)	49° bis 50°
Zucker	50°
Schwefelsaurer Strontian (Cölestin)	50°
Phosphorsaures Natron	55° 20′
Comptonit	56° 6′
Gyps	60°
Salpetersaures Silberoxyd	62° 16′
Feldspath	63°

Namen der Krystalle	Winkel der optischen Axen
Topas (von Aberdeen)	65°
Schwefelsaures Kali	67°
Kohlensaures Natron	70°
Essigsaures Bleioxyd	70° 25′
Citronensäure	70° 29′
Weinsteinsäure	79°
Weinsteinsaures Kali-Natron (Seignettesalz)	80°
Kohlensaures Kali	80° 30′
Cyanit	81° 48′
Chlorsaures Kali	82°
Epidot	84° 19′
Peridot	87° 56′
Schwefelsaures Eisenoxydul (Eisenvitriol) .	90°.

Diejenige Linie, welche den spitzen Winkel der beiden optischen Axen halbirt, heißt Mittellinie.

Bei den zweiaxigen Krystallen findet keine so einfache Beziehung zwischen der Lage der krystallographischen Axen und der optischen Axen Statt, wie dies bei den einaxigen Krystallen der Fall ist, nur bei den Krystallen, welche zu dem rhombischen Krystallsysteme gehören, läßt sich überhaupt eine feste Beziehung nachweisen. In diesem Krystallsysteme sind nämlich die drei krystallographischen Axen sämmtlich ungleich, jede derselben steht aber rechtwinklig auf den beiden anderen; die Mittellinie aller in dieses Krystallsystem gehörigen Körper fällt stets mit einer der krystallographischen Axen, die Ebene der optischen Axen aber mit der Ebene zweier krystallographischen Axen zusammen.

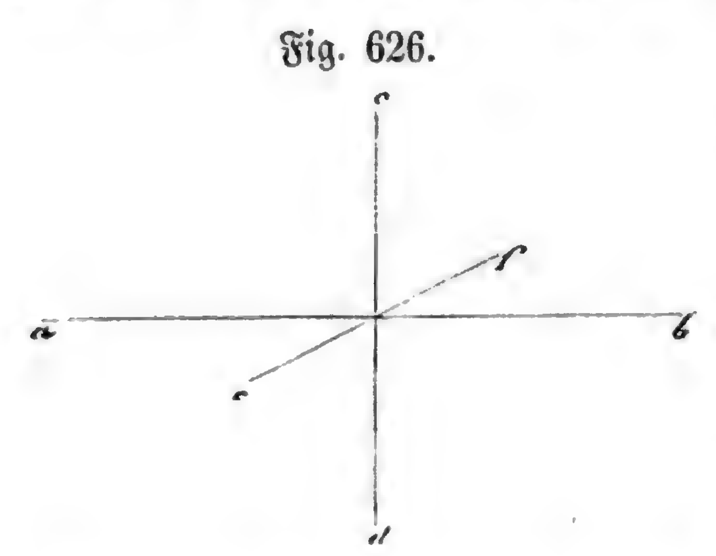
Die Lage der optischen Axen wird im nächsten Kapitel, welches von den Farbenerscheinungen in Krystallen handelt, ausführlicher besprochen werden.

243 **Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen.**

Fresnel hat die Erscheinungen der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen aus folgender Annahme über die Elasticität des Aethers abgeleitet: die Elasticität des Aethers ist in zweiaxigen Krystallen weder nach allen Richtungen dieselbe, wie dies bei einfach brechenden Mitteln der Fall ist, noch giebt es in denselben eine Axe, um welche herum die Elasticität des Aethers ganz symmetrisch ist wie bei den einaxigen Krystallen. Es stelle in Fig. 626 $a\,b$ die größte Elasticitätsaxe in einem zweiaxigen Krystalle dar, so steht die Axe der kleinsten Elasticität $c\,d$ rechtwinklig auf derselben; rechtwinklig zur Ebene dieser beiden Axen ist nun die Elasticität des Aethers kleiner als in der Richtung $a\,b$ und größer als in der Rich-

tung $c\,d$; wir wollen die Axe $e\,f$ die Axe der mittleren Elasticität nennen; sie erscheint in unserer Figur verkürzt.

Fig. 626.



Denken wir uns über diese drei Axen ein Ellipsoid beschrieben, so kann man mit Hülfe desselben das Gesetz entwickeln, nach welchem sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen mit der Richtung ändert, also die Form der Wellenoberfläche für zweiaxige Krystalle nach folgender von Fresnel gegebenen Regel entwickeln: Wenn man durch den Mittelpunkt des Ellipsoids eine Ebene gelegt denkt, so ist der Durchschnitt derselben mit dem Ellipsoid stets eine Ellipse; errichtet man nun in der Mitte des elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf der Ebene desselben, trägt man auf demselben die Länge der großen und der kleinen Axe des elliptischen Schnittes auf, so sind diese beiden Längen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen in der Richtung dieses Perpendikels. Hier mag es genügen, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit den drei Ebenen zu bestimmen, welche man durch je zwei der drei Elasticitätsaxen legen kann.

Wir wollen der Reihe nach das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für beide Strahlen innerhalb der Ebene der Elasticitätsaxen $c\,d$ und $e\,f$, dann innerhalb der Ebene der Axen $e\,f$ und $a\,b$ und endlich innerhalb der Ebene der Axen $a\,b$ und $c\,d$, oder, mit anderen Worten, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der Ebene der Axen $c\,d$ und $e\,f$, $a\,b$ und $e\,f$, $a\,b$ und $c\,d$ bestimmen.

Wenn sich ein Lichtstrahl nach irgend einer Richtung im Krystall fortpflanzt, welche in die Ebene der Axen $c\,d$ und $e\,f$ fällt, so geht der auf der Richtung des Strahls rechtwinklig durch den Mittelpunkt des Ellipsoids gelegte Schnitt jedenfalls durch die Axe $a\,b$ der größten Elasticität; jede durch die Axe $a\,b$ gelegte Ebene schneidet aber das Ellipsoid in einer Ellipse, deren große Axe $a\,b$ ist; nach allen in die Ebene der Axen $c\,d$ und $e\,f$ fallenden Richtungen können sich also Strahlen fortpflanzen, deren Vibrationen mit der Axe $a\,b$ parallel sind, diese Strahlen durchlaufen also sämmtlich den Krystall mit gleicher, der Elasticität $a\,b$ entsprechenden Geschwindigkeit; zieht man also um den Durchschnittspunkt der Linien $C\,D$ und $E\,F$, Fig. 627 (a. f. S.), einen Kreis, dessen Halbmesser $m\,n$ gleich $1/2\;a\,b$ ist, so ist dies der Durchschnitt der durch die Axen $c\,d$ und $e\,f$ gelegten Ebene mit einem Theile der Wellenoberfläche.

Nach denselben Richtungen pflanzen sich aber auch Strahlen fort, deren Vibrationen rechtwinklig zur Axe *a b* stattfinden. Betrachten wir zunächst einen Strahl, der sich in der Richtung der Axe *e f* fortpflanzt; ein durch den Mittelpunkt des Ellipsoids rechtwinklig auf *e f* gelegter Schnitt schneidet dasselbe in einer Ellipse, deren große Axe *a b*, deren kleine Axe aber *c d* ist; die Vibrationen, welche einen Strahl in der Richtung der Axe *e f* fortpflanzen, sind also entweder mit *a b*, oder mit *c d* parallel; der Vibrationsrichtung *a b* entspricht, wie wir schon gesehen haben, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *m n*, Fig. 627, der Vibrationsrichtung *cd* entspricht dagegen die geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit *m o* (die Länge *m o* müssen wir gleich $\frac{1}{2}$ *cd* machen, wenn $m n = \frac{1}{2}\, a b$); es ist dies die geringste Geschwindigkeit, mit welcher sich irgend ein Strahl im Krystall fortpflanzen kann, weil *c d* die kleinste Elasticitätsaxe ist, *m n* hingegen ist die größte Fortpflanzungsgeschwindigkeit, weil *a b* die größte Elasticitätsaxe ist.

Fig. 627.

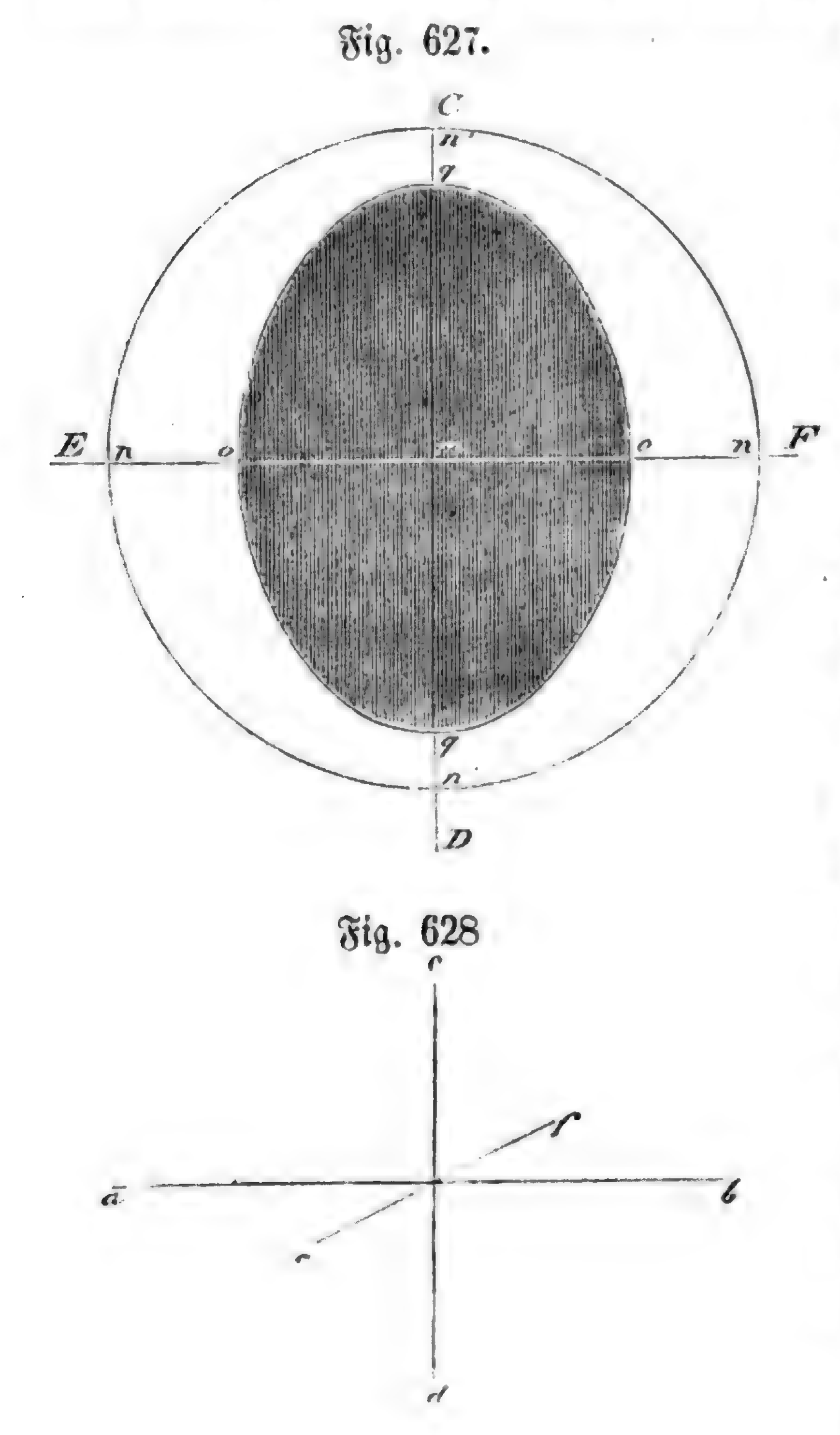


Fig. 628

In der Richtung der Elasticitätsaxe *c d* wird ein Strahl entweder durch Vibrationen fortgepflanzt, welche parallel mit *a b* sind, und dann ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich $m n' = m n$, Fig. 627, oder die Schwingungen, welche einen Strahl in der Richtung *c d* fortpflanzen, sind parallel mit *e f*, und dann ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich *m q*, gleich $\frac{1}{2}$ *e f*.

In einer Richtung, die innerhalb des Winkels liegt, welchen die Axen *c d* und *e f* mit einander machen, ist begreiflicher Weise die Fortpflan-

zungsgeschwindigkeit solcher Strahlen, deren Vibrationen auf $a\,b$ rechtwinklig sind, kleiner als $m\,q$ und größer als $m\,o$. Beschreibt man um den Punkt m eine Ellipse, deren Halbaxen $m\,o$ und $m\,q$ sind, so giebt uns eine von m zu irgend einem Punkte des Umfangs dieser Ellipse gezogene Linie die Geschwindigkeit an, mit welcher sich in der Richtung dieser Linie ein Lichtstrahl bewegt, dessen Vibrationen rechtwinklig auf der Axe der größten Elasticität sind.

Diese Ellipse und der mit dem Halbmesser $m\,n$ um dieselbe gezogene Kreis stellen uns also den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene dar, welche durch die mittlere und die kleinste Elasticitätsaxe gelegt ist.

Durch ähnliche Betrachtungen findet man nun auch den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer durch die mittlere und die größte Elasticitätsaxe gelegten Ebene. Dieser Durchschnitt besteht ebenfalls aus einem Kreise und einer Ellipse, hier ist aber der Kreis ganz von der Ellipse eingehüllt.

Nach allen Richtungen der durch $e\,f$ und $a\,b$, Fig. 628, gelegten Ebene können Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden, welche mit der Axe $c\,d$, der Axe der kleinsten Elasticität, parallel sind; diese Strahlen pflanzen sich nach allen Seiten mit derselben Geschwindigkeit fort, welche der Vibrationsrichtung $c\,d$ zukommt; der Halbmesser des Kreises der Fig. 629 ist deshalb gleich $m\,o$ in Fig. 628. In der Richtung der Elasticitätsaxe $a\,b$ werden aber auch Strahlen fortgepflanzt, deren Schwingungen parallel mit $e\,f$ sind, deshalb ist in Fig. 629 $m\,q' = \frac{1}{2}\,e\,f = m\,q$ gemacht; in der Richtung der Axe $e\,f$ pflanzen sich aber Strahlen, deren Schwingungen parallel mit $a\,b$ sind, wie wir schon wissen, mit der Geschwindigkeit $m\,n$ fort.

Fig. 629.

Der Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene, welche durch die Axe der größten und der kleinsten Elasticität geht, besteht ebenfalls aus einer Ellipse und

einem Kreise. Die kleine Axe der Ellipse ist gleich *Mo*, Fig. **630**, die große gleich *Mn*, der Radius des Kreises gleich *Mq*, weil in der Ebene der Elasticitätsaxen *a b* und *c d* nach allen Richtungen Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden können, die mit der mittleren Elasticitätsaxe parallel sind.

Da der Radius des Kreises hier größer ist als die kleine und kleiner als die große Axe der Ellipse, so schneiden sich der Kreis und die Ellipse in vier Punkten.

Fig. 630.

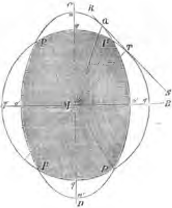
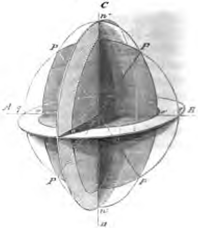


Fig. 631.



Die Fig. 631 stellt eine perspectivische Ansicht der durch die erwähnten drei Ebenen geschnittenen Wellenoberfläche dar. Will man sich eine recht klare Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle machen, so thut man gut, die drei Durchschnitte in doppelter Größe auf Kartenpapier zu zeichnen und in der Weise zu einem Modell zusammenzufügen, wie man Fig. 631 sieht.

Um den Begriff der **optischen Axen** in zweiaxigen Krystallen festzustellen, müssen wir noch erwähnen, daß hier noch ein Unterschied zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen ebenen Wellen zu machen ist. Bei der Erklärung des Brechungsgesetzes nach der Vibrationstheorie (Seite 483) haben wir gesehen, daß die gebrochene ebene Welle alle die elementaren Kugelwellen berührt, welche jeder elementare Lichtstrahl bei seinem Uebergange in das brechende Mittel erzeugt; die Richtung der gebrochenen

Strahlen steht hier rechtwinklig auf der Richtung der gebrochenen ebenen Welle, weil ja jede Kreistangente einen rechten Winkel mit ihrem Radius macht; diese Beziehung findet aber nicht mehr Statt, wenn die elementaren Wellen im brechenden Medium nicht kugelförmig sind; eine Tangente, welche eine Ellipse in irgend einem Punkte berührt, steht im Allgemeinen nicht rechtwinklig auf dem Leitstrahle, den man von dem Mittelpunkte der Ellipse nach dem Berührungspunkte ziehen kann; die Richtung der gebrochenen Welle $f\,n$ in Fig. 632 steht nicht genau rechtwinklig auf der Richtung des gebrochenen Strahls $b\,n$. Da sich nun die gebrochenen ebenen Wellen parallel mit der berührenden Ebene $f\,n$ im Krystall fortbewegen, so ist offenbar die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen ein von b auf die berührende Ebene $f\,n$ gefälltes Perpendikel, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen Strahlen durch den Leitstrahl $b\,n$ dargestellt wird.

Fig. 632.

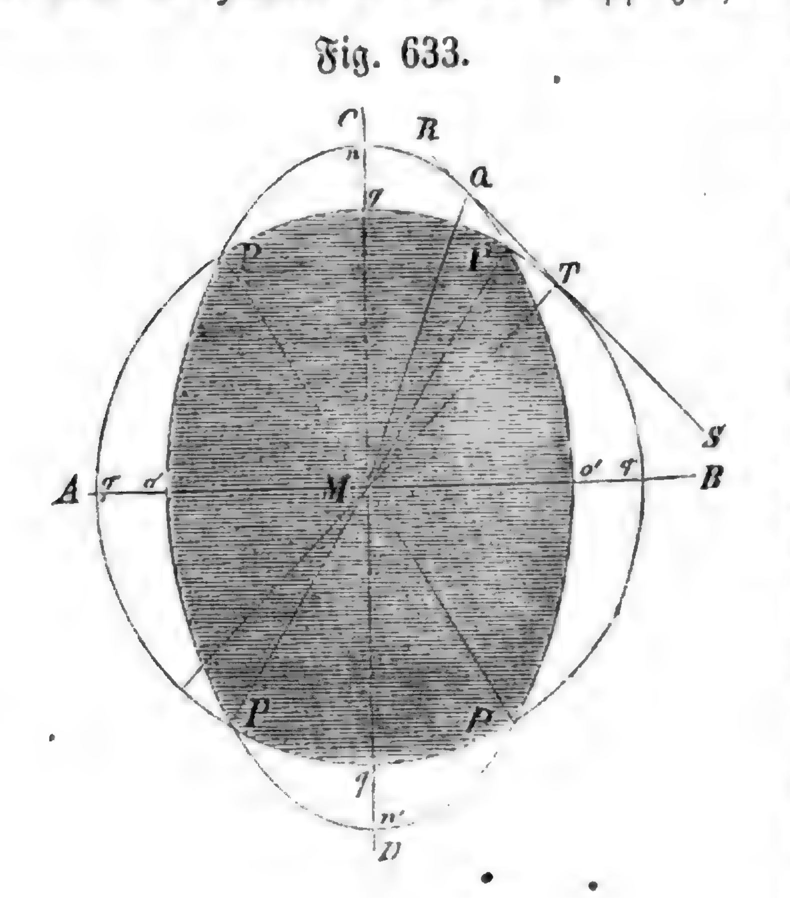
Wenn man die optische Axe eines doppeltbrechenden Krystalls diejenige Richtung ist, nach welcher sich die ebenen Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, so findet man die Richtung der optischen Axen in einem zweiaxigen Krystalle, wenn man eine gemeinschaftliche Tangente RS, Fig. 630, an die beiden Theile der Wellenoberfläche legt und von dem Mittelpunkte M ein Perpendikel MT auf die Tangente fällt; dieses Perpendikel ist die Richtung einer optischen Axe. Solcher gemeinschaftlichen Tangenten kann man aber in Fig. 630 vier ziehen, von denen je zwei einander diametral gegenüberliegend durch eine optische Axe verbunden sind.

Der Kreis und die Ellipse, Fig. 630, schneiden sich in vier Punkten, von denen je zwei diametral gegenüber liegen. Da der Punkt P den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinschaftlich ist, so ist klar, daß sich in der Richtung MP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, von denen die Schwingungen des einen in die Ebene der Figur fallen, während die Schwingungen des andern rechtwinklig zu derselben sind. Obgleich sich aber diese Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit im Krystall fortpflanzen, so ist doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

Digitized by Google

der ihnen entsprechenden ebenen Wellen nicht dieselbe, da die Tangente, die man im Punkte P an die Ellipse ziehen kann, nicht mit der demselben Punkte entsprechenden Kreistangente zusammenfällt, da also die Länge der von M auf diese beiden Tangenten gefällten Perpendikel nicht gleich ist. Die Richtungen MP, in welchen sich alle Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, sind also wohl von der ihnen allerdings nahe liegenden Richtung der optischen Axen zu unterscheiden.

Fig. 633.



244 **Conische Refraction.** Da die im Punkte P, Fig. 633, an den Kreis und die Ellipse gelegten Tangenten nicht zusammenfallen, so ist klar, daß sich in der Richtung MP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, denen verschiedene ebene Wellen entsprechen; da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser beiden ebenen Wellen ungleich ist, so werden die beiden Strahlen auch nach verschiedenen Richtungen aus dem Krystall austreten.

Nun aber hat Hamilton, welcher die Natur der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle genauer untersuchte, gezeigt, daß die Wellenoberfläche an jedem der Punkte P von allen Seiten her vertieft ist, oder, mit anderen Worten, daß sich hier eine trichterförmige Vertiefung findet, daß sich also in jedem der Punkte P eine unendliche Anzahl von Berührungsebenen an die Wellenoberfläche legen lassen; jeder dieser Berührungsebenen entspricht nun aber ein anderer austretender Strahl; wenn also in der Richtung PM, für welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Strahlen dieselbe ist, ein Strahlenbündel den Krystall durchläuft, so wird es sich beim Austritte aus dem Krystall in eine unendliche Anzahl von Strahlen theilen müssen, welche zusammen eine conische Oberfläche bilden.

Hamilton hat dies merkwürdige Resultat aus der Fresnel'schen Theorie gefolgert, bevor man noch eine solche Thatsache beobachtet hatte; Lloyd stellte den Versuch an und fand zum Triumphe für die Wellentheorie die Erscheinung ganz so, wie man sie nach Hamilton's Rechnung erwarten mußte.

Die beiden Richtungen, in welchen alle Strahlen den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen, fallen fast mit den optischen Axen zusammen; im Arragonit machen sie einen Winkel von ungefähr 20° mit einander. Die Arragonitplatte, welche Lloyd zu seinen Versuchen anwandte, war senkrecht zu der Linie geschliffen, welche den Winkel der optischen Axen halbirt, folglich machten die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von 80° mit der Oberfläche der Platte. In Fig. 634 mögen *O M* und *O N* diese Richtungen vorstellen. Auf jede der beiden Oberflächen legte nun Lloyd eine ganz dünne mit einer sehr feinen Oeffnung versehene Metallplatte, so daß die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit der Richtung *O M* zusammenfiel; wurde nun von der einen Seite der Platte eine Lampenflamme genähert, so daß ein conisches

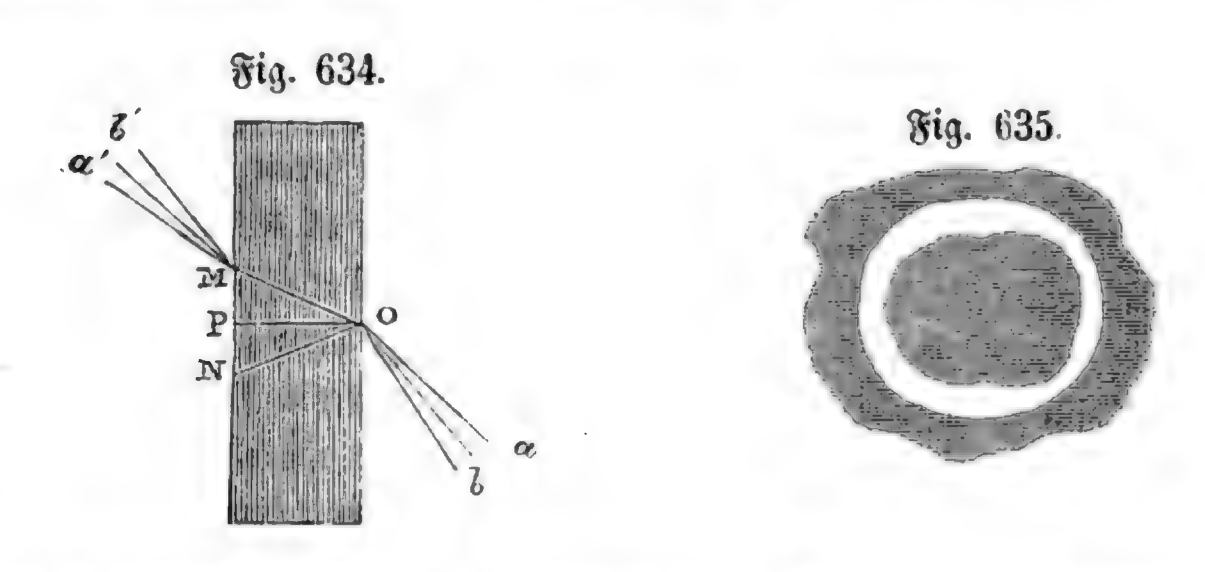


Fig. 634. Fig. 635.

sches Strahlenbündel *a O*, *b O* auf die Oeffnung fallen konnte, dessen Strahlen nach *O M* gebrochen wurden, so erblickte man, nach der andern Oeffnung in der gehörigen Richtung hinsehend, einen glänzenden Lichtring, Fig. 635.

Beim Arragonit beträgt der Winkel, unter welchem die Strahlen des austretenden Strahlenkegels divergiren, ungefähr 3°.

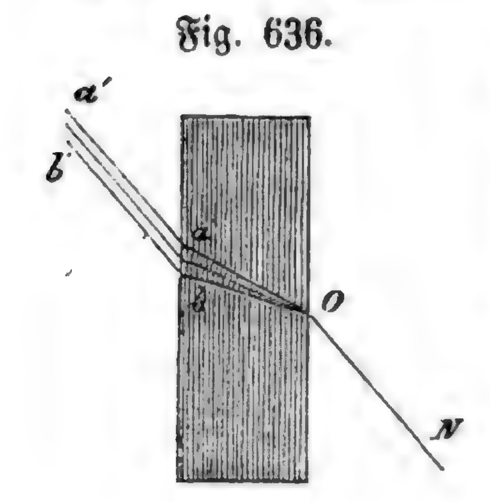
Hamilton nannte diese Art der conischen Brechung die äußere conische Refraction, aber noch eine zweite ganz ähnliche Erscheinung sagte er vorher, welcher er den Namen der innern conischen Refraction gab.

Eine Ebene, welche die beiden Theile der Wellenoberfläche zugleich berührt, eine Ebene also, welche rechtwinklig auf einer der optischen Axen des Krystalls steht, berührt die Wellenoberfläche nicht allein in den Punkten *Q* und *T*, Fig. 633, sondern in einer unendlichen Anzahl von Punkten, welche einen kleinen Berührungskreis bilden; zu der ebenen Welle *RS* gehören also nicht allein die beiden Strahlen *MQ* und *M T*, sondern unzählig viele, welche zusammen die Oberfläche eines Kegels bilden, dessen Basis jener kleine Berührungskreis ist. Einer der Strahlen dieses Kegels, nämlich *M T*, durchläuft den Krystall genau in der Richtung der optischen

Axe. Die Spitze des Strahlenkegels bildet beim Arragonit einen Winkel von $1^0\ 55'$. Alle diese Strahlen treten nach derselben Richtung aus dem Krystall aus.

Wenn also ein gewöhnlicher Lichtstrahl *N O*, Fig. 636, in einer solchen Richtung auf die Oberfläche eines zweiaxigen Krystalls fällt, daß ein Strahl nach der Richtung einer optischen Axe desselben gebrochen wird, so wird er beim Eintritt in den Krystall in einen Strahlenkegel getheilt, dessen Strahlen, an der zweiten Oberfläche parallel mit *O N* austretend, einen hohlen Strahlencylinder bilden.

Fig. 636.



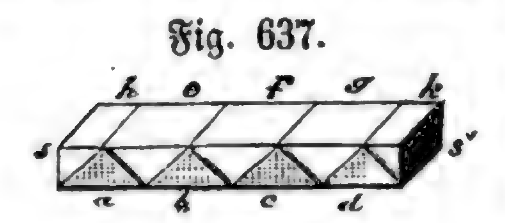
Auch die Existenz dieser innern conischen Refraction fand Lloyd durch den Versuch bestätigt; die Erscheinung läßt sich am leichtesten auf folgende Weise zeigen: Man steckt einen Arragonitkrystall, welcher senkrecht zu einer der beiden optischen Axen geschliffen ist, mit Hülfe eines Korkrings in eine Röhre, deren eines Ende durch eine ganz dünne Metallplatte (ein Staniolblättchen) verschlossen ist, in welcher sich mehrere ganz feine Oeffnungen befinden; durch diese kleinen Oeffnungen können nun Lichtstrahlen in einer solchen Richtung auf den Krystall fallen, daß sich bei ihrer Brechung jener Strahlenkegel bildet, und man von der andern Seite, nach dem Krystall hinsehend, kleine Lichtringe sieht, die sich alsbald in zwei Lichtpunkte verwandeln, sobald man das Auge nur etwas aus der richtigen Stellung entfernt. Um die Erscheinung deutlicher zu sehen, kann man an dem einen Ende der Röhre eine Linse anbringen.

225 **Doppelte Brechung des zusammengedrückten Glases.** Wir haben bisher die wichtigsten Erscheinungen der doppelten Brechung in Krystallen betrachtet, in welchen die Ungleichheit der Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen eine Folge der krystallinischen Structur ist; allein auch in solchen Körpern, die sonst keine doppelte Brechung haben, läßt sich durch äußere Ursachen, etwa durch einen einseitigen Druck, durch eine ungleiche Erwärmung, eine solche Anordnung der Theilchen hervorbringen, daß die Elasticität des Aethers nicht mehr nach allen Richtungen dieselbe bleibt, daß sie also doppeltbrechend werden. Um diese wichtige Wahrheit nachzuweisen, hat Fresnel folgenden Versuch ausgesonnen.

Vier rechtwinklige Glasprismen, *a, b, c, d,* welche einander vollkommen gleich sind, werden auf einer horizontalen Ebene mit denjenigen Flächen neben einander gelegt, welche dem rechten Winkel gegenüber liegen; von beiden Seiten legt man nun gegen die Enden Streifen von Kartenpapier und auf dieselben feste Stahlstreifen, dann werden die Prismen

in einer passenden Zwenge durch einen Druck zusammengepreßt, welcher in der Richtung der Längenaxe der Prismen wirkt. Während nun die Theilchen der Glasprismen durch den starken Druck in einem gespannten Zustande erhalten werden, legt man drei rechtwinklige Glasprismen, *c*, *f*, *g*, in die durch die ersteren gebildeten Rinnen, setzt dann auch noch auf beiden Seiten zwei Prismen *h* und *k* von 45° an, um so ein Parallelopiped zu erhalten, dessen äußerste Seiten *s* und *s'* einander parallel sind; alle Prismen sind endlich zusammengekittet, um partielle Reflexionen an den verschiedenen Flächen zu vermeiden.

Fig. 637.



Sieht man durch dieses System hindurch, so daß die Lichtstrahlen an der Fläche *s* eintreten, bei *s'* aber nach dem Auge austreten, so erblickt man einen Visirpunkt, der ungefähr ein Meter weit vom Auge entfernt ist, doppelt, und zwar erscheinen die beiden Bilder ungefähr ein Millimeter weit und selbst noch weiter von einander entfernt. Die beiden Strahlen besitzen alle Eigenschaften von Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Körper durchlaufen haben.

Bei der Betrachtung der Farbenerscheinungen, welche doppeltbrechende Körper im polarisirten Lichte zeigen, werden wir noch manche Erscheinung kennen lernen, welche von einer doppelten Brechung in nicht krystallisirten Körpern herrührt; wenn aber auch eine durch künstliche Mittel hervorgebrachte doppelte Brechung stark genug ist, um solche Farbenerscheinungen hervorzubringen, so ist sie doch in der Regel zu schwach, um direct beobachtet werden zu können.

Interferenz polarisirter Lichtstrahlen. Rechtwinklig zu einander 226
polarisirte Lichtstrahlen können, wie Fresnel und Arago gezeigt haben, nicht interferiren, und daraus folgt, daß die Lichtvibrationen rechtwinklig zu der Richtung der Strahlen sind. Wenn man vor das Objectiv eines Fernrohrs einen Schirm mit zwei Oeffnungen bringt, wenn man dann vor die Oeffnungen zwei vollkommen gleich dicke Turmalinplatten setzt, so fallen alle Interferenzstreifen weg, welche von der gegenseitigen Einwirkung beider Oeffnungen herrühren, wenn die Polarisationsebenen der Turmalinplatten gekreuzt sind, sie erscheinen aber wieder, wenn man sie parallel stellt.

Neuntes Kapitel.

Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

227 **Farben dünner Gypsblättchen.** Der natürliche Gyps findet sich häufig in großen durchsichtigen Krystallen, die nach einer Richtung hin so vollkommen spaltbar sind, daß man leicht ganz dünne Blättchen abspalten kann; ganz besonders kommt diese Eigenschaft derjenigen Varietät zu, welche auf dem Montmartre bei Paris gefunden wird, obgleich gerade diese Krystalle nicht von regelmäßigen ebenen Flächen begränzt sind.

Bringt man ein durch Spaltung erhaltenes recht dünnes Gypsblättchen zwischen die beiden Spiegel eines Polarisationsapparates, so wird es mehr oder weniger brillant gefärbt erscheinen. Je nachdem man das Gypsblättchen selbst oder den Zerlegungsspiegel des Apparates dreht, ändert sich entweder die Intensität der Färbung, oder auch die Färbung selbst.

Ganz besonders eignet sich zu diesen Versuchen der schon oben (S. 520) beschriebene Nörremberg'sche Polarisationsapparat. Man braucht das Gypsblättchen, welches nicht über 0,3 Millimeter dick seyn darf, nur auf das mittlere Tischchen zu legen, um es im obern Spiegel oder durch irgend einen andern Zerleger gefärbt zu sehen.

Wir wollen zuerst den Fall betrachten, daß die beiden Spiegel des Apparates gekreuzt sind, daß also das Gesichtsfeld ohne das Gypsblättchen dunkel erscheint. Schiebt man das Gypsblättchen in den Apparat ein, so erscheint es farbig auf dunklem Grunde; doch wird man bald sehen, daß die Lebhaftigkeit der Färbung nicht für alle Lagen des Gypsblättchens dieselbe ist.

Hat man das Gypsblättchen auf das Tischchen gelegt, so braucht man dasselbe nur in seiner Ebene, also um eine vertikale Axe zu drehen, so wird die Färbung des Blättchens bald lebhafter werden, bald an Intensität abnehmen, und man wird leicht eine bestimmte Stellung ermitteln können, bei welcher das Blättchen selbst ganz so dunkel erscheint wie der Grund, eine Lage also, in welcher das Gypsblättchen gar keine sichtbare Wirkung auf die durchgehenden Strahlen hervorbringt.

Wir wollen nun diese Lage näher bestimmen. Die Gypskrystalle sind, wie eben erwähnt wurde, nach einer Richtung vollkommen spaltbar, sie besitzen aber nach zwei anderen Richtungen noch eine unvollkommene

Spaltbarkeit. Es stelle Fig. 638 ein von einem Gypskrystall vom Montmartre abgespaltenes Blättchen dar, so wird man finden, daß es parallel

Fig. 638.

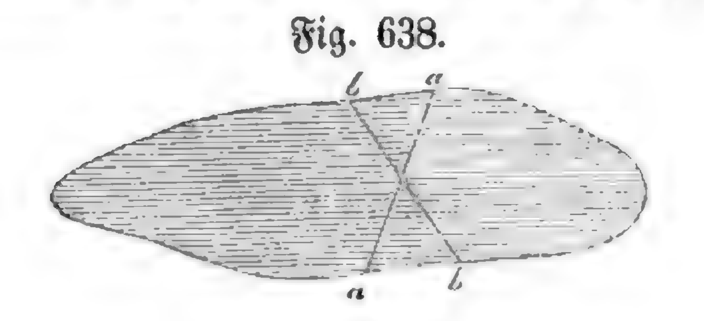
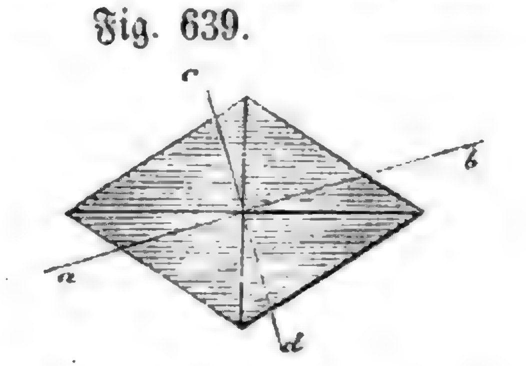


Fig. 639.



mit den Linien *a a* und *b b* theilbar ist; und man kann demnach aus einem solchen Gypsblättchen leicht ein Stückchen in Form eines Parallelogramms, Fig. 639, herausspalten. Bringt man nun ein solches Parallelogramm in den Apparat, so findet man, daß das Gypsblättchen durchaus keine Wirkung hervorbringt, wenn eine Linie *a b*, Fig. 639, die mit der Halbirungslinie des spitzen Winkels des Plättchens einen Winkel von nahe 20^0 macht, mit der Polarisationsebene des untern Spiegels zusammenfällt, oder darauf rechtwinklig steht. In jeder andern Lage erscheint es gefärbt, und zwar am lebhaftesten, wenn *a b* einen Winkel von 45^0 mit der Reflexionsebene des untern Spiegels macht.

Wenn das Gypsblättchen vollkommen ebene Oberflächen hat, so erscheint es im Polarisationsapparat einfarbig, ist aber die Oberfläche unrein, d. h. sind beim Abspalten Splitter darauf hängen geblieben, so erscheint das Blättchen an verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, woraus hervorgeht, daß die Färbung des Gypsblättchens von seiner Dicke abhängt.

Weil ein einzelnes Gypsblättchen gar zerbrechlich ist, muß man darauf denken, es auf eine passende Art aufzubewahren. Das Zweckmäßigste möchte wohl seyn, das Blättchen mittelst canadischen Balsams zwischen zwei Glasplatten zu kitten. Einige so gefaßte bunte Gypsblättchen (d. h. solche, die wegen der nicht ganz vollkommnen Oberfläche im Apparate mehrfarbig erscheinen), mehrere ebenfalls gefaßte einfarbige Blättchen von parallelogrammatischer Form, von denen zwei genau dieselbe Farbe (also genau dieselbe Dicke) haben müssen, sind nöthig, um alle hierher gehörigen Erscheinungen vollständig und bequem zu studiren. Zur Completirung dieser Präparate gehört noch eine keilförmig geschliffene Gypsplatte. Wie erwähnt, hängt die Farbe der Blättchen von ihrer Dicke ab; wenn also ein Gypsblättchen keilförmig zugeschliffen ist, so daß es an dem einen Ende gleichsam mit einer Schneide endigt, so wird ein solches Blättchen alle die Farben in regelmäßiger Aufeinanderfolge zeigen welche den verschiedenen Dicken zukommen.

Auch mit einaxigen Krystallplättchen, die parallel mit der Axe geschliffen und hinlänglich dünn sind, sowie mit Blättchen von zweiaxigen Krystallen,

deren Oberflächen parallel mit der Ebene der optischen Axen sind, lassen sich dieselben Versuche anstellen, nur eignen sich die Gypsblättchen der leichten Spaltbarkeit dieses Minerals wegen ganz besonders dazu. Statt der keilförmigen Gypsplatte kann man sehr gut eine parallel mit der Axe keilförmig zugeschliffene Quarzplatte anwenden.

Gehen wir nun zur Erklärung dieser Erscheinungen über.

Der Gyps ist ein doppeltbrechender Krystall, dessen optische Axen in der Ebene unserer Blättchen liegen; ein jeder Lichtstrahl also, welcher ein solches Blättchen trifft, wird in zwei gespalten, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, die aber, wenn die einfallenden Strahlen rechtwinklig auf das Blättchen fallen, dasselbe in gleicher Richtung durchlaufen. Die Vibrationen, welche den einen Strahl im Krystall fortpflanzen, sind parallel mit der Linie *a b*, Fig. 640, die Vibrationen des andern Strahls hingegen sind parallel mit *c d*.

Legt man nun das Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel, daß die Linie *a b*, Fig. 640, mit der Schwingungsebene des untern Spiegels zusammenfällt, so kann der einfallende Strahl offenbar nur Schwingungen nach *a b* im Krystall hervorrufen, nicht aber nach *c d*, eben weil die Schwingungsrichtung *c d* auf der Schwingungsrichtung der einfallenden Strahlen rechtwinklig steht. In diesem Falle pflanzt sich in der That nur ein polarisirter Strahl durch den Krystall fort, der nach *a b* schwingende; und da der obere Spiegel diese Schwingungen nicht reflectirt, so muß das Gypsblättchen bei dieser Lage dunkel erscheinen.

Fig. 640.

Ebenso erklärt sich auch, daß das Gypsblättchen dunkel bleibt, wenn die Linie *c d*, Fig. 640, mit der Schwingungsebene des untern Spiegels zusammenfällt.

Gehen wir nun zu dem Falle über, in welchem die lebhaftesten Farben erscheinen, nämlich zu dem Falle, daß jede der Linien *a b* und *c d* einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des untern Spiegels macht. Um die Erscheinung in ihrer größten Einfachheit kennen zu lernen, muß man statt des weißen Lichts einfarbiges anwenden. Man erreicht diesen Zweck am leichtesten dadurch, daß man durch eine Platte rothen Glases sieht. Dieses Roth ist zwar nicht vollkommen, doch sehr nahe homogen.

Diejenigen Gypsblättchen nun, welche ohne das rothe Glas roth erscheinen, werden, durch das rothe Glas gesehen, hell auf dunklem Grunde stehen; alle die Blättchen hingegen, welche eine andere Farbe haben, erscheinen, durch das rothe Glas gesehen, weniger hell, die grünen am dunkelsten.

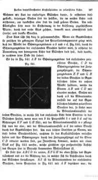
Digitized by Google

Nehmen wir statt der einfarbigen Blättchen bunte, so erscheinen diese gefleckt; diejenigen Stellen sind die hellsten, die im weißen Lichte roth erscheinen, am dunkelsten aber sind die sonst grünen Stellen. Am vollständigsten sieht man die Erscheinung in der keilförmig zugeschliffenen Platte; durch das rothe Glas gesehen, bemerkt man abwechselnd helle (rothe) und dunkle Streifen.

Dies Alles läßt sich kurz so zusammenfassen. Wenn ein Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates gelegt wird, daß der Winkel der Schwingungsebenen $a\,b$ und $c\,d$, Fig. 640, durch die Schwingungsebene der einfallenden Strahlen halbirt wird, so erscheint bei Anwendung von homogenem Lichte das Blättchen bald hell, bald dunkel, je nachdem seine Dicke sich ändert.

Es sey in Fig. 641 $A\,B$ die Schwingungsebene des einfallenden polarisirten Strahls, $C\,D$ die Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels; die Schwingungsebenen $E\,F$ und $G\,H$ der beiden Strahlen im Gypsblättchen sollen die rechten Winkel halbiren, welche die Ebenen $A\,B$ und $C\,D$ mit einander machen. Stellen wir durch $a\,b$ die Vibrationsintensität der auf das Gypsblättchen fallenden polarisirten Strahlen dar, so findet man die Vibrationsintensität der beiden Strahlen, in welche sich das einfallende Licht beim Eintritte in das Blättchen spaltet, wenn man von b die Perpendikel $b\,c$ und $b\,d$ auf die Richtungen $E\,F$ und $G\,H$ fällt; mit der Vibrationsintensität $a\,c$ pflanzt sich nun der eine, mit der Vibrationsintensität $a\,d$ der andere Strahl durch das Gypsblättchen fort. Um nun leichter übersehen zu können, wie diese beiden Strahlenbündel, nachdem sie das Krystallblättchen verlassen haben und ihre Schwingungen durch den Zerlegungsspiegel auf die Ebene $C\,D$ reducirt worden sind, zur Interferenz kommen, wollen wir einen Blick auf Fig. 642 werfen, welche gleichsam eine perspectivische Ansicht des Ganzen hier in Betracht kommenden Wellensystems ist.

Fig. 641.



Es stellt hier $A\,B\,C\,D$ die untere, $E\,F\,G\,H$ die obere Fläche des Gypsblättchens und $a\,s$ die Richtung dar, in welcher sich die Lichtstrahlen durch das Blättchen fortpflanzen. $R\,S$ ist die Vibrationsebene der einfallenden Strahlen, deren Projection in Fig. 641 mit $A\,B$ bezeichnet war; die

Digitized by Google

Vibrationsebenen der beiden Strahlen im Krystall sind $AGFD$ (ihre Projection war in Fig. 641 mit EF bezeichnet) und $CEHB$ (ihre Projection in Fig. 641 ist GH). Die Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels ist LM; sie steht rechtwinklig auf RS, und ihre Projection in Fig. 641 ist mit CD bezeichnet.

Wenn in einem bestimmten Momente der eintretende Strahl an der untern Gränzfläche des Blättchens eine Bewegung von a nach b hervorbringt, so wird diese Bewegung in der Gränzschicht des Gypsblättchens eine Bewegung von a nach c und eine von a nach d hervorbringen. Wenn man die Figur mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet, so wird man den Lauf der Vibrationskurven in den Ebenen $ADGF$ und $EHBC$ leicht verfolgen können.

Fig. 642.

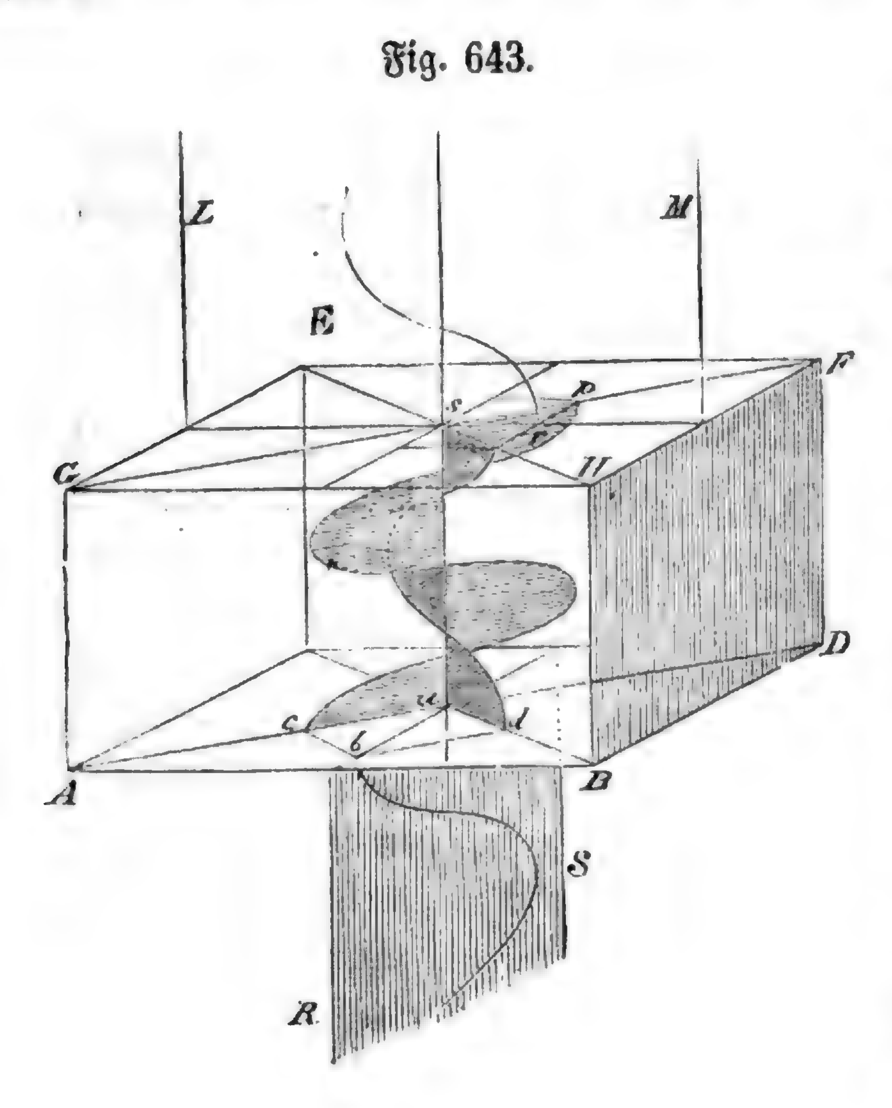
Beim Eintritt in den Krystall verkürzen sich die Lichtwellen; weil aber im Gyps selbst die Elasticität des Aethers in den beiden Ebenen $GADF$ und $EHBC$ nicht gleich ist, so ist auch die Wellenlänge in der einen Ebene nicht so groß wie in der andern.

In Fig. 642 liegen zwischen den beiden Oberflächen des Krystalls auf der Schwingungsebene $EHBC$ des einen Strahls 2 Wellenlängen, auf der Schwingungsebene $GADF$ des andern hingegen 3; der eine Strahl ist also dem andern um eine Wellenlänge voraus. In dem Moment nun, wo an der untern Gränzfläche der eintretende Strahl eine Bewegung von a nach b hervorruft, wird an der obern Fläche der eine der beiden Strahlen im Krystall eine Bewegung von s nach p, der andere eine Bewegung von s nach o hervorbringen, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man den Gang der beiden Vibrationskurven in den Flächen $EHBC$

und *GADF* verfolgt. Die Vibrationen *s o* und *s p* werden aber durch den obern Spiegel des Apparates von Neuem zerlegt. *s o* ruft in der Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels eine Bewegung von *s* nach *r*, *s p* aber eine Bewegung von *s* nach *q* hervor. Jede der Vibrationen *s r* und *s q* erzeugt in der Ebene *L M* ein Wellensystem, allein weil die Bewegungen in beiden Wellensystemen stets gerade entgegengesetzt sind, so heben sie ihre Wirkung gegenseitig auf, die Intensität des resultirenden Strahls wird also Null seyn.

Man sieht also ein, warum, durch das rothe Glas gesehen, das Gypsblättchen im obern Spiegel dunkel erscheint, wenn es die bisher vorausgesetzte Lage zwischen den gekreuzten Spiegeln, und wenn es gerade eine solche Dicke hat, daß der eine Strahl dem andern um eine ganze Wellenlänge vorausgeeilt ist. Dasselbe muß auch der Fall seyn, wenn das Blättchen die doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. Dicke hat, so daß ein Strahl dem andern um zwei, drei, vier u. s. w. ganze Wellenlängen voraneilt.

Fig. 643.



Nehmen wir nun die Dicke des Blättchens halb so groß, als wir sie eben vorausgesetzt hatten, also so, daß der eine Strahl dem andern nur um eine halbe Wellenlänge voraneilt. In Fig. 643 liegen innerhalb der Ebenen *AB CD* und *EFGH* auf der Schwingungsebene *GADF* $1\frac{1}{2}$, auf der Schwingungsebene *EH BC* aber 1 Wellenlänge. Wenn beim Austritt aus dem Krystall das eine Wellensystem in einem bestimmten Moment eine Bewegung von *s* nach *o* hervorruft, so ruft gleichzeitig das andere Wellensystem eine Bewegung von *s* nach *p* hervor. Zerlegt man nun diese beiden Vibrationen nach der Schwingungsebene des obern Spiegels, so erhält man zwei Wellensysteme, in welchen alle Bewegungen stets dieselbe Richtung haben; die beiden Wellensysteme, auf die Schwingungsebene des obern Spiegels

reducirt, heben sich also nicht auf, sondern sie verstärken sich; solche Gypsblättchen also müssen unter den erwähnten Umständen **hell** erscheinen, welche gerade so dick sind, daß der eine Strahl dem andern um $^1/_2$ Wellenlänge vorauseilt.

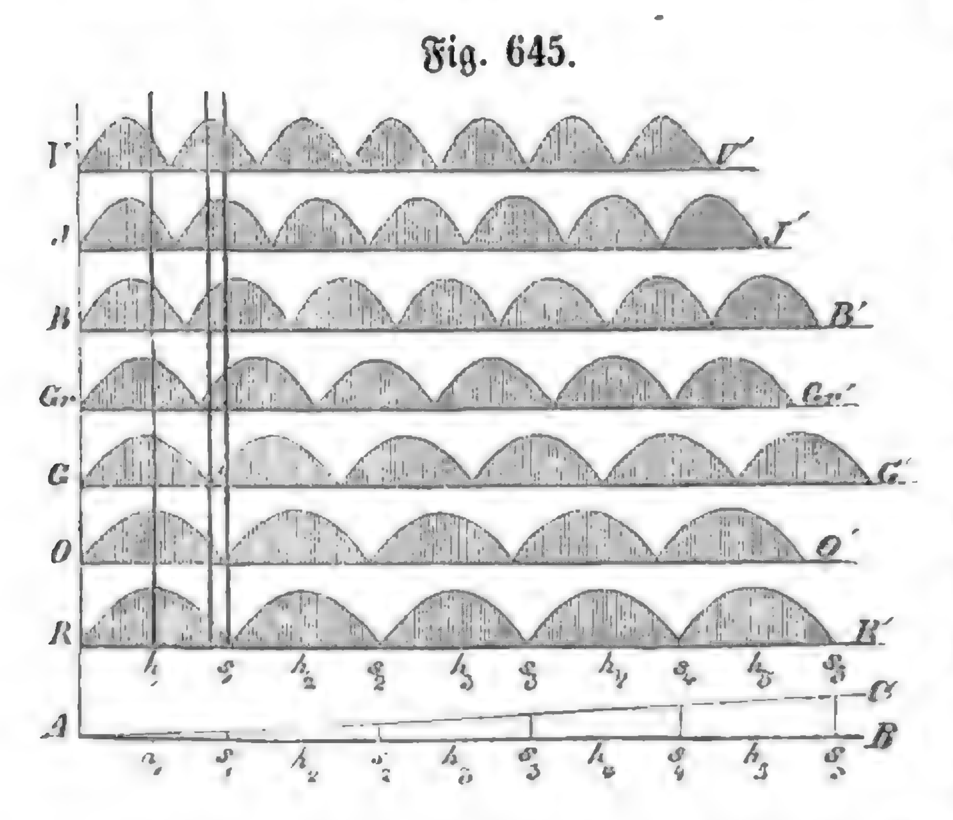
Dasselbe wird stattfinden, wenn das Blättchen so dick ist, daß der eine Strahl dem andern um $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ u. s. w. Wellenlängen voraneilt.

Bringen wir nun wieder die keilförmig geschliffene Glasplatte in der gehörigen Lage zwischen die gekreuzten Spiegel, betrachten wir sie durch das rothe Glas, so werden wir die erwähnten hellen und dunklen Streifen sehen, an der dünnsten Stelle erscheint das Blättchen dunkel, an dem zunächst folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens so groß, daß ein Strahl dem andern um eine Wellenlänge voraneilt, an den nun folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens der Reihe nach die doppelte, dreifache, vierfache. An den hellen Stellen ist der eine Strahl dem andern um ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt.

An der Stelle des ersten dunklen Streifens (für rothes Licht) beträgt die Dicke des Gypsblättchens 0,078, auf der Stelle des zweiten 0,157 Millimeter.

Stellt in Fig. 645 *A B C* die keilförmige Platte dar, sind s_1. s_2 u. s. w. die Stellen, an welchen sich die auf einander folgenden dunklen Streifen für rothes Licht befinden, so ist die Entfernung $As_1 = s_1 s_2 = s_2\, s_3$ u. s. w.; es läßt sich also das Gesetz, nach welchem die Lichtstärke bei Anwendung von rothem Licht mit wachsender Dicke des Blättchens ab- und zunimmt, gerade so graphisch darstellen, wie wir es schon oben bei der Entwickelung der Gesetze der **Newton**'schen Ringe gesehen haben.

Fig. 645.



Da die Wellenlängen für violettes Licht kürzer sind als für rothes, so wird auch nicht die Stelle der keilförmigen Platte den ersten dunklen Streifen für violettes Licht zeigen, deren Dicke 0,078 Millimeter ist, sondern eine andere, deren Dicke in demselben Verhältniß geringer ist, in welchem die violetten Lichtwellen kürzer sind, also eine Stelle, deren Dicke

0,078 × 0,68mm beträgt. In demselben Verhältniß werden also auch die dunklen Streifen für violettes Licht näher zusammenrücken, in demsel-

Fig. 646.

Bläulich Weiss
Gelblich Weiss
Bräunlich Orange
Roth
1te Ordnung.
Dunkel-Purpur
Blau
Gelblich Grün
Gelb
Roth
2te Ordnung.
Purpur
Blau
Gelblich Grün
Roth
Carmoisin
3te Ordnung.
Grünlich Blau
Blass-Grün
Blass-Orange
4te Ordnung.

ben Verhältniß wird auch bei der Construction der Intensitätskurve für violettes Licht die Entfernung von einem Minimum zum andern kleiner werden müssen.

Dasselbe gilt auch für die andern Farben; kurz, man sieht, daß hier genau dieselben Verhältnisse stattfinden wie bei den Farben dünner Schichten, daß die Figuren 645 und 646, welche uns gedient haben, um die Farbenerscheinungen dünner Schichten abzuleiten, auch dienen können, um zu ermitteln, welche Färbung ein Gypsblättchen von gegebener Dicke zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates zeigen wird, kurz daß die Farben dünner Schichten mit den Farben, welche dünne Krystallblättchen im polarisirten Lichte zeigen, identisch sind.

In Fig. 646 ist auf der rechten Seite immer die Dicke des Gypsblättchens angegeben, welche zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates die auf der linken Seite genannte Farbe giebt.

So sind denn die Farbenerscheinungen der Gypsblättchen zwischen den gekreuzten Spiegeln vollständig erklärt, wenn die Schwingungsebenen im

Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Spiegel machen. Wenn nun die Spiegel gekreuzt bleiben, aber das Gypsblättchen eine andere Lage erhält, so wird die Färbung nicht ihrer Art, sondern nur ihrer Intensität nach verändert, d. h. die Färbung bleibt dieselbe, sie nimmt nur an Lichtstärke um so mehr ab, je mehr die Schwingungsebenen im Krystallblättchen sich den Schwingungsebenen der Spiegel nähern.

Aus dem, was oben, Seite 529, gesagt worden ist, geht hervor, daß die Vibrationsintensität der Wellensysteme, welche die beiden Strahlen im Gypsblättchen nach der Zerlegung durch den obern Spiegel liefern, am größten seyn wird, wenn die Schwingungsebenen im Gypsblättchen den Winkel halbiren, welchen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel mit einander machen; je mehr sich aber die Schwingungsebenen im Gypsblättchen den Schwingungsebenen der Polarisationsspiegel nähern, desto geringer wird die Vibrationsintensität des Strahlenbündels, welches jeder der beiden Strahlen im Gypsblättchen nach der Zerlegung durch den obern Spiegel liefert; wenn aber die Intensität der interferirenden Strahlenbündel geringer wird, so muß auch die Intensität der Färbung geringer werden, welche durch diese Interferenz hervorgebracht wird; ja das Gypsblättchen muß, wie wir schon gesehen haben, ganz dunkel erscheinen, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Blättchen mit den Schwingungsebenen der beiden Spiegel ganz zusammenfallen.

228 **Erscheinungen gekreuzter Gypsblättchen zwischen gekreuzten Spiegeln.** Wenn man zwei Gypsblättchen so auf einander legt, daß die entsprechenden Schwingungsebenen in beiden zusammenfallen, so werden sie offenbar solche Erscheinungen hervorbringen, als ob man eine einzige Platte angewendet hätte, deren Dicke gleich ist der Summe der Dicken der beiden einzelnen Blättchen. Legt man aber die Blättchen so auf einander, daß sich die entsprechenden Schwingungsebenen unter rechtem Winkel kreuzen, daß also die Schwingungsebene der geringsten Elasticität im einen mit der Schwingungsebene der größten Elasticität im andern zusammenfällt, so wird der Strahl, welcher in dem einen Blättchen voraneilte, im andern zurückbleiben. Sind nun die gekreuzten Blättchen gleich dick, so wird das Voraneilen in dem einen Blättchen dem Zurückbleiben im andern gleich seyn, das eine Blättchen hebt die Wirkung des andern auf, es ist gerade so, als ob man gar kein Gypsblättchen in den Apparat gebracht hätte. Der Versuch bestätigt dies vollkommen. Kreuzt man zwei Blättchen, welche einzeln ganz gleiche Farben zeigen, so wird die Stelle, an der die Blättchen über einander liegen, ganz dunkel erscheinen, während die freien Ecken gleich gefärbt sind.

Wären die Blättchen nicht gleich dick, so würden sie, auf die angegebene Weise gekreuzt, Farben zeigen und zwar gerade die Farbe, welche der Differenz ihrer Dicke entspricht. Der Grund davon ist leicht einzusehen, und der Versuch leicht anzustellen.

Dies läßt sich anwenden, um mit Hülfe der keilförmigen Gypsplatte die Farbe eines jeden Blättchens zu bestimmen. Wenn die keilförmige Platte in der gehörigen Lage in den Apparat gebracht ist, hält man das zu prüfende Blättchen so darüber, daß die Schwingungsebenen des Blättchens die entsprechenden Schwingungsebenen der keilförmigen Platte kreuzen. An der Stelle, wo das Blättchen die Streifen der keilförmigen Platte überdeckt, erscheinen diese verändert; an der Stelle, an welcher das Gypsblättchen mit der keilförmigen Platte gleiche Dicke hat, erscheint ein schwarzer Streifen, weil sich hier die Wirkungen des Blättchens und der keilförmigen Platte aufheben. Verfolgt man nun diesen schwarzen Streifen bis dahin, wo die keilförmige Platte frei liegt, so wird im freien Theil ein farbiger Streifen die Fortsetzung des schwarzen bilden. Dieser Farbstreifen hat genau die Farbe, welche das Blättchen für sich allein zeigt, und man kann nun auch leicht sehen, zu welcher Ordnung diese Farbe gehört.

Farben der Gypsblättchen zwischen parallelen Spiegeln. Complementärfarben. 229 Legt man das Gypsblättchen so, daß es bei gekreuzten Spiegeln möglichst lebhafte Farben zeigt, dreht man alsdann den obern Spiegel, so wird die Farbe blasser und blasser (d. h. mehr dem Weißen sich nähernd); hat man um 45^0 gedreht, so scheint das Gypsblättchen ganz farblos; dreht man weiter, so erscheint die complementäre Farbe, die am brillantesten wird, wenn die Spiegel parallel sind. Roth geht dabei über in Grün, Grün in Roth; Blau in Gelb, Gelb in Blau u. s. w.

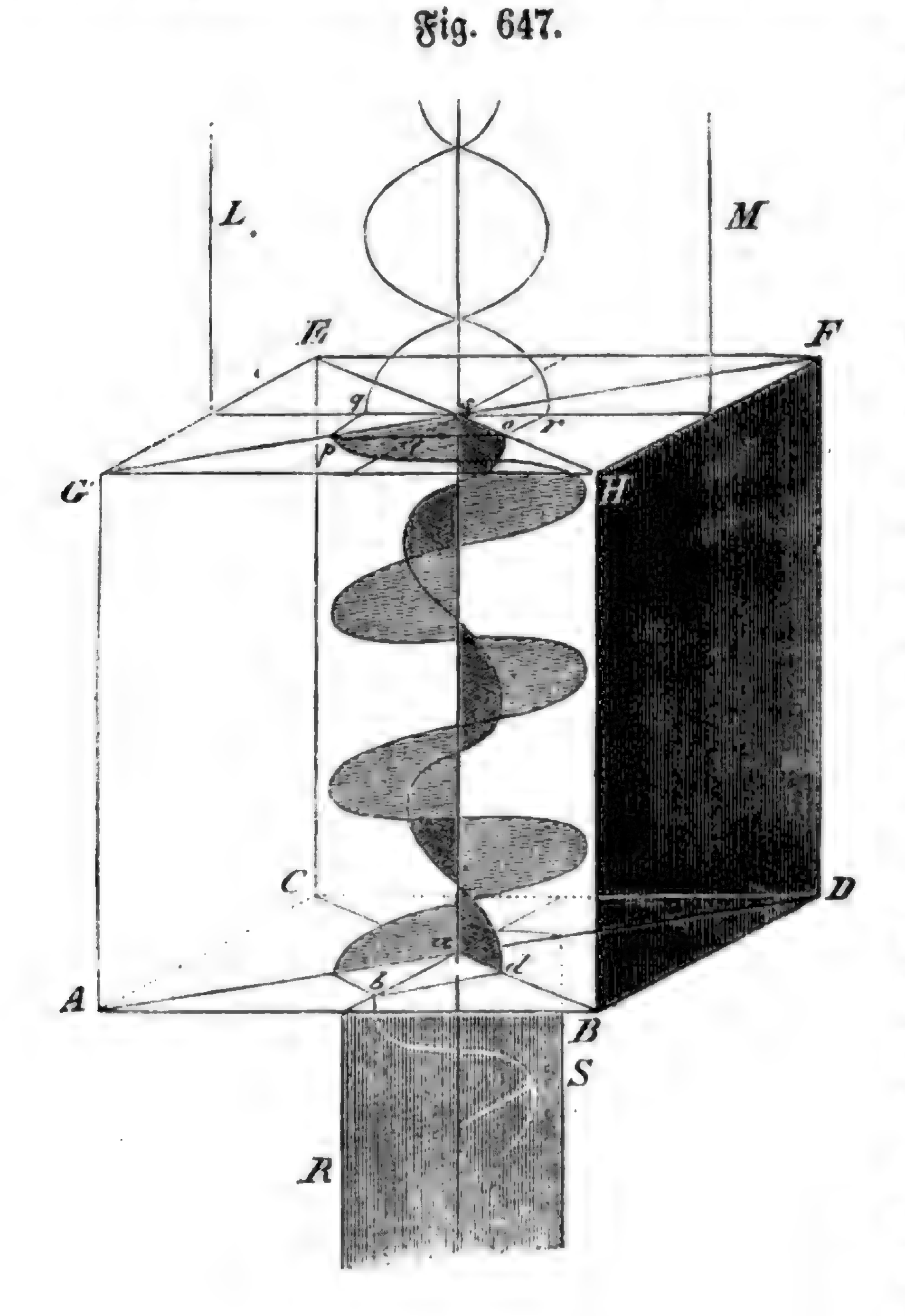
Daß das Blättchen farblos erscheint, wenn die Reflexionsebene des obern Spiegels mit der des untern einen Winkel von 45^0 macht, ist leicht einzusehen. In diesem Fall fällt die Schwingungsebene des obern Spiegels mit der Schwingungsebene des einen Strahls im Krystall zusammen. Der Spiegel pflanzt also diese Schwingungen fort. Die Schwingungen des andern Strahls im Krystall sind aber rechtwinklig zu der Schwingungsebene des obern Spiegels, sie werden also von diesem Spiegel gar nicht fortgepflanzt; sie können also auch mit den reflectirten Strahlen nicht interferiren, die Ursache der Farbenerscheinung hört also auf.

Die Erklärung der Farbenerscheinungen zwischen parallelen Spiegeln beruht auf demselben Princip, welches wir oben anwandten, um die Farben zwischen gekreuzten Spiegeln zu erklären.

Werden die Vibrationen *so* und *sp*, Fig. 647, nach einer Ebene zer-

legt, die mit der Schwingungsebene RS der einfallenden Strahlen parallel ist, so erzeugen beide eine Vibration nach derselben Richtung st, nach der

Fig. 647.



Zerlegung durch den obern Spiegel werden sich also die beiden Wellensysteme unterstützen müssen.

Für einfarbiges Licht erscheinen also zwischen parallelen Spiegeln diejenigen Stellen hell, welche gerade so dick sind, daß ein Strahl im Krystall dem andern gerade um eine ganze oder mehrere ganze Wellenlängen voraneilt. Zwischen parallelen Spiegeln werden also gerade diejenigen Stellen der keilförmigen Platte durch das rothe Glas hell erscheinen, die zwischen gekreuzten dunkel waren, diejenigen aber, die zwischen gekreuzten Spiegeln hell erschienen, sind nun dunkel.

Von dieser letztern Bedeutung, daß zwischen parallelen Spiegeln gerade die Stellen dunkel erscheinen müssen, in welchen der eine Strahl dem andern um $1/2$ oder ein ungerades Vielfaches von $1/2$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, überzeugt man sich durch Betrachtung der Fig. 648 (a. f. S.), ohne daß eine weitere Erläuterung nöthig wäre.

Nehmen wir nun weißes Licht statt des einfarbigen, so werden bei parallelen Strahlen gerade diejenigen Farben im Teint des Gypsblättchens vorherrschen, die ihm bei gekreuzten Spiegeln fehlen, diejenigen Farben aber werden hier den geringsten Einfluß auf die Färbung ausüben, die bei gekreuzten Spiegeln vorherrschen.

Demzufolge findet zwischen der Farbe, welche ein Gypsblättchen zwischen gekreuzten, und derjenigen, welche es zwischen parallelen Spiegeln

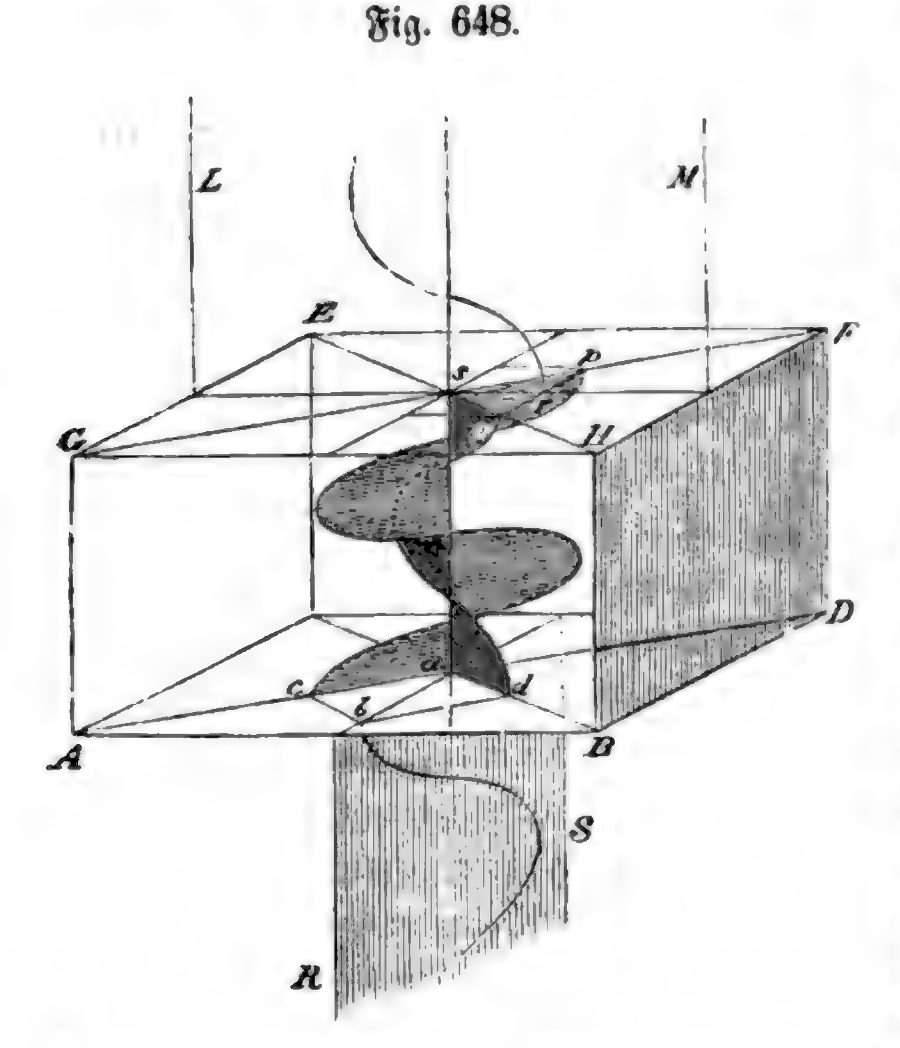
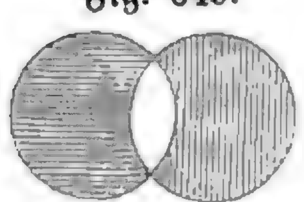


Fig. 648.

zeigt, eine solche Beziehung Statt, daß sie sich gegenseitig zu **Weiß** ergänzen, es sind also **Complementärfarben**, die hier in größter Reinheit und Schönheit sich zeigen.

Ersetzt man den Zerlegungsspiegel des Apparates durch ein doppeltbrechendes Prisma, so sieht man zwei Bilder des Gypsblättchens, welche complementär gefärbt sind; diese Färbung ist am stärksten, wenn die Schwingungsebene des einen Strahls im Kalkspathprisma mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt. Die Stelle, wo die beiden Bilder über einander fallen, erscheint weiß. Am schönsten läßt sich dies zeigen, wenn man das Gypsblättchen mit einem schwarzen Schirm bedeckt, in welchem nur eine runde Oeffnung sich befindet, unter der gerade das Gypsblättchen liegt; man sieht dann durch das doppeltbrechende Prisma zwei farbige Kreise, deren Farben complementär sind; da aber, wo sie über einander fallen, erscheinen sie weiß, wie dies Fig. 649 angedeutet ist.

Fig. 649.



Farbige Ringe in einaxigen Krystallen. Wenn man eine Kalk- 230
spathplatte, welche rechtwinklig zur optischen Axe geschliffen ist (eine solche Platte erhält man, wenn man die gegenüberliegenden stumpfen Ecken eines Rhomboeders in der Weise abschleift, wie es Fig. 650 angedeutet ist), zwischen die beiden Turmalinplatten der schon oben S. 526) beschriebenen Turmalinzange, Fig. 651, bringt und dann, indem man den Apparat dicht vor das Auge hält, nach dem hellen Himmel

Fig. 650.

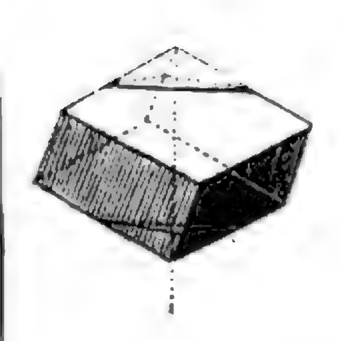
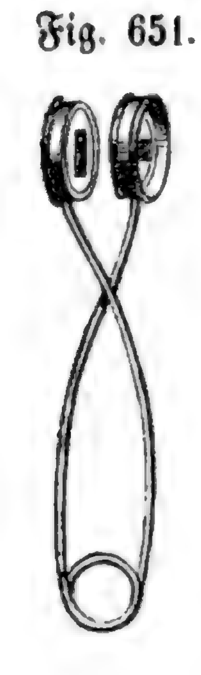


Fig. 651.

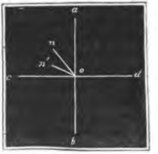


oder irgend einer recht hellen Fläche sieht, so erblickt man ein prächtiges Ringsystem; wenn die Turmalinplatten gekreuzt sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 1 Tab. II.; sind aber die Turmalinplatten so gestellt, daß ihre Polarisationsebenen parallel sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 652, in welcher alle Farben complementär zu den Farben der entsprechenden Stellen in Fig. 1 Tab. II. sind, weshalb auch hier statt des schwarzen Kreuzes ein weißes erscheint.

Fig. 652.

Die Turmalinzange stellt eigentlich einen kleinen Polarisationsapparat dar; die eine Platte ersetzt den Polarisationsspiegel, die andere den Zerlegungsspiegel jenes Apparates. Wenn eine Krystallplatte auf dem mittleren Tischchen des Polarisationsapparates liegt, so können nur solche Strahlen, die nahe rechtwinklig durch die Platte gegangen sind, zum obern Spiegel und von da zum Auge gelangen. Betrachtet man das Auge als die Spitze eines Kegels, dessen Grundfläche die auf dem Tischchen liegende Krystallplatte ist, so ist dieser Kegel ein sehr spitzer; die Strahlen, welche von dem Rand des Blättchens ins Auge gelangen, haben fast dieselbe Richtung, wie die durch seine Mitte gegangenen. Legt man aber eine Krystallplatte in die Turmalinzange, bringt man diese dicht ans Auge, so übersieht man ein größeres Feld, d. h. außer solchen Strahlen, die rechtwinklig oder nahe rechtwinklig durch die Krystallplatte gingen, gelangen auch noch solche Strahlen ins Auge, welche die Platte in sehr schräger Richtung durchließen. Die Gesammtheit aller durch die Platte, in das Auge gelangenden Strahlen bildet einen ziemlich stumpfen Kegel.

Fig. 653.



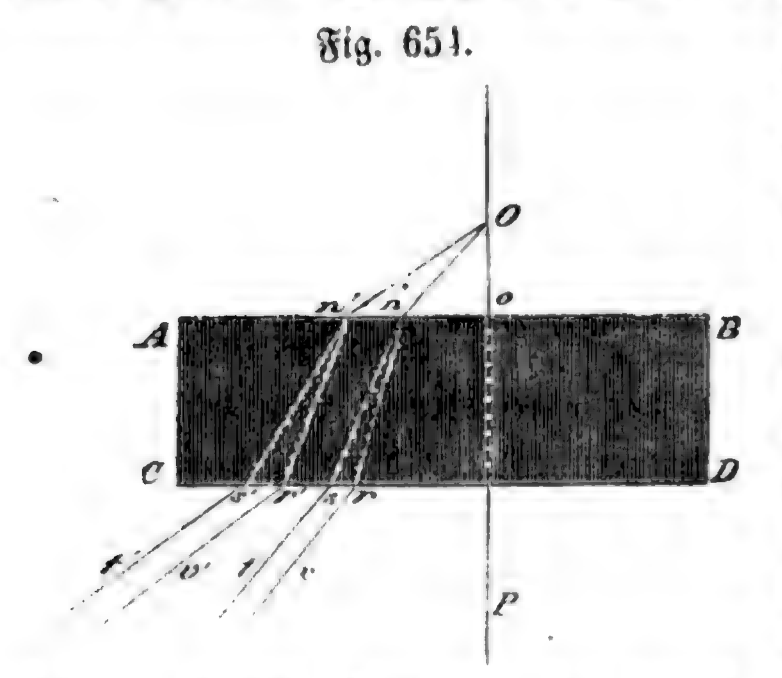
Die erwähnte Ringerscheinung läßt sich nun leicht erklären. In Fig. 653 stelle die Ebene des Papiers die Oberfläche des zwischen die Turmalinplatten gelegten Krystalls dar. Das Auge des Beschauers befinde sich gerade über o; die Richtung der rechtwinklig durch die Platte gehenden Strahlen erscheint also in unserer Figur zu einem Punkte o verkürzt. ab sey die Schwingungsrichtung der ersten, cd die der zweiten Turmalinplatte. Wenn nun die Krystallplatte rechtwinklig auf die Axe geschnitten ist, so gehen die Strahlen, welche rechtwinklig zu den Oberflächen

durch die Platten sich bewegen, in der Richtung der optischen Axe hindurch. In dieser Richtung findet aber keine Spaltung in zwei Strahlen Statt; die Mitte des Gesichtsfeldes wird also gerade ebenso erscheinen, als ob gar keine Krystallplatte zwischen den gekreuzten Turmalinplatten läge.

Betrachten wir den Fußpunkt des von dem Auge auf die Krystallplatte gefällten Perpendikels als die Mitte des Gesichtsfeldes; diese Mitte wird, wie eben erwähnt wurde, dunkel erscheinen. Betrachten wir nun irgend einen andern Punkt *n* der Oberfläche des Krystalls. Die hier austretenden und nach dem über *o* stehenden Auge gelangenden Strahlen haben die Platte nicht in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl aus der Platte; der eine Strahl ist dem andern vorangeeilt; nach der Zerlegung durch die obere Turmalinplatte tritt also ganz derselbe Fall ein, wie für ein Gypsblättchen zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates. Während also der Punkt *o* zwischen den gekreuzten Turmalinplatten dunkel erscheint, wird der Punkt *n* eine Farbe haben, deren Natur davon abhängt, um wie viel Wellenlängen der eine Strahl dem andern vorausgeeilt ist.

Betrachten wir nun den Gang der beiden in *n* austretenden Strahlen etwas genauer. In Fig. 654 stelle *ABCD* den Durchschnitt der Krystallplatte mit einer Ebene dar, welche durch die Linie *n o*, Fig. 653, und das Auge *O* geht, so ist *O o P* das vom Auge auf der Oberfläche des Krystalls gefällte Perpendikel, welches in Fig. 653 zum Punkt verkürzt erschien und welches mit der optischen Axe im Krystall zusammenfällt. — Wenn von *O* ein Lichtstrahl, *On*, auf die Krystallplatte fiele, so würde er beim Eintritt in den Krystall in zwei Strahlen, *n s* und *n r*, gespalten werden, die nach *s t* und *r v* parallel mit *nO* austreten. Wenn also umgekehrt ein Lichtstrahl *ts* auf die Platte fällt, so wird er in zwei gespalten, von denen nur der ordinäre nach *n* gelangt. Ein zweiter Strahl *v r* aber, der die Platte trifft, sendet einen extraordinären Strahl nach *n*, bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl in der Richtung *n O* aus.

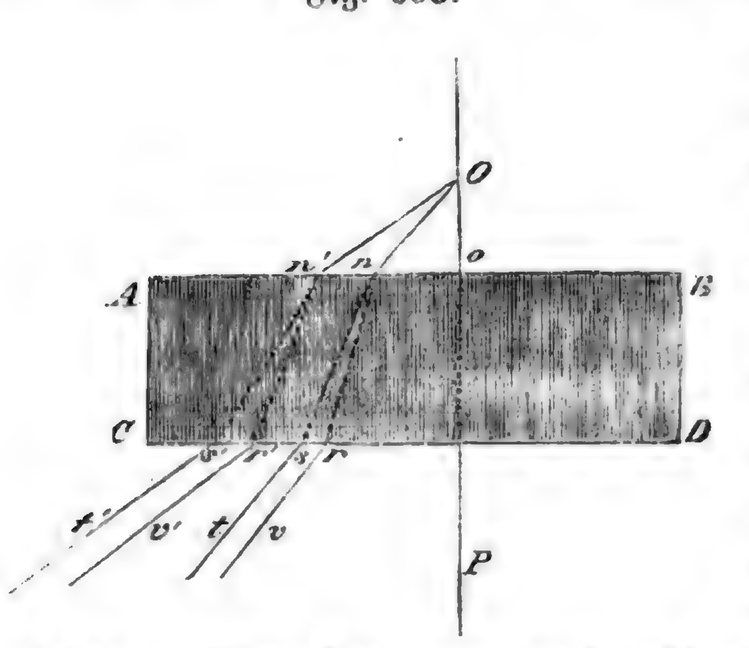
Fig. 654.



Die Länge der Wege *ns* und *nr* ist so wenig von einander verschieden, daß man diese Differenz bei unserer Betrachtung ganz unberücksichtigt lassen kann; auf dem Wege *ns* aber liegen weniger Wellenlängen als auf

nr, weil der eine dieser Strahlen ein ordinärer, der andere ein extraordinärer, weil also die Wellenlänge für den einen kürzer ist als für den andern. Nehmen wir an, der eine Strahl sey dem andern um eine Wellenlänge vorangeeilt.

Fig. 655.



Die Strahlen, die von einem Punkte *n'* der Oberfläche des Krystalls ins Auge gelangen, der noch weiter von *o* entfernt ist als *n*, haben den Krystall in einer Richtung durchlaufen, die mit der optischen Axe einen noch größern Winkel macht als die Richtung der bei *n* austretenden Strahlen; folglich ist die Wellenlänge der beiden bei *n'* austretenden Strahlen im Krystall noch mehr von einander verschieden, als dies für die bei *n* austretenden der Fall ist, das Voraneilen des einen Strahls ist also noch bedeutender. Wir wollen annehmen, daß der eine Strahl dem andern um zwei Wellenlängen vorausgeeilt sey.

Wie wird nun diese Platte zwischen den Turmalinplatten erscheinen? Offenbar muß etwas Aehnliches stattfinden, wie bei einer keilförmigen Gypsplatte im Polarisationsapparate. Zwischen gekreuzten Turmalinen muß die Stelle *o* dunkel erscheinen, weil von den hier austretenden Strahlen keiner dem andern vorausgeeilt ist, sie haben ja den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Die Stelle *n* wird ebenfalls dunkel erscheinen (für einfarbiges Licht), sie entspricht der Stelle der keilförmigen Platte, welche so dick ist, daß der eine Strahl dem andern um eine Wellenlänge vorausgeeilt ist; ebenso erscheint *n'* dunkel, dieser Punkt entspricht dem zweiten dunkeln Streifen der Gypsplatte. Zwischen *o* und *n* ist eine Stelle, an welcher ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem Auge hin austreten, von denen der eine dem andern um $1/2$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, diese Stelle wird also hell erscheinen; ebenso befindet sich eine helle Stelle zwischen *n* und *n'*, von den hier austretenden Strahlen ist der eine dem andern um $3/2$ Wellenlänge vorausgeeilt.

Denken wir uns um *o* auf der Oberfläche der Krystallplatte einen Kreis mit dem Radius *on* gezogen, so werden alle Strahlen, die von dem Umfange dieses Kreises ins Auge gelangen, sich ebenso verhalten wie die von *n* herkommenden, denn alle diese Strahlen haben den Krystall in gleicher Neigung gegen die optische Axe durchlaufen; wenn also der Punkt *n* zwischen den Turmalinplatten dunkel erscheint, so erscheint der ganze Umfang

des Kreises dunkel, dessen Mittelpunkt *o* und dessen Radius *o n* ist. Um den dunklen Mittelpunkt *o* erscheint also zunächst ein heller Kreis, dann ein dunkler, dessen Radius *on* ist, auf diesen folgt wieder ein heller Ring, dann ein zweiter dunkler Ring, dessen Halbmesser *on'* ist u. s. w.

Sieht man durch die zwischen gekreuzte Turmalinplatten gelegte Platte nach einer monochromatischen Flamme, so sieht man eine Reihe von concentrischen Kreisen, die immer feiner und feiner werden.

Wenn man statt des einfarbigen Lichts weißes Licht anwendet, wenn man also z. B. gegen den hellen Himmel sieht, so erblickt man natürlich statt der hellen und dunklen Ringe eine Reihe verschiedenfarbiger Ringe, die von dem Mittelpunkte aus in derselben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben der keilförmigen Platten.

Das oben besprochene Ringsystem erscheint aber von einem schwarzen Kreuze unterbrochen, dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt der Ringe zusammenfällt; wir wollen uns jetzt zu der Erklärung dieses schwarzen Kreuzes wenden.

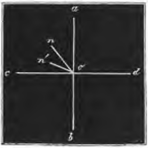
Bei der Erklärung der Farbenerscheinungen in dünnen Gypsblättchen (Seite 572) haben wir gesehen, daß die Färbung eines solchen Blättchens zwischen gekreuzten Spiegeln der Art noch ungeändert bleibt, wenn man ihm verschiedene Lagen giebt, daß aber dabei die Intensität der Färbung variirt. Das Blättchen erscheint am lebhaftesten gefärbt, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels machen; dreht man das Blättchen aus dieser Lage heraus, so nimmt seine Helligkeit ab, bis es endlich ganz dunkel erscheint, wenn die Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen mit der des untern Spiegels, die Schwingungsebene des andern Strahls im Krystall mit der des obern Spiegels zusammenfällt.

Wir sehen daraus, daß die Intensität der Färbung davon abhängt, welche Lage die Schwingungsebenen im Krystall gegen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel oder, in unserm Falle, der beiden Turmalinplatten haben. Bei den Gypsblättchen sind die Schwingungen aller durchgehenden Strahlen mit zwei bestimmt anzugebenden Linien parallel, bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Krystallplatte aber ist dies nicht der Fall.

Von einem Punkte *n*, Fig. 556 a. f. S., der Oberfläche eines senkrecht auf die Axe geschliffenen einaxigen Krystalls tritt ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem über *o* befindlichen Auge aus; die Ebene, welche sich durch den Punkt *n* und die in *o* zum Punkt verkürzte Richtung der optischen Axe legen läßt, ist der Hauptschnitt für diese Strahlen; die Schwingungen des extraordinären Strahls finden nun in diesem hier zur Linie *no* verkürzten Hauptschnitt selbst Statt, die Schwingungen des or-

binären sind rechtwinklig auf demselben. Für einen andern Punkt n' der Oberfläche des Krystalls ist aber $n'o$ die Projection des Hauptschnitts, die Schwingungsebenen der von n' nach dem Auge gelangenden Strahlen haben also eine andere Lage als die Schwingungsebenen der von n kommenden Strahlen. Wenn nun der Punkt n so liegt, daß die Linie $n\,o$ einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen $a\,b$ und $c\,d$ der beiden Turmalinplatten macht, so werden die Farben an dieser Stelle n ein Maximum von Helligkeit zeigen; je mehr aber die von dem Austrittspunkte nach o gezogene Linie sich der Linie $a\,b$ oder $c\,d$ nähert, desto dunkler wird die Färbung werden; vollkommene Dunkelheit muß endlich an allen Punkten der Linien $c\,d$ und $a\,b$ selbst stattfinden.

Fig. 556.



Der Durchmesser der Ringe hängt von der Dicke der Platten ab, er ist der Quadratwurzel aus der Dicke proportional; für eine 4mal, 9mal dickere Kalkspathplatte werden die Durchmesser der Ringe 2mal, 3mal kleiner seyn.

Auch die anderen einaxigen Krystalle, den Bergkrystall ausgenommen, zeigen dieselbe Erscheinung, nur sind für gleich dicke Platten die Ringe um so enger, je stärker die doppelte Brechung der Substanz, d. h. je größer der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Brechungsexponenten für dieselbe ist; so sind z. B. die Ringe in einer Kalkspathplatte weit enger als in einer gleich dicken Platte von essigsaurem Kalkkupfer.

Daß zwischen parallelen Turmalinen die complementäre Figur mit dem weißen Kreuze erscheint, bedarf keiner Erklärung. Die nähere Untersuchung der Modificationen, welche die Ringfigur erleidet, wenn die Turmalinplatten weder parallel noch gekreuzt sind, würde uns zu weit führen.

Was die Bearbeitung solcher Krystallplatten betrifft, welche zu diesen Versuchen angewendet werden, so ist sie so einfach, daß sich Jeder leicht selbst solche Platten vorrichten kann; das Schleifen und Poliren härterer mineralischer Körper überläßt man freilich am besten einem Glasschleifer, desto leichter sind dagegen auflösliche Salze zu behandeln; man schleift nämlich die Flächen, welche senkrecht auf der optischen Axe stehen, zuerst auf einem feinen Schleifstein an, polirt sie dann auf einem leinenen Läppchen, auf welchem ganz feines caput mortuum, mit einer ganz geringen Menge von Wasser angefeuchtet, eingerieben worden ist. Nachdem dies geschehen ist, putzt man die polirten Flächen mit einem trocknen Tuche

Digitized by Google

sorgfältig ab und kittet sie mit Hülfe von canadischem Balsam zwischen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen nicht wieder durch den Einfluß der Luft ihren Glanz verlieren.

Besonders leicht sind die Krystallplatten dann zu präpariren, wenn die optische Axe auf einer Spaltungsfläche senkrecht steht, wie dies z. B. beim schwefelsauren Nickeloxyd der Fall ist. Das schwefelsaure Nickeloxyd krystallisirt bei verschiedenen Temperaturen in verschiedenen Formen; unter 15° krystallisirt es in gleicher Form mit dem Zinkvitriol, und in diesem Falle ist es optisch zweiaxig; bei einer Temperatur von 15 bis 20° krystallisirt es in Quadratoctaedern, also in optisch einaxigen Krystallen, welche senkrecht zur optischen Axe sehr vollkommen spaltbar sind; hat man durch Spaltung eine Platte mit recht ebenen glänzenden Flächen erhalten, so kann man sie ohne Weiteres zwischen die Glasplatten kitten. Auch das Blutlaugensalz ist in einer Richtung sehr vollkommen spaltbar, welche rechtwinklig zur optischen Axe ist; doch erscheinen die Ringe in demselben selten ganz regelmäßig, sondern meistens verzerrt, was auf eine Störung in der krystallinischen Structur hinzudeuten scheint; ähnliche Unregelmäßigkeiten beobachtet man auch an dem Ringsystem des Berylls.

Um das Ringsystem zu beobachten, sind außer den schon genannten noch besonders folgende einaxige Krystalle geeignet: Salpetersaures Natron, Turmalin, saures arseniksaures Kali, Honigstein, essigsaures Kalkkupfer und Eis.

Das salpetersaure Natron krystallisirt in Rhomboedern, wie der Kalkspath, und hat eine noch stärkere doppelte Brechung; das essigsaure Kalkkupfer, ein Doppelsalz von essigsaurem Kupfer und essigsaurem Kalk, krystallisirt in 8seitigen Säulen und ist durch seine prachtvolle blaue Farbe ausgezeichnet; wegen der dunklen Farbe dieses Salzes sieht man seine Ringe am besten, wenn man hellgrüne Turmaline anwendet.

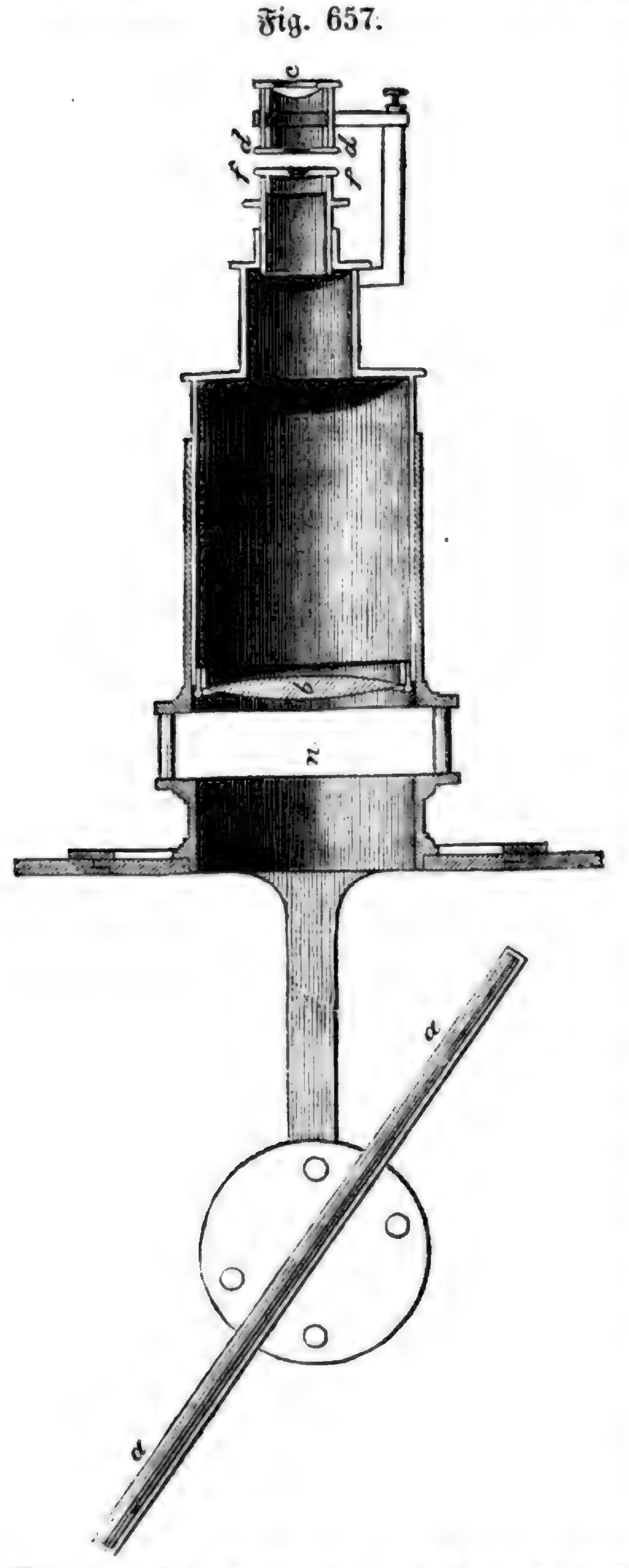
Daß das Eis wirklich eine krystallinische Structur hat, ließ sich schon daraus erwarten, daß die Schneeflocken so regelmäßige Formen zeigen, obgleich man an dem Eise selbst keine regelmäßigen Krystallflächen beobachtet; diese Vermuthung wird nun durch die optischen Eigenschaften des Eises vollkommen bestätigt. Wenn die Eisdecke irgend eines Gewässers eine Dicke von 2 bis 4 Centimetern erreicht hat, schlage man aus dieser Decke eine Platte heraus und bringe sie sogleich in die Turmalinzange, so wird man ohne Weiteres ein Ringsystem, wie im Kalkspath, sehen, nur sind der geringern doppelten Brechung des Eises wegen die Durchmesser der Ringe hier trotz der Dicke der Platte noch ziemlich groß; die optische Axe des Eises steht also rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken, und das Eis gehört wirklich in das hexagonale Krystallsystem, wohin es

auch nach der Gestalt der Schneeflocken, welche 6seitige Sterne bilden, gehört.

Beim Apophyllit und beim unterschwefelsauren Kalk weicht die Aufeinanderfolge der Farben des Ringsystems von der gewöhnlichen ab.

231 **Verschiedene Methoden, die Ringsysteme in Krystallen zu beobachten.** Die einfachste Beobachtungsart der Ringsysteme ist die, daß man die Krystallplatte in die Turmalinzange legt; doch sind unter Umständen andere Beobachtungsmethoden vorzuziehen.

Fig. 657.



Um das Ringsystem objectiv auf einer Wand darzustellen, kann man den Fig. 657 dargestellten, einem Sonnenmikroskop ähnlichen Apparat anwenden, welcher ebenso wie dieses in den Laden eines dunklen Zimmers eingesetzt wird. Der Spiegel *a*, welcher auf der Rückseite geschwärzt ist, reflectirt die polarisirten Sonnenstrahlen nach der Linse *b*, welche ungefähr 22cm Brennweite hat, die parallel auf diese Linse fallenden Strahlen convergiren nun nach der bei *f* angebrachten Krystallplatte und fallen dann auf die Turmalinplatte bei *d*, welche in ihrer Ebene nach Belieben umgedreht werden kann; eine zweite Linse von kürzerer Brennweite befindet sich bei *c*; die beiden Linsen *b* und *c* sind ungefähr um die Summe ihrer Brennweite von einander entfernt, und die Krystallplatte befindet sich ungefähr in dem gemeinschaftlichen Brennpunkte der Linsen; das Bild des Ringsystems wird auf einem passend

angebrachten Schirm in der Weise aufgefangen werden wie das Bild eines Sonnenmikroskops.

Wenn man die Farben der Ringe ganz rein sehen will, so darf man natürlich die Krystallplatte nicht zwischen Turmalinplatten bringen, weil diese schon selbst gefärbt sind. Man könnte die Ringe freilich auch im Polarisationsapparate sehen, wenn man die Krystallplatte dicht unter den Zerlegungsspiegel hält; doch ist diese Beobachtungsart höchst unbequem; sehr schön aber kann man die Ringe im Polarisationsapparate auf folgende Weise sehen.

Man bringe oberhalb des Tischchens eine Sammellinse an, welche man nach Belieben auf- und abschieben kann, so daß ihre Axe stets in der Mitte des Apparates bleibt; es läßt sich dies am einfachsten dadurch erreichen, daß man die eine Säule des Apparates, wie man in Fig. 658 sieht, mit einer verschiebbaren Hülse umgiebt, an welcher sich ein kurzes Stäbchen mit einem Ringe befindet, welcher zur Aufnahme der Linse *l* dient. Vertikal unter der Linse befindet sich die Krystallplatte; sie ist durch ein federndes Zängelchen gehalten und kann vermittelst eines Kugelcharniers leicht in die gehörige Stellung gebracht werden. Wenn man die Krystallplatte so gerichtet hat, daß sie genau unter der Linse steht und daß die optische Axe der Platte mit der Axe der Linse zusammenfällt, so erblickt man im Zerlegungsspiegel des Apparates ein zierliches Ringsystem.

Fig. 658.

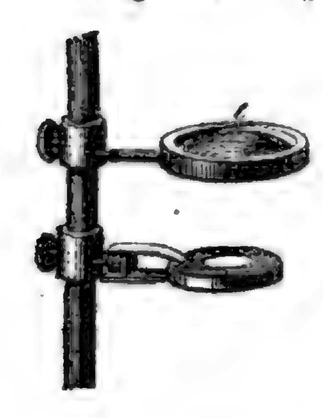


Fig. 659.

Daß man unter diesen Umständen die Ringe sieht, erklärt sich folgendermaßen; nehmen wir an, *a b* und *c d* seyen diejenigen Strahlen, welche, die Krystallplatte schräg durchlaufend, die Farben der äußersten Ringe liefern, so werden alle anderen Strahlen, welche den Krystall bei *m* weniger schräg durchlaufen, je nach ihrer Richtung alle Farben der übrigen Ringe zeigen; wenn nun über der Krystallplatte eine Linse so angebracht wäre, daß *m* ihr Brennpunkt wäre, so würden alle von *m* aus nach der Linse divergirenden Strahlen einander parallel aus derselben austreten; wenn aber der Punkt *m* weiter als die Brennweite der Linse von derselben absteht, so werden die von *m* aus divergirenden Strahlen unter einem spitzen Winkel nach *o* convergiren, oder, mit anderen Worten, der Winkel, welchen die einzelnen Strahlen des in *o* convergirenden Strahlenkegels mit der Axe desselben machen, ist kleiner als der Winkel, den dieselben Strahlen beim Austritte aus der Krystallplatte

mit dieser Axe machen, man wird also das Ringsystem verkleinert sehen.

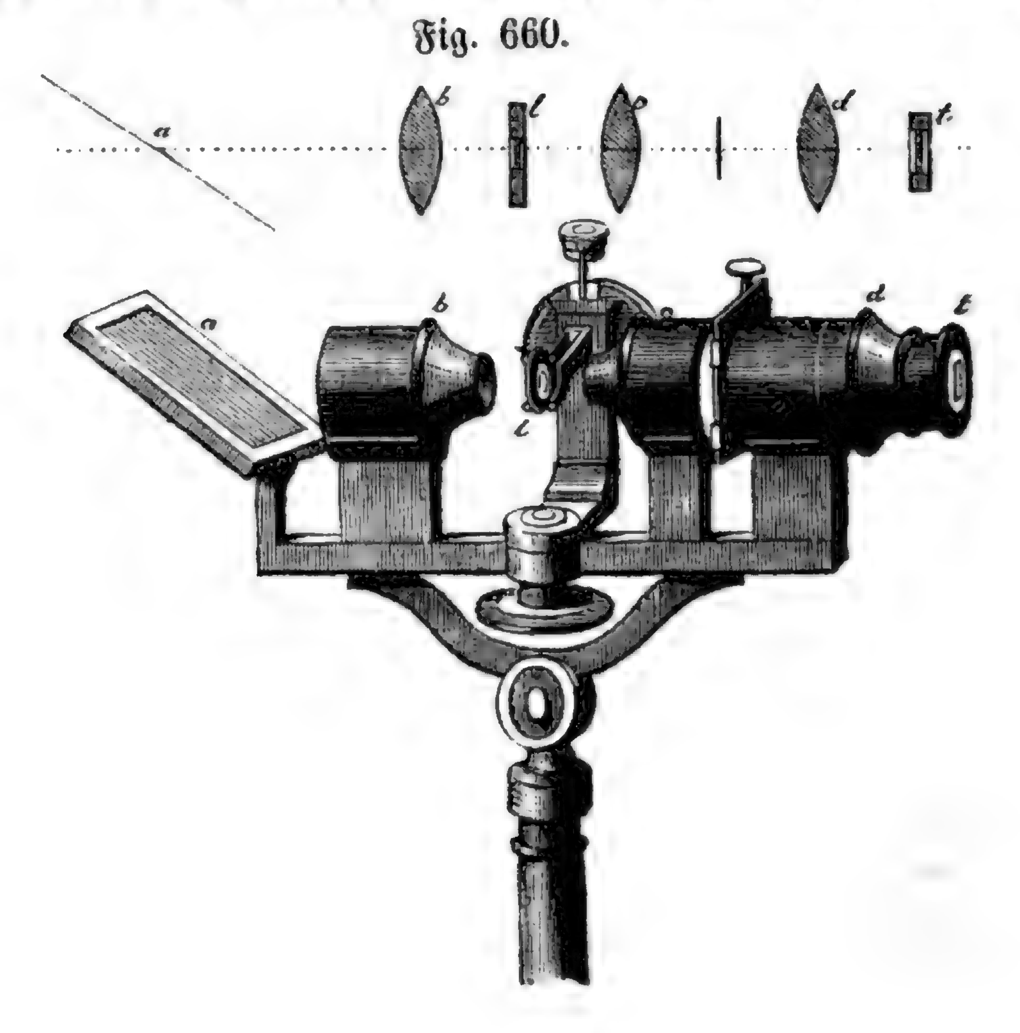
Damit nur solche Strahlen auf den Krystall fallen, welche von dem untern Spiegel vollständig polarisirt worden sind, kann man noch unter dem Krystall eine Linse anbringen, welche die vertikal von unten kommenden Strahlen nach der Platte concentrirt; man kann diese Linse auf das Tischchen legen.

Die Verkleinerung hängt von der Brennweite der Linse und von ihrer Stellung gegen die Krystallplatte ab; in der Regel ist eine Linse von ungefähr 3 Centimetern Brennweite die passendste; doch ist es zweckmäßig, wenn der Apparat so eingerichtet ist, daß man die Linse vertauschen kann.

Am vollständigsten und schönsten lassen sich die Farbenringe im Polarisationsapparate mit Hülfe des von Airy angegebenen Linsenapparates zeigen. Eine Linse befindet sich unter der Krystallplatte, eine zweite über derselben; die beiden Linsen sind um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt, und die Krystallplatte befindet sich im gemeinschaftlichen Brennpunkte derselben. Die untere Linse bewirkt, daß nur solche Strahlen nach dem Krystall convergiren, welche von dem untern Spiegel vollständig polarisirt worden sind; der Strahlenkegel fällt aber nun so auf die zweite Linse, daß alle Strahlen unter einander parallel aus derselben austreten; so treffen sie nun auf den obern Spiegel des Apparates, werden von diesem vollständig zerlegt und nach einer dritten Linse reflectirt, welche sie nach dem Auge convergiren macht. Die drei Linsen haben gleiche Brennweite.

Auf eine ähnliche Weise sind die Linsen in dem von Soleil construirten Apparat, Fig. 660, angebracht, welcher sich besonders zu Messungen eignet.

Fig. 660.



Die drei Linsen *b*, *c* und *d* haben gleiche Brennweite, nämlich 3 Centimeter, der Krystall befindet sich im gemeinschaftlichen Brennpunkte der Linsen *b* und *c*, welche um die Summe ihrer Brennweiten von einander abstehen; die von dem Polarisationsspiegel *a* parallel auf die Linse *b* fallenden Strahlen werden also auch als Parallelstrahlen die Linse *c* verlassen und die Linse *d* treffen, durch welche sie wieder convergent gemacht werden. Als Lichtzerleger dient hier die Turmalinplatte *t*. Zwischen den Linsen *c* und *d* ist auf passende Weise ein Mikrometer angebracht, mit Hülfe dessen man genaue Messungen anstellen kann; die Zange, welche den Krystall trägt, ist um eine horizontale Axe drehbar, und man kann die Drehung auf einem vertikalen getheilten Kreise ablesen.

Farbenringe in zweiaxigen Krystallen. Wenn man eine Sal- 232
peterplatte, welche senkrecht auf die Mittellinie geschliffen ist, so zwischen die gekreuzten Turmalinplatten legt, daß die Ebene der beiden optischen Axen einen Winkel von 45⁰ mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, so sieht man das schöne Ringsystem Fig. 2 Tab. II.

Der Salpeter gehört dem rhombischen Krystallsystem an; er krystallisirt in der Regel in Form einer 6seitigen Säule, Fig. 661; die Richtung der Mittellinie ist parallel mit den Kanten dieser Säule; wenn man also eine Platte schleift, deren Oberflächen senkrecht auf den Kanten der Säule stehen, so wird eine solche Platte das besprochene Ringsystem zeigen. Wenn Fig. 662 der rechtwinklige Durchschnitt der Säule ist, so ist *l m* die Projection der Ebene der beiden optischen Axen; die Krystallplatte muß also so zwischen die Turmalinplatten gelegt werden, daß die Linie *l m* einen Winkel von 45⁰ mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, wenn die Fig. 2 Tab. II. erscheinen soll.

Fig. 661.

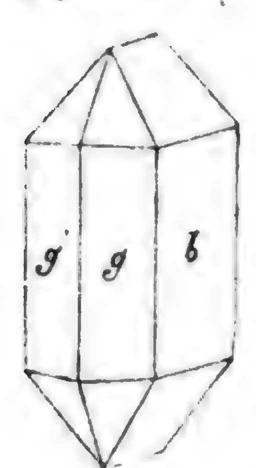
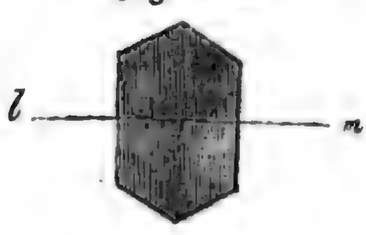


Fig. 662.



Man wird wohl sehr selten einen Salpeterkrystall finden, welcher nicht in der Mitte mit mehr oder weniger bedeutenden röhrenartigen Höhlungen durchzogen ist; dies macht aber die Krystalle zu unserm Zwecke nicht unbrauchbar, denn gegen den Rand hin finden sich immer Stellen, welche groß genug und vollkommen rein sind.

Wir wollen nun zuerst die Gestalt der farbigen (isochromatischen) Kurven und dann die Form der sie durchschneidenden schwarzen Büschel näher untersuchen.

Die Erscheinung Fig. 2 Tab. II. besteht offenbar aus einer Verbindung

von zwei Ringsystemen, von welchen jedes eine optische Axe umgiebt; d. h. die vom Mittelpunkte eines solchen Ringsystems nach dem Auge austretenden Strahlen haben den Krystall in der Richtung einer optischen Axe durchlaufen. Herschel, welcher diese Erscheinung genau untersuchte, hat gezeigt, daß die farbigen Kurven Lemniscaten sind, d. h. krumme Linien, welche, wie die in Fig. 663 verzeichneten, die Eigenschaft haben, daß, wenn man von irgend einem Punkte m einer solchen Kurve Linien nach den beiden Mittelpunkten c und c' gezogen denkt, das Product dieser beiden Leitstrahlen cm und $c'm$ eine beständige Größe ist, deren Werth sich immer von einer Kurve zur folgenden ändert.

Fig. 663.

Auch hier werden die Kurven um so weiter, je dünner die Krystallplatte wird. Gesetzt, man habe eine Salpeterplatte, welche die Lemniscaten gerade so zeigt, wie man Fig. 663 sieht, d. h. fünf geschlossene Kurven um jede Axe, während die folgenden Ringe beide Axen umschließen, so werden, wenn man die Platte dünner schleift, alle Ringe an Ausdehnung zunehmen, während doch die Mittelpunkte der Ringsysteme unverändert an derselben Stelle bleiben; deshalb muß mit abnehmender Dicke auch die Zahl der geschlossenen Kurven, welche um jede Axe herumgehen, immer mehr abnehmen; hat man die Dicke um ein Bestimmtes vermindert, so hat man nur noch zwei geschlossene Kurven um jede Axe; ja man kann die Salpeterplatte leicht so dünn schleifen, daß gar keine Ringe mehr erscheinen, welche nur eine Axe umgeben, sondern nur ovale Ringe, welche beide Axen umschließen.

Der Talk wird in Form von tafelartigen, nicht wohl zu bestimmenden Krystallen gefunden, die nach einer Richtung hin, welche senkrecht auf der Mittellinie steht, sehr vollkommen spaltbar sind; dünne, durch Spaltung erhaltene Talkblättchen zeigen nun fast ganz dieselbe Ringerscheinung, wie eine ganz dünn geschliffene Salpeterplatte.

Wenn man die Salpeterplatte in ihrer Ebene umdreht, so daß die Ebene der beiden optischen Axen nicht mehr einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, so bleibt dabei die Form der Lemniscaten ganz unverändert, nur die Form und die Lage der hyperbolischen schwarzen Büschel, welche die farbigen Kurven durchschneiden, ändert sich. In den Figuren 664, 665 und 666 sind die schwarzen Büschel für sich allein für drei verschiedene Lagen der Krystallplatte dargestellt. Wenn die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte o und o' der Lemnis-

Digitized by Google

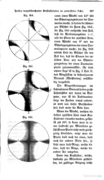


Fig. 664.

Fig. 665.

Fig. 666.

ctaten einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmaline macht, so haben die schwarzen Büschel die Form Fig. 664; die Fig. 665 entspricht dem Fall, daß die Verbindungslinie o o', also die Ebene der optischen Axen, einen Winkel von 5° mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte macht; die Fig. 666 endlich stellt die Büschel für den Fall dar, daß die Ebenen der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt; für diese letztere Lage ist in Fig. 3 Tab. II. das Ringsystem in kohlensaurem Bleioxyd (Weißbleierz) vollständig dargestellt.

Die Ringerscheinungen im kohlensauren Bleioxyd haben große Aehnlichkeit mit denen im Salpeter, nur ist die Aufeinanderfolge der Farben etwas anders; es wird von dieser Verschiedenheit bald mehr die Rede seyn.

Wenn der Winkel, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, größer ist als 20°, so kann man in einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Platte nicht mehr gleichzeitig übersehen; neigt man die Platte bald nach der einen, bald nach der andern Seite hin, so sieht man bald Ringe, welche die eine, bald die Ringe, welche die andere Axe umgeben.

Unter den Krystallen, welche, senkrecht zur Mittellinie geschliffen, bei gehöriger Neigung leicht

Digitized by Google

bald das eine, bald das andere Ringsystem zeigen, sind besonders folgende zu nennen: Arragonit, Schwerspath, Glimmer, Topas, Zinkvitriol, Bittersalz, schwefelsaures Nickeloxyd u. s. w.

Der Arragonit krystallisirt in einer, der Krystallform des Salpeters sehr ähnlichen Gestalt, und die Mittellinie ist hier mit den Kanten der Säule parallel; dasselbe ist auch beim Topas der Fall, welcher gerade rechtwinklig zu der Säulenaxe, also rechtwinklig zur Mittellinie spaltbar ist. Die Spaltungsflächen des Glimmers stehen ebenfalls rechtwinklig auf der Mittellinie, so daß man bei gehöriger Neigung eines Glimmerblättchens bald die Ringe um die eine, bald die Ringe um die andere Axe sehen kann; am besten sieht man die Ringe, wenn die Blättchen nicht gar zu dünn sind, weil sonst die Ringe gar zu groß erscheinen.

Die Krystalle des Glimmers sind äußerlich zu wenig ausgebildet, um das Krystallsystem unmittelbar bestimmen zu können, dem sie angehören; hier sind nun die optischen Eigenschaften entscheidend, denn die optisch einaxigen Glimmerarten gehören dem hexagonalen, die optisch zweiaxigen dem rhombischen Krystallsystem an; ob aber eine Glimmerplatte optisch einaxig oder zweiaxig ist, ergiebt sich sogleich aus der Beobachtung des Ringsystems. Häufig sind aber die Glimmerblättchen so dünn, daß die Ringe zu groß werden, als daß man sie übersehen könnte; man übersieht bei ihnen nur den centralen Theil der Figur; doch läßt sich auch hier leicht ermitteln, ob dies Blättchen einaxig oder zweiaxig ist. Man lege es nur auf das Tischchen im Polarisationsapparate, während die beiden Spiegel gekreuzt sind; erscheint nun das Blättchen fortwährend dunkel, wie man es auch in seiner Ebene umdrehen mag, so ist es optisch einaxig, denn alsdann erblickt man den centralen Theil der Fig. 1 Tab. II., welcher stets dunkel erscheinen muß; wenn aber das Blättchen abwechselnd hell und dunkel erscheint, so ist es optisch zweiaxig.

Fig. 667.

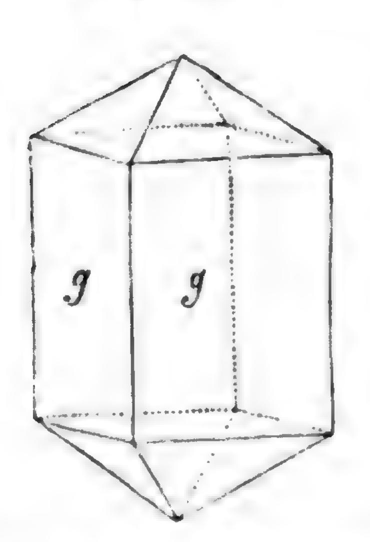
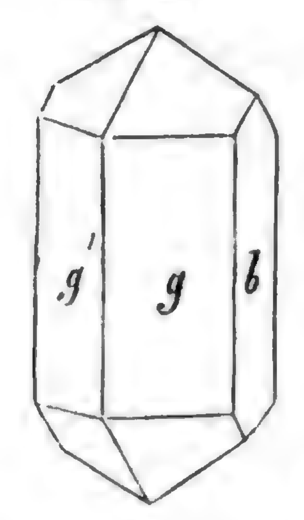


Fig. 668.



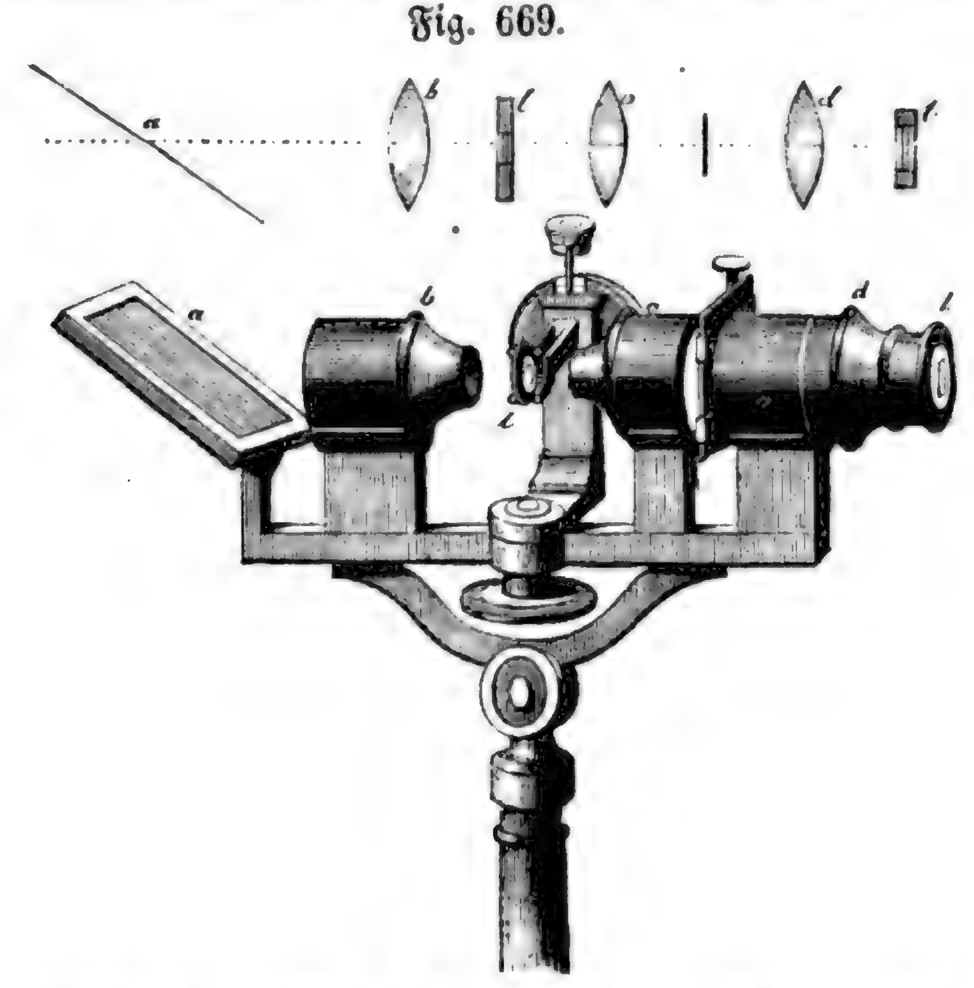
Die Krystalle des Bittersalzes gehören, wie alle die bisher näher besprochenen zweiaxigen Krystalle, zum rhombischen Krystallsystem und bilden gewöhnlich eine 4seitige fast quadratische Säule, an welcher häufig noch zwei Kanten durch die Fläche *b*, Fig. 668, abgestumpft sind, so daß die 4seitige Säule in eine 6seitige verwandelt wird. Beim Bittersalz ist nun die Mittellinie nicht mehr parallel mit den Kanten der Säule, sondern sie steht rechtwinklig auf der abstum-

pfenden Fläche *b*; die Ebene der optischen Axen fällt also mit dem rechtwinkligen Querschnitte der Säule zusammen. Das Bittersalz ist parallel mit den Flächen *b* sehr vollkommen spaltbar, und eine durch solche Spaltungsflächen begränzte Platte (der aber doch noch durch Schleifen und Poliren nachgeholfen werden muß) zeigt, je nachdem man sie neigt, bald das Ringsystem der einen, bald das der andern optischen Axe.

Was vom Bittersalze gesagt wurde, gilt auch vom Zinkvitriol und dem bei niedriger Temperatur krystallisirten schwefelsauren Nickeloxyd, da beide Salze mit dem Bittersalz isomorph sind.

Um den Winkel zu messen, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, kann man den Apparat Fig. 669 anwenden.

Fig. 669.



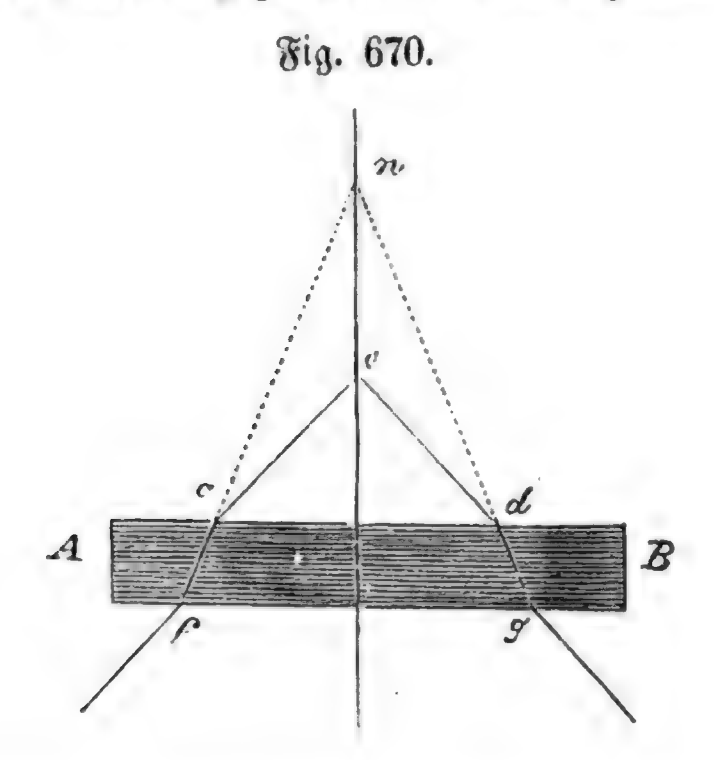
Man hat zu diesem Zwecke ein Fadenkreuz im Brennpunkte der Linse *d* anzubringen und die Krystallplatte so zu befestigen, daß die Ebene der beiden Axen mit der Vertikalebene zusammenfällt, in welcher die Platte drehbar ist. Man stellt nun die Platte so, daß der Mittelpunkt des einen Ringsystems im Fadenkreuz erscheint, dreht alsdann, bis man den Mittelpunkt des andern Ringsystems im Fadenkreuz erblickt, und aus der abgelesenen Drehung kann man dann leicht den Winkel der optischen Axen berechnen.

Zu der eben besprochenen Messung kann man auch jedes mit einem Höhenkreise versehene Theodolith anwenden; man befestigt nämlich mit Hülfe von etwas Wachs die senkrecht zur Mittellinie geschliffene Krystallplatte in der Verlängerung der horizontalen Umdrehungsaxe des Höhenkreises

in der Weise, daß die Ebene der optischen Axen mit der Ebene des Höhenkreises parallel ist, also auf seiner Umdrehungsaxe senkrecht steht; vor dem Theodolith legt man nun einen auf der Rückseite geschwärzten Spiegel in der Weise horizontal an eine passende Stelle, daß die unter dem Polarisationswinkel auf diesen Spiegel fallenden Strahlen nach der Krystallplatte am Theodolith hin reflectirt werden; wenn man nun eine Turmalinplatte in geeigneter Stellung vor das Auge hält, dann durch dieselbe und durch die Krystallplatte nach dem Polarisationsspiegel sieht, so wird bald das eine, bald das andere Ringsystem erscheinen, wenn man die horizontale Axe des Höhenkreises umdreht. Wenn man nun ungefähr auf der Mitte des Polarisationsspiegels irgend ein Merkzeichen angebracht hat, so kann man Alles leicht so einstellen, daß der Mittelpunkt des einen Ringsystems auf dieses Merkzeichen fällt; man lies't alsdann den Nonius ab, dreht, bis das zweite Ringsystem an derselben Stelle erscheint und lies't nun den Nonius zum zweiten Male ab; aus der Differenz der beiden Ablesungen kann man dann leicht den Winkel der optischen Axen berechnen.

Es stelle in Fig. 670 $A\ B$ eine zweiaxige senkrecht auf die Mittellinie geschliffene Krystallplatte, o das darüber befindliche Auge, $o\ d$ und $o\ c$ die Richtungen vor, nach welchen man die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme sieht, so ist klar, daß die von c und d nach dem Auge gelangenden Strahlen nicht in derselben Richtung, sondern nach den Richtungen $c\ f$ und $d\ g$ den Krystall durchlaufen haben; es ist also der Winkel $c\ o\ d$ nicht der Winkel der optischen Axen, sondern der Winkel $c\ n\ d$, welchen die Richtungen $f\ c$ und $g\ d$ mit einander machen; wenn aber der Winkel $c\ o\ d$ und der mittlere Brechungsexponent der Krystallplatte bekannt ist, so kann man den Winkel $c\ n\ d$ berechnen.

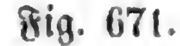
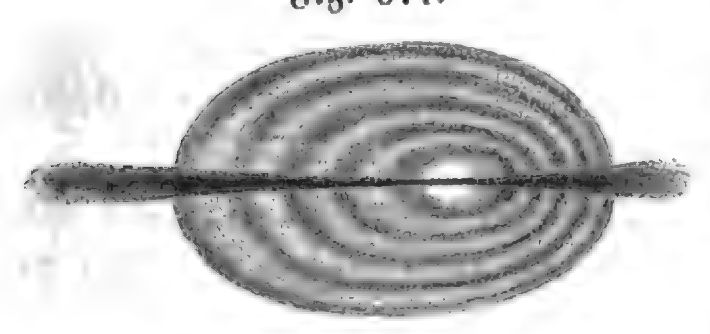
Fig. 670.



Nach den eben mitgetheilten Messungsmethoden wird nun aber in der That nicht der Winkel der optischen Axen selbst, sondern der Winkel der Richtungen gemessen, nach welchen die Strahlen, welche die Krystallplatte in der Richtung der optischen Axe durchlaufen haben, aus derselben austreten.

Wenn der Winkel der optischen Axen groß ist, so ist es vortheilhafter,

die Krystallplatte nicht senkrecht zur Mittellinie, sondern senkrecht zu einer der optischen Axen zu schleifen; man sieht alsdann freilich nur ein Ringsystem, welches meistens in der Art, wie Fig. 671, erscheint; die runden

oder etwas ovalen Ringe sind nur von einem dunklen Büschel durchschnitten, der seine Lage ändert, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene umdreht; jedoch ist die Richtung, nach welcher sich der schwarze Büschel dreht, der Richtung entgegengesetzt, in welcher die Krystallplatte gedreht wird. Wenn der schwarze Büschel mit der Richtung der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so liegt die andere Axe auf der Verlängerung des schwarzen Büschels oder, genauer gesagt, die durch das schwarze Büschel senkrecht zur Oberfläche der Platte gedachte Ebene ist alsdann die Ebene der beiden optischen Axen.

Unter den Krystallen, von welchen man vorzugsweise leicht Platten erhalten kann, welche senkrecht zu der einen Axe sind, muß besonders der Zucker und das saure chromsaure Kali genannt werden. Die Krystalle des Zuckers sind nach einer Richtung hin spaltbar, und rechtwinklig auf dieser Spaltungsfläche steht die eine optische Axe; in Zuckerkrystallen, die hinlänglich farblos und durchsichtig sind, sieht man das Ringsystem sehr schön. — Das saure chromsaure Kali ist nach mehreren Richtungen spaltbar, doch nach einer vorzugsweise leicht, und senkrecht auf dieser Spaltungsfläche liegt auch hier eine optische Axe.

Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen. 233 In manchen Krystallen zeigen die Ringsysteme eine auffallende Abweichung von der normalen Gestalt, wie dies namentlich beim Seignettesalz (weinsteinsaures Kalinatron) der Fall ist. Fig. 4 Tab. II. stellt die Erscheinung dar, wie man sie in einer Platte dieses Salzes beobachtet, welche senkrecht auf die eine Axe geschnitten ist. Auf der einen Seite herrscht entschieden eine rothe, auf der andern eine blaue Färbung vor; nach der blaugrünen Seite hin werden die Ringe, namentlich die inneren auffallend schmäler, so daß sie ein fast birnförmiges Ansehen erhalten. Alle diese Unregelmäßigkeiten verschwinden, sobald man statt des weißen Lichts einfarbiges anwendet, wenn man etwa nach einer Weingeistflamme hinsieht; unter diesen Umständen beobachtet man vollkommen kreisrunde concentrische Ringe; da also für jede einzelne Farbe die Ringe vollkommen regelmäßig sind, so kann die im weißen Lichte beobachtete Unregelmäßigkeit nur daher rühren, daß die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht zusammenfallen, wie dies auch Herschel nachgewiesen hat; in der

That sieht man zwei gesonderte Ringsysteme, deren Mittelpunkte nicht zusammenfallen, wenn man die Ringe durch ein farbiges Glas betrachtet, welches nur zwei Farben, etwa nur blaue und rothe Strahlen durchläßt.

Weil der Durchmesser der violetten und blauen Ringe kleiner ist als der Durchmesser der entsprechenden rothen, so ist klar, daß sich die Ringe nach der Seite hin verengen, nach welcher der Mittelpunkt der stärker brechbaren Strahlen liegt.

Da der Mittelpunkt der Ringe für die blauen Strahlen nicht mit dem für die rothen zusammenfällt, so ist klar, daß die optischen Axen für die blauen Strahlen nicht mit den optischen Axen der rothen Strahlen zusammenfallen. Im Seignettesalz ist diese Verschiedenheit der Lage der verschiedenfarbigen Strahlen sehr bedeutend; der Winkel der optischen Axen für die rothen Strahlen ist 76°, für die violetten aber 56°.

Beim essigsauren Bleioxyd (Bleizucker) ist die ungleiche Lage der verschiedenfarbigen Strahlen eben so auffallend wie beim Seignettesalz; der Bleizucker krystallisirt gewöhnlich in Form von länglichen Tafeln, und die eine optische Axe ist fast senkrecht zu der Oberfläche derselben; man braucht also eine solche Platte nur in die Turmalinzange zu legen, um bei einiger Neigung gegen die einfallenden Strahlen eine ähnliche Erscheinung zu sehen, wie die in Fig. 4 Tab. II. abgebildete.

Fast bei allen zweiaxigen Krystallen fallen die optischen Axen der verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammen, wenn dies auch nicht so auffallend ist wie bei den oben angeführten Salzen. Besonders deutlich läßt sich die ungleiche Lage der verschiedenfarbigen Axen in solchen Krystallen wahrnehmen, bei welchen die optischen Axen überhaupt nahe genug beisammen liegen, um die beiden Ringsysteme auf einmal übersehen zu können, wie dies beim Salpeter und beim kohlensauren Bleioxyd der Fall ist.

Bei allen Krystallen, welche dem rhombischen Krystallsystem angehören, liegen die optischen Axen der verschiedenfarbigen Strahlen in einer und derselben Ebene; außerdem aber findet hier eine ganz symmetrische Vertheilung Statt, so daß die beiden Ringsysteme ganz gleich sind. Bei einigen Krystallen, z. B. beim Salpeter, ist der Winkel der rothen Axen kleiner als der der blauen, bei anderen, z. B. beim kohlensauren Bleioxyd, ist umgekehrt der Winkel der rothen Axen größer; bei den ersteren liegen also die optischen Axen ungefähr so, wie es Fig. 672, bei den anderen so, wie es Fig. 673 dargestellt ist.

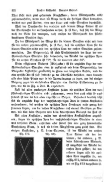


Fig. 672. Fig. 673.

Digitized by Google

Je größer die Entfernung der Mittelpunkte der blauen und rothen Ringe im Vergleich zu dem Durchmesser dieser Ringe ist, desto auffallender wird die Abweichung der Figur von der normalen Gestalt; sie ist deshalb in dicken Krystallplatten weit auffallender als in dünnen. Man kann dies recht deutlich sehen, wenn man die Ringsysteme in Salpeterplatten von verschiedener Dicke recht aufmerksam betrachtet. Je dicker die Platten werden, desto kleiner werden die Ringe, und desto mehr nähert sich das Ansehen eines jeden Ringsystems dem Habitus Fig. 4 Tab. II.; in einer Salpeterplatte von 8 bis 10 Millimeter Dicke haben die Ringe um jede Axe schon fast ganz dieses Ansehen.

Da die Ebene der beiden rothen Axen mit der Ebene der beiden grünen, blauen u. s. w. zusammenfällt, so ist klar, daß die Figur symmetrisch auf beiden Seiten dieser Ebene vertheilt seyn muß; wenn man also den Krystall so zwischen die Turmaline legt, daß die Ebene der Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so wird der schwarze Büschel die Figur symmetrisch theilen, wie man dies sowohl in Fig. 3, als auch in Fig. 4 auf Tab. II. sieht. Weil der dunkle Büschel für die rothen Strahlen nicht genau mit dem dunklen Büschel für die blauen zusammenfällt, so zeigt der dunkle Büschel an dem einen Ende der Figur eine entschieden rothe, an dem andern eine entschieden blaue Färbung, man sieht gleichsam zwei farbige Keile, einen rothen und einen blauen, welche gegen einander gekehrt sind. Der blaue Keil liegt auf der Seite der blauen, der rothe Keil auf der Seite der rothen Axen.

In Fig. 3 Tab. II. sieht man diese Keile in jedem Ringsystem sehr deutlich, man sieht aber auch, wie der blaue Keil stets dem andern Ringsystem zugekehrt, der rothe Keil aber abgewendet ist, daß also beim kohlensauren Bleioxyd die blauen Axen ganz innerhalb des Winkels liegen, den die rothen Axen mit einander machen, und daß daher bei diesem Mineral die in Fig. 673 angedeutete Vertheilung der Axen stattfindet.

Bringt man eine etwas dicke Salpeterplatte in die der Fig. 3 Tab. II. entsprechende Lage zwischen die Turmalinplatten, so sieht man, wie jetzt der rothe Keil eines jeden Ringsystems dem andern zugewendet ist, daß also beim Salpeter die rothen Axen innen, die blauen dagegen außen liegen.

In Fig. 3 Tab. II. sieht man, daß die Kurven auf der Seite des blauen Keils sehr scharf und deutlich zu sehen sind, während sie auf der Seite des rothen Keils schon sehr blaß und undeutlich werden; dies wird nun um so auffallender, je dicker die Platten sind. Wenn man aus Krystallen, bei denen die Axen der verschiedenen Farben hinlänglich weit aus einander liegen, Platten schneidet, welche dick genug sind, so verschwinden die Kurven auf der Seite des rothen Keils vollständig.

Wenn man die Krystallplatte so zwischen die gekreuzten Turmaline legt,

daß die Ebene der optischen Axen nicht mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so ändert auch der dunkle Büschel seine Lage, er hört auf die Figur symmetrisch zu theilen. Wenn die Ebene der Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmaline macht, so schneidet der dunkle Büschel die Figur nach einer Linie, welche rechtwinklig auf der Ebene der Axen steht, wie man dies in Fig. 2 Tab. 2 sieht, wo *a b* die Schwingungsebene der einen, *c d* die Schwingungsebene der andern Turmalinplatte, *e f* aber die Ebene der optischen Axen ist. In diesem Falle erscheint der dunkle Büschel, namentlich in der Mitte seiner Länge, auf der einen Seite blau, auf der andern Seite roth gesäumt, wie man dies in Fig. 2 Tab. II. ganz deutlich sieht. Bei dieser Lage des Büschels sieht man, wenn die Platten dick genug sind, die Kurven oft nur auf der einen Seite desselben, weil sie ja auf der andern Seite verschwinden; so würde man in einer Platte von kohlensaurem Bleioxyd, welche die Fig. 3 Tab. II. zeigt, wenn die Ebene der Axen mit der Schwingungsebene einer Turmalinplatte zusammenfällt, jenseits des dunklen Büschel kaum noch Kurven erkennen, wenn man sie um 45° drehte, so daß die Figur in die der Fig. 2 entsprechende überginge. Das Verschwinden der Kurven auf einer Seite des dunklen Büschels läßt sich besonders gut im Seignettesalz, dem Bleizucker, dem doppeltchromsauren Kali u. s. w. beobachten, wenn man die Platte aus der Lage, welche die Fig. 4 Tab. II. entspricht, um 45° dreht.

Bei den Krystallen, welche einem der beiden schiefwinkligen Krystallsysteme angehören, findet eine solche symmetrische Vertheilung der verschiedenfarbigen optischen Axen in der Regel nicht Statt, ja sie liegen nicht einmal immer in derselben Ebene. Wegen der unsymmetrischen Lage der Axen kommt es oft vor, daß die beiden Ringsysteme ein ganz verschiedenes Ansehen haben, indem die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe für das eine Ringsystem sehr nahe beisammen liegen, für das andere aber so weit auseinanderfallen, daß das eine Ringsystem fast kreisförmig, das andere lang gedehnt, ungefähr wie Fig. 4 Tab. II. erscheint, wie dies bei der Weinsteinsäure der Fall ist.

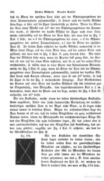


Fig. 674.

Bei den Krystallen des rhombischen Systems liegen entweder die beiden blauen, oder die beiden rothen Axen der gemeinschaftlichen Mittellinie am nächsten, bei den schiefwinkligen Krystallen aber fällt die Mittellinie der blauen Axen gar nicht immer mit der Mittellinie der rothen zusammen, wie dies z. B. beim ameisensauren Kupferoxyd der Fall ist, bei welchem die Axen so vertheilt sind, wie man es Fig. 674 sieht.

Digitized by Google

hier ist also das blaue Ende des einen Ringsystems und das rothe Ende des andern einander zugekehrt.

Wenn die optischen Axen der verschiedenen Farben nicht in eine Ebene fallen, so erkennt man dies daran, daß die Ringfigur durch den schwarzen Büschel nicht symmetrisch getheilt wird, wenn der Büschel mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt. Beim Borax werden die Ringe durch den Büschel symmetrisch getheilt, wenn dieser einen schon ziemlich bedeutenden Winkel mit der Schwingungsebene *a b*, Fig. 5 Tab. II., der einen Turmalinplatte macht. Wenn man die Boraxplatte so zwischen die Turmaline gelegt hat, daß sie die Erscheinung wie Fig. 5 zeigt, so findet sich das andere Ringsystem nicht in der Verlängerung des schwarzen Büschels, also nicht in der Verlängerung der Linie, welche die Mittelpunkte der rothen und der blauen Ringe verbindet, sondern in der Richtung *a b*. Die Mittelpunkte der Farbenringe der beiden Ringsysteme sind also im Borax ungefähr so vertheilt, wie es in Fig. 675 angedeutet ist; *r*, *g* und *b* sind die Mittelpunkte der blauen, grünen und rothen Ringe im einen, *r'*, *g'*, *b'* die entsprechenden Mittelpunkte im andern Ringsysteme; *r r'* ist also die Ebene der rothen, *g g'* die Ebene der grünen, *b b'* die Ebene der blauen optischen Axen.

Fig. 675.

Auch bei manchen einaxigen Krystallen kommen Abweichungen von dem normalen Ansehen der Ringe vor, indem bei ihnen die Ordnung, in welcher die Farben auf einander folgen, bedeutend von der Reihe der Newton'schen Scala abweicht, wie dies beim unterschwefelsauren Kalk und namentlich beim Apophyllit der Fall ist. Bei diesen Krystallen stehen die Durchmesser der entsprechenden Ringe verschiedener Farben nicht in demselben Verhältniß, wie es bei einem normalen Ringsysteme der Fall ist, ja beim Apophyllit ist der Durchmesser der violetten Ringe sogar größer als der Durchmesser der rothen Ringe gleicher Ordnung.

Hyperbolische Kurven in Krystallplatten, die parallel mit der 234
Axe geschliffen sind. Wenn man eine parallel mit der Axe geschliffene Platte von Bergkrystall, welche 2 bis 4 Linien dick ist, oder eine eben so dicke Gypsplatte in den Polarisationsapparat legt, so erscheint sie nicht farbig wie ein dünnes Blättchen, sondern, wenn man sie in ihrer Ebene umdreht, wird sie nur abwechselnd hell und dunkel. Daß eine solche Platte, wenn ihre Dicke eine gewisse Gränze übersteigt, nicht mehr farbig erscheinen kann, geht aus der Entstehungsweise dieser Farben selbst hervor, denn die

Maxima und Minima der Lichtstärke der verschiedenen Farben fallen in einer solchen Weise zusammen, daß aus ihrer Mischung nur Weiß hervorgeht, wie dies schon oben gezeigt wurde. Legt man aber die Krystallplatte in die Turmalinzange, und zwar in dieselbe Lage, bei welcher eine dünne Platte die Farben möglichst glänzend zeigen würde, so erblickt man, nach einer homogenen Lichtquelle hinsehend, ein System von abwechselnd hellen und dunkeln hyperbolischen Streifen, wie sie Fig. 676 und 677 dargestellt sind.

Fig. 676.

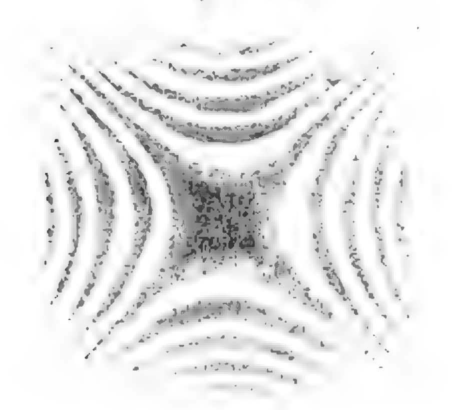
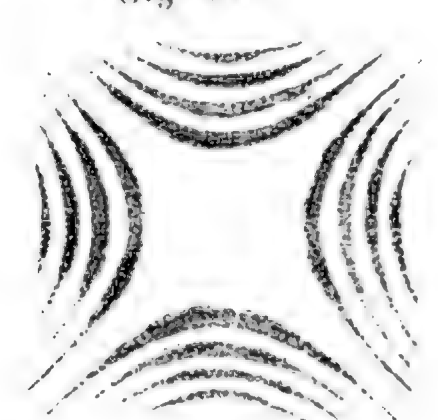


Fig. 677.



Als homogene Lichtquelle wendet man am bequemsten eine Weingeistlampe an, auf deren Docht man etwas Kochsalz streut; eine solche Flamme liefert ein fast ganz rein gelbes Licht.

Daß überhaupt hier abwechselnd helle und dunkle Kurven entstehen, rührt daher, daß von den beiden Strahlen, welche an irgend einer Stelle der Oberfläche der Platte nach dem Auge austreten, der eine bald mehr, bald weniger vorausgeeilt ist, je nachdem die Strahlen den Krystall in einer andern Richtung durchlaufen haben; die Form der hyperbolischen Kurven läßt sich aus der Fresnel'schen Theorie der doppelten Brechung vollständig ableiten; doch würde uns hier eine solche Ableitung zu weit führen.

Je dünner die Platte wird, desto weiter rücken die Kurven auseinander, und wenn die Platte hinlänglich dünn geworden ist, um im weißen Lichte farbig zu erscheinen, sind die Kurven gewissermaßen so groß geworden, daß man sie nicht mehr übersehen kann; man sieht alsdann nur den gleichförmig gefärbten centralen Theil der Figur.

Auch eine parallel mit der Axe geschliffene Kalkspathplatte zeigt diese Kurven, nur sind sie ungleich enger als bei einer gleich dicken Bergkrystallplatte; die Bearbeitung einer solchen Kalkspathplatte erfordert aber die größte Sorgfalt, denn wenn die gegenüberliegenden Oberflächen nicht genau parallel sind, so treten die Strahlen, durch deren Interferenz die Kurven entstehen sollen, wegen der starken doppelten Brechung des Kalkspaths nicht mehr nach derselben Richtung aus.

Eine Quarzplatte, deren Oberfläche einen Winkel von 45° mit der optischen Axe macht, zeigt bei Anwendung von homogenem Lichte zwischen der Turmalinplatte fast ganz gerade, abwechselnd helle und dunkle Streifen; dieselben Streifen, aber sehr fein, sieht man in einem möglichst dünnen von einem Rhomboeder abgespalteten Kalkspathblättchen. Diese Streifen sind gewissermaßen die geradlinige Fortsetzung der hyperbolischen Kurven, welche man in Platten sieht, die parallel mit der Axe geschliffen sind.

Im Allgemeinen wird man in jeder doppeltbrechenden Krystallplatte, welche mit parallelen Wänden begränzt ist, bei Anwendung von homogenem Lichte (farbige Gläser sind nicht homogen genug) Kurven erblicken, von denen im weißen Lichte oft nicht die Spur zu sehen war.

Wenn man zwei Quarzplatten oder zwei Gypsplatten von gleicher Dicke, welche im homogenen Lichte die hyperbolischen Kurven zeigen, gekreuzt zwischen die Turmaline bringt, so sieht man die Kurven Fig. 676 schon im weißen Tageslichte; sie erscheinen nun farbig, und ihre Farben folgen fast ganz den Farben der Newton'schen Scala, sie beginnen in der Mitte mit Schwarz, was begreiflich ist, da ja hier die Färbung von der Differenz der in der einen und der andern Platte durchlaufenen Wege abhängt.

Zwei gleich dicke Quarzplatten, welche in einem Winkel von 45° gegen die Axe geschnitten sind, zeigen, wenn sie gekreuzt sind, im Turmalinapparat ebenfalls farbige Streifen, die von dem mittleren an, welcher schwarz erscheint, nach beiden Seiten hin in der Ordnung der Newton'schen Scala auf einander folgen.

Savart hat zwei solche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt und nennt diesen Apparat ein Polaroskop; denn wenn man durch die Turmalinplatte und die beiden Quarzplatten nach irgend einer Stelle hinsieht, von welcher polarisirtes Licht kommt, so werden alsbald die Farbenstreifen sichtbar werden, und zwar um so brillanter, je vollständiger die einfallenden Strahlen polarisirt sind; sieht man durch diesen Apparat nach dem heitern Himmel, nach einem Schieferdache, nach der Wand eines Hauses, so wird man die Streifen bald mehr, bald weniger deutlich erscheinen sehen, kurz, man kann mit diesem Apparate die geringsten Spuren von Polarisation der einfallenden Strahlen erkennen; doch sieht man leicht ein, daß man dasselbe weit einfacher erreicht, wenn man ohne Weiteres durch eine Turmalinplatte und eine senkrecht auf die Axe geschliffene Krystallplatte nach der zu untersuchenden Stelle hinsieht.

Circularpolarisation. Fresnel hat mit dem Namen der Circular- 235
polarisation eine Erscheinung bezeichnet, welche zuerst Arago in Bergkrystallplatten beobachtet hatte, die senkrecht auf die Axe geschliffen waren. Diese Erscheinung kann am bequemsten auf folgende Weise beobachtet werden.

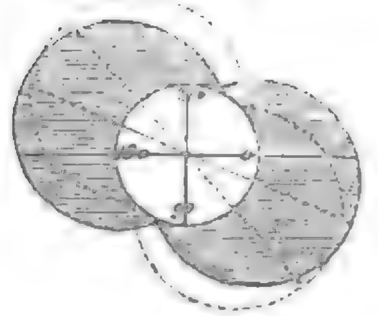
Legt man auf das Tischchen des Polarisationsapparates eine Quarzplatte, welche senkrecht zur Axe geschnitten ist, so erscheint ihr Bild in dem schwarzen Spiegel lebhaft gefärbt, und zwar ändert sich die Farbe, wenn der obere Spiegel gedreht wird. In keiner Stellung des Zerlegungsspiegels erscheint die Krystallplatte ganz farblos hell oder dunkel.

Die Farbenveränderungen, welche man beobachtet, wenn der obere Spiegel gedreht wird, folgen in einer bestimmten Ordnung auf einander, nämlich in derjenigen der prismatischen Farben. Man hat Bergkrystallplatten, bei welchen man den Zerlegungsspiegel nach der rechten Seite hin, also in der Richtung von 0 nach 90° hin drehen muß, damit Roth in Gelb, Gelb in Grün, Grün in Blau und Blau in Violett übergeht; bei anderen Bergkrystallen aber muß man den Zerlegungsspiegel in der entgegengesetzten Richtung drehen, damit die Farben in derselben Ordnung auf einander folgen. Man unterscheidet deshalb rechts und links drehende Bergkrystallplatten.

Um den Zusammenhang dieser brillanten Farbenerscheinungen zu übersehen, müssen wir statt des weißen Lichts einfarbiges anwenden. Am einfachsten erreicht man diesen Zweck, wenn man durch ein gefärbtes Glas von möglichst homogener Farbe nach dem Zerlegungsspiegel sieht. Die Erscheinung, welche man alsdann beobachtet, ist wieder ganz so einfach, wie vor dem Einlegen der Krystallplatte. Nehmen wir an, man hätte durch eine rothe Glasplatte gesehen, so wird man wieder für zwei einander diametral gegenüberliegende Punkte des Theilkreises das Gesichtsfeld ganz dunkel sehen, an zwei anderen um 90° von diesen entfernten Punkten aber ein Maximum von rothem Lichte. Die Punkte dieser Maxima und Minima sind aber nicht mehr 0°, 90°, 180° und 270°, sondern andere, deren Lage von der Dicke der angewandten Platte abhängt.

Die eingelegte Platte sey rechts drehend und 1 Millimeter dick, so findet man das Maximum des rothen Lichts bei 19 und 199°; das Gesichtsfeld erscheint aber dunkel bei 109 und 289°. Fig. 678 stellt die Veränderungen der Lichtintensität graphisch dar, welche man beobachtet, wenn der Zerlegungsspiegel ringsherum gedreht wird. Diese Figur unterscheidet sich von Fig. 592 nur dadurch, daß die ganze Intensitätskurve um 19° nach der rechten Seite hin gedreht ist. Durch die eingelegte Krystallplatte ist also die Polarisationsebene der von unten kommenden Strahlen um 19° nach der Rechten gedreht worden.

Fig. 678.



Für alle anderen Farben des Spectrums ist die Drehung der Polarisationsebene nach der rechten Seite hin durch dieselbe 1 Mm. dicke Quarzplatte noch größer. Hätte man z. B. das vom

schwarzen Spiegel reflectirte Licht durch ein grünes Licht untersucht, so würde man die Maxima der Intensität bei 28 und bei 208°, die Minima aber bei 118° und 298° gefunden haben. Die Maxima und Minima der violetten Strahlen sind noch um 13° weiter nach der Rechten gedreht als die grünen. In Fig. 678 stellt die punktirte Linie die Intensitätskurve für das violette Licht dar.

Die folgende Tabelle giebt nach Biot's Messungen genau den Drehungsbogen der verschiedenen einfachen Strahlen für eine senkrecht auf die Axe geschnittene, 1 Millimeter dicke Bergkrystallplatte.

Benennung des einfachen Strahls.	Drehungsbogen in Sexagesimalgraden.
Aeußerstes Roth	17,5°
Gränze des Roth u. des Orange	20,5
» Orange u. Gelb . .	22,3
» Gelb u. Grün . .	25,7
» Grün u. Blau . .	30,0
» Blau u. Indigo .	34,6
» Indigo u. Violett .	37,7
» äußerstes Violett .	44,1.

Daraus ergeben sich die Drehungsbogen für die mittleren Strahlen jeder Farbe, wie folgt:

Roth	19°	Blau	32°
Orange . .	21°	Indigo . . .	36°
Gelb	23°	Violet . . .	41°.
Grün	28°		

Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich nur auf eine Quarzplatte von der angegebenen Dicke. Die Drehung aber wächst in demselben Verhältniß wie die Dicke der Platte. Für eine 2 Mm. dicke Quarzplatte beträgt also die Drehung für rothe Strahlen 38°, für violette 82°.

Wenn man nun aber das Bild der Quarzplatte im Zerlegungsspiegel ohne Anwendung eines farbigen Glases betrachtet, so begreift man nach dem Vorhergehenden sehr wohl, daß es in allen Lagen des obern Spiegels gefärbt erscheinen muß, und zwar sind die nun beobachteten Farben nicht mehr reine prismatische, sondern Mischfarben, deren Nüance davon abhängt, welche der prismatischen Farben für irgend eine Stellung des Zerlegungsspiegels mit größerer oder geringerer Intensität erscheinen. Ganz dunkel kann das Gesichtsfeld nicht mehr werden, denn wenn auch eine Farbe im Minimum ihrer Intensität ist, so sind es doch die andern nicht.

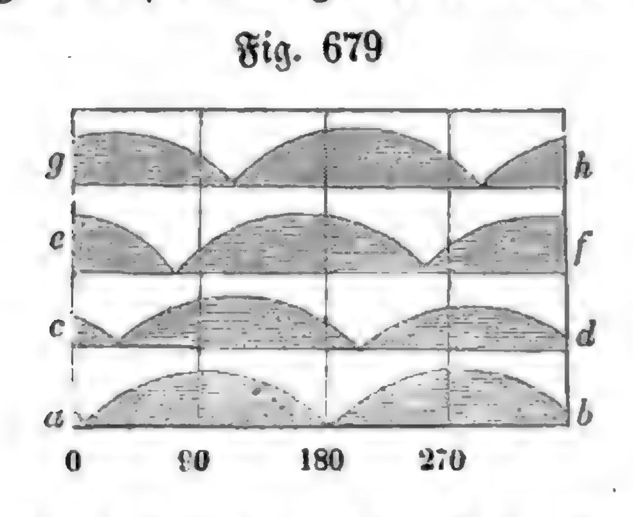
Eben so wenig erscheint die Platte an irgend einer Stelle ganz farblos und hell.

Die angegebenen Data reichen vollkommen hin, um die Farbenerscheinungen schon im Voraus zu bestimmen, welche man an einer Quarzplatte von gegebener Dicke beobachten wird. Wir wollen eine solche Bestimmung beispielsweise für eine 5 Mm. dicke Platte ausführen. Der Drehungsbogen für die einzelnen farbigen Strahlen ist leicht zu berechnen, die oben angegebenen Zahlen sind nur mit 5 zu multipliciren, und so ergeben sich die folgenden Werthe der Drehungsbogen:

Roth . . .	95	Blau . . .	160
Gelb . . .	115	Violett . .	205.

Die Intensitätskurven der einzelnen Farben lassen sich auf dieselbe Weise construiren wie in Fig. 678. Der leichtern Uebersicht wegen wollen wir uns aber die Kreisperipherie in eine gerade Linie entwickelt denken. In Fig. 679 stellt die gerade Linie *a b* die entwickelte Peripherie dar, und die Länge der auf jedem Punkte von *a b* zu errichtenden Perpendikel bis zur krummen Linie stellt die Intensität des rothen Lichts dar, wie man sie am obern Spiegel beobachtet, wenn eine 5 Mm. dicke Quarzplatte eingelegt ist. Diese Intensität ist ein Maximum bei 95° und 275°, sie ist Null bei 5° und 185°.

Fig. 679



Auf der geraden Linie *c d*, welche ebenfalls die entwickelte Peripherie darstellt, ist die Intensitätskurve für die gelben Strahlen construirt, welche der für die rothen ganz gleich ist, mit dem einzigen Unterschiede jedoch, daß die Lage der Maxima und Minima verschoben ist. Eben so ist auf der Linie *e f* die Intensitätskurve für blaue, auf *g h* für violette Strahlen construirt, und zwar ist die Lage der Maxima und Minima durch die so eben berechnete Größe der Drehungsbogen bestimmt. So ist z. B. für Violett ein Maximum bei 205°, das andere bei 25°.

Betrachtet man diese vier Intensitätskurven zusammen, so kann man sich daraus ein Urtheil über die zu beobachtenden Farbenerscheinungen bilden. Bei 0°, wenn also der obere Spiegel mit dem untern parallel ist, sind Blau und Violett vorherrschend, Roth und Gelb sehr schwach. Wenn man nach der Rechten dreht, so nimmt der Einfluß, den Roth, Gelb, Grün und Blau ausüben, ab, während Violett noch zunimmt. Bald, bei 5°, erreicht Roth sein Minimum. Bei 25° ist Violett im Maximum, alle anderen Farben ziemlich weit von ihrem Maximum entfernt; bei 25° ist also eine sehr entschieden violette Färbung zu beobachten. Bei weiterer

Drehung nimmt der Einfluß von Roth, aber auch der von Gelb stark zu, die violette Färbung wird also in eine rothe übergehen; bei 95° ist Roth am stärksten vorherrschend, aber doch schon bedeutend mit Gelb untermischt. Bei fernerm Drehen nimmt das Gelb noch mehr zu; nach dem Gelb wird Grün und bei 160° Blau vorherrschend. Von 180° an wiederholt sich dieselbe Reihe von Erscheinungen.

Die Farbenerscheinungen, welche die Kreispolarisation hervorbringt, haben also darin ihren Grund, daß der Zerlegungsspiegel, in welcher Stellung er sich auch befinden mag, nicht alle prismatischen Farben in gleichem Verhältniß reflectirt, daß also, wenn eine Farbe auch vollständig reflectirt wird, andere weniger vollständig oder gar nicht reflectirt werden. Nicht für alle Dicken der Bergkrystallplatten ist aber die Erscheinung der Farben gleich brillant; bei ganz dünnen und bei ganz dicken Platten sind kaum Spuren von Färbung wahrzunehmen. Die Ursache davon läßt sich leicht übersehen.

Man nehme eine Quarzplatte von $\frac{1}{4}$ Mm. Dicke, so beträgt der Drehungsbogen für rothe Strahlen ungefähr 5°, für violette Strahlen 10°. Die Drehungsbogen für alle anderen farbigen Strahlen fallen also zwischen 5 und 10°, die Maxima aller Strahlen liegen also sehr nahe beisammen, und wenn die rothen Strahlen im Maximum ihrer Intensität sind, sind alle anderen ihrem Maximum so nahe, daß das Roth nicht merklich vorherrschen kann, die Platte wird also fast ganz weiß erscheinen. Eben so liegen alle Minima sehr nahe beisammen, nämlich zwischen 95 und 100°, hier also wird das Gesichtsfeld fast dunkel seyn. Es ist klar, daß, je dünner die Platte wird, die Erscheinung sich immer mehr derjenigen nähert, welche man ohne die zwischengelegte Platte beobachtet.

Auch sehr dicke Platten erscheinen, wie schon bemerkt wurde, farblos, jedoch ist die an ihnen beobachtete Erscheinung wesentlich von derjenigen sehr dünner Platten verschieden. Wie wir eben gesehen haben, erscheint eine ganz dünne Platte im Zerlegungsspiegel fast ganz hell und farblos, wenn er bei 0° steht; wenn der Spiegel gedreht wird, nimmt die Helligkeit ab und erreicht etwa über 90° hinaus ihr Minimum; bei sehr dicken Platten beobachtet man aber durchaus keine Veränderung in der Intensität des Lichts, wenn der obere Spiegel gedreht wird; in allen Stellungen dieses Spiegels erscheint die Platte stets gleich hell, allein immer weniger hell als eine ganz dünne Platte, wenn der Spiegel bei 0 oder 180° steht.

Auch dies läßt sich leicht erklären. Mit zunehmender Dicke der Platte wächst der Drehungsbogen für jede Farbe, mithin auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen je zweier Farben. Nach der oben angeführten Tabelle ist für eine Quarzplatte von 1 Mm. Dicke die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äußersten violetten und der äußersten rothen Strah-

len 44,1 — 17,5 = 26,6°. Für eine 2mal, 3mal so dicke Platte ist auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äußersten rothen und violetten Strahlen 2mal, 3mal so groß. Mit zunehmender Dicke kann aber auch diese Differenz bis auf 180° wachsen (es ist dies der Fall, wenn die Quarzplatte 6,76 Mm. dick ist, denn 6,76 × 26,6 = 180); wenn aber der Drehungsbogen zweier Farben um 180° verschieden ist, so fallen die Maxima und Minima beider Farben vollkommen zusammen; bei einer Quarzplatte, welche 6,76 Mm. dick ist, nimmt der Einfluß, welchen die rothen und die violetten Strahlen auf die Färbung ausüben, in gleichem Maaße ab und zu, wenn man den obern Spiegel dreht. Der Drehungsbogen der Strahlen, welche ungefähr an der Gränze zwischen Blau und Grün liegen, ist das Mittel zwischen dem Drehungsbogen der rothen und der violetten Strahlen; in einer Platte von 6,76 Mm. Dicke also erscheinen die blaugrünen Strahlen im Maximum, wenn die rothen und die violetten im Minimum sind, und umgekehrt. Für eine Quarzplatte, deren Dicke 2×6,76, also 13,52 Mm. beträgt, ist die Differenz der Drehungsbogen der rothen und blaugrünen Strahlen 180°, eben so groß ist aber auch die Differenz der Drehungsbogen der blaugrünen und violetten Strahlen. An einer solchen Platte erscheint also Roth, Blaugrün und Violett gleichzeitig im Maximum, keine dieser drei Farben kann also entschieden vorherrschen. Bei einer Quarzplatte von 27 Mm. Dicke ist die Differenz der Drehungsbogen der äußersten rothen und mittleren gelben Strahlen 180°. Eben so groß ist für diese Platte die Differenz der gelben und blaugrünen Strahlen, der blaugrünen und indigofarbigen, der indigofarbigen und violetten. Roth, Gelb, Blaugrün, Indigo und Violet wirken also bei dieser Platte ganz gleichmäßig zur Färbung mit. Wenn diese Farben im Maximum sind, so geben sie zusammen eine Farbe, die nur wenig von Weiß unterschieden ist; sind sie aber im Minimum, so herrschen Orange, Grün, Blau und die Strahlen zwischen Indigo und Violett vor, und auch diese geben zusammen fast Weiß; schon bei dieser Platte kann man also kaum eine Veränderung im Teint der Platte wahrnehmen, wenn man den obern Spiegel dreht, und begreiflicher Weise nähert sich die Farbe der Platte noch mehr dem reinen farblosen Weiß, wenn die Dicke noch mehr zunimmt.

Die Erscheinungen, welche man an einer linksdrehenden Quarzplatte beobachtet, unterscheiden sich von denen einer gleich dicken rechtsdrehenden Quarzplatte dadurch, daß man von 0° nach der linken Seite hin, also von 0° über 270° nach 180° den Zerlegungsspiegel drehen muß, um die Farbenerscheinungen in derselben Ordnung zu sehen, als ob man bei der rechtsdrehenden von 0° über 90° nach 180° hin gedreht hätte.

Die eben beschriebenen Erscheinungen der Kreispolarisation, wie man sie im Bergkrystall beobachtet, können nun auch durch eine Combination

von Glimmerblättchen und Gypsblättchen, oder noch vollkommener durch eine Combination von einem Gypsblättchen mit zwei Fresnel'schen Parallelepipeden, die sogleich näher beschrieben werden sollen, nachgeahmt werden, und dadurch erhalten wir einen Schlüssel zur Erklärung dieser Phänomene.

Ein Glimmerblättchen bringt, auf das mittlere Tischchen des Polarisationsapparates gelegt, dieselben Erscheinungen hervor wie ein Gypsblättchen; es ist aber viel leichter, Glimmerblättchen dünn genug zu spalten, um im polarisirten Lichte die Farben der ersten Ordnung zu zeigen.

Wenn ein Glimmerblättchen gerade so dick ist, daß für gelbes Licht der eine Strahl dem andern um ¼ Wellenlänge voraneilt, so wird dasselbe auch sehr nahe noch für alle anderen Farben der Fall seyn; ein solches Blättchen also, welches 4mal dünner seyn muß als ein solches, welches zwischen den gekreuzten Spiegeln das Dunkel-Purpur der zweiten Ordnung zeigt, wird unter denselben Umständen graulich weiß erscheinen, weil alle Farben fast gleich viel zu seiner Färbung beitragen. Wenn man nun ein solches Glimmerblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel des Apparates gelegt hat, daß die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Blättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Spiegel machen, daß also das Blättchen so hell als möglich erscheint, so kann man den obern Spiegel des Apparates drehen wie man will, ohne daß sich die Helligkeit des Blättchens merklich ändert; nur seine Färbung, welche zwischen den gekreuzten Spiegeln kaum merklich ins Blaue spielt, wird zwischen den parallelen Spiegeln eine ganz schwach gelbliche Färbung zeigen.

Durch das Zusammenwirken der beiden aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, und von denen der eine dem andern um ¼ Wellenlänge vorausgeeilt ist, entsteht also ein Strahl, welcher sich wie ein gewöhnlicher Lichtstrahl zu verhalten scheint, indem er von dem obern Spiegel in allen Lagen gleich gut reflectirt wird; dieser Strahl besitzt jedoch Eigenschaften, die ihn wesentlich von einem gewöhnlichen Strahle unterscheiden, es ist ein circular polarisirter Strahl. Wir wollen die Eigenschaften und die Entstehungsweise eines solchen Strahls sogleich näher betrachten.

Fig. 680.

In Fig. 680 sey $A B$ die

Digitized by Google

Vibrationsebene der vom untern Spiegel kommenden Strahlen, CD die

Fig. 681.

Schwingungsebene des einen, EF die des andern Strahls im Glimmerblättchen; wenn AB den rechten Winkel der Ebenen CD und EF halbirt, wie wir bei unserm Versuch annehmen, so ist die Vibrationsintensität des nach CD schwingenden Strahls gleich der Vibrationsintensität des in der Richtung $E\ F$ schwingenden. Wenn nun die beiden Strahlen das Glimmerblättchen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen hätten, so würden sie nach ihrem Austritt aus demselben irgend ein Aethertheilchen gleichzeitig und mit gleicher Kraft von o nach C und von o nach F treiben, das Aethertheilchen würde sich also in der Richtung von o nach A bewegen müssen, kurz, durch das Zusammenwirken der beiden Strahlen würde ein Strahl erzeugt werden, dessen Schwingungen in der Ebene $A\ B$ vor sich gehen. Dasselbe würde stattfinden, wenn der eine Strahl dem andern um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen vorausgeeilt wäre.

Nun ist aber der eine Strahl dem andern nur um $1/4$ Wellenlänge vorausgeeilt; in einem Moment also, in welchem die Geschwindigkeit, welche der eine Strahl einem Aethertheilchen mittheilt, gerade Null ist, ist es durch den andern Strahl mit einem Maximum der Geschwindigkeit afficirt, wie es dem Durchgang durch die Gleichgewichtslage entspricht; während aber die Geschwindigkeit, welche der eine Strahl dem Theilchen mittheilt, gerade zunimmt, nimmt die Geschwindigkeit ab, mit welcher es durch den andern Strahl angetrieben wird, und dadurch wird eben dem Aethertheilchen eine kreisförmige Bewegung ertheilt.

Nehmen wir an, der parallel mit EF schwingende Strahl sey dem andern um $1/4$ Wellenlänge vorausgeeilt, das Aethertheilchen, dessen Gleichgewichtslage o ist, befinde sich durch die Einwirkung des nach EF schwingenden Strahls gerade im Maximum der Ausweichung, in l, so ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen gerade in diesem Augenblick durch den in der Richtung EF schwingenden Strahl afficirt wird, gleich Null; in demselben Moment wird aber das in l befindliche Theilchen durch den andern Strahl, welcher um $1/4$ Wellenlänge zurückgeblieben ist, mit einem Maximum von Geschwindigkeit parallel mit $C\ D$ in der Richtung des

Pfeils rs fortgetrieben; diese Geschwindigkeit nimmt aber allmälig ab und wird nach $\frac{1}{4}$ Undulation gleich Null, während die Geschwindigkeit, welche der andere Strahl dem Aethertheilchen mittheilt, in derselben Zeit von Null an wächst, das Aethertheilchen wird also einen Kreisbogen beschreiben und nach $\frac{1}{4}$ Undulation in m ankommen; hier ist nun die Geschwindigkeit in der Richtung CD gleich Null, und das Theilchen bewegt sich in der Richtung des Pfeils tu; die Geschwindigkeit in dieser Richtung nimmt aber wieder ab, während sie in der Richtung des Pfeils vw zunimmt, kurz, das Aethertheilchen beschreibt, von der Rechten zur Linken sich drehend, einen Kreis um seine Gleichgewichtslage.

Wäre der parellel mit CD schwingende Strahl dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorausgeeilt, so würde die Rotation der Aethertheilchen von der Linken zur Rechten stattfinden.

Durch das Zusammenwirken der beiden mit gleicher Vibrationsintensität aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind und von denen der eine dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, entsteht also ein Strahl, welcher durch kreisförmige Vibrationen fortgepflanzt wird.

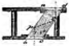
Wenn sich aber diese Rotation in der Richtung des Strahls von einem Aethertheilchen zum andern fortpflanzt, so ist klar, daß nicht alle um ihre Gleichgewichtslage rotirenden Theilchen gleichzeitig dieselbe Stellung in ihrem Kreise einnehmen können; die Aethertheilchen, welche in ihrer Gleichgewichtslage auf einer mit der Richtung des Strahls zusammenfallenden geraden Linie liegen, bilden nun eine enge um diese gerade Linie herumgewundene Schraubenlinie, bei welcher die Höhe eines Ganges der Wellenlänge entspricht. Denkt man sich nun, daß sich eine solche Schraubenlinie mit gleichförmiger Bewegung um ihre Axe so umdreht, daß jede Umdrehung in derselben Zeit vollendet wird, welche auch zu einer gewöhnlichen Lichtvibration erfordert wird, so hat man eine richtige Vorstellung von der Bewegung der gegenseitigen Lage der Aethertheilchen eines kreisförmig polarisirten Strahls.

Streng genommen, kann ein Glimmerblättchen nur für Strahlen einer bestimmten Farbe vollkommen kreisförmig polarisirtes Licht liefern; denn wenn das Blättchen gerade so dick ist, daß für gelbes Licht der eine Strahl dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorauseilt, so ist dies für rothes, blaues u. s. w. Licht nicht auch ganz genau der Fall; doch bringt diese Abweichung für die meisten Versuche keinen merklichen Nachtheil hervor. Ganz vollständig circular polarisirtes weißes Licht liefert dagegen das Fresnel'sche Parallelopiped, welches übrigens wegen seiner bedeutenden Dicke nicht immer so bequem zu gebrauchen ist wie ein Glimmerblättchen.

Fig. 682 stellt den Durchschnitt eines Parallelopipeds von Glas vor,

dessen spitzer Winkel 54°, dessen stumpfer also 126° ist. Ein Lichtstrahl, welcher rechtwinklig zu der Fläche *cb* eintritt, erleidet bei *p* und *s* eine totale innere Reflexion und tritt dann rechtwinklig zur Fläche *a d* aus. Wenn nun der einfallende Strahl linear polarisirt ist, und wenn ferner die Ebene der zweifachen inneren Reflexion einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene macht, so ist der austretende Strahl in Folge der zweimaligen inneren Spiegelungen vollständig circular polarisirt.

Fig. 682.

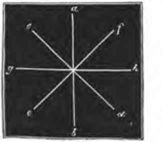


Die Nachweisung, wie unter den erwähnten Umständen im Fresnel'schen Parallelepiped ein circular polarisirter Strom entsteht, ist ohne höhere Anwendung nicht wohl möglich.

Bringt man nun ein Glimmerblättchen so in den Polarisationsapparat, daß es circular polarisirtes Licht liefert, legt man alsdann ein Gypsblättchen, welches für sich allein im Polarisationsapparat schon farbig erscheint, so auf das Glimmerblättchen, daß die eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Polarisationsebene der vom untern Spiegel kommenden Strahlen zusammenfällt, daß also die Schwingungsebenen im Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen im Glimmerblättchen machen, so wird man natürlicher Weise bei gekreuzten Spiegeln gar keine Färbung des Gypsblättchens wahrnehmen; sobald man aber ein zweites Glimmerblättchen von derselben Dicke wie das untere so auf das Gypsblättchen legt, daß die Schwingungsebenen des obern Glimmerblättchens mit denen des untern zusammenfallen, so erscheint sogleich das Gypsblättchen gefärbt, und diese Färbung ändert sich, wenn man den obern Spiegel des Apparates dreht, ganz in derselben Weise, als ob man eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im Apparat hätte. Da wir nun im Stande sind, die Erscheinungen in der Combination von Gyps- und Glimmerblättchen vollständig zu analysiren, so haben wir zugleich eine Erklärung der im Bergkrystalle beobachteten Erscheinungen.

Es sey *a b*, Fig. 683, die Schwingungsebene des vom untern Polarisationsspiegel kommenden polarisirten Strahls, *c d* und *e f* die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Glimmerblättchen, *a b* und *g h* die beiden Schwingungsebenen im Gypsblättchen.

Fig. 683.



Der Strahl, welcher im Glimmerblättchen parallel mit *cd* schwingt, wird bei seinem Eintritt in das Gypsblättchen in zwei Strahlen zerlegt; die Schwingungen des einen

finden in der Richtung $a\,b$, die des andern in der Richtung $g\,h$ Statt. Eine ähnliche Zerlegung erleidet aber auch der im Glimmerblättchen parallel mit $e\,f$ schwingende Strahl bei seinem Eintritt in das Gypsblättchen; und so kommt es denn, daß sich im Gypsblättchen zwei Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen parallel mit $a\,b$, und zwei andere, deren Schwingungen parallel mit $g\,h$ sind.

Die beiden parallel mit $a\,b$ schwingenden Strahlen haben gleiche Vibrationsintensität, der eine ist aber dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorausgeeilt; da die beiden Strahlen nach derselben Richtung schwingen, so werden sie interferiren, sie werden durch ihr Zusammenwirken einen einzigen Strahl hervorbringen, dessen Vibrationsintensität leicht zu ermitteln ist; zu unserm Zweck ist es aber auch nicht einmal nöthig, diese Vibrationsintensität zu kennen.

Auch die beiden Strahlen, welche im Gypsblättchen, parallel mit $g\,h$ schwingend, sich fortpflanzen, haben gleiche Vibrationsintensität, und der eine ist dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorausgeeilt, also auch diese combiniren sich zu einem einzigen Strahl, dessen Vibrationsintensität gerade eben so groß ist wie die des Strahls, welcher parallel mit $a\,b$ schwingt.

Es treten also aus dem Gypsblättchen zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlen von gleicher Vibrationsintensität aus, jeder derselben wird aber durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, und durch die Interferenz dieser beiden kreisförmig polarisirten Strahlen wird die beobachtete Farbenerscheinung hervorgebracht.

Der linear polarisirte Strahl, welcher, parallel mit $a\,b$ schwingend, aus dem Gypsblättchen austritt, wird durch das obere Glimmerblättchen, dessen Schwingungsebenen $c\,d$ und $e\,f$ sind, ganz so in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, wie es oben, Seite 604, gezeigt worden ist. Wenn der im Glimmerblättchen parallel mit $e\,f$ schwingende Strahl dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorauseilt, so wird die Rotation der Aethertheilchen im resultirenden Strahl von der Rechten zur Linken gehen; der linear polarisirte Strahl aber, welcher, parallel mit $g\,h$ schwingend, das Gypsblättchen verläßt, wird durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl von entgegengesetzter Rotationsrichtung verwandelt.

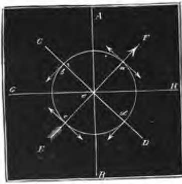
Aus dem Glimmerblättchen treten also zwei circular polarisirte Strahlen von gleicher Intensität, aber entgegengesetzter Rotationsrichtung aus; der eine dieser Strahlen ist dem andern um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen voraus, welche von der Dicke des Gypsblättchens abhängt.

Durch die Interferenz der beiden kreisförmig polarisirten Strahlen, welche aus dem Glimmerblättchen austreten, wird nun wieder linear polarisirtes Licht erzeugt, dessen Schwingungsrichtung davon abhängt, wie

viel Wellenlängen der eine Strahl im Gypsblättchen dem andern vorausgeeilt ist. Wir wollen dies sogleich näher entwickeln.

In Fig. 684 sey AB die Schwingungsrichtung des einen, GH die des andern aus dem Gypsblättchen austretenden Strahls; der eine wird durch das Glimmerblättchen in einem circular polarisirten Strahl verwandelt, welcher die Aethertheilchen in der Richtung $a\,b\,c\,d$ rotiren macht, während die Rotation des andern in entgegengesetzter Richtung vor sich geht. Nehmen wir nun an, daß in einem bestimmten Moment ein Aethertheilchen unter dem Einfluß des nach der Linken rotirenden Strahls

Fig. 684.

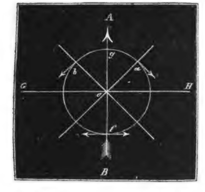


sich gerade im Punkte a befände, während dasselbe Theilchen in demselben Augenblick sich auch unter dem Einflusse des andern circular polarisirten Strahls an derselben Stelle befände, so würde das Aethertheilchen in diesem Augenblick offenbar durch zwei gleiche, aber entgegengesetzte Kräfte angegriffen werden; alsbald aber streben beide Strahlen das Aethertheilchen der Linie CD zu nähern, denn der eine Strahl würde es nach b, der andere würde es nach d führen, beide zusammen führen also das Aethertheilchen von a nach o, alsdann weiter von o nach c; in c ist das Theilchen wieder zwei gerade entgegengesetzten Kräften ausgesetzt, beginnt aber alsbald seinen Rückweg, und so oscillirt es zwischen a und c hin und her, weil sich die beiden circular polarisirten Strahlen nach dieser Richtung stets unterstützen, während sie rechtwinklig zu EF ihre Wirkung gegenseitig vernichten.

Nehmen wir an, der eine, etwa der links rotirende Strahl wäre dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge mehr vorausgeeilt, als dem eben betrachteten Fall entspricht, so würde sich dasselbe Aethertheilchen, welches sich in einem bestimmten Momente unter dem Einflusse des langsamern Strahls gerade in a, Fig. 685, befindet, unter dem alleinigen Einfluß des andern Strahls nicht gleichzeitig an derselben Stelle seyn können, sondern es müßte $\frac{1}{4}$ Kreisumfang weiter, also in b, sich befinden; in gleicher Zeit würde aber das Aethertheilchen durch den einen Strahl von a nach f, durch den andern von b nach f geführt werden, in f also müßte sich das Aethertheilchen gleichzeitig unter dem Einflusse der beiden Wellensysteme befinden:

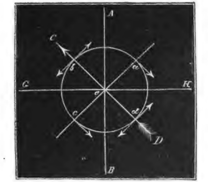
hier ist es aber für einen Moment der Einwirkung gleicher und entgegengesetzter Kräfte ausgesetzt; alsbald wird es aber durch beide Wellensysteme in der Richtung von f nach g fortgetrieben, indem sie nach dieser Richtung hin sich unterstützen, während sie rechtwinklig zu dieser Richtung sich gegenseitig vernichten; die Interferenz der beiden circular polarisirten Strahlen bringt also in diesem Falle Vibrationen zwischen f und g, also einen linear polarisirten Strahl hervor, dessen Schwingungsebene AB ist.

Fig. 685.



Wäre der links rotirende Strahl um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge mehr dem andern vorausgeeilt als in dem Fig. 684 dargestellten Falle, so würde CD die Vibrationsebene des linear polarisirten Strahls seyn, welcher aus der Interferenz der beiden circular polarisirten hervorgeht, wie sich dies schon aus der Betrachtung der Fig. 686. ergiebt.

Fig. 686.



Kurz, so oft der links rotirende Strahl dem andern um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge mehr voraneilt, wird auch die Polarisationsebene des aus der Interferenz resultirenden linearen Strahls um 45^0 mehr nach der Linken gedreht.

Da nun für die stärker brechbaren Strahlen des Spectrums bei gleicher Dicke einer Krystallplatte der Gangunterschied der beiden Strahlen bedeutender ist als für die weniger brechbaren, so wird man in unserm Falle den Zerlegungsspiegel des Apparates von der Rechten zur Linken drehen müssen, um zu machen, daß die rothe Färbung durch Gelb und Grün in Blau übergeht; wäre dagegen der rechts rotirende Strahl dem andern vorausgeeilt, so würde die Polarisationsebene der stärker brechbaren Strahlen mehr nach der Rechten hin gedreht worden seyn, man müßte also den Zerlegungsspiegel von der Linken zur Rechten drehen, um zu machen, daß die Färbung von Roth in Gelb, Grün, Blau übergeht.

Digitized by Google

Man braucht nur, während alles Uebrige ungeändert bleibt, das obere Glimmerblättchen um 90° zu drehen, um die Combination von Blättchen, welche die Erscheinungen eines links drehenden Krystalls hervorbringt, in eine solche zu verwandeln, welche eben so wirkt wie ein rechts drehender Krystall.

Dieselben Versuche lassen sich auch machen, wenn man die beiden Glimmerblättchen durch Fresnel'sche Parallelopipede ersetzt.

Die Erscheinungen, welche man im Polarisationsapparat an Quarzplatten beobachtet, die senkrecht zur Axe geschliffen sind, lassen sich demnach durch die Annahme erklären, daß sich in diesem Mineral in der Richtung der krystallographischen Axe zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung fortpflanzen, durch deren Interferenz jene Erscheinungen hervorgebracht werden; der Krystall ist rechts oder links drehend, je nachdem der rechts oder der links rotirende Strahl den Krystall mit größerer Geschwindigkeit durchläuft.

236 **Doppelte Brechung des Bergkrystalls in der Richtung seiner Axe.** Um die Richtigkeit dieser Erklärung zu beweisen, muß man zeigen, daß sich in der Richtung der krystallographischen Axe des Bergkrystalls wirklich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, und daß diese Strahlen circular polarisirt sind. Fresnel hat dies in der That durch folgenden sinnreichen Apparat nachgewiesen. Der Cylinder *a b c d*, Fig. 687, ist aus drei Prismen von Bergkrystall zusammengesetzt, welche sehr sorgfältig zusammengefügt seyn müssen. Der brechende Winkel des mittleren Prismas beträgt 152°; die beiden brechenden Flächen *a s* und *b s* müssen gegen die Axe des Krystalls gleiche Neigung haben; die beiden Gränzflächen der äußeren Prismen nämlich *a d* und *c b* stehen rechtwinklig auf der Axe dieser Quarzstücke, so daß in allen drei Prismen die Axe dieselbe Richtung hat.

Fig. 687.

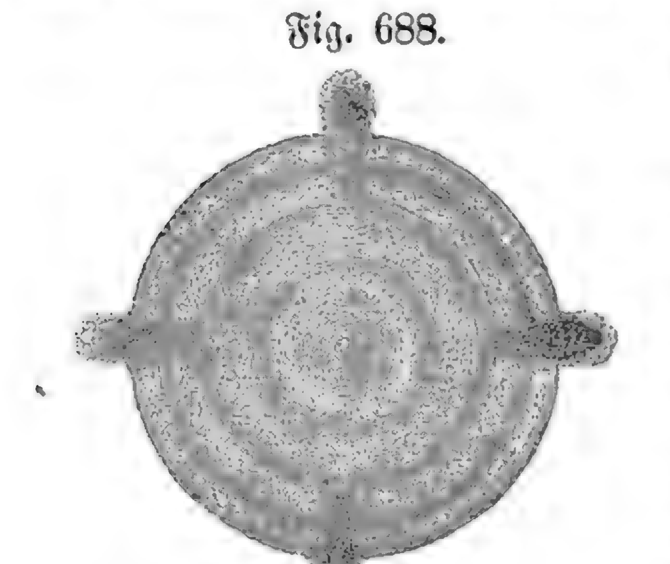
Nehmen wir an, das mittlere Prisma sey aus einem rechtsdrehenden Krystall gemacht, so müssen die beiden Endprismen aus links drehenden Krystallen gemacht seyn, und umgekehrt. Läßt man nun auf dieses System von der einen Seite her einen polarisirten Strahl einfallen, so theilt er sich in zwei, welche in verschiedenen Richtungen austreten. Der Bergkrystall übt also in der Richtung seiner Axe eine doppelte Brechung aus, und diese doppelte Brechung ist also ganz anderer Art als die, welche man an anderen Krystallen und im Quarz nach anderen Richtungen beobachtet, denn die beiden austretenden Strahlen zeigen keine Spur von Polarisation, wenn man sie mit einer Turmalinplatte oder mit einem doppeltbrechenden Prisma analysirt.

Diese merkwürdige Erscheinung beweis't direct, daß sich in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und daß derjenige, welcher in rechts drehenden Krystallen der schnellere ist, sich in links drehenden langsamer fortpflanzt. Der polarisirte Strahl, welcher an der Fläche $a\ d$ eintritt, wird in in zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Drehungsrichtung verwandelt; sie werden beim Eintritt in das mittlere Prisma nach verschiedenen Richtungen gebrochen, weil sie das erste mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen haben; die Divergenz wird aber durch den Umstand vergrößert, daß derselbe Strahl, welcher im ersten Prisma der schnellere war, im zweiten der langsamere ist, und umgekehrt. Die Strahlen, welche nun schon das mittlere Prisma nach verschiedener Richtung durchlaufen haben, treten im letzten Prisma begreiflicher Weise noch mehr auseinander, und so ist es denn mit Hülfe dieser Vorrichtung möglich, die doppelte Brechung in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls sichtbar zu machen, welche zu gering ist, als daß sie unmittelbar eine Trennung der Bilder hervorbringen könnte.

Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarzplatten. 237

Bei den bisher beschriebenen Farbenerscheinungen senkrecht zur Axe geschliffener Quarzplatten kamen nur solche Strahlen in Betracht, welche die Platte genau in der Richtung der optischen Axe durchlaufen hatten; wenn man aber eine solche Platte in der Turmalinzange dicht vor das Auge bringt, so daß auch solche Strahlen in dasselbe gelangen, welche die Platte in schräger Richtung durchlaufen haben, so sieht man das schöne Ringsystem, Fig. 688, wenn die Turmaline gekreuzt sind. Dieses Ringsystem ist demjenigen anderer einaxigen Krystalle ganz ähnlich, nur ist das schwarze Kreuz in der Mitte der Figur ganz verschwunden, und nur weiter von dem Mittelpunkte entfernt sind noch schwache Spuren desselben wahrzunehmen; in der Mitte der Figur erscheint dagegen ein farbiger kreisförmiger Fleck, dessen Färbung von der Dicke der Platte abhängt; es ist dies die Farbe, welche die Quarzplatte zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates zeigt, denn dort sieht man ja nur den centralen Theil der Figur.

Fig. 688.



Legt man zwei senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten von vollkommen gleicher Dicke auf einander, von denen die eine rechts, die andere links drehend ist, so zeigen diese zusammen zwischen den gekreuzten Turmalinen das ganz eigenthümliche Ringsystem Fig. 6 Tab. II., welches eine Combination von kreisrunden Ringen mit 4 von der Mitte ausgehenden Spiralen ist.

Diese Erscheinung läßt sich auch mit einer einzigen Quarzplatte schon hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel *c* des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber, ungefähr in der Entfernung ihrer Brennweite, eine Sammellinse befestigt. Die Lichtstrahlen durchlaufen hier den Krystall zweimal, einmal nämlich, ehe sie auf den Spiegel *c* treffen, und dann, nachdem sie von demselben reflectirt worden sind; wenn die Strahlen nach ihrem ersten Durchgang durch die Platte von dem Spiegel *c* reflectirt worden sind, so verhalten sie sich gerade ebenso, als hätten sie eine Platte von entgegengesetzter Drehungsrichtung durchlaufen.

238 **Circularpolarisation in Flüssigkeiten und Gasen.** Der Bergkrystall ist der einzige feste Körper, an welchem man die oben beschriebenen Erscheinungen der Circularpolarisation beobachtet; Biot hat aber diese Eigenschaft bei mehreren Flüssigkeiten entdeckt, und indem er sie näher studirte, ist er zu Resultaten gelangt, welche die Aufmerksamkeit der Physiker und Chemiker sehr verdienen.

Solche Flüssigkeiten, welche die Polarisationsebene von der Rechten zur Linken drehen, sind: Terpentinöl, Kirschlorbeerwasser, Lösungen von arabischem Gummi und Inulin.

Rechts drehende Flüssigkeiten sind: Citronenöl, Zuckersyrup, Auflösungen von Kampher in Alkohol, Dextrin und Auflösungen von Weinsteinsäure.

Das Rotationsvermögen solcher Flüssigkeiten ist weit schwächer als das des Bergkrystalls, d. h. eine Quarzplatte von geringer Dicke bringt dieselben Erscheinungen hervor wie eine flüssige Säule von ziemlich bedeutender Höhe; eine Quarzplatte zeigt z. B. dieselben Farben wie eine 68mal höhere Säule von Terpentinöl; da aber dünne Quarzplatten nur wenig brillante Farben zeigen, so ist klar, daß schon eine Terpentinölsäule von ziemlich bedeutender Höhe erforderlich ist, um die Farbenerscheinungen recht deutlich beobachten zu können. Das Rotationsvermögen des Citronenöls ist stärker als das des Terpethinöls, denn eine Säule von Citronenöl zeigt dieselben Farben wie eine doppelt so hohe Säule von Terpentinöl.

Um die Natur der Circularpolarisation einer Flüssigkeit vollständig zu bestimmen, ist auszumitteln, ob sie rechts oder links drehend ist und wie

viel Grade der Drehungsbogen beträgt, um welchen bei einer gegebenen Höhe der flüssigen Säule die Polarisationsebene irgend eines einfachen Strahls, etwa des rothen, gedreht wird.

Zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten kann man ebenfalls den Nörremberg'schen Polarisationsapparat anwenden. Die Flüssigkeiten werden zu diesem Zwecke in eine oben offene, unten durch eine ebene Glastafel verschlossene Glasröhre gegossen und diese dann auf das mittlere Tischchen des Apparates gestellt. Der untere Theil dieser Röhre mit ihrer Fassung und der sie verschließenden Glasplatte ist Fig. 689 ungefähr in $1/2$ der natürlichen Größe im Durchschnitt dargestellt; die Röhre muß so lang wie möglich seyn, also so, daß sie, auf dem mittleren Tischchen stehend, durch den obern Ring des Apparates hindurchgeht und den Zerlegungsspiegel fast berührt; es ist gut, wenn die Röhre graduirt ist, so daß man stets unmittelbar die Höhe der flüssigen Säule ablesen kann. Damit die Farbenerscheinung möglichst lebhaft wird, muß der Zutritt von fremdem Lichte abgehalten werden, was am leichtesten dadurch geschieht, daß man die Glasröhre mit einem hohlen Cylinder von schwarzem Tuch umgiebt und auch den Fuß der Röhre mit schwarzem Tuch belegt.

Fig. 689.

Man hat auch besondere Apparate zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten construirt, die im Wesentlichen aus horizontal stehenden Röhren bestehen, die an beiden Enden mit Glasplatten verschlossen sind und welche dazu dienen, die Flüssigkeit aufzunehmen; ferner ist an jedem Ende ein Nicol'sches Prisma angebracht, von denen das eine den Polarisationsspiegel, das andere den Zerlegungsspiegel ersetzt. Die Röhre ist ungefähr 10 Zoll lang.

Die Circularpolarisation der Flüssigkeiten hat jetzt auch eine technische Bedeutung gewonnen, indem sie angewandt wird, um den Zuckergehalt des Syrups zu ermitteln; es ist klar, daß das Rotationsvermögen einer Zuckerlösung um so mehr zunimmt, je concentrirter die Lösung ist.

Auch im Dampfe des Terpentinöls hat Biot die Eigenschaft der Kreispolarisation nachgewiesen; um hier diese Erscheinungen wahrnehmen zu können, muß man natürlich ungleich längere Röhren anwenden.

Absorption des Lichts in farbigen doppeltbrechenden Krystallen. 239

Der Turmalin ist, wie bereits angeführt wurde, ein doppeltbrechender Krystall, und wenn eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte polarisirtes Licht liefert, so beruht dies darauf, daß einer der beiden Strahlen, welche sich im Allgemeinen in doppeltbrechenden Krystallen rechtwinklig zur

optischen Axe fortpflanzen, absorbirt wird. In der That sieht man durch ein Prisma von Turmalin, dessen Kanten mit der optischen Axe parallel sind, zwei Bilder, wenn man nahe an der brechenden Kante hindurchsieht, wo der Krystall noch dünn ist; mit zunehmender Dicke wird aber der eine Strahl, und zwar der ordinäre, mehr und mehr absorbirt. Wenn Turmalinplatten das Licht noch nicht vollkommen polarisiren, so ist der Grund davon der, daß sie noch nicht dick genug sind, um den ordinären Strahl ganz zu absorbiren.

Auch bei anderen farbigen Krystallen bemerkt man ähnliche Erscheinungen. Babinet hat bemerkt, daß die negativen farbigen Krystalle die ordinären Strahlen vorzugsweise absorbiren, während in positiven Krystallen die extraordinären stärker absorbirt werden; so absorbirt z. B. ein hinlänglich dunkler Rauchquarz, ein positiver Krystall, die extraordinären Strahlen; die Vibration der Strahlen, welche eine parallel mit der Axe geschnittene Rauchquarzplatte durchläßt, sind rechtwinklig zu seiner optischen Axe.

Der Turmalin erscheint in der Richtung seiner optischen Axe anders gefärbt als rechtwinklig zu derselben; diese Erscheinung, welche offenbar mit der Absorption der polarisirten Strahlen zusammenhängt, wird auch an anderen Körpern beobachtet, namentlich am Dichroit, welcher von dieser Eigenschaft seinen Namen führt; in der Richtung seiner Axe erscheint er blau, rechtwinklig zu derselben dagegen braungelb.

240 **Erscheinungen in geglühten oder gepreßten Gläsern.** Wenn man geglühte und schnell abgekühlte Glasplatten von beliebiger Form in den Polarisationsapparat, etwa auf das mittlere Tischchen oder den untern horizontalen Spiegel legt, so beobachtet man mannigfaltige, bald mehr, bald weniger regelmäßige, oft sehr schöne Farbenerscheinungen; so zeigt z. B. eine geglühte quadratische Platte von dickem Spiegelglas oder ein geglühter Glaswürfel zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates die Farbenerscheinung Fig. 690 oder Fig. 691; ein geglühter massiver Glascylinder zeigt Ringe, Fig. 692. Die Erscheinungen in läng-

Fig. 690.

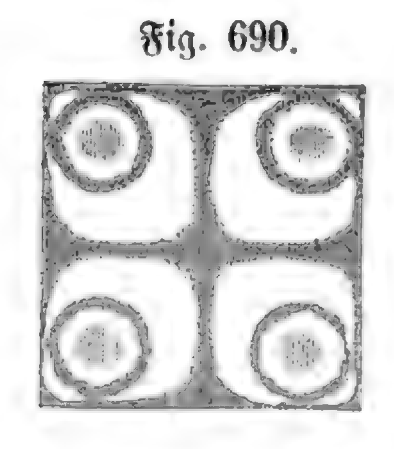


Fig. 691.

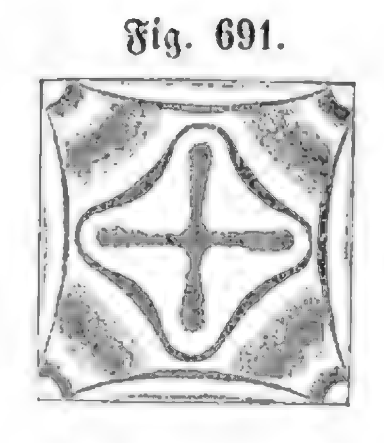
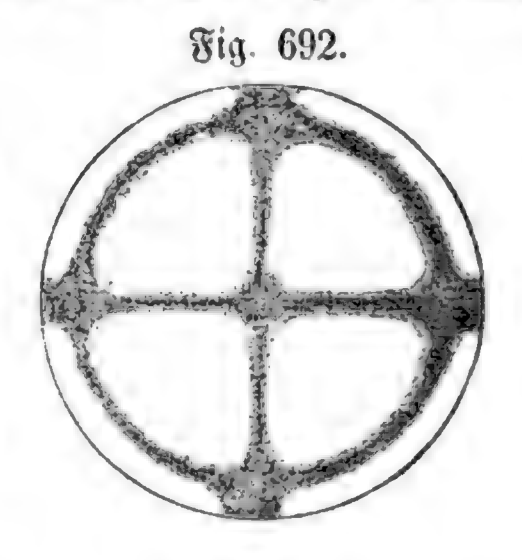


Fig. 692.



lichen und dreieckigen Platten sind ungefähr so wie Fig. 693 und Fig. 694.

Fig. 693.

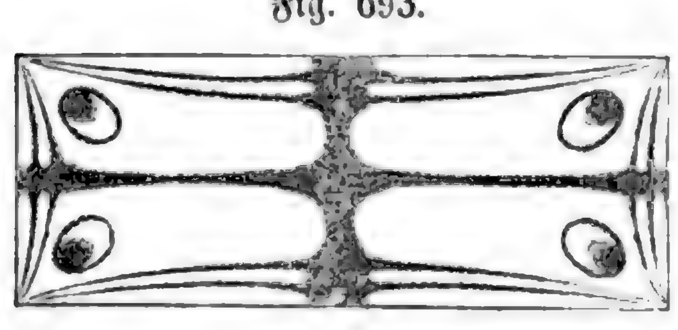
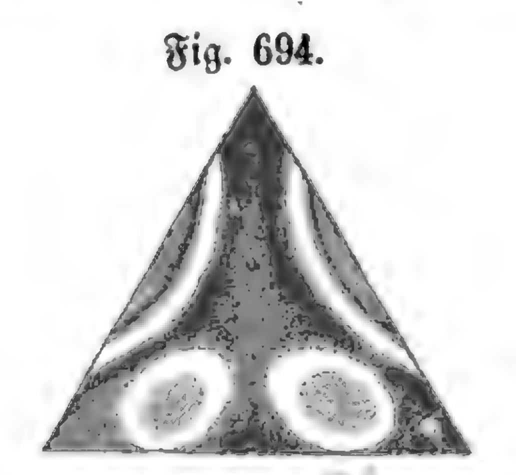


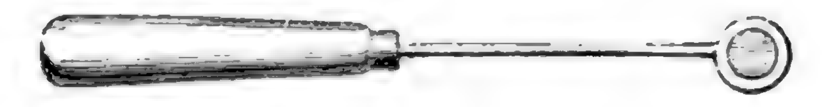
Fig. 694.



Man kann diese Farbenerscheinungen auch mit Hülfe des schon besprochenen Apparates, Fig. 657, objectiv darstellen, wenn man die in Kork gefaßte geglühte Glasplatte vor der ersten Linse bei *n* einschiebt. Der Grund dieser Erscheinung ist offenbar in der besondern Anordnung der Theilchen, in dem gespannten Zustande zu suchen, welcher durch die rasche Abkühlung hervorgerufen wird. In der That braucht man nur solche Gläser wieder zu erhitzen und sie dann langsam abkühlen zu lassen, um zu machen, daß alle diese Farbenerscheinungen verschwinden.

Wenn man eine Art Hülse, Fig. 695, bis zu 100° oder 150° erwärmt

Fig. 695.



und dann einen Glascylinder hineinsteckt, so werden die äußeren Theilchen erwärmt, während die inneren noch kalt sind, es entsteht dadurch ein Spannungszustand, welcher sich ebenfalls durch Farbenerscheinungen im polarisirten Lichte kundgiebt, welche der in Fig. 692 ähnlich sind. Eine rasche Abkühlung bringt ähnliche Wirkungen hervor.

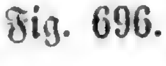
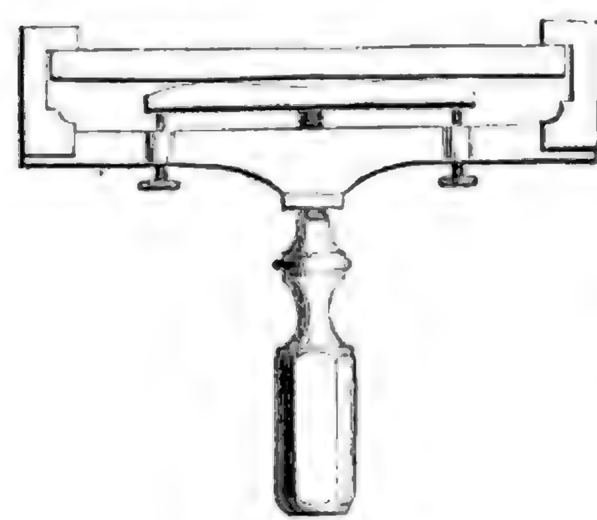
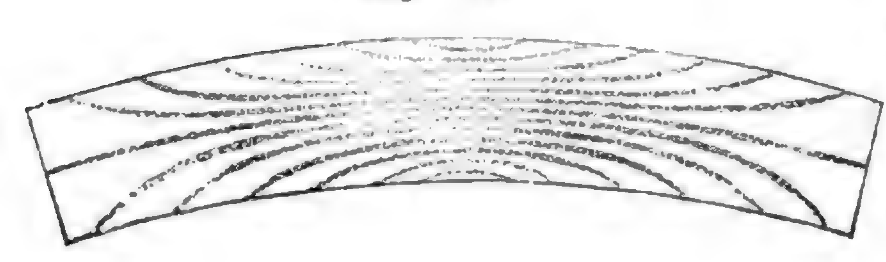


Fig. 696.



In Fig. 696 ist eine Presse dargestellt, welche dazu dient, Streifen von dickem Glase zu biegen; während dieses gespannten Zustandes zeigen sich nun an einem solchen Glasstücke im Polarisationsapparate farbige Streifen, wie man in Fig. 697 sieht.

Fig. 697.



Wenn man eine quadratische Platte von dickem

Digitized by Google

Spiegelglase in der Presse Fig. 698 zusammendrückt, so zeigt die Platte im Polarisationsapparate in der Richtung der Compression eine Farben-

Fig. 698.

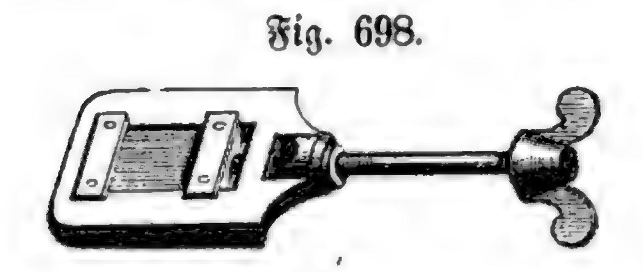
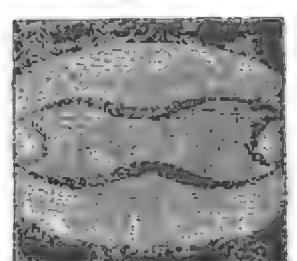


Fig. 699.



erscheinung, welche mit dem mittleren Theile der Fig. 2 auf Tab. II. einige Aehnlichkeit hat und welche Fig. 699 dargestellt ist.

Zehntes Kapitel.

Chemische Wirkungen des Lichts.

241 **Einfluß des Lichts auf chemische Verbindungen und Zersetzungen.** Bei gewöhnlicher Temperatur verbinden sich im Dunkeln Chlorgas und Wasserstoffgas nicht mit einander; sobald man aber dem Lichte den Zutritt gestattet, geht die Verbindung vor sich, und zwar langsam im Tageslicht, unter Explosion im Sonnenlicht. — Das in Wasser absorbirte Chlorgas entzieht nur unter Einwirkung des Lichts dem Wasser allmälig den Wasserstoff; Phosphor, welcher in Wasser aufbewahrt wird, verwandelt sich im Sonnenlichte in rothes Phosphoroxyd. — Concentrirte Salpetersäure zersetzt sich am Lichte schon bei gewöhnlicher Temperatur zum Theil in Sauerstoff und Untersalpetersäure; das weiße Chlorsilber wird durch das Licht erst violett gefärbt und endlich ganz schwarz, indem ein Theil seines Chlors entweicht u. s. w. Es sind hier nur einige der auffallendsten Beispiele angeführt, um den Einfluß des Lichts auf chemische Verbindungen und Zersetzungen nachzuweisen; es finden sich solcher Beispiele noch viele in allen chemischen Werken.

Sehr auffallend ist der Einfluß des Lichts auf die Zersetzung organischer Substanzen; es befördert nämlich die Vereinigung des Sauerstoffs der Atmosphäre mit dem Kohlenstoff und Wasserstoff der organischen Stoffe; daher kommt denn auch das Bleichen vegetabilischer Farbstoffe im Lichte, namentlich im Sonnenlichte; die gelbe Färbung des Terpentinöls, die grüne Färbung des gelben Guajaks, wenn eine weingeistige Lösung desselben, auf Papier gestrichen, dem Lichte ausgesetzt wird u. s. w.

Zum Gedeihen der lebenden Pflanzen ist das Licht durchaus nöthig, im

Dunkeln ist eine kräftige Entwicklung derselben unmöglich; sie erhalten bald ein verkümmertes Ansehen, Blätter und Blüthen bleiben blaß. Pflanzen, die in Zimmern gezogen werden, wachsen bekanntlich immer nach den Fenstern hin.

Die grünen Theile der Pflanzen absorbiren Kohlensäure aus der Luft; diese Kohlensäure wird zerlegt, der Kohlenstoff bleibt als Bestandtheil der Pflanze zurück, während der Sauerstoff wieder in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Diese Zersetzung der Kohlensäure und das Aushauchen von Sauerstoff in die Luft findet aber nur unter dem Einfluß des Lichts Statt. Man kann sich leicht davon überzeugen, wenn man einen frischen grünen Zweig unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke bringt; im Lichte entwickeln sich zahlreiche Gasblasen an den Blättern, die in den obern Theil der Glasglocke aufsteigen; das hier gesammelte Gas ist Sauerstoffgas. Diese Gasentwicklung findet im Dunkeln nicht Statt, sie hört auf, sobald dem Wasser alle freie Kohlensäure entzogen worden ist.

Ungleichheit der chemischen Wirkungen verschiedenfarbiger 242
Strahlen. Nicht alle Strahlen des weißen Sonnen- und Tageslichts bringen gleich starke chemische Wirkungen hervor; unter einem rothen Glase verbinden sich Wasserstoffgas und Chlorglas nicht, unter einem blauen oder violeten Glase aber ebenso wie im weißen Lichte; Chlorsilber wird im blauen und violetten, aber fast gar nicht im rothen Lichte geschwärzt. Berard hat die chemische Wirkung der verschiedenen prismatischen Farben am vollständigsten untersucht. Er ließ die mittelst eines Heliostats in ein dunkles Zimmer geworfenen Sonnenstrahlen auf ein Prisma fallen und fing das durch dasselbe erzeugte Spectrum auf einem mit Chlorsilber überzogenen Papier auf; da das Spectrum unverrückt blieb, so konnte ein und dieselbe Farbe längere Zeit auf dieselbe Stelle des Chlorsilberpapiers wirken. Er fand auf diese Weise, daß die chemischen Wirkungen am violetten Ende des Spectrums am stärksten sind und sich selbst noch über die Gränzen des sichtbaren Spectrums hinaus erstrecken, wie dies auch früher schon Ritter und Wollaston gefunden hatten. Die blauen Strahlen brachten schon eine weit schwächere Wirkung hervor, die rothen Strahlen wirkten so gut wie gar nicht. Um diesen Unterschied recht auffallend zu machen, concentrirte er durch eine Linse alle Strahlen vom Grün bis zum äußersten Violett, durch eine zweite Linse aber den übrigen Theil des Spectrums, also einen Theil der grünen, die gelben und die rothen Strahlen. Im Vereinigungspunkte der gelben und rothen Strahlen wurde das Chlorsilberpapier selbst nach zweistündiger Einwirkung kaum merklich verändert, obgleich hier das Licht blendend hell war, während in dem weit lichtschwächern Vereinigungspunkte der blauen und violetten Strahlen das

Chlorsilber schon in 10 Minuten geschwärzt wurde. Es geht daraus auch hervor, daß die chemischen Wirkungen des Lichts nicht bloß von der gleichzeitig entwickelten Wärme abhängen können.

E. Becquerel machte die merkwürdige Entdeckung, daß die rothen und gelben Strahlen, welche Bromsilberpapier für sich allein gar nicht afficiren, eine merkliche Wirkung hervorbringen, wenn es vorher nur kurze Zeit dem weißen Tageslichte oder auch einem blauen oder violetten Lichte ausgesetzt worden war. Die rothen und gelben Strahlen sind also im Stande, die von den blauen und violetten begonnene Wirkung fortzusetzen. Moser fand diese Erscheinung auch mit jodirten Silberplatten bestätigt.

243 **Photographie.** Schon Wedgwood kam auf den Gedanken, die Schwärzung des Chlorsilbers zu benutzen, um die Bilder der camera obscura zu fixiren, und in der That stellte Davy mittelst eines Sonnenmikroskops die Bilder kleiner Gegenstände auf Chlorsilberpapier dar, sie wurden aber bald durch die fortdauernde Einwirkung des Lichts auf das Chlorsilber wieder vernichtet. Niepce brachte es in der Kunst, solche Lichtbilder zu fixiren, schon weiter; allein erst Daguerre fand nach vielen mühsamen Versuchen ein Verfahren, welches in dieser Hinsicht fast Unglaubliches leistet.

Das Material, auf welchem die Daguerre'schen Lichtbilder dargestellt werden, ist eine plattirte, d. h. eine mit einer dünnen Silberschicht überzogene Kupferplatte. Nachdem sie gehörig gereinigt worden ist, wird sie auf eine viereckige Porzellanschale gelegt, welche eine wässerige Lösung von Chlorjod enthält, und hier so lange den Dämpfen des Jods ausgesetzt, bis sich eine goldgelbe oder violette Schicht von Jodsilber auf der Platte gebildet hat. Nun wird die Platte, vor jeder fremden Einwirkung des Lichts geschützt, genau an der Stelle in die camera obscura eingesetzt, an welcher ein scharfes Bild des abzubildenden Gegenstandes entsteht. Nach einiger Zeit, deren Dauer von mannigfachen Umständen abhängt, wird die Platte aus der camera obscura weggenommen. Man sieht jetzt noch keine Spur eines Bildes; dasselbe tritt aber alsbald hervor, wenn man sie über eine mit Quecksilber überzogene etwas erwärmte Metallplatte bringt. Sobald das Bild hinlänglich ausgeprägt ist, wird die Platte in eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron, oder, in Ermangelung dessen, in eine siedend heiße Auflösung von Kochsalz gelegt, wodurch der Ueberzug von Jodsilber aufgelös't und so eine fernere Einwirkung des Lichts unmöglich gemacht wird.

An den Stellen der jodirten Platte, auf welche die hellen Parthieen des Bildes der camera obscura gefallen waren, hat das Licht nämlich schon eine Einwirkung hervorgebracht, bevor dieselbe dem Auge sichtbar wird; diejenigen Stellen der Platte nämlich, welche dem Lichte am meisten ausgesetzt waren, haben die Eigenschaft erhalten, Quecksilberdämpfe zu con-

densiren, hier schlägt sich also Quecksilber in unendlich feinen Perlchen nieder, während da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, kein solcher Niederschlag stattfindet. Nachdem nun an den letzteren Stellen das völlig unveränderte Silberjodid abgewaschen worden ist, hat man an den hellen Parthieen des Bildes den feinen Quecksilberstaub, da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, den glänzenden Silberspiegel, und wenn man die Platte so hält, daß der Spiegel solche Strahlen in das Auge reflectirt, welche von dunklen Gegenständen kommen, so bildet dieser Silberspiegel den dunklen Grund, auf welchem die hellen Parthieen durch das von den Quecksilberkügelchen nach allen Seiten hin zerstreute Licht hervortreten.

Wenn man die Platte zu lange in der camera obscura läßt, so wird die Wirkung des Lichts auf der jodirten Platte ohne Weiteres sichtbar, indem das Jodsilber da geschwärzt wird, wo das Licht am kräftigsten wirkt; das auf diese Weise entstehende Bild ist ein negatives, d. h. den hellen Stellen des Gegenstandes entsprechen die dunklen Stellen des Bildes, und umgekehrt.

Wenn man die Platte so lange in der camera obscura gelassen hat, daß die Lichtwirkung auf derselben sichtbar ist, so ist der zur Erzeugung eines Daguerre'schen Bildes geeignete Moment schon vorüber.

Ein Daguerre'sches Bild kann nie ganz die richtigen Verhältnisse zwischen Licht und Schatten wiedergeben, weil die verschiedenen Farben so höchst ungleich auf die jodirte Platte wirken; grüne Strahlen bringen fast gar keine Wirkung hervor, weshalb denn auch in Daguerre'schen Bildern die Bäume immer sehr dunkel erscheinen; auch die rothen Strahlen wirken sehr wenig. Durch diesen Umstand verlieren die Daguerre'schen Portraits oft sehr an Aehnlichkeit.

Talbot befolgt eine ganz andere Methode zur Darstellung seiner photographischen Bilder. Er bedient sich eines gegen das Licht empfindlichen Papiers, dessen Bereitungsweise wir hier nicht näher beschreiben können und welches er kalotypes Papier nennt. Auf diesem Papier wird in der camera obscura ein negatives Bild erzeugt und dasselbe durch Bromkalium fixirt.

Dieses negative Bild wird mit einem eben so präparirten Papiere zwischen zwei Glasplatten gelegt und dem Sonnenlichte ausgesetzt; die dunklen Stellen des Bildes halten das Licht von dem zweiten Papiere ab, während es durch die hellen Stellen hindurch wirkt, und so entsteht denn auf diesem zweiten Papiere ein positives Bild. Mit einem und demselben negativen Original kann man dann mehrere positive Copieen machen.

Anhang.

Verhältniß des neueren französischen Maaßsystems mit anderen Maaßsystemen.

In diesem Werke sind fast durchgängig alle Maaßangaben in dem neufranzösischen Systeme ausgedrückt, theils weil nach demselben eine so außerordentlich einfache Beziehung zwischen Maaß und Gewicht besteht, welche bei anderen Maaßsystemen nicht besteht, eine Einfachheit, welche manche den Gang der physikalischen Betrachtung sonst sehr störenden Rechnungsoperationen unnöthig macht; theils aber auch, weil bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen das metrische Maaß- und Gewichtssystem fast allgemein angenommen ist, so daß sich fast alle Physiker und Chemiker desselben bedienen und es gewiß nicht wohl räthlich ist, die nach dem metrischen System gemachten Messungen und Wägungen auf andere Maaße zu reduciren.

Nun aber sind doch Manche mit dem metrischen Systeme nicht genug bekannt, um in den nach demselben gemachten Maaßangaben leicht zurechtzufinden. Um eine solche Orientirung zu erleichtern, ist das Folgende eine Vergleichung der neufranzösischen Maaße und Gewichte mit anderen.

Die wichtigsten Notizen über das Metermaaß sind schon oben, Seite 209, gegeben worden. Es wurde dort bereits mitgetheilt, auf welche Weise die Länge des Meters ermittelt wurde, und daß

$$1^{\text{Meter}} = 10^{\text{Decimeter}} = 100^{\text{Centimeter}} = 1000^{\text{Millimeter}}.$$

Die folgende Tabelle dient zur leichten Reduction von Längenangaben nach metrischem Systeme in altfranzösisches und rheinländisches Maaß.

Tabelle zur Verwandlung des Metermaaßes in rheinländisches und altfranzösisches Maaß.

Meter-Maaß.	Rheinländisches oder preuß. Maaß.			Altfranzösisches Maaß.		
1^{mm}			0,459‴			0,443‴
2			0,918			0,887
3			1,376			1,330
4			1,835			1,773
5			2,294			2,216
6			2,753			2,660
7			3,212			3,103
8			3,671			3,546
9			4,129			3,990
1^{cm}			4,588‴			4,433‴
2			9,176			8,866
3		1″	1,764		1″	1,299
4		1	6,353		1	5,732
5		1	10,941		1	10,165
6		2	3,529		2	2,604
7		2	8,117		2	7,031
8		3	0,705		2	11,462
9		3	5,294		3	3,897
1^{dm}		3″	9,882‴		3″	8,330‴
2		7	7,763		7	4,659
3		11	5,645		11	0,989
4	1′	3	3,527	1′	2	9,318
5	1	7	1,408	1	6	5,648
6	1	10	11,290	1	10	2,038
7	2	2	9,172	2	1	10,307
8	2	6	7,054	2	5	6,637
9	2	10	4,935	2	9	2,966
1^{m}	3′	2″	2,817‴	3′	0″	11,296‴
2	6	4	5,634	6	1	10,592
3	9	6	8,451	9	2	9,888
4	12	8	11,268	12	3	9,184
5	15	11	2,085	15	4	8,480
6	19	1	4,902	18	5	7,776
7	22	3	7,719	21	6	7,072
8	25	5	10,536	24	7	6,368
9	28	8	1,353	27	8	5,664
10	31	10	4,170	30	9	4,950

Aus den Verhältnissen der Längenmaaße ergeben sich die Verhältnisse der entsprechenden Flächen- und Körpermaaße:

Neufranzös.		Rheinl.		Altfranzös.
1^{qm}	. .	$10,15187^{q'}$	. .	$9,476817^{q'}$
1^{qdm}	. .	$14,619^{q''}$	. .	$13,647^{q''}$
1^{qcm}	. .	$21,051^{q'''}$	. .	$18,650^{q'''}$
1^{km}	. .	$32,34587^{k'}$	. .	$29,17385^{k'}$
1^{kdm}	. .	$55,894^{k''}$	. .	$50,412^{k''}$
1^{kcm}	. .	$96,584^{k'''}$	. .	$87,112^{k'''}$.

Das Hohlmaaß sowohl wie das Gewicht ist bei dem neufranzösischen Maaßsystem unmittelbar vom gewöhnlichen Körpermaaße abgeleitet, was bei den älteren Maaßsystemen nicht der Fall ist; und darin liegt ganz besonders ein großer Vorzug des metrischen Systems, welchen jedoch auch einige andere neuere Maaß- und Gewichtssysteme bieten, welche, wie das badische und darmstädtische, auf das Metersystem basirt sind.

Die Einheit des französischen Hohlmaaßes ist der Raum, welchen 1 Kubikdecimeter ausfüllt und welcher den Namen L i t r e führt.

$$1^{l} = 0,873386 \text{ preuß. Quart.}$$

Ebenso ist, wie schon oben, Seite 17, bemerkt wurde, die Einheit des Gewichtes beim metrischen Maaßsysteme von dem Längenmaaße abgeleitet. 1 G r a m m i s t d a s G e w i c h t e i n e s K u b i k c e n t i m e t e r s W a s s e r.

Da nun 1 Kubikdecimeter = 1000 Kubikcentimeter, so ist klar, daß 1 Litre Wasser 1000 Gramm oder, was dasselbe ist, 1 K i l o g r a m m wiegt.

Die Unterabtheilungen des Grammes sind:

das Decigramm $= \frac{1}{10}^{gr}$
das Centigramm $= \frac{1}{100}^{gr}$
das Milligramm $= \frac{1}{1000}^{gr}$.

Das halbe Kilogramm oder 500 Gramm ist gleich dem badischen, großh. hessischen und dem schweizerischen P f u n d e und gilt auch als Einheit des Gewichtes an den Gränzen des deutschen Zollvereins. Die Pfunde anderer Länder weichen bald mehr, bald weniger von diesem Pfunde ab.

So ist z. B. das baierische Pfund	560	Gramm
englische Handelspfund	453	»
östreichische Handelspfund . . .	560,012	»
preußische (altkölnische) Handelspfund	467,711	»

Das Pfund ist überall auf gleiche Weise eingetheilt; es ist nämlich:

1 Pfund	=	32 Loth
1 Loth	=	4 Quentchen
1 Quentchen	=	60 Gran;

1 Handelspfund hat also 7680 Gran.

Das Medicinalpfund ist durchschnittlich kleiner als das Handelspfund, das östreichische und preußische Medicinalpfund ist gerade $^3/_4$ des entsprechenden Handelspfundes. Die Unterabtheilungen des Medicinalpfundes sind:

Pfund.	Unze.	Drachme.	Scrupel.	Gran.
1	12 (1 Unze = 2 Loth)	96	288	5760
	1	8	24	480
		1	3	60
			1	20.

Zur leichteren Reduction des Grammgewichtes auf das preußische (kölnische) Gewicht dient folgende Tabelle:

Gramm	Pfd. (H.-G.)	Unzen	Drachme	Scrupel	Gran
1					16,422
2				1	12,844
3				2	9,266
4			1	0	5,688
5			1	1	2,110
6			1	1	18,532
7			1	2	14,954
8			2	0	11,376
9			2	1	7,798
10			2	2	4,22..
100		3	3	1	2,2
1000	2	2	2	0	2.

Druckfehler

in einigen Exemplaren des ersten Bandes.

Seite	530	Zeile	19	von	oben	lies: hexagonal statt sexagonal.
»	532	»	8	»	»	
»	541	»	20	»	»	
»	542	»	18	»	unten	

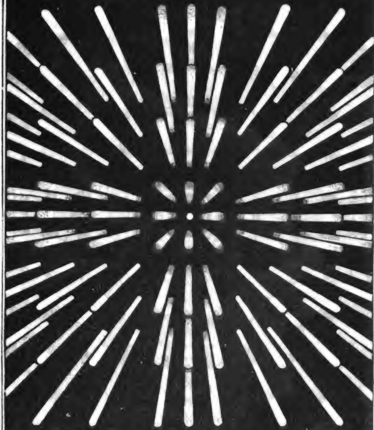
Tab. I.

Digitized by Google

Tab. I.

Fig. 1.

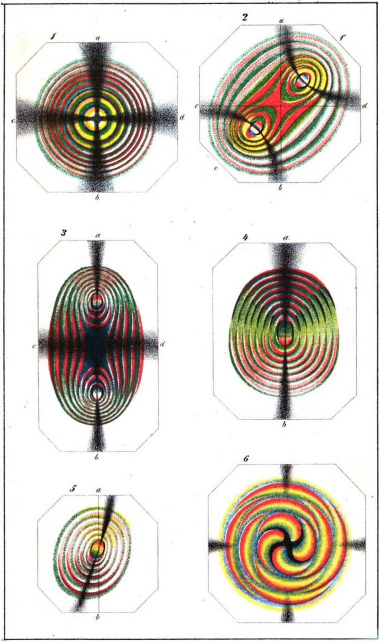
Fig. 2.



Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. II.



Digitized by Google

Digitized by Google

Princeton University Library
32101 059519924

Digitized by Google

Digitized by Google